

HARİTA  
DERGİSİ

ÖZEL SAYI : 12

GEOMETRİK NİVELMAN'DA  
GRAVİMETRİK TASHİHLER

## İ Ç İ N D E K İ L E R

	Sayfa
YÜKSEKLİKLER	7
ARZIN GRAVİTE ALANI	16
Potansiyel ve çekim kuvveti	16
Normal Gravite	18
Normal Gravite Gradiyeni	19
Dairesel düzlem tabakanın bir noktaya çekim kuvveti	22
Sonlu, Sferoidik bir tabakanın çekimi	22
Gravite Redüksiyonları ve Gravite Anomalileri	23
Bouger Gravite Redüksiyonu	24
Prey-Poincar'e Gravite Redüksiyonu	27
Rudzki Gravite ve serbest hava indirgemesi	28
İzostazi ve İzostazik Gravite İndirgemesi	30
Bouguer Serbest Hava İzostazik Gravitenin İncelenmesi	32
Çekül Çizgisi Boyunca Gravite	34
POTANSİYET FARKLARININ ÖLÇÜLEREK TESBİTİ	39
Tesviye edilmiş yükseklik farklarının yüksekliğe tabi olması	39
Nivellieren (tesviye)	40
Potansiyel farklarının ölçü tekniği olarak tesbiti	44
DİNAMİK YÜKSEKLİKLERİN TEORİSİ	52
Geopotansiyel Kotlar	55
Orthometrik Yüksekliklerin Teorisi	59
Gravite anomalileri ile ifade edilen orthometrik korreksiyonlar	67
Teorik Poligon Kapanma Hatası	69
Çekim anomalileriyle teorik poligon kapanma hatası	72
GEOMETRİK NİVELMANIN REGULER, SFEROİDİK	
GRAVİTE TASHİHLERİ	74
Reguler ve sferoidik dinamik korreksiyonlar	74
Sferoidik poligon kapanma hatası	77
KULLANMA YÜKSEKLİKLERİ	79
KANTİTATİF ARAŞTIRMALAR	83
Teorik Poligon kapanma hatasının araştırılması	
Harz bölgesi profili : Genel Görünüm	97

	<u>Sayfa</u>
T ve T nin Topoğrafik Redüksiyonu	99
DK Dinamik Korreksiyonlar	106
Ortometrik Korreksiyonlar	107
Muntazam (Reguler) gravite	110
Çekül doğrultu eyimleri (eğiklik yarı çapı)	110
Sonuç, Özeti	113
Yeraltı kaynakları araştırılma müdürlüğü tarafından	
Gravimetrik haritaların kullanılması	114
Sonuçlar üzerine düşünceler	114

## Ö N S Ö Z

Yazar bu eserinde, geometrik nivelmanda gravimetrik korreksiyon metotlarını, pratik araştırmalara dayanarak ana hatların düzenli bir şekilde teorik incelenmesini açıklamaktadır. Zengin literatürden görüleceği gibi teorik bağlantılar tamamlanmış, buna dayanarak bir çok pratik araştırmalar yapılmış, çeşitli açılardan değerlendirilmiş ve üzerinde geniş bir şekilde tartışılmıştır. Literatürün zenginliği konunun, teorik ve pratik görüş açılıarı bakımından geniş bir şekilde incelenme mecburiyeti, problemin çok yönlülüğünün ve araştırıcılara gösterdikleri güçlüklerin açık ifadesidir. Buradaki güçlükler kantitatif bağlantılar hakkındaki bilgilerin azlığından doğmaktadır. Ancak nivelmanda gravimetrik korreksiyonların değişmesi ve büyüklüğü teker teker iyi bir şekilde araştırıldıktan ve henüz üzerinde çalışılmakta olan ilmi ve pratik konularda yoğun olarak çalışmalar yapıldıktan sonra buradaki sorular cevaplandırılabilir. Bize gerekli bilgileri verecek materyali, ancak sistematik ve geniş araştırma ölçümlerinin analizleri sağlayabilirler. Ancak bundan sonra bütün istekleri karşılayan bir yükseklik sistemini kurmak mümkün olur. Geometrik nivelmanın gravimetrik korreksiyonuna ait münakaşalar; nivelman hatlarının her yerinde gravimetrik değerlerin ölçülebilmesi ve devamlı geliştirilen bir hassasiyet elde edilmesi istekleri dolayısıyla ortaya çıkmıştır.

şimdiye kadar anlatılanlarla; bugüne kadar elde edilen neticeleri toplamakta, belirli bir şekilde ortaya koymakta; incelemeleri bir kaç yönde geliştirmekte ve kantitatif bağlantıların incelenmesine yarayacak bir araştırma yapmakta fayda gördük.

Buradaki araştırmanın hiç bir surette tam olduğu iddia edilmemektedir. Burada bazı enteresan teorik ve pratik bakımdan önemli münferit sorulara ancak değinilmiş veya görüş dışı bırakılmıştır.

Bu incelemeler dinamik yol düzeltmelerinin ve geometrik nivelmanda poligon kapanma hatasının hesaplanmasına ait araştırmaların devamıdır. Bu çalışmadan bazı teorik ve pratik araştırma neticeleri önümüzdeki araştırmaya dahil edilmiştir. Bu suretle sonuca bağlanmış bir araştırma imkânı elde edilmiştir.

Yeni pratik araştırmalar Alman Araştırma Birliğinin devamlı maddi yardımı sayesinde mümkün olmuştur. Yazar; birliğe, Braunschweig Üniversitesi yer ölçmesi kürsüsü mensuplarına ve bilhassa Dr. Müh. Günter Arnold'a tekrar teşekkürü bir borç bilir.

## B Ö L Ü M I.

### Y Ü K S E K L İ K L E R

“YÜKSEKLİKLER”, fiziksel ve geometrik cisimlerin tabii boyutlarından olduğundan, keyfi olarak tarif edilemezler. Mânâ bakımından, daha ziyade fiziksel arz yüzeyi ile fiziksel olarak da tanımlanmış, bir “matematikselsel” arz yüzey noktaları arasındaki bağıntıyı ifade ederler. Ancak, bu şekilde tanımlanmış olan yükseklik sistemleri çok yönlü teorik ve pratik ihtiyaçlara cevap verebilirler. Sadece fiziksel veya geometrik olarak ifade edilmiş olan, yükseklikler arasındaki fark, arzın çekim kuvveti üzerine de taşınabilmelidir. Arz yüzeyindeki noktaların fiziksel veya geometrik mânâna “Eşyükseklik” te olmaları, noktalar arasındaki yükseklik farklarının fiziksel veya geometrik kavramlar ile ifade edilmiş olması, başka başka anlam ifade ederler.

Arznivo yüzeyleri sistemi ve onun orthogonal izdüşümü (Trajektör) ki çekül doğrultularıdır, geodezinin temel sorunlarını çözmeye en uygun olanıdır. Deniz yüzeyi ile eşdüşen, arz çekim kuvvetinin eşpotonsiyel yüzeyi, ki bunu Geoid olarak adlandırmaktayız, kıta altlarında da devam ettiğini düşünmekteyiz. Bu yüzeylerden, aynı zamanda matematikselsel arzyüzeyi olarak da faydalanılmaktadır. Bu yüzey, fiziksel arzyüzey noktalarının çekül doğrultuları boyunca izdüşümlerinin alındığı, tabii bir taban yüzeyidir. Yüzey noktalarının taban—yüzeyi üzerinden olan “Kabarmaları” yahut geoidden olan farkları “Yükseklik” olarak tanımlanır.

Görevi “arz yüzeyini ölçmek ve çizerek şekillendirmek” (1) olan geodezinin görevini anlamlı ve sıhhatli bir şekilde, ancak çekül doğrultuları ve nivo—yüzeyleri tabii sisteminde yerine getirebilir. Ancak bu işlemler yürütülürken karşılaşılan ve karşılaşılabilecek olan güçlüklerden, burada bahsetmiyeceğiz. Şu nokta gözden kaçmış olabilir; fiziksel arz yüzeyinde ölçülmüş olan bütün büyüklükler çekül doğrultusuna bağlı olduklarından, ölçüler ile tesbit edilmiş bir yüzey üzerine irca edilmelidirler. Fakat bu yüzey ne hesaba ne de çizime elverişlidir. Tabii verilerin hesabını etkileyecek, yukarıda söylediğimiz ve diğer güçlükler, yüksekliğin tarifi ile bağlantılı değildir.

(1) F. R. Helmert. Die Mathematischen und Physikalischen Theorien der höheren Geodäsie Band I Sayfa 3.

Geoid üzerindeki taban noktası; iki parametre ile karakterize edilir, yüksekliği ise orijinalinden olan potansiyel farkı ile veya 3 ncü koordinat olarak tesbit edilmiş olan çekül çizgilerinden olan uzunlukları olarak tesbit edilir.

Fiziki arz yüzeyi üzerindeki her nokta ile geoid yüzeyi arasında kalan çekül doğrultusu boyunca, yay uzunluklarının yükseklik olarak tarifi en uygundur. Bu yükseklikleri "Orthometrik yükseklik veya denizden yükseklik olarak tarif ederiz. Orthometrik yükseklikler" den başka Fiziksel arz yüzeyi noktaları, geoid ile gözlenen nokta arasındaki potansiyel farkı ile de ifa edilebilir. Bu farkları potansiyel birimi olarak kilogal  $xm$  cinsinden ifade edersek "Geopotansiyel kotları" elde etmiş oluruz. Eğer miligal  $x$  metre cinsinden ifade edilmiş olan potansiyel farklarını bölgesel olarak uygun seçilmiş  $g_0$  yerçekimi ivmesine bölersek, metre cinsinden ifade edilmiş olan "Dinamik Yükseklikleri" tarif etmiş oluruz. Bu yükseklik merteye itibari ile orthometrik yüksekliklere eş düşmektedir. Orthometrik yükseklikleri geopotansiyel kotları ve dinamik yükseklikleri, bilimsel yükseklik sistemleri olarak adlandırıyoruz. Buna karşıt olarak, pratik işlerimizde "Kullanma Yükseklikleri" nden faydalanmaktayız.

Kullanma yükseklikleri ya bilimsel yüksekliklerin yaklaşığı veya bazı takribiyet sınırlarının kabul edildiği modifikasyonlardır.

Her ölçü sisteminin; teorik, ölçü tekniği ve nicesel (kantitatif) yönlerinin etkilediği, kendine has bir özelliği vardır. Yükseklik, gayet belirli ilmi ve pratik gayelere hizmet eden ve ifa ettiği hizmet oranında, hakkında hüküm verilen kavramdır. Gerekli tashihlerin yapıldığı veya ihmallerin kabul edildiği bütün ihtiyaçlara cevap verecek bir tek yükseklik sisteminin ortaya çıkarılması en arzuya şayan olanıdır. Hangi oranda bu isteğin gerçekleşebileceği genellikle kantitatif şartlara bağlıdır ve bu çalışmanın sonunda anlaşılacaktır. Yükseklik kavramının geoide bağlanmasının bazı tabii sebepleri vardır, ve bu yüksekliklerin hizmet ettikleri gayeye bağlıdır. Yükseklikler, geoid yüzeyinden itibaren yüzey noktalarının kabarıklığını belli etmekten ziyade, tesbit edilmiş anlamları ifade ederek, 2 noktanın ne zaman aynı yükseklikte, ne zaman birinin diğerinden daha yüksekte olduğunu belli etmelidir. Bu anlam, teorik ve pratik ihtiyaçlardan doğmaktadır. Meselâ : Orthometrik yükseklikler, katı geometrik anlamda, iki nokta arasındaki, cadde veya yolun ne miktarda yüksekliğini anlatabilir. Bir çağlayan hakkında ise sadece dinamik yükseklik bilgi verebilir. Ayrıca bu sistem pratik bir manâ da kazandırmaktadır. Bu misâl ile göstermek istediğimiz şudur : Eğer yükseklik farkları hakkında karar verilecekse, görüş açısına göre bu çok

farklı olabilmektedir. Sadece geoid üzerine indirgenmiş veya yaklaşık yükseklik sistemlerinin pratik ihtiyaçlara cevap vereceği anlaşılmaktadır. Böylece uygun ölçüde geoid üzerine indirgenmemiş yükseklik sistemleri değerlerini kaybetmektedirler. Elipsoid yükseklikleri meselâ; basitçe fizikî arz yüzeyinden düşey doğrultuda, bölgesel veya bütün olarak yerine konmuş rotasyon elipsoidi ile geoid arasındaki mesafelerdir. Elipsoid yükseklikleri arasındaki farklardan ne çağlayan yüksekliği ne de yolun yükselmesi hakkında sonuç çıkarılabilir. Böylece yükseklik sistemleri tabii anlamına karşı çıkmış olmaktadır. Fakat elipsoid yüksekliklerinin anlamsız olduğu söylenemez. Genellikle geoidin araştırılmasına yardımcı olmakta ve gittikçe kıymet kazanmaktadırlar. Şu veya bu manâda, inşatlarda çoğu zaman yükseklik sistemleri arasında fark aranmaksızın, gayet sıhhatli yükseklik farkı ölçümlerine ihtiyaç vardır. Jeodezi uzmanları mesleki mesuliyet olarak, yükseklikleri o şekilde hizmete sunmalıdırlar ki, mümkün bütün mühendislik problemlerinde kullanılabilirler. Bu arada özel haller için yükseklik sistemleri arasındaki farkların pratikte önemini olup olmadığını tesbiti veya belli bir sisteme yaklaşıklık veya kullanma yükseklikleri sistemlerinden birinin o hal için uygun olup olmadığını tesbiti jeodezi uzmanına bırakılmıştır. Yükseklik sistemleri sorunu evvelâ kantitatifdir, sonra, prensip olarak kabul edilen düşüncelere tabii olmakla beraber, münferit hadiselerde tanınan tolerans sınırlarına tâbidir. Tabiyetiyle, yükseklik sistemlerinin hangisinin kullanılacağına seçiminde ekonomik düşünceler de rol oynar. Yükseklikler, bütün etkileyici faktörler göz önüne alınarak, hesap ve ölçme ile öyle tesbit edilmelidirler ki, en geniş manâda, gayelere hizmet edebilirler. En önemli yükseklik sistemleri hakkında aşağıdaki bölümlerde geniş açıklama bulacaksınız.

Dinamik yüksekliklerin orthometrik yüksekliklere nazaran belli başlı iki tercih sebebi vardır. Orthometrik yüksekliklere nazaran her Ni-vo yüzeyi noktası için aynı değeri verir ve herhangi bir hipotoze ihtiyaç göstermeden yaklaşık olarak istenen sıhhatle tesbit edilebilir. Dinamik yüksekliklerin kötü tarafı dinamik korrekturların rölâtif büyüklüğü ve bunların seçilmiş olan  $g_0$  değerlerine olan bağlantısıdır.

Bir bölge için  $g_0$  değeri : Dinamik korreksiyonları mümkün küçük- lükte seçilmiş olsa da, güçlükler yenilmiş değildir. Çünkü, komşu mini- mal sistem ile mutlaka uyumun olacağı anlamına gelmemektedir. Ayrıca, gravite tashihleri daima orthometrik düzeltmelere nazaran büyük olmaktadır. Eğer esas olarak dinamik yükseklikler kullanılacak ise, bahsedilen tercih sebeplerine uygun olarak teknik nivelmanın da gravimetrik olarak tashih edilmesi gerekecektir. Gene de, bölgesel gravimetrik ölçü- ler olsun olmasın reduksiyon şemalaştırılmış ve rasyonelleştirilmiş olsa

da, iş hacmi hiç bir zaman küçünsememelidir. Dinamik yükseklikler ile, yükseklikler problemi temel olarak, üstesinden gelinemeyecek zorluklar göze almaya ihtiyaç göstermeden ve hipoteze ihtiyaç göstermeden çözülmüştür. Dinamik yüksekliklerin özelliklerini, orthometrikler karşısında tartmak bizim çalışmamızın gayesi olduğundan, bu soruna son bölümde tekrar dönülecektir.

Orthometrik yükseklikler, çekül doğrultusu boyunca bir yay parçası olduklarından mücessem ve belli geometrik manâya haizdirler. Dinamik yüksekliklere ve geopotansiyel kotlara nazaran belli başlı tercih sebebi, orthometrik gravite tashihlerinin genellikle çok ufak olması ve rölâtif ufak olmaları nedeni ile de daha kolay gözönüne alınabilmeleri ve dinamik tashihlere nazaran da daha kolay ihmâl edilebilmeleridir. Ayrıca orthometrik korreksiyonlar için uygun yaklaşıklıklar verilebilir. Şu hususa da değinelim, orthometrik korreksiyonlar : çekül doğrultuları eğiminin bileşimidir ki bunlar geoid üzerine ölçülerin ırcasına gerekli kılmaktadırlar. Buna karşılık dezavantajın şu olduğu görülmektedir; orthometrik yükseklikler arz yüzeyi ile geoid arasındaki gravite değişimi hakkında varsaymalı bir kabul yapmadan tesbit edilememektedir. Bu korreksiyonlar ihmale hassas olmamakla beraber, hipotetik kabuller daima belli bir şüpheyi de beraberlerinde getirmektedirler, çünkü bu ihmâllerin etkisinin ne mertebeden olacağını önceden kestirememekteyiz.

Kullanma yükseklikleri kesin değildir. Şu veya bu sebepten orthometrik veya dinamik yüksekliklerin pratiğe uygun olmamaları halinde, manâsından da anlaşılacağı üzere pratikte kullanılmak için düşünülmüştür. Esas meselede şu noktalar da vardır, dinamik ve orthometrik korrekturlar büyük ölçüde Nivelman yoluna tâbi olmaktadır. Gayet hassas hesaplanmış tâli nivelman bağlantı yüksekliklerinde gravite korreksiyonlarının gerekli olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu güçlük pratikte cesaret edilebilir gibi değildir, çünkü hesap çalışması yanında bölgesel gravite ölçülerine de ihtiyaç vardır. Ramsayer (26) kullanma yükseklikleri için muhtelif sistemler araştırmış ve bunların hangi şartları gerçekleştirmesi gerektiğini araştırmıştır. Kullanma yüksekliklerinden aranan şartlar, teorik poligon kapanma hatasını kesinlikle verebilmesi gravimetrik korreksiyonların mümkün küçükükte kalması ve kolaylıkla kesin yüksekliğe dönüştürebilme imkânının bulunmasıdır. Genel görünümünü verdiğimiz "Yükseklikler" in belli başlı özellikleri anlatılmıştır. IV. Bölümde kullanma yüksekliklerine tekrar dönülecektir. Burada şu hususu da belirtelim, şimdiye kadar kabul edilmiş ve pratikte uygulanan 2 esas kullanma yükseklikleri sistemi mevcuttur. Bunlardan biri geometrik nivelmandan elde edilen "Kaba" veya "Nivelman yükseklik" leridir.



Diğeri sadece sphöroidik tashihe tâbi tutulmuş nivelman yükseklikleridir ki, buna "sphöroidik Yükseklikler" adı verilmektedir. Bu yükseklikler bilimsel olarak tenkit edilebilirlerse de pratikte teori ile aralarında kabul edilemeyecek bir fark da göstermemektedirler. Bu dikkati çekici teorik ile pratik arasındaki beklenmeyen uyum, ancak şu şekilde açıklanabilir; nivelman ölçüleri ile tesbit edilmiş olan arz kabuğunun fiziksel yapısı, teorik düşüncelerden çıkardığımızdan çok daha muntazamdır. Nivelman korreksiyonlarının şimdiye kadar kabul edilenden çok daha az yola tabi gibi gözükmektedir. Eğer yüksekliğe tâbi nivelman gravite korekturlarını gözden uzak tutarsak, düşünülebilirki, kaba veya sadece sferoidik tashih edilmiş nivelman yükseklikleri gayet ufak uyumsuzluklara götürebilir. Tatbikatta gördüğümüz üzere şimdiye kadar sadece sphöroidik ircası yapılmış veya sadece kaba nivelman yüksekliklerinin iyi neticeler vermesi nivelman yüksekliklerini ihmâl etmemizi gerektirmez; ayrıca bu nivelman korekturlarının bozucu kısımlarının esasta ufak olduğunu isbat etmez. Gravite bozukluklarının geometrik nivelmana etkisi iyice etüd edilerek tesbit edildikten sonra en uygun bir yükseklik sistemi tesbit edilebilir.

Böylece halâ havada olan problemleri genellikle kantitatif olarak tanıtmış olduk. Kullanılacak yükseklik sistemi sorusu yüksekliklerin ölçü ve hesaplarında gerekli sıhhatin sağlanması bir başka faktöre, ekonomik görüşlere de bağlıdır. Evvelâ, dinamik veya orthometrik yüksekliklerin hangisinin kullanılacağına karar verilir. Ekonomik sorunlar ve hangi sistemin pratikte kullanma yüksekliklerinin isteklerini karşılayacağı ikinci derecede mütelâa edilir. Her iki yükseklik sisteminin anlam farkını, bir yüksek dağ gölü misâliyle anlatabiliriz. Gölün her yerinde dinamik yükseklikler sabittir. Orthometrik yükseklikler yüzeyde değişir ve sadece göl yüzeyinin geoide paralel yüzeyle kesiştikleri çizgi boyunca aynı değere haizdirler. Bu misâlden orthometrik yüksekliklerin faydasız olduğu manâsı çıkarılmamalıdır. Meselâ dik bir uçurumu ele alalım. Bu halde her iki yükseklik sistemi de aynı değere haizdir. Bir telin boyu orthometrik germek için gerekli iş dinamik yükseklik olarak ifade edilir. Herhangi bir güç veya bir olay uzunluk ile ifade edilecekse orthometrik yükseklik farkları kullanılmalıdır. Eğer, yüksekliğin bir mekanik iş ile bağlantısı varsa meselâ şelâleden akan su veya dağın bir vasita tarafından tırmanılması bunun hakkında dinamik yükseklikler en iyi bilgiyi verirler. Son misâli tekrar düşünelim; bir dağ yolu güzergâhı açılmasında kaba nivelman yükseklikleri alınmış olsun, burada her üç yükseklik cinsinin birbirine karşıtlığı görülür. Orthometrik yükseklikler geçit yüksekliğini dinamik yükseklikler bu yüksekliğe çıkılırken yapılacak işi nivelman yükseklikleri cadde inşa edilirken kullanılan yük-

sekiği ifade ederler. Şu noktayı da şaret etmeden geçmeye'im. Bilhas-  
sa bu vermiş olduğumuz yol yapımı probleminde bahsedilen yükseklik  
sistemleri göze çarpan farklılık göstermezler. Ve dolayısı ile sadece teo-  
rik karakter taşırlar.

Bu bölümü, kısa tarihî gelişmeye bir göz atarak kapatacağız.

Helmert'in verilerine göre daha 1871 de Th. Wand "Prinzipien der  
Mathematischen physik und potentialteori" adlı kitabında (sayfa 129,  
131) potansiyeli, nivo yüzeylerinin paralel olmamasını göz önüne alarak  
geometrik nivelmanın redüksiyonunda kullanmıştır. O sıralarda, ölçülmüş  
gravite değerleri pek seyrek bulunduğundan pratik olarak normal gravi-  
te Spheroidik nivelman korrekturlarının ve Spheroidik poligon kapan-  
ma hatalarının elde edilmesi için kullanılmıştır. 1934 den itibaren Al-  
manya'da gravimetre imalinin ve kullanılmasının artması (Thyssen-sch-  
lenseuer gravimetresi 1934 de imal edilmiştir.) bir dönemeç olmuş ve  
ölçülmüş gravite değerlerinin geometrik nivelmanda kullanılmasını zor-  
laştıracak bir mâni kalmamıştır.

Geometrik nivelmanın teorisi, F. R. Helmert'in kendine has inceli-  
ği ve uslubuyla bu soruyu ele almasından sonra, jeodezi ilminin bir par-  
çası olmuştur. Helmert, "Astronomische Nachrichten" (yıl 1873 S.297—  
300 Cilt 81)' de geometrik nivelmanın kesin Redüksiyonunu ele almıştır.  
Kendisinin "Höheren Geodäsie (1) Cilt II. S. 500—550 adlı kitabında,  
problemi, bütün düşünülebilir detayları ile, yön—gösterici bir araştırma  
ortaya koymuştur. Son olarak "Die Schwerkraft im Hochgebirge" (2)  
adlı eserinde, elde bulunan 37 ölçülmüş gravite değerine dayanarak, sa-  
dece, nivelman çalışmaları ile olan bağıntıları geliştirilmekle kalmamış,  
aynı zamanda, modern anlamda, gravite ölçüleri ile jeodezik, jeolojik ba-  
ğıntıların nasıl elde edilebileceğini göstermiştir. Aynı şekilde 1873 de  
Hermert'den sonra (2) S. 20 M. Wiltstein ilk defa orhometri teorisini  
geliştirmiş ve "Astronomischen Nachrichten" Nr. 1939 da yayınlamış-  
tır. Daha sonraları Haupt 1874 de geometrik nivelman redüksiyonları  
ile ilgilenmiştir. "Astronomischen Nachrichten" cilt 84 Helmert, tesbit  
edilmiş olan potansiyel farklarını boyutsuz hale getirebilmek ve büyük-  
lük olarak, yükseklikler ile karşılaştırabilmek için, bir gravite değeri ile  
bölünmesini tavsiye etmektedir.

Vogler, uygun gravimetrik değerlere bölünen potansiyel farklarını  
"dinamik yükseklikler" olarak adlandırmıştır. H. Bruns 1878 de tanın-  
mış kitabı "Figur der Erde" (3) S. 34—42 dinamik ve orthometrik yük-  
seklikleri ilmi titizlikle incelemiştir. Şimdiye kadar özetlemeye çalıştığımız,  
araştırmaları takip eden zamanlar içinde, bu bilim dalı üzerinde,

kitaplarda ve bilim mecmualarında pek çok yayın yer almıştır. Böylece geometrik nivelmanda gravite reduksiyonları teorisi ve pratiği derinleştirilmiş ve geliştirilmiştir. CH. Lallemand, 1912 de yayınlanan eserinde "Nivellement de haute Precision" (4) ince nivelman, tüm problem olarak, teorisi ile birlikte incelenmiştir. Helmert metodunun müsaade ettiği nisbetten, daha sıhhatli, deniz yüksekliklerinin hesaplanması, 1932 de yayınlanan Th. Niethammer'in topoğrafik tahsisler için tablolar bulunan "Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen" (5) araştırmasından sonra mümkün olmuştur. Niethammer'in formülleri yaklaşık olarak orthometrik yüksekliklerin tesbitine imkân vermesine rağmen yakın zamanlara kadar erişilmiş en yüksek hassasiyet yaklaşık derecesiyle hakiki deniz yüksekliklerinin hesaplanması mümkün olmuştur. Baeschlin "Untersuchungen Über Die Reduktion der Präzisions-Nivellements" (7) adlı çalışmasında İsviçrede akla gelen pek çok sorulara Helmert'in orthometrik tashihlerinin kafi sıhhatte cevaplar verdiğini ifade etmektedir. Baeschlin 1948 de yayınlanan lehrbuch der geodäsie (8) adlı kitabının 785-825 sayfalarında geometrik nivelmanda gravimetrik reduksiyonun teorik temellerini, bir bütün olarak ele almış teori ve pratik için çok kıymetli sonuçlar elde etmiştir. Ledersteger 1941 de yayınlanan çalışmasında, "Zur theorie des geometrischen Nivellements" (11), teoriyi "düşey dinamik korrekturlar ve dinamik yol düzeltmeleri" kavramlarını kullanarak, nezih ve çok açık bir şekilde ortaya koymuştur. Çalışmasına, toplamları etkileyen yaklaşıklıkları, hata miktarlarını araştırmıştır. En son olarak da, çıkardığı formülleri Reichenau-St. Bernardino-Biasca nivelman çizgisi boyunca Niethammer tarafından kullanılmış, 20 gravite değerine uygulamıştır. Berroth "Kartographie der physikalischen Höhen an Erdkörper" (22) adlı çalışmasıyla geometrik nivelmanda gravimetrik korreksiyonların teori ve pratiğine büyük katkıda bulunmuştur. Kendinin 1950 de yayınlanan çalışmasında (23) deniz yükseklikleri sistemlerinin daha kolay ve daha hassas hesaplanmasına imkân veren komplomentler yükseklikleri ortaya atmıştır. Eserinde komplomentler yükseklikler teorisini geliştirmiştir. Ledersteger 1952 de yayınlanan "Die einheitlicher Begründung der metrischen Höhendefinitioven" (12) adlı çalışması ile teorik ve pratik olarak, bilimsel kullanma yüksekliklerinin birbirlerinden ayrılmasına yardımcı olmuş ve "metrik yükseklik kavramına" büyük katkıda bulunmuştur. Ledersteger 1955 de yayınlanan başka bir çalışmasında "die Berechnung der vertikalen dynamischen Korrekturen" (13) yaklaşıklık hesaplarının düzeltilmesi ile ilgilenmiştir. Gayesi düşey dinamik korrektürleri tesbit etmek içindir. Baeschlin 1955 de yayınlanan "Ergänzung zur Berechnung der mittleren schwere in einer lotlinie nach th.

Niethammer, unter Berücksichtigung isostasie" (10) adlı çalışmasıyla, bu soru komplekslerinin aydınlatılmasına, büyük katkıda bulunmuştur. İsostatik şartlar için, Pratt formüllerinin anlamına uygun olarak, tablolar hesaplanmış ve hesapları basitleştirilmiştir. F. R. Jung 1941 de Harz bölgesinde geniş çaplı araştırma sonuçlarına dayanarak yayınladığı "Der Einfluss der wahren Schwere auf die Nivellements höherer Genauigkeit" (18) adlı yazısında, gayet geniş pratik araştırma sonuçlarıyla birlikte, genel teori ve hata teorisi araştırmalarını da açıklamaktadır. F. R. Jung 1941 de "Zeitschrift für Vermessungswesen" adlı mecmuada "Der Zusammenhang zwischen der orthometrischen Nivellementsreduktionen nach Helmert und nach Niethammer" (19) adlı yazısıyla, orthometrik yüksekliklerin tesbitindeki büyük soru alanını araştırmıştır. Jung yazısında pratik araştırma sonuçlarıyla meydana getirilen çalışmaları yayınlamaktadır. 1953 de K. Ramsayer "Die Schwerereduktion von Nivellements" (26) adlı araştırmasına; 267 km. uzunluğundaki Nivelman poligonu boyunca yaklaşık olarak 300 gravite istasyonunda Schwarzwald bölgesinde elde edilen sonuçları konu seçmiştir. Bu bulunmaz ölçü materyeli Ramsayer'e, nivelman reduksiyon hesaplarının çıkarılmasına yaradığı gibi çeşitli kullanma yükseklikleri sistemlerinin araştırılmasına da yardımcıdır. Aynı şekilde 1953'te Ramsayer "Die Abhängigkeit der Nivellements von Schwerefeld der Erde" (27) adlı çalışmasında nivelmanda gravite reduksiyonlarının teorik temellerini açıklamış ve tekrar kullanma yükseklikleriyle ilgilenmiştir. 1954 de yayınlanan "Beitragen zur Fehlertheorie der Schwerereduktion von Nivellements" adlı yazısında Ramsayer, hata etkileri ile gayet geniş şekilde ilgilenmiştir. Çalışmasında nokta ve interpolasyon hatalarının reduksiyon büyüklüklerine ve teorik poligon kapanma hatalarına etkisini incelemiş, kendi hata formüllerini Schwarzwald bölgesindeki etüd poligonuna uygulamıştır. K. Mader 1954 teki "Die orthometrischen Schwerekorrektur des Präzisions-Nivellements in den Hohen Taverne" (33) adlı yazısında 237 km. uzunluğundaki yüksek dağ poligonundan 294 noktada ölçülmüş gravite değerleri ile çalışma sonuçlarını açıklamıştır. Bu sonuçlar bize geometrik nivelman için gerekli gravimetrik reduksiyonların kantitatif davranışları hakkında bilimin eriştiği seviyeyi göstermektedir. Münferit araştırmalar, etüdlar IUGG (+) nin yayınları tüm problem ve özel sorular hakkında önemli açıklamalar ihtiva etmektedir. Bilhassa, Baeschlinin başkanlık ettiği 1954 Roma X. Genel Toplantıdaki 4 numaralı Komisyonun hazırladığı "Correction a apporter aux Nivellements de Precision compte tenu des variations de la pesanteur" (9) adlı genel bülten çok önemlidir. 4 Numaralı komisyonun tek yayınında M. Tardi tarafından takdim edilen "Memento Concernant la question Nivellement et pesanteur" adlı araştırma yer almaktadır.

Tuğgeneral Bomfort 1952 de yayınladığı "Spirit Levelling and Gravity" (25) adlı yazısında geometrik Nivelmanın gravimetrik redüksiyonları için düşünülebilecek % 90 bütün haller için pratik olarak teorik gravite değerlerinin yeteceğini göstermektedir. M. Vigual 1954 de yayınladığı "Nivellement et gravite" (32) adlı yayınında muhtelif sorunların teorik olarak birbirinden ayırma ve kullanma yüksekliklerinin muhtelif sistemlerini araştırmıştır. M. Baranov "Altitude ortometrique et travail de la pesanteur" (24) adlı yazısında aynı şekilde gayet açık olarak problemin teoriiyi ve pratiğini birbirinden ayırma ve kullanma yükseklikleri hakkında da ayrı bir görüş ortaya atmıştır.

Burada, kısaca verdiğimiz özet — bilhassa yabancı literatür — hiç bir şekilde bir tam değildir. Burada göstermeyi arzu ettiğimiz mühim kaynaklar ve gelişmenin seyri idi. İsminden bahsettiğimiz ve literatür listesinde gösterdiğimiz pek çok yazar, problemin tümü ve özel halleri hakkında bilime pek çok katkıda bulunmuşlardır.

Önümüzdeki çalışma, bazı enteresan kantitatif problemleri ve bunların bugünkü görüntüsünü ortaya koymak, münferit çalışmalardan en önemlilerini ayırmak için hazırlanmıştır.

(+) Internationalen Association für Geodäsie bei der internationalen Union für geodäsie und geophysik.

## II. BÖLÜM

### Arzın Gravite Alanı :

Bu bölümde Geometrik nivelmanda gravimetrik korreksiyonlar için anlam ifade eden bütün arz gravite alanı bağıntıları anlatılmıştır. Aşağıdaki incelemelerde, Güneş, Ay ve havanın çekim etkileri kabuğunun med cezir hareketleri ihmal edilmiştir.

#### 1. Potansiyel ve çekim kuvveti :

Arzın herhangi bir yerinde, içinde veya dışında, çekim kuvveti kütlelerin karşılıklı çekim kuvveti ile arz santrifüj kuvvetinin bileşkesidir. Buna göre çekim kuvveti potansiyeli  $W$ , arzın çekim kuvveti potansiyeli  $V$  ile santrifüj kuvveti potansiyeli  $\frac{1}{2}(x^2+y^2)\omega^2$  nin toplamına eşittir.

$$(1) \quad W = V + \frac{1}{2}(x^2+y^2)\omega^2$$

burada  $x$ ,  $y$  ve  $z$  dik açılı koordinat sisteminin arza bağlı bileşenleridir.

ise dönen arzın açısal hızıdır.  $W$  potansiyeli kütle içindeki herhangi bir noktada

$$(2) \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = -4\pi k^2 \theta + 2\omega^2$$

differensiyel denklemi ile ifade edilir. (2) de  $k^2$  gravitasyon sabitidir.

(x)  $\theta$  kütle yoğunluğunu ifade eder. Laplasiyen operatörü  $\Delta$  yi kullanarak (2) yi

$$\Delta W = -4\pi k^2 \theta + 2\omega^2$$

(x) Arzın gravite ivmesi, Galilei'ye izafeten kilogal (K. Gal) Gal veya milligal (m. Gal.) olarak ifade edilir. Burada  $1 \text{ K. gal} = 10^3 \text{ gal} = 10^5 \text{ m. gal}$ .  $1 \text{ m. gal} = 1 \text{ cm. } 10^{-3} \text{ sec}^{-2}$ . Arz gravite ivmesi yaklaşık olarak  $980.000 \text{ m. gal} = 980 \text{ gal} = 0,98 \text{ kgal}$ . Potansiyel ise milligal x metre veya kilogal x metre olarak ifade edilir. İlk halde boyut  $\text{cm}^2 \cdot 10^{-1} \text{ sec}^{-2}$ , ikinci halde  $\text{cm}^2 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-2}$  dir. Gravitasyon sabitesi  $k^2 = 666,7 \cdot 10^{-10} \text{ g. cm. sec}^{-2}$  dir.

(2")

şeklinde yazılabilir.

Buna mukabil nokta, çekici kütlelerin dışında ise, çekim kuvvetinin potansiyeli için

$$(3) \Delta W = 2Ug^2 \quad \text{ifadesi yeterlidir.}$$

Arzın dışındaki çekim potansiyeli için

$$(4) \Delta V = 0 \quad \text{Laplace differansiyel denklemi geçerlidir.}$$

Arz içindeki çekim potansiyeli ise

$$(4') \Delta V = -4\pi k^2 \rho \quad \text{Poisson differansiyel denklemi ile ifade edilir.}$$

Arz çekim kuvvetinin potansiyeli, Arzın içinde ve dışında, her yerde, tek anlamlı, sürekli ve en az bir defa türevi alınabilir skaler yer fonksiyonudur. Öyleki,  $W = \text{sabit}$  yüzeyine dik çekim potansiyelinin her yerde, tek anlamlı gradiyeni mevcuttur. Bu Gradyent, gravite vektörü

dir. Ve

$$(5) \nabla W = \text{grad } W$$

Bu Gradyenin değeri gravite ivmesi, kısaca  $g$  veya sadece "Ağırlık-Gravite" dir. Bir dik koordinat için

$$(6) |\text{grad } W| = g = \frac{dW}{dn} = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}$$

Burada,  $W$  Potansiyelinin, dış normal ( $h$ )ya göre türevinin negatif gradiyen değerine eşit olduğu gösterilmek istenmiştir. Burada

$$(7) \frac{dW}{dh} = -g \quad dW = -g \cdot dh \quad \text{dir.}$$

Gravite ivmesi ( $g$ ) olan herhangi bir noktadan, ( $dh$ ) uzaklığında - Pozitif yöne doğru alınmış dik mesafe - iki sonsuz yakın nivoyüzeyi arasındaki potansiyel farkı  $dW$  dir.  $W = \text{sabit}$  olan yüzeyler üzerinde, gravite'de aynı şekilde sabit olmayacağından (7) ye göre komşu nivo yüzeyleri paralel olmazlar. Bu ifade dahi komşu nivo yüzeyleri arasındaki, dik mesafelerin ölçülmesiyle yükseklik farklarının bulunamayacağını göstermektedir.

Yer çekimi ivmesi  $g$ , arzın içinde ve dışında, tek anlamlı ve sürekli skalar bir yer fonksiyonudur. Yalnız bu fonksiyon kütle içinde geliş güzel türevi alınabilir kabul edilmemelidir. Çünkü potansiyel bütün yoğunluk süreksizliklerinde, süreksiz ikinci türevi haizdir. Bilhassa, nivo yüzeylerinden havaya, suya veya yoğun ortamlara geçişte  $g$ =sabit, yüzeyleri az veya çok belirli kenar veya köşe gösteriler. ( $g'$ )nin gradiyenleri  $\nabla$  bu yerlerde, yani yoğunluk süreksizliklerinin bulunduğu yerlerde, yön ve değer bakımından, veya sadece bu bileşenlerden biri için süreksizdirler. Eğer burada ( $V'$ ) ile çekim ivmesi gradiyeninin değeri gösteriliyorsa,

$$\nabla = \text{grad } g$$

$$|\nabla| = V = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2}$$

$$\frac{dg}{dn} = V$$

Burada differansiasyon,  $g$ =sabit yüzeylerine normal ve arz içine doğru gösterilen yere doğrudur. Eğer alan vektörleri  $\mathbf{u}$  ve  $\nabla$ , arz içine doğru yönelmişler, ve bir  $h$  açısı meydana getiriyorlarsa

$$dn = - dh \cdot \cos h \text{ yazılabilir.}$$

$\nabla$  'ın  $g$ =sabit yüzeylere dik bir vektör olmasına rağmen, pratikte ( $V'$ )nin değeri "vertikal gravite gradiyeni" olarak adlandırılmıştır.

Kabullerde  $\cos h$  için  $\nabla$  'nin süreksizliklerinde dahil olarak alınabilmesine rağmen  $W$ =sabit ve  $g$ =sabit yüzeylerine dik differansiasyonlar arasında, genellikle fark gözetilmemektedir. Bu problemi daha fazla derinleştirmeden şu noktayı hatırla tutalım: "Yatay gradiyeni" adı altında, genellikle bir vektör değil de büyüklüğü anlaşılmalıdır. Bu arada bir düzleme indirgenmiş gravite dağılımından hareket edildiği unutulmamalıdır.

## 2. Normal Gravite :

1930' larda normal gravite  $\Phi$  (Deniz nivo yüzeyi üzerinde)

için enternasyonal formül olarak (



$$(11) \gamma_0 = 978\,049,0 (1 + 0,095\,2884 \sin^2 \varphi - 0,000\,0059 \sin^2 2\varphi)$$

Coğrafi enlem kabul edilmiştir

Basit bir şekil değiştirme ile (11)' den

$$(12) \gamma_0 = 980\,632,3 (1 - 0,002\,6372 \cos \varphi^2 + 0,000\,0029,4 \cos 4 \varphi) \text{ elde edilir.}$$

45° orta enlem için yukarıdaki bağıntı orta Avrupa Enlemlerinde, Geometrik Nivelmanda gravite korreksiyonlarında umumiyetle aşağıdaki formül kullanılır:

$$(12') \gamma_0 = 980\,629,4 (1 - 0,002\,6372 \cos \varphi^2) \text{ veya daha genel halde}$$

$$(12'') \gamma_0 = \gamma_0^{45} \left(1 - \frac{\beta}{2} \cos 2\varphi\right)$$

Burada  $\gamma_0^{45} = 980\,629,4$  ; 45° enlemdaki deniz nivo yüzeyinde normal gravite ivmesidir.  $\beta = 0,005\,2744$  dir. Bu internasyonal formüllere dayanan tablolar W. D. Lambert tarafından Bulletin Geodesique 1931 sayfa 327' de ve G. Gassinis tarafından aynı mecmuada 1931'de sayfa 313'de açıklanmıştır.

### 3. Normal Gravite Gradiyeni :

Baeschlin'e göre (8) sayfa 457 denklem (73.7) nivoseroid yüzeyi için

$$(13) \frac{d\gamma}{dh} = -\frac{2\gamma}{\alpha} (1 + \alpha + \Gamma - 2\alpha \sin^2 \varphi + 61.4)$$

gösterilmiştir. Burada  $\alpha$  nivoseroidi basıklığı  $\Gamma$  ekvetordaki san. trifüj kuvvetin, çekim kuvvetine oranıdır. Eğer nokta nivo yüzeyinden H yüksekliğinde ise (8) sayfa 458, denklem (73.17)'ye göre yaklaşık olarak

$$(14) \gamma_0 = \gamma_0^{45} \left(1 - \frac{\beta}{2} \cos 2\varphi - \frac{2H}{R}\right)$$

(13)' den normal vertikalgradiyen için

$$(15) \gamma_\alpha = -\frac{d\gamma}{dh} = \frac{2\gamma}{R} = 0.3086$$

(13) ifadesiyle her enlemden  $V_\alpha$  hesaplanabilir. Yer çekimi gradiyeninin

değeri, alta veya üstte kütle bozukluklarının olması halinde normal değerinden ayrılırlar, ayrıca yoğunluğun süreksizliği hallerinde, süreksizlik gösterirler.  $\Theta_0$  yoğunluklu kütleden  $\Theta$  yoğunluğu bir kütleye geçerken, Vertikalgradiyent, Helmert'e göre (1) sayfa 46

$$(16) \quad \Delta \left( \frac{dg}{dh} \right) = 4\pi k^2 \Delta \theta \cos^2 \alpha$$

Atlamasını gösterir. Burada  $\alpha$  ,yoğunluğu süreksizlik gösteren yüzeyin detaya göre eğimi,  $\Delta \theta = \theta - \theta_0$  yoğunluk farkıdır. Meselâ arzdan, havaya  $\Theta_0 = 0$  yoğunluğu ile geçişte Misâl:

$$(16') \quad \left( \frac{dg}{dh} \right)_a - \left( \frac{dg}{dh} \right)_i = 4\pi k^2 \Delta \theta \cos^2 \alpha$$

Burada	}	$\left( \frac{d\gamma}{dh} \right)_a = V_a$	Dış normal gravite gradiyeni
		$\left( \frac{d\gamma}{dh} \right)_i = V_i$	İç » »
		$\left( \frac{V_a + V_i}{2} \right) = V_m$	Ortalama » »

olarak gösterilir.

Buradan

$$(18) \quad V_a - V_i = 4\pi k^2 \theta \cos^2 \alpha$$

ve yatay sınır düzeyi için

$$(18') \quad V_a - V_i = 4\pi k^2 \theta$$

$V_m$  tamamı için.

$$(19) \quad V_m = V_a - 2\pi k^2 \theta = V_i + 2\pi k^2 \theta$$

Bir ortalama normal vertikal gradiyen teriminin hesaba sokulması bilhassa geometrik Nivelman gravite korrekturlarında faydalı olmaktadır.

Gravite sabiti için  $k^2 = 666,7 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2} \quad 4\pi k^2 =$

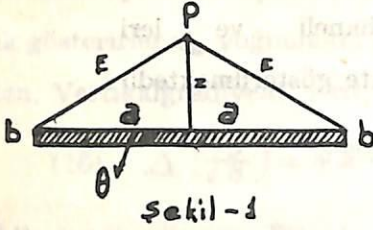
$$\frac{1}{11,9360} = 0,083 \text{ 7800 dir.}$$

$V_a = 0,3086$  ile

$V_i = 0,3086 - \frac{0}{11,9360}$  dir.



4. Dairesel düzlem bir tabakanın, eksenindeki herhangi bir noktaya yaptığı çekim kuvveti :



Şekil 1 de gösterilen silindirik tabakanın yarı çapı  $a$ , kalınlığı  $b$  sonlu ise, Helmert (1) göre (sayfa 142) eksen üzerinde herhangi bir  $P$  noktasındaki çekim kuvveti:

$$(20) \Delta g = 2\pi k^2 \theta \left( b + \sqrt{a^2 + z^2} - \sqrt{a^2 + (b+z)^2} \right) \text{ dir.}$$

(20)' de  $z = 0$  için

$$(20') \Delta g = 2\pi k^2 \theta (a + b + \sqrt{a^2 + b^2})$$

Eğer  $a, b$ 'ye göre çok büyük ise

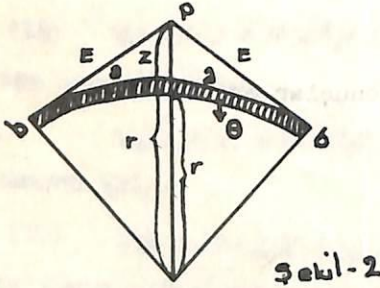
$$(20'') \Delta g = 2\pi k^2 \theta b \left( 1 - \frac{b}{2a} + \dots \right)$$

Yaygın bir tabaka için, pratikte uygun sıhhatle kullanılacak formül:

$$(21) \Delta g = 2\pi k^2 \theta b$$

Son formül Yüzey üzerinde, ortada bir noktadaki çekimi vermektedir.

5. Sonlu, sferoidik bir tabakanın çekimi :



Şekil 2'de kullanılan işaretlerin manalarını gösterilmektedir. Sonuçlar gene Helmert'ten (1) sayfa 144. 145 alınmıştır. İnce sferik ve sonlu bir tabakanın ortasındaki dikme üzerindeki herhangi bir noktada yaptığı çekim kuvveti,  $z$ 'nin pozitif olması halinde :

$$(22) \Delta g = 2\pi k^2 \theta \frac{r^2}{r_1^2} \cdot b \left( 1 - \frac{z}{a} + \frac{2r_1}{a} \cdot \sin^2 \frac{\psi}{2} \right)$$

Yahut bir yaklaşıklık olarak  $\sin \psi = \frac{a}{r}$

$$(22') \Delta g = 2\pi k^2 \theta \frac{r^2}{r_1^2} b \left( 1 - \frac{z}{a} + \frac{a^2}{2r_1^2} \right)$$

$z = 0$ ,  $r' \approx r$  ve  $a \sim E$  kabul ederek

$$(22'') \quad \Delta g = 2\pi k^2 \theta b \left(1 + \frac{E}{2r}\right)$$

E'nin r'ye göre çok küçük olduğu faraziyesini yaparsak gene (21) ifadesini buluruz.

$$(21) \quad \Delta g = 2\pi k^2 \theta \cdot b$$

Artık, Geoid üzerinde H Yüksekliğindeki bir yüzey noktasındaki çekimi ( $\Delta g_p$ ) yi, Arz Kabuğu homojen ve yatay kabul edilerek

$$(23) \quad \Delta g_p = 2\pi k^2 \theta H = \frac{3}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta_m} \cdot \frac{gH}{R}$$

Bağıntısıyla hesapliyalabiliriz. Burada arazi sonsuza uzanan H kalınlık veya sonlu uzanımlı sferik plâka olarak kabul edilmektedir. Etki noktası ortada kabul edilmektedir. Tabakanın kütle artımı veya eksilmesiyle meydana gelen çekim etkisi her nokta için hesaplarda "Topoğrafik redüksiyon" olarak geçer.

(23) İfadesinin ikinc kısmı Arz çekim ivmesi için  $\frac{4}{3} \pi k^2 \theta_m \cdot R$  konması ile elde edilmektedir. (23)'te

- $\theta$  : Tabaka yoğunluğu
- $\theta_m$  : Ortalama Arz yoğunluğu (5.52)
- $g$  : Hesaplanmış veya ölçülmüş çekim ivmesi
- $H$  : Tabaka kalınlığı
- $R$  : Arz yarı çapı

## 6. Gravite Redüksiyonları ve Gravite Anomalileri :

Fiziki Arz yüzeyi üzerinde ölçülmüş olan Gravite değerinin hakiki veya ayarlanmış Geoid üzerine hesapla geçirilmesine "Gravite Redüksiyonu" diyoruz. Gravite Redüksiyonu ile "Gravitenin sınır değerleri" veya "İç Gravite" tesbit edilebilir. Sınır değerleri şöyle bulunur; Geoid dışında bulunan ve homojen kabul edilen kütlelerin, ölçü noktasına çekim etkisi ölçülmüş Gravite değerinden çıkarılır. Böylece, ideal olarak dış kütleler yok edilmiş olur. Sonra ölçü noktasından, çekül doğrultusu boyunca, Geoide kadar olan serbest hava indirgenmesinin, çekim etkisi eklenir. Son olarak, prensibe göre, Arzın içine taşınmış olan dış kütlelerin çekim etkisi artık Geoid üzerinde bulunan noktanın Gravite değerine ilâve edilir. İç Gravite değeri ölçü noktasının çekül boyunca kabuktan geçerek Geoide kadar indirilerek, Gravite etkisinin dikkate alınmasıyla

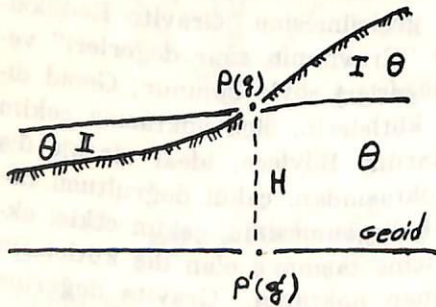
bulunur. Sınır değerleri, Meselâ : Stokes Formülleri yardımı ile Geoid tesbitinde, maden yataklarının araştırılmasında, ve diğer bazı işler için kullanılır. İç Gravite değerleri ise Geometrik Nivelmanda Gravimetrik tashihler için geçerlidir. Sadece Rudzki'nin Redüksiyon işlerinde Geoidin şeklinde olduğu gibi kalmaktadır. Diğer bütün Redüksiyon metodları, Geoidi değiştirir ve genellikle dengelenir. Aynı hal Bouguer Gravite Redüksiyonlarında da mevzubahistir.

Çünkü dış kütleler yok edilmiş olmakta ve Arz içine dağılmış olarak düşünülmektedir.

Gravite anomalisi; Geoid üzerine irca edilmiş, gözlenen Gravite değeri ile Geoid noktasına izafe edilmiş olan normal Gravite değeri arasındaki farktır. Bu değer rölatif olarak, kullanılan Redüksiyon metoduna ve Nivo sferoidi için tesbit edilmiş olan normal gravite formülüne bağlıdır. Gravite anomalileri Geoidin gravite dağılımı için bir ifadesidir. Gravite etkisi arz kabuğu içindeki görünen ve görünmeyen kütle bozukluklarının tesbitine imkân vermektedir. Anomaliler geoidin yapısı ve geofizik hakkında gayet kıymetli bilgiler vermektedir.

#### a). Bouguer Gravite Redüksiyonu :

Bouguer gravite değeri  $g_B$ , geoid dışında kalan kütlelerin çekim etkisinin, P ölçü noktasındaki, ölçülmüş g gravite ivmesinden çıkartılması ve ölçü noktasının, serbest havadan geoid üzerine, çekül çizgisi boyunca, indirilmesinden meydana gelen gravite etkisinin toplanması ile elde edilir. Evvellâ; yüzeyde ölçülmüş olan gravite değeri  $g'$ 'ye, topoğrafik kütlelerin P nin bulunduğu yüzeye gravite etkisi  $T_p$  nin toplanması lâzımdır. Böylece ideal olarak arazi sonsuz düzlem bir tabakaya irca edilmiş olacaktır. P yüzeyinden geçen bu tabaka H kalınlığındadır. Bu tabakayı uzaklaştırılmış olarak düşünelim.



Şekil - 3

(23) İfadesine göre Gravite

$$\Delta g_p = 2\pi k^2 \theta H$$

kadar azalmış olacaktır. Eğer P noktasının P' noktasına indirirsek, normal şartlar altında Gravite değeri  $V_a$ . H miktarı kadar büyümüştür. Bouguer Gravite değeri.

$$(24) \quad g'_B = g + T_P + H(V_0 - 2\pi k^2 \theta)$$

(19) İfadesine göre  $V_0 - 2\pi k^2 \theta = V_m$  olduğuna göre (24)'ü daha basit tarzda yazılabilir.

$$(24') \quad g'_B = g + T_P + V_m \cdot H$$

Bouguer Anomalisi  $\Delta g''$  tarifimize göre

$$(25) \quad \Delta g''_0 = g'_B - \gamma \quad \text{dir.}$$

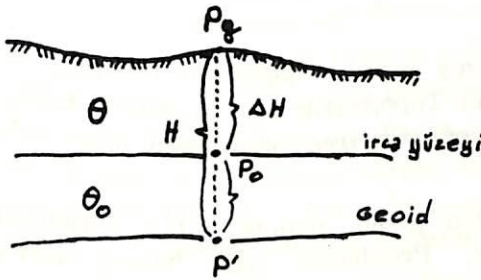
(24') İfadesini dikkate alarak Bouguer Anomalisi için

$$(26) \quad \Delta g'' = g - \gamma + T_P + V_m H \quad \text{yazılabilir.}$$

(26) İfadesinden ters olarak yüzey Gravite değeri olarak

$$(26') \quad g = \gamma - T_P - V_m H + \Delta g''_0 \quad \text{yazılabilir.}$$

Eğer, ölçülmüş olan yüzey Gravite değeri, şimidyeye kadar yapıldığı gibi, Geometri üzerine değilse, herhangi bir  $H_0$  ufuk düzlemine yapılmışsa, Yüzey gravite değerini bulmak (26') ifadesinden daha zordur. Pratikte pek çok rastlanan bu hal (Şekil 4) de gösterilmektedir. Geoid ile Arz yüzeyi arasına,  $H_0$  deniz yüksekliğinden bir irca yüzeyi konulmuş olsun. Geoid



Şekil-4

ile irca yüzeyi arasındaki kütlelerin yoğunluğu  $\theta$ ; irca yüzeyi ile fiziksel Arz yüzeyi arasındaki kütlelerin yoğunluğu  $\theta_0$  ile gösterilmiş olsun. Bu halde  $\Delta g''$  Bouguer anomalisi P noktasından  $\Delta H$  kadar daha aşağıda olan irca yüzeyi üzerindeki P noktasına izafe edecektir. Başka bir deyişle ölçülmüş olan gravite değeri,  $P_0$  noktasına irca edilmişse, irca yüzeyi dışında hiçbir kütle bırakılmamıştır.

miştir. Bu  $g'$  Bouguer gravitesi, aynı şekilde bu sefer geoid ile irca yüzeyi arasında kalan kütleler gözönüne alınarak  $P_0$  noktasına irca edilmiş  $\gamma'$  normal gravite değeri ile karşılaştırılmıştır.  $g'$  yukarıda bahsettiğimiz gibi, fakat  $H$  için  $\Delta H = H - H_0$  alınarak bulunur.  $\gamma'$  ise evvelâ  $P'$  serbest havada  $H_0$  yüksekliği kadar  $P_0$ 'a yükseltilir. Sonra;  $\theta$  Yoğunluklu  $H_0$  kalınlıklı bir tabaka  $P_0$  ile geoid arasına konmuş gibi düşünülür. Ortalama, normal Düşey gradiyenin kullanılmasıyla

$$(27) \quad g' = g + T_p + V_m \Delta H$$

bulunur.

$$\gamma' = \gamma - V_{m,0} \cdot H_0$$

Herhangi bir irca yüzeyinde Bouguer anomalisi için

$$(28) \quad \Delta \check{g}'' = g' - \gamma' = g - \gamma + T_p + V_m \cdot \Delta H + V_{m,0} \cdot H_0 \text{ yazılır.}$$

Ortalama düşey gradientler  $V_m$  ve  $V_{m,0}$  (19) ifadesinde  $\theta$  ve  $\theta_0$  kullanarak hesaplanabilir, veya tablo 1'den alınabilir.

Eğer, bir  $H_0$  irca yüzeyi üzerindeki  $\Delta \check{g}''$  Bouguer anomalisinden, yüzeydeki gravite değeri hesaplanmak isteniyorsa (28) 'i aynen (26') deki gibi,

$$(28') \quad g = \gamma + \Delta \check{g}'' - T_p - V_m \cdot \Delta H - V_{m,0} \cdot H_0$$

şeklinde yazabiliriz. (19) ifadesini gözönüne alarak biraz daha değişik bir şekilde yazabiliriz.

$$(28'') \quad g = \gamma + \Delta \check{g}'' - T_p - V_a H + 2 \pi k^2 (\theta \Delta H + \theta_0 H_0)$$

Resmi gravite haritalarında (yeraltı kaynakları Araştırma Bakanlığının) Bouguer anomalilerinin hesaplanabilmesi için bölgesel yoğunluklar, , yaklaşık irca yüksekliği  $H_0$  ve ona tekabül eden irca yoğunluğu  $\theta_0$  belirlenmiştir.

Öyleki bu harita herhalde yüzey gravite değerinin hesaplanmasına yeterlidir. Yalnız kullanılmış olan Topoğrafik irca genellikle bilinmediğinden yüzey gravite değeri, topoğrafik irca büyüklüğü nisbetinde hatalıdır.

Bouguer gravitesi hesaplanırken geoid dışında kalan kütlelerin yok edilmiş olduğu farz edilmektedir. Problemin daha hassas olarak etüt edilmesi halinde, geoiddeki potansiyelin  $\delta W$  kadar küçültülmüş ol-

duğunu gözönüne almak lâzımdır. Böylece  $\delta t = \frac{\delta W}{g' B}$  değeri kadar, arz

ne doğru yer değiştirilmiş olan bu yeni eş potansiyel yüzeyi Bouguer geoidi olarak adlandırabiliriz. Bouguer geoidi kıta altlarında hakiki geoidin içinden geçmekte ve genellikle deniz yüzeyleriyle çakışmaktadır. (24') ifadesine göre yapılmış olan gravite redüksiyonu ile ke- nar gravite değerleri meydana gelmez. Bunları bulabilmek için daha ziyade "ikinci derece" etkileri" gözönüne almak icap edecektir. Eğer



Bouguer geodinde kenar gravite değeri aranacaksa, hakiki geoidile Bouguer geoidi arasındaki  $\Theta$  yoğunluklu  $\delta t$  kalınlıkta tabakanında yok edilmesi gerekecektir. (24') ile hesaplanmış olan Bouguer gravite değerine

$$(24'') \quad W_m \cdot \delta t = V_m \frac{\delta w}{g' B} \quad \text{ifadesininde ilâvesi ge-}$$

rekecektir. Burada  $V_m$  tekrar ortalama düşey gradiyenttir. Bu potansiyel değişikliğinin kullanılıp kullanılmayacağına ve ne zaman kullanılacağına daha önceden karar verilmiş olması gerekir.

Bouguer anomalisi arz içinde, geoidin altında veya üstündeki kütle bozukluklarına delâlet eder. Anomaliler jeoloğlara, jeofizikçilere ve geodelere arz yapısı, kütle dağılımı, kütle kaybı ve kazancı hakkında gayet kıymetli bilgi verirler. Daha lokal manada, Bouguer anomalileri bozuklukların mevcut olduğuna delâlet eder. Derinlik ve yayılma hakkında bilgi vermezler.

#### b. Prey-Poincar'e Gravite Redüksiyonu :

$P'$  de ölçülmüş gravite değerinden hesaplıyarak,  $P'$  de ölçülmesi icap eden gravite değeri  $g_P$  'ni bulmaya Prey-Poincar'e ye göre gravite redüksiyonu denir. (Şekil 3)  $g_P$  'yi elde edebilmek için, ölçü noktasının üstünde bulunan topoğrafyanın düşey çekim etkisi  $T_{1,0}$  yani istasyon seviyesi üstündeki kütlelerin (I) etkisi ve bulunmayan kütlelerin (II) etkisi  $T_{11,0}$  ölçülmüş olan graviteye ilâve edilir. Sonra, ölçü noktası  $P'$ 'yi çekül çizgisi boyunca geoide kadar indirilir. Bu işlemle meydana gelen gravite artımı arziçi normal düşey gravite gradiyeni  $V_2$  'yi hesaplara katmakla elemine edilir. İstasyon seviyesi üzerinde bulunan kütlelerin (I) ve seviye altında, bulunmayan kütlelerin (II), geoid üzerindeki  $P'$  redüksiyon noktasına yaptıkları çekim etkisi  $T_{1,u}$  ve  $T_{11,u}$   $T_{1,u}$  'in çıkartılması gerekmektedir. Çünkü (I) kütleleri  $P'$ 'indeki graviteyi ufaltmaktadır.  $T_{11,u}$  'ya gelince (II) kütlelerin yok edilmesiyle  $P'$  üstündeki gravite değeri büyümüştür. Yukarıdaki kabullerden

$$(29) \quad g'_P = g + v_i H + (T_{1,0} - T_{1,u}) + (T_{11,0} + T_{11,u}) \quad (X)$$

burada  $v_i = v_a - 4\pi k^2 \theta$   $v_a = \frac{2g}{R} \approx 0,3086$  dır.

(X) : (41) ifadesi bu bağıntının daha genelleştirilmiş şeklidir.

Buna mukabil gravite değeri ve onun yüksekliğe göre birinci türevi, ölçülmüş ve P'nin bulunduğu yüzeye indirgenmiş gravite değerlerinden hesapla tesbit edilir. Buna göre Prey-Poincar'e ye göre yaklaşık gravite değeri

$$(30) \quad g'_P = g + \left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i \cdot H + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial h^2}\right)_i \frac{H^2}{2} + \dots + (T_{x,o} - T_{x,u}) + (T_{u,o} + T_{u,u})$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.  $\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i$   $\left(\frac{\partial^2 g}{\partial h^2}\right)_i$  topoğrafik et-

kiden uzaklaştırılmış yüzey noktasındaki gravite değerinin türevleridir. Topoğrafyanın etkisi, Taylor serisi ile P' geoid noktasına indirgenemez. Bunun için ölçü noktasında yok edilmeli ve geoid noktasında tekrar ele alınmalıdır.

Daha basit bir şekle sokabilmek için b ile geoidin dışında bulunan kütlelerin ölçü noktasına çekiminin düşey bileşiminin b' ile geoid noktası üzerindeki etkinin düşey bileşenini gösterelim. Eğer  $V_a$  'da serbest havada düşey gradiyeni gösterirse (29) ifadesi

$$(31) \quad g'_P = g + \sqrt{a} H \cdot (b + b') \quad \text{ya dönüşür.}$$

(29) ve (31) 'in birbirlerine uyum (18') ve (23) denklemlerinin yardımı ile tesbit edilebilir.

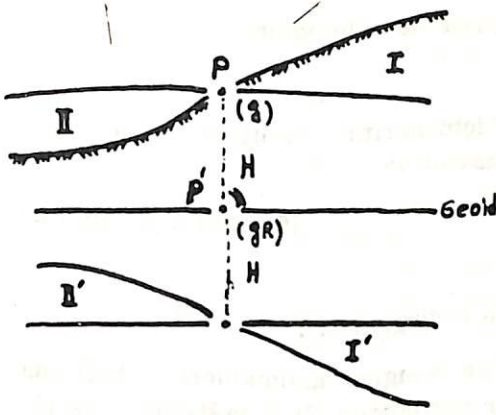
Prey-Poincar'e ye göre gravite redüksiyonu bundan sonraki incelemelerinde gösterildiği gibi, daha genel anlamda, geometrik nivelmanın gravite tashihleri için gereklidir.

### c. Rudzki Gravite ve serbest hava indirgemesi :

Rudzki'nin gravite redüksiyonunda, geoidin dışındaki kütleler o şekilde arz içine taşınır ki, geoidde hiçbir potansiyel değişikliği meydana gelmez. Rudzki 1905'deki çalışmasında (XX) kütlelerin aynada yansımalar gibi, yani akis ile, büyük bir sıhhatle arz içine taşınabileceğini göstermiştir.

(XX) : M. P. Rudzki : Sur la détermination de la figure de la terre d'après les mesures de la gravité. Bulletin astron., 22, 1905.

Şekil 5'de, fiziki arz yüzeyi ve geoidden başka karşıt yarıçaplar



Şekil - 5

ile yer değiştirmiş olan kütle ve çökarma da kullanılan işaretler gösterilmiştir. (24') ifadesine göre P'deki Bouguer gravite değeri; P'noktasına düşey yönde etki eden karşıt kütlelerin basit olarak çekim toplanmasıyla elde edilebilir. Karşıt kütleleri homojen olarak kabul edersek ve çıkartma işlemini, bir ayna düzleymiş gibi kabul edersek yer değiştirmiş kütlelerin, H kalınlıklı, 0 yo-

ğunluklu I' ve II' topoğrafyasına sahip tabakadan imiş gibi olduğu gözüktür. Böylece P' geoid noktasına yaptıkları çekimin düşey bileşeni

$$+ 2\pi k^2 \theta H + T_{I'} - T_{II'}$$

Burada Rudzki Gravite değeri için

$$(32) \quad g_R = g + V_m H + 2\pi k^2 \theta H + (T_I + T_{I'}) + (T_{II} - T_{II'})$$

Bu, hakiki geoidde yaklaşık sınır değeri ifadesi (19) un yardımı ile daha basitleşir.

$$(32') \quad g_R = g + V_a H + (T_I + T_{I'}) + (T_{II} - T_{II'}) \quad (X)$$

Eğer topoğrafyanın etkisini tamamen ihmal edersek (32') tekrar

$$(33) \quad g_R = g + V_a H \text{ ya döner.}$$

Burada ,serbest hava gravite değeri, böylece Geodeziye çok faydalı fiziksel anlamda bir açıklığa kavuşturulmuş olmaktadır. Serbest hava gravite değerini bulabilmek için çekül çizgisi boyunca gravite değeri artımı ölçülmüş değere ilâve edilir. Dudzki gravite değeri, eğer bir pseudo geoid tesbit edilmiş ise, Stokes formülleri yardımı ile hakiki geoidin elde edilmesine yardım etmek için kullanılır. Bunun için çoğu zaman (32') ile beraber çok halde serbest hava gravite değeri de kullanılabilir.

(X) : (152) numaralı denklem, bu bağıntıya basitleştirme getirmektedir. Şöyleki; I' ve II' kütlelerinin topoğrafik etkileri I ve II kütlelerinin P'ye etkileriyle yerden değiştirmiş gibi düşünülebilir.

Serbest hava gravite anomalileri  $\Delta g'_F$  normal, gravite değerinden, serbest hava gravite değerinin çıkarılması ile elde edilir.

$$(34) \quad \Delta g'_F = g - \gamma + \nu_a H$$

Eğer serbest hava gravite anomalileri için harita mevcut ise istenen noktalarda yüzey gravite değeri, enterpolasyon ve

(34')  $g = \gamma - \nu_a H + \Delta g'_F$  ifadesinin yardımı ile bulunabilir.

#### d. İzostazi ve İzostazik Gravite İndirgemesi :

Arz kabuğunun Jeolojik yapısı ve Bouguer anomalileri ile bilhassa belirlere yer çekimi arasında bağıntılar mevcuttur. Sıra dağlarda, meselâ; Alpler, Kafkaslar, Himalaya masifi gibi yerlerde yapılan ölçüler ile düz yerlerde ölçülmüş olan gravite değerleri arasında büyük farklılık görülmemektedir. Halbuki gözle görülen bu büyük kütlelerin etkisi ile daha büyük değerlerin elde edilmesi gerekirdi. Aynı hal denizlerde tersinedir. Daha küçük değerler bulunması gerekirken, normale yakın değerler elde edilmektedir. Bu görünüşe izah şekli, ancak kütle kayıpları ve artımları kabul edilecektir. Prey ve Haalck (X). in araştırmalarına göre, kıta blokları bilhassa silisyum ve alüminyum ihtiva eden taşlardan teşekkül etmişlerdir. Bunlar Sial veya Sal olarak adlandırılır. Sial taşları, asitli taşlar cinsindedirler. Granit ve Gnays gibi kristale kayalara nazaran daha hafif sediman kayaları meydana getirirler. Sial yoğunluğu yaklaşık olarak 2,7 dir. Sial altındaki bazı kayalar, genellikle bazaltlar, ki bileşenleri silisyum ve magnezyumdur. Buda Sima olarak adlandırılır. Sima'nın ortalama yoğunluğu 3,27 veya 3,30 kadardır. Kıtalar yani Sial 2,67, Atlantik tabanı 2,85 Pasifik tabanı 3,05 yoğunlukta kabul edilir. Sima akışkan bir durumdadır. Arz kabuğunun yapısı şöyle düşünülmektedir. 20 ile 25 kilometrelik bir Sial'li granit tabakasından sonra 5 ile 20 kilometre kalınlıkta Bazalt yapıli Sima tabakası gelir. Bunun altında ise akışkan Perodit yapıli Sima vardır.

İzostazi bilim Arz kabuğunun denge durumu veya şu kabilden hareket etmektedir. Gözle görülmekte olan kütle artımları, kıta adlarında kütle kayıpları ve deniz yüzeylerinde mevcut kütle kayıpları ise deniz tabanlarında kütle artımları ile kompanse edilebilir. Airy (XX) 'ye göre daha

(X) : A. Prey, C. Mainka, E. Tams : Einführung en die Geophysik, Berlin 1922

H. Haalck : Lehrbuch der angewandten Geophysik, Teil I, Berlin 1953.

(XX) : C. F. Baeschlin, [8], Sayfa 325.

hafif olan Sial yapılı kıta blokları, daha ağır, akışkan veya plâstik durumda olan Sima üzerinde yüzmektedir. Sial yapılı blokların deniz yüzeyinde olan derinlikleri Sima yüzeyinin Geoidden olan mesafesi ki bu yaklaşık olarak 25 kilometre kabul edilmektedir. Kayaların Geoid yüzeyinden ve bir miktar yukarıya doğru taşmış olmaları, Sima ve Sialın yoğunluklarına bağlıdır. Okyanusların durumunda ise, Geoid yüzeyinden olan taşmalar yerine, deniz tabanının, deniz yüzeyinden olan derinliği alınabilir. Airy metoduna göre kompensasyon misal olarak alınan sütunlara göre şu şekilde olmaktadır: Dışta kalan kütleler, sütunların içine muntazam olarak öyle dağılsın ki, Sial yoğunluğu Sima yoğunluğuna eşit, yani 3,27 olsun Okyanuslarda ise durum şöyle düşünülebilir: Sial sütununun altından ve izostatik denge yüzeyine kadar olan kısmın yoğunluk farkı, yani 0,60 Sima Sial yoğunluk farkı alınmış ve denge yüzeyi üzerinde bulunan sütun içine doğru dağılmış olsun.

Bu Airy İzostatik kompensasyonu sonucuna göre Simayı sınırlayan denge yüzeyi üzerinde homejen ve her yerde aynı kütlelerin Sial kabuğu bulunmaktadır. Bu kütle kompensasyonu geoidin de ayarlanmasını gerektirecektir.

Baeschlin (8) tarafından gayet geniş şekilde anlatılan Pratt teorisinde, 120 Km. derinliğindeki denge yüzeyi üzerinde bulunan bütün birim sütunları kütlelere eşittir. Kompensasyonda, deniz yüzeyi üzerinde bulunan sütun kısımları sütun içine düzgün olarak dağıtılmıştır. Okyanuslar durumunda ise su dolayısıyla bulunmayan kütle, deniz tabanı ile denge yüzeyi arasındaki kısımdan alınmış ve gene düzgün olarak öyle dağıtılmıştır ki tüm sütun homojen ve eşit kütlelidir. Pratt'ın kompensasyonunu kullanırsak, denge yüzeyi ile geoid arasında homojen bir kabuğu kabul etmemiz gerekir, ki bu halde geoidin ayarlanması gerekir.

Bu şematik kompensasyon şekillerinden hangisini kullanırsak kullanalım, Arz kabuğu şartları, kabul ettiğimiz şartlara uymuyorsa, istenen sonucu vermiyecektir. Meselâ: Gravite ölçüleriyle tesbit edilmiş bazı bölgelerdeki kütle dağılımları izostazie anlamına uymamaktadır. İzostazik gravite redüksiyonlarında kesin anlamda, geoid dışında bulunan bütün kütlelerin ölçü noktasına etkilerinin düşey bileşeni ile izostazie prensibine göre dağılmış kütlelerin çekim etkisi  $\Delta g_c$  birlikte mütalâa edilmiştir. Ancak bundan sonra, çekül doğrultusu boyunca geoide kadar indirilen ölçü noktasındaki gravite değeri artımı hesaplara konulabilir. Yaklaşık olarak izostazik gravite  $g'_j$  Bouguer gravite değerine,  $\Delta g_c$  izos-

tazik kompenzasyona tekabül eden gravite değeri ilâve edilmek suretiyle hesaplanır.

(24') ifadesi yardımı ile izostazik gravite için

$$(35) \quad g'_j = g + T_p + V_m \cdot H + \Delta g_c$$

ve izostazik gravite anomalisi  $\Delta g''_j$  için

$$(36) \quad \Delta g''_j = g - \gamma + T_p + V_m \cdot H + \Delta g_c \quad \text{ifadesi kullanılır.}$$

Bir yüzey gravite değeri için, izostazik anomilerden interpolasyon ile yaklaşık olarak

$$(36') \quad g = \gamma - V_m \cdot H - T_p - \Delta g''_j - \Delta g_c \quad \text{ifadesi ile bulunabilir.}$$

Kıtalarda gravitenin izostazik indirgenmesi ile geoidin yer değiştirmesi Bouguer halindeki yer değiştirmeden daha ufaktır. Çünkü kütle kompenzasyonu ile ilk geoid noktasındaki potansiyel büyütülmüş olmaktadır. Serbest hava indirgemeli Rudzki geoidi ile son izostazik indirgemeli hakiki geoid, kıtalarda genellikle Bouguer geoidi ile serbest hava geoidi arasında bulunmaktadır. Okyanuslar halinde ise Bouguer geoidi ile serbest hava geoidi çakışmaktadır.

İzostazik geoid ile deniz yüzeyindeki potansiyel artımı dolayısı ile biraz daha yukarıda kalmaktadır. Kıtaların halinde, negatif Boguer anomalileri ile kütle kayıpları tesbit edilmişse izostazik redüksiyon, Eğer izostazik kompenzasyon ile arz kabuğuna bir homojenlik kazandırılmış ise nivo sferoidine yaklaşıklık elde edilebilir. Eğer Arz kabuğu yoğunluk şartları izostazik kavramı zıt düşecek bir durumda ise Bouguer geoidi, izostazik geoide nazaran, nivo sferoidine daha yakındır. Aynı hal Okyanuslar içinde geçerlidir. Hakikaten Arz yüzeyinin birçok yerleri Pratt veya Airy 'in izostazik kavramlarına zıt düşen durum göstermektedirler. Buna mukabil Harz bölgesi gibi dağlarda kütle fazlalıkları ihtiva eden öyle yerler vardır ki izostazik redüksiyonla elde edilmek istenmektedir. Yâni Arz kabuğunun homojenleşmesi ve nivo sferoidi ile izostazik geoidi çakışmaktadır.

#### e. Bouguer Serbest Hava ve İzostazik Gravitenin Birlikte İncelenmesi.

Karşılaştıracığımız bağıntıları tekrar yazalım.

$$(26') \quad g = \gamma - V_m \cdot H + \Delta g''_j - T_p$$

$$(31') \quad g = \gamma - V_a \cdot H + \Delta g''_f$$

$$(36') \quad g = \gamma - V_m \cdot H + \Delta g''_j - \Delta g_c - T_p$$

(34') (19) bağıntısının yardımı ile değiştirilerek aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$(34'') \quad g = \gamma - v_m \cdot H - 2\pi k^2 \theta H + \Delta g_F''$$

(26'), (34'') ve (36') bağıntılarının karşılaştırılmasında her üç ifadeninde aynı "Regule edilmiş - ayarlanmış" gravite değerine sahip olduğu görülür.

$$(36'') \quad \begin{cases} g_r = \gamma - v_m \cdot H \\ \Delta g_o'' - T_p = \Delta g_F'' - 2\pi k^2 \theta H = \Delta g_J'' - T_p - \Delta g_c \end{cases}$$

Bouguer ve serbest hava anomalileri arasında verilen bağıntı.

$$(37) \quad \Delta g_F'' - \Delta g_o = 2\pi k^2 \theta H \cdot T_p$$

Topoğrafik etkiyi bir yana bırakırsak serbest hava anomalisi ile Bouguer anomalisi arasındaki fark bir tabakanın etkisi kadardır.  $\Theta = 2,67$  kabul ederek.

$$(37') \quad \begin{aligned} \Delta g_F'' - \Delta g_o'' &= 0.04189 \Theta \cdot H \cdot T_p \\ &= 0.11185 \cdot H \end{aligned}$$

Eğer Bouguer anomalileri hesabında topoğrafik yapı dikkate alınmazsa yani adi Bouguer anomalisi ile iktifa edilirse yüzey gravite değerinin teorik olarak sıhhatle hesabı mümkündür. Bu normal Bouguer anomalilerinin görünür tercih sebebidir. Bir de bunun elverişsiz tarafı vardır.

Bouguer anomalileri, topoğrafik etki dolayısıyla, topoğrafik tesiri hesaplanmışlara nazaran çok daha enterpole edilebilme karakterine sahiptirler. (36'') denkleminde gösterildiği gibi aynı hal izostazik anomaliler içinde mevcuttur. Serbest hava anomalilerinin Bouguer anomalilerine nazaran çok daha az interpole edilebilme özelliğine sahiptirler. Çünkü her durumda topoğrafik etkiler kendini hissettirmektedirler.

Bundan sonra yapacağımız çalışmalar için (36'') bağıntısını yeniden göstermek uygun olacaktır. (36'') ifadelerini tekrar bir formülle göstermek istersek, yâni anomalileri bir  $c_o$  sabit kısmı,  $f$   $H$  yükseklik ve bağıntılı ve  $\delta c$  bozucu kısmı göstermek istersek :

$$(38) \quad c_o + f \cdot H + \delta c$$

ifadeler.

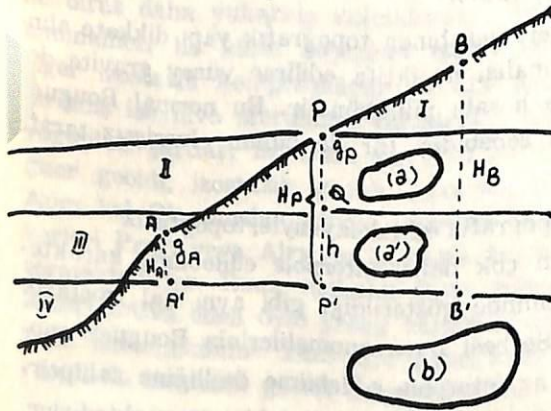
$$(39) \quad \begin{aligned} 1. \quad \Delta g_o'' - T_p &= C_o + f \cdot H + d_c \\ 2. \quad \Delta g_r'' &= C_o + H(f + 2\pi k^2 \theta) + d_c \\ 3. \quad \Delta g_j'' - T_p - \Delta g_c &= C_o + f \cdot H + d_c \end{aligned}$$

Burada, sabit olmayan, yükseklikte Lineer bir bağıntısı olmayan. Bouguer anomali değerinin kaba kısmını ifade eden bir büyüktür.  $d_c$ 'nin hakiki bozucu etkiyi yaptığını aşağıdaki yazılar belli edecektir.

### 7. Çekül Çizgisi Boyunca Gravite :

Prey - Poincare'ye göre gravite redüksiyonu arz içine doğru gravitenin değişimini yaklaşık da olsa hesaplanmasını gerektirmektedir. Bu hal geometrik nivelmanda gravite tashihleri için daha geniş anlamda lüzumludur.

a. Çekül Doğrultusu Boyunca Herhangi bir Q Noktasındaki Gravite değeri :



Şekil-6

(Şekil-6) bağıntıları çıkarılması için gerekli işaretlemleri ve anlamları göstermektedir. Eğer P noktasında gravite değeri ölçülmüş ise içe doğru normal düşey gradient yardımı ile Q noktasındaki gravite değeri ifade ile bulunabilir.

$$(40) \quad g_Q = g_P + T_p + V_i \cdot t - T_{I,Q} + T_{II,Q} - T_{III,Q} - T_{IV,Q}$$

Burada.

$$(40') \quad T_p = T_{I,p} + T_{II,p} + T_{III,p} + T_{IV,p}$$

ve  $t = (H_p - h)$  olduğundan



$$(40'') \quad g_Q = g_P + V_i (H_P - h) + (T_{I,P} - T_{I,Q}) + (T_{II,P} + T_{II,Q}) + (T_{III,P} - T_{III,Q}) +$$

(19) Bağıntısına göre

$$V_i = \frac{2g}{R} - 4\pi k^2 \theta \quad \text{veya} \quad V_i = 0.3086 - 4\pi k^2 \theta \quad \text{dir.}$$

(40'') Denklemi  $h=0$  alınarak Prey-Poincar'e gravitesine dönüşür. III ile gösterilmiş olan arazi kısmı kaybolacağı için IV ile gösterilen okyanus kısmına yönelen bağıntı.

$$(29') \quad g_{P'} = g_P + V_i \cdot H_P + (T_{I,P} - T_{I,P'}) + (T_{II,P} + T_{II,P'}) + (T_{III,P} - T_{III,P'})$$

Şekil 6 aynı zamanda (a), (a'), ve (b) bozucu kütleleri gösterilmiştir. Burada (a) ve (a') geoid üzerinde (b) geoid altındadır. (40') bağıntısından daha sıhhatli bir bağıntıya geçmek için (a), (a') ve (b) kütlelerinin, ki bunların kütle kaybı olarak düşünelim; Etkilerininide saklamamız gerekecektir. Evvelâ; doldurulma ve boşaltma ile homojen arz kabuğu meydana getirilir. Ölçü noktası P'yi düşey gradiyen yardımı ile Q 'ya indirdiğimiz taktirde, kabuğun durumu tekrar eski durumuna getirmemiz gerekir. Yâni,

$$(41) \quad g_Q = g_P + V_i (H_P - h) + (T_{I,P} - T_{I,Q}) + (T_{II,P} + T_{II,Q}) + (T_{III,P} - T_{III,Q}) + \\ + (T_{III,P} - T_{III,Q}) + \epsilon \Delta g_{a,P} + \epsilon \Delta g_{a,Q} + \epsilon \Delta g_{a',P} - \epsilon \Delta g_{a',Q} + \\ + \epsilon \Delta g_{b,P} - \epsilon \Delta g_{b,Q}$$

(40'') İfadesine karşıt olarak (41) ifadesi sembolikde olsa görünmeyen cisimlerinde çekül çizgisi boyunca herhangi bir noktaya ircasında, etkilerini göstermektedir. Misal olarak göstermek icap ederse (b) bozucu kütlelerinin etkisi P yüzey noktasındaki ve Q çekül noktasındaki gravite değerlerinden çıkarılması gerekecektir. Eğer (41) ifadesi ile Q P' noktasına indirilirse III kısmi kütlesi (a')<sup>x</sup> bozucu kütlesi ile birlikte kaybolacaktır. Bu halde (41), (29') ifadesi ile karşılaştırılabilecek bir duruma girer.

$$(41') \quad g_{P'} = g_P + V_i \cdot H_P + (T_{I,P} - T_{I,P'}) + (T_{II,P} + T_{II,P'}) + (T_{III,P} - T_{III,P'}) + \\ + \epsilon \Delta g_{a,P} + \epsilon g_{a',P'} + \epsilon \Delta g_{b,P} - \epsilon \Delta g_{b,P'}$$

X : (a') Bozucu cisim şimdi (a) bozucu cisim gibi hareket edecektir.

Eğer geoid üzerindeki bozucu cisimlerin etkisini ihmal ederse her türlü gravite indirgemesi

$$(42) \quad \sum \Delta g_{b,p} - \sum \Delta g_{b,p}' \quad \text{değeri kadar hatalı olacaktır. Bil-}$$

hassa (42) ifadesi geoide yakın ve yaygın bozucu kütlelerden çok etkilenir. Eğer gravite redüksiyonunu bir merkezleştirme problemiyle karşılaştırsak (42) "Merkezleştirme hatasının" esas kısmını teşkil edecektir. Meselâ: Bouguer anomalileri dikkati çeken" merkezleştirme hatalarında" geoidin altında bulunan kütleler hakkında doğru olmayan bilgiler verecektir.

Q çekül noktasındaki gravite değerlerinin hesaplamada yaklaşık olarak veya deneme olarak düşey gravite gradiyeninden ve çekül çizgisi boyunca ki türevlerinde (ki bunlar meselâ gravite değerinden hesaplanmaktadır.) Tesbit edilebilir. (Şekil-6) dan gerekli kısaltmalar ile birlikte

$$(40') \quad T_P = T_{I,P} + T_{II,P} + T_{III,P} + T_{IV,P}$$

$$(43) \quad T_Q = -T_{I,Q} + T_{II,Q} - T_{III,Q} + T_{IV,Q}$$

(41) ifadesi için gravitenin "İç" türevlerinden

$$(44) \quad g_Q = g_P + \left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_P (H_P - h) + T_P + T_Q + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial h^2}\right)_P \frac{(H_P - h)^2}{2} + \dots$$

(30) Denkleminde kabul edilmiş olduğu gibi,  $\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)$  ve  $\left(\frac{d^2 g}{d h^2}\right)$

türevleri topoğrafik indirgemeleri yapılmış, gravite değerlerinden hesaplanabilir. Ayrıca (44) denklemi sürekli düşey gradiyentler ve yüksek türevler için geçerlidir. Yâni, kabaca çekül çizgisi boyunca yoğunluk süreksizliği göstermeyen haller için geçerlidir. (44) genellikle pratikte kullanılabilir haldedir. Çünkü Arz kabuğu şartları zannedilenden çok daha düzgündür.

b. Gravite Anomalileri ile ifade edilmiş iç Gravite :

(40') ve (43) ifadeleri ile (40) evvelâ

$$(45) \quad g_Q = g_P + T_P + T_Q + V_i (H_P - h)$$

şekline girer.  $g_P$  için (26'), (34') ve (36') bağıntıları ve (19) dikkate alınırsa,

$$(46) \quad g_Q = \gamma + T_Q + \Delta g_0'' - 2\pi k^2 \theta (H_P - 2h) - V_a \cdot h$$

$$(47) \quad g_Q = \gamma + T_P + T_Q + \Delta g_P'' - 4\pi k^2 \theta (H_P - h) - V_a \cdot h$$

$$(48) \quad g_A = \gamma + T_A + \Delta g_J'' - \Delta g_c - 2\pi k^2 \rho (H_P - 2h) - V_a \cdot h$$

(36'') bağıntısından.

(49)  $\Delta g_0'' = g_J'' - \Delta g_c$  çıkartılabildiğinden Bouguer anomalileri ve izostazik anomaliler ile çıkartılmış bağıntılar bir araya getirilebilir.

c. Çekül çizgisi boyunca yer çekiminin ortalama değeri :

Orthometrik düzeltmeler ve diğer gayeler için geoid ile yüzey arasındaki çekül doğrultu parçası boyunca ortalama çekim kuvveti  $\bar{G}$ 'nin hesaplanması gereklidir.  $\bar{G}$  için

$$(50) \quad \bar{G} = \frac{1}{H} \int_{h=0}^H g_A \cdot dh$$

Şimdiye kadar çıkardığımız sonuçlar bize artık  $\bar{G}$  için muhtelif bağıntılar yazmamıza imkân vermektedir. Evvelâ  $g_p$  nin ölçülmüş olduğunu kabul edeceğiz. (44) ifadesinden (40') ve (43) ile basit bir integrasyon ve  $V_i$  yi hesaba yeniden dahil ederek

$$(51) \quad \bar{G} = g_p + V_i \frac{H}{\rho} + T_p + \bar{T} + \left( \frac{\partial^2 g}{\partial h^2} \right)_p \cdot \frac{H^2}{6} + \dots \quad \text{burada}$$

$$(52) \quad \bar{T} = \frac{1}{H} \int_0^H T_A \cdot dh \quad \text{Topografyanın ortalama çekimidir.}$$

Çekül doğrultusu boyunca olan bir noktanın  $\bar{G}$  değerine aittir.

$$(51) \quad \text{İfadesindeki } \left( \frac{\partial^2 g}{\partial h^2} \right)_p \cdot \frac{H^2}{6} + \dots \text{ terimleri artık (= kalan)}$$

terimleri ifade etmektedir. Bu ifade (41) denklemine göre daha sıhhatli fakat gerçekleştirilmesi zor bir ifade ile de gösterilebilmektedir.

$$(53) \quad R = \sum \Delta g_{a,p} + \overline{\sum \Delta g_a} + \sum \Delta g_{a',p} - \overline{\sum \Delta g_d} + \sum \Delta g_{b,p} - \overline{\sum \Delta g_b}$$

(50) de (52) ifadelerinde kullanılan üstteki tire işaretlerinin, etkilerin efektif değerlerini ifade etmektedir. Meselâ :

$$(53') \quad \sum \Delta g_b = \frac{1}{H} \int_0^H \sum \Delta g_{b,a} \cdot dh$$

(a) ve (a') bozucu cisimleri tamamen ihmal edelim. Çekimin ortalama değeri : (b) bozucu cismin P yüzey noktasına yaptığı etkiyle bunların geoid ile yüzey arasındaki çekül doğrultusu boyunca yaptıkları etkinin ortalaması arasındaki fark kadar hatalıdır. Bu ifade tarzı bilhassa ente-

rasandır. Çünkü etki kompenzasyon kütlelerinden gelmektedir. (51) ifadesi yerine,

$$(51') \quad \bar{G} = g_p + v_i \cdot \frac{H}{2} + T_p + \bar{T} + R$$

Burada R (53) ifadesinde verildiği gibidir. V yerine ise (19) denklemine göre  $\sqrt{a - 4\pi k^2 \theta}$  konabilir. (51') ifadesinden anlaşılacaktır ki  $\bar{G}$  ortalama değeri çekül doğrultusunun yaklaşık olarak ortasındaki değeri vermektedir. Bu noktadan itibaren, topoğrafya ve artık terimlerin yaptıkları etki nispetinde, gerektiği değerlerde sapmaktadır. Bu düzgün yaklaşıklık hesabı ile çözülmektedir.

Eğer P noktasındaki çekim değeri ölçülmeyip gravite anomalilerinden elde edilmiş veya (36'') anlamında ayarlanmış bir değer ise ortalama çekim değeri  $\bar{G}$ , (46) veya (47)'yi (50) tatbik etmek suretiyle ve integrasyon ile hesaplanır. (46) ifadesinden,

$$(54) \quad \bar{G} = \gamma + \bar{T} + \Delta g_o'' - \sqrt{a} \cdot \frac{H}{2}$$

(47) ifadesine göre serbest hava anomalileri için,

$$(55) \quad \bar{G} = \gamma + T_p + \bar{T} + \Delta g_f'' - \sqrt{a} \cdot \frac{H}{2} - 2\pi k^2 \theta H$$

(37) ifadesine göre,

$$(37'') \quad \Delta g_f'' = \Delta g_o'' + 2\pi k^2 \theta H - T_p \text{ olduğundan (54) ve (55) çakışır.}$$

İleride sadece (54) kullanılacaktır. (36'') yardımı ile de her zaman izostatik ve serbest hava anomalileri hesaplanabilmektedir.

(51) denkleminde  $g_p$  için (26') daki değeri konursa diğer sonuçlara uyan,

$$(56) \quad \bar{G} = \gamma + \bar{T} + \Delta g_o'' - \sqrt{a} \cdot \frac{H}{2} + R$$

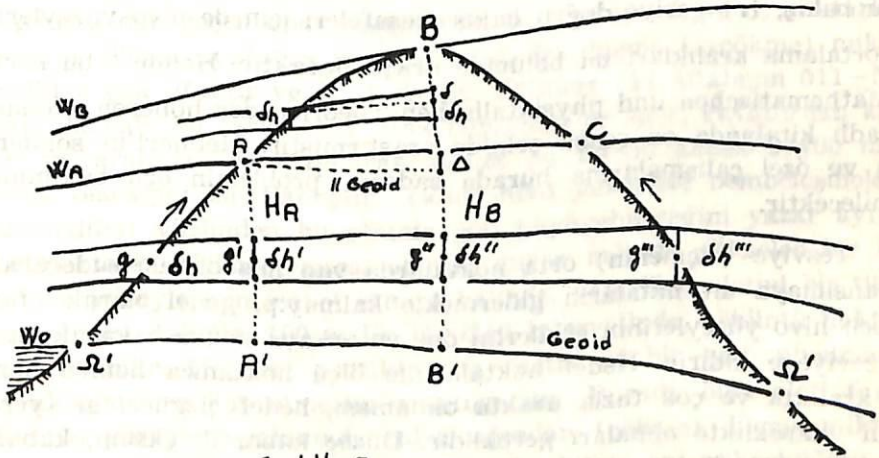
R (53)'deki anlamdadır. Bilhassa (b) tipi bozucu kütleler ile ilgilidir. (56) denkleminde normal serbest hava gradiyeninde karşılaşılan güçlük için şöyle düşünülebilir. Tabaka çekül doğrultusu ortasındaki noktaya herhangi bir çekim etkisi yapmaz.

### III. BÖLÜM

#### Potansiyel farklarının ölçülerek tesbiti :

Geometrik nivelman ile, fiziksel arz yüzeyi noktaları arasındaki potansiyel farklarını hesaplamak için lüzumlu olan, ölçülmüş çekim ivmeleri ile bağlantılı, lineer ölçü elemanları bulunabilir. Potansiyel farklarından dinamik yol düzeltmelerini ve tesviye edilmiş yükseklik farklarının toplamından elde edilen, dinamik yükseklik farkları hesaplanabilir. Sonda olan tesviye edilmiş yükseklik farklarından ve ölçülmüş çekim değerlerinden hesaplanır. Tesviye edilmiş bir poligona uygulama halinde teorik poligon kapanma hatasını vermektedir. Aynı zamanda dinamik yol düzeltmeleri, orthometrik yüksekliklerin tesbiti için gerekli orthometrik düzeltmeler elemanıdır. Ayrıca, ölçü tekniği bakımından, dinamik yol düzeltmeleri geometrik nivelmanda gravite tashihlerinin çekirdeğini teşkil etmektedir. Orthometrik düzeltmelerinin hesabı hipotezlere dayanmaktadır. Bu bölümde potansiyel farklarının ölçü tekniği bakımından tesbiti, türetilmiş ve elde edilmiştir.

#### 1. Tesviye edilmiş yükseklik farklarının yüksekliğe tabi olması :



(Şekil-7) arz yüzeyi şekillerinden bir kesit göstermektedir. Şekilde geoid, A ve B noktalarından geçen nivo yüzeyleri, -birbirine çok yakın iki nivo yüzeyleri- gerekli işaretler gösterilmiştir. (7) denklemine göre,

$$(57) - \delta w = g \delta h = g' \delta h' = g'' \delta h'' = g''' \delta h'''$$

Nivo yüzeyleri paralel olmadığından

$$(58) \quad \delta h \neq \delta h' \neq \delta h'' \neq \delta h'''$$

Şimdi den kalkarak A dan B ye gelmek ile  $\Omega'$  den kalkarak B den C ye gelmenin (58') e ve 7 şekline göre aynı olmayacaktır.

$$(58') \quad \sum_A^B \delta h \neq \sum_A^B \delta h'''$$

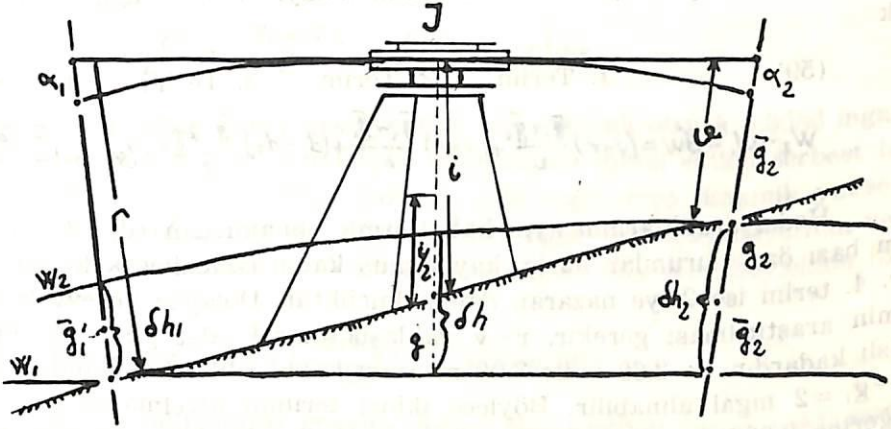
Aynı şekilde geoidin herhangi bir noktasından B ye giden nivelman yolu ayrı tesviye edilmiş yükseklik farkı verir. Aynı hal, geoidden olmayıpta herhangi bir nivo yüzeyinden B'ye farklı yollar tesviye suretiyle tesbit edilebilir. Burada, tesviye edilmiş yükseklik farklarının yola tâbi olduğu gösterilmektedir. Böylece tek anlamlı yükseklik olmadığı ortaya çıkmaktadır.

## 2. Nivellieren (tesviye) :

Potansiyel farklarının tesbit edebilmek için gravite değerlerinden başka ölçü aletlerini ölçü için durdukları karakteristik noktalar gereklidir. Bu noktalar nivelman hatalarının tabanlarından geçen  $\delta h$  yükseklik farklı ve paralel olmayan nivo yüzeyi üzerindedirler. Bir elemanter  $h$  yükseklik farkı için de nivo yüzeylerinin ne miktar yaklaştıkları, ( $v$ ) öne doğru bakış, ( $r$ ) geriye doğru bakış mesafeleri için de nivo yüzeylerinin  $h$  ortalama aralıkları bu bölümde araştırılacaktır. Helmert bu soruları (Mathematischen und physikalischen Theorien der höheren geodasie) [1] adlı kitabında en esaslı şekilde araştırmıştır. Helmert'in sonderece geniş ve özel çalışmalarına burada sadece problemin özü bakımından değinilecektir.

Tesviye (ölçmenin) orta noktalarda yapılmış olması sadece alete ve yansımaya ait hataların gidermekle kalmayıp, genel olarak farklı bombeli nivo yüzeylerinin etkilerini öne ve arkaya doğru bakarak en düşük seviyeye indirir. Hedef noktalarının ölçü noktanıza hemen hemen aynı aralıkta ve çok fazla uzakta olmaması, hedef çizgilerinin yerden uygun yükseklikte olmaları gereklidir. Düzec kabarcık eksenini, kabarcık yüzeyine teğet düzleme diktir. Doğru yerleştirilmiş olan aletin eksenini, düzec eksenden paralel olduğundan, ölçüye hazır olan aletin döndürülmesi ile hedef doğrultusu bulunduğu düzlem, düzec yüzeyine dik çekül doğrultusu ile  $j$  noktasında kesişirler.  $J$  den geçen iki çekül düzlemi, ki bunlar özleş olabilir ölçü noktaları kafi sıhhat ile eksenlerini de ihtiva

etmektedir. Hakikatte ise aletin ortasından geçen teğet düzlemi ve mira taban noktalarından geçen çekül doğrultuları birbirlerine genellikle eğiktirler. Fakat, sapmalar ne kadar olursa olsun nivelman sonucunu etkilemezler. Yani her iki çekül düzlemi de birbirlerine tam paralel olarak kabul edilebilir. (Şekil-8) de düzlemleri anlamlarını ve türetmelerde kullanılan işaretler gösterilmektedir.



Şekil-8

Eğer refraksiyon etkisi, alet ve okuma hataları bir kenara bırakılırsa öne doğru (v), arkaya doğru (r) mesafelerindeki miralardan okumalar yapılır. J den geçen nivo yüzeyi miralar üzerinde  $d_1$  ve  $d_2$  miktarları kadar daha düşük noktalara tesadüf eder. Bu düşme (=çökme) miktarı genellikle çok ufaktır ve  $d_1 \neq d_2$  dir. Helmert [1] kitabının 511-513 ncü sayfalarında bu farkın çok ufak olduğunu ve eğer, ekvatordan kutba 100 m. aralıkla ölçü yapılarak gidilse bu farkın ancak 1/400 mm. civarında olacağını ispatlamıştır. Yalnız nivo yüzeyleri bombeleşmelerinin anomalileri yüzünden bu etkinin çok büyüyebileceğini yazar ayrıca ilâve etmektedir. Helmert nâisal olarak, duvar halinde yükselen bir kayalığı nivo yüzeylerinin isabet etmesi halinde, yani ölçü aletini bir tünel ağzında olması halinde, 100 m. lik bir ölçü intervalinde, çöküntü miktarı 1,2 mm. olabilir. Helmert pratikte çok rastlanan bir hali, nivelmanın dağa yaklaşma ve kat etmesini araştırmıştır. Burada ölçü aleti farklı eğimli nivo yüzeyleri yakınında çalışacağından (çökme) düşme miktarlarında değişme beklenecektir. 2500 m. yükseklikte eni yüksekliğine göre fazla bir dağ 100 m. intervalli ölçülerde düşme miktarı 2 mm. olabilir. Genede kaçınılmaz ölçü hataları içinde bu miktar çok ufaktır. Daha geniş teferruat hakkında, Helmert'in [1] kitabı bilgi vermektedir. Burada çökmelere ölçü teknisyenlerinin dikkati çekilmelidir. Ancak bu farkların,

genel geometrik nivelmanda gravite korrekturlarının teorisine bir etkisi yoktur.  $g_1$  ve  $g_2$ , ( $r$ ) ve ( $v$ ) nin yarım yüksekliklerindeki gravite değeri olarak kabul edersek, mira taban noktalarından geçen nivo yüzeyleri arasındaki  $d$  w potansiyel farkı (Şekil-8) deki işaretlere göre,

$$(59) \quad W_2 - W_1 = dW = \bar{g}_2(v - d_2) - \bar{g}_1(r - d_1)$$

Helmert (59)'u yaklaşık hesapların hesabını kolaylaştırmak için dörde bölerek

$$(59') \quad \begin{array}{cccc} 1. \text{ Terim} & 2. \text{ Terim} & 3. \text{ Terim} & 4. \text{ Terim} \\ W_2 - W_1 = dW = (v-r) \frac{\bar{g}_1 + \bar{g}_2}{2} + (v+r) \frac{\bar{g}_2 - \bar{g}_1}{2} + (d_1 - d_2) \frac{\bar{g}_1 + \bar{g}_2}{2} + (d_1 + d_2) \frac{\bar{g}_1 - \bar{g}_2}{2} \end{array}$$

Hedef aralıklarının aynı kabul etmiş olmamızdan ( $d_1 - d_2$ ) li 3. terim bazı özel durumlar hariç, kaybolmuş kabul edilebilecek kadar ufaktır. 4. terim ise 2. ye nazaran daima küçüktür. Dolayısı ile evvelâ 2. terimin araştırılması gerekir.  $r+v$  yaklaşık olarak alet yüksekliğinin iki misli kadardır. ve 2,60 m ile 3,00 m arası kabul edilebilir. Bundan başka  $g_2 - g_1 = 2$  mgal alınabilir. Böylece ikinci terimin nivelmanın maksimal değerine 0.002 mm, her ölçü noktasında tesir edecektir. Şunuda düşünmek gerekecektir; mira taban noktaları arasındaki gravite değer farkı daima 2 mgalden azdır. Ayrıca işaret değişikliği olabilir. Bu demekki maksimal değeri ölçü noktaları sayısı ile çarpılması gerekmektedir. Çoğu zaman mesalâ 1000 ölçü noktasında, ikinci terim, milimetrenin kesri kadardır. Bir rotasyon elipsoidi ve ekvator dan kutpa 5300 mgallik bir etki (59') ifadesinde ekvator dan kutba kadar yürütülen bir nivelman şebekesinde ikinci terimin etkisi 8 mm. kadardır. İkinci terim, dördüncü ve ayrıca üçüncü terimde tamamen ihmal edilebilir. Bir tek ölçüde mira taban noktaları arasındaki potansiyel farkı için,

$$(59'') \quad dW = -(r-v) \frac{\bar{g}_1 + \bar{g}_2}{2} \quad \text{yazılabilir.}$$

Böylece mira taban noktalarından geçen nivo yüzeyleri arasındaki fark ön ve geri okumalar arasındaki fark olarak kabul edilebilir. Kâfi bir sıhhat ile

$$(60) \quad \delta h = r - v \quad \text{dir.}$$

$\delta w$ , potansiyel farkı -  $\delta h$  nin gravite ortalama değeri  $\frac{1}{2} (g_1 + g_2)$  ile çarpılarak bulunabilir. Şekil 8 deki  $r/2$  ve  $v/2$  ye tekabül eden  $g_1$  ve  $g_2$  değerleri bilinmediğine göre, mira taban noktasındaki  $g_1$  ve  $g_2$  değerleri



(59") de belirtilen  $g_1$  ve  $g_2$  değerleri yerine kullanılıp, Kullanılmayacağını araştırmamız gerekecektir. Evvla topoğrafik etkilerin, mira taban noktaları ile okuma yarı yüksekliklerine etkisi hemen hemen aynı olduğu ve topoğrafik etkinin tamamen ihmal edilebileceğini kabul ediyoruz.

$g$  ve  $\bar{g}$  nin sadece serbest hava redüksiyonu  $V_a \cdot \frac{r}{2}$  veya  $V_a \cdot \frac{v}{2}$  kadar fark etmektedir. Yaklaşık olarak

$$(61) \frac{\bar{g}_1 + \bar{g}_2}{2} = \frac{g_1 + g_2}{2} - \frac{1}{4} V_a (r+v) \text{ dir.}$$

$V_a$ ; serbest havada düşey grediyentdir. ve yaklaşık olarak 0,3086 mgal/m dir.  $(r+v)$  daima 3 m den küçük olduğundan ihmal edilen serbest hava terimi (61) e göre her ölçü noktası 0,23 mgal veya dinamik yükseklik farklı olarak 0,0007 mm dir. Bu maximal değer ölçü hassasiyetinin ve ihmallerin çok çok altındadır. Ve rahatlıkla ihmal edilebilir. Böylelikle (59") için tekrar

$$(62) \delta w = -(r-v) \cdot \frac{g_1 + g_2}{2} \text{ yazılabilir.}$$

(62) öyle düşünülebilirki gravite değeri ölçü aletinin taban noktasındaki olsun.  $g_m, g_1$  ve  $g_2$  nin ortalama çekim değeridir. Nivelman aletinin durduğu yerdeki potansiyel farkı

$$(62'') \delta w = -g_m \cdot \delta h \text{ dir.}$$

$$g_m = \frac{g_1 + g_2}{2} \text{ dir. ve } \delta h = r - v \text{ dir.}$$

Herşeyin ispatlanmış olmasına rağmen bir aletin ölçü sahası içindeki komşu nivo yüzeyleri arasındaki mesafe, yani (Şekil-8 de gösterilen  $\delta h_1$  ve  $\delta h_2$  büyüklükleri üzerindeki farkın hesabı ilgi çekicidir. Bu iki komşu nivo yüzeyleri arasındaki potansiyel farkı (62') denklemine göre

$w = -g_m \cdot \delta h$  dir. Şekil-8 'e göre

$$\text{veya } -\delta w = \bar{g}_1' \cdot \delta h_1 = \bar{g}_2' \cdot \delta h_2$$

$$\delta h_2 - \delta h_1 = \frac{\bar{g}_1' - \bar{g}_2'}{g_2'} \cdot \delta h_2 \text{ dir.}$$

böylece, mira taban noktasından geçen nivo yüzeyleri arasındaki konverjanslık ifadesi elde edilebilir. Bir yaklaşıklık bulabilmek için en uygun kabulleri yapalım.  $\delta h_1 = 3000 \text{ mm}; \bar{g}_1' - \frac{1}{g_2'} = 2$  mgal alırsak her ölçü noktası için maximum

$\delta h_2 - \delta h_1 \leq 0,006$  mm'dir. Bu maksimal değer (62') de hesaplanmış olan potansiyel farkının yarısı kadardır. Fazla önemi yoktur ve pratikte hemen hiç karşılaşılmaz.

Şimdiye kadar olan çalışmamız ile potansiyel farkının büyük bir s:hhhatle ölçülebileceği ortaya konmaktadır. Ancak bu ölçü aletinin nivelman parçası ortasında olması ve her ölçü noktasında değerinin ölçülmüş olmasına bağlıdır. Bu son şart ise pratikte gerçekleştirilememektedir. İlerdeki çalışmalarınızda bu durum mübalaalı şekilde ispatlanacaktır.

### 3. Potansiyel farklarının ölçü tekniği olarak tesbiti :

Kesin bir bağıntı olan (7)'ye göre

(7)  $dw = -g \cdot dh$  bir önceki bölümde ölçü teorisi bakımından

(62')  $\delta W = -g_m \cdot \delta h$  ekinde yazılmıştır. Bundan sonra teorik ile ölçü teorisi interpretasyonu arasındaki bağıntılar araştırılacaktır. (7) denkleminin A ve B'yi bağlayan yol boyunca entegre edebilirsek

$$(63) \quad \Delta W = W_B - W_A = \int_A^B dw = - \int_A^B g \cdot dh \quad \text{bulunur.}$$

Pratikte gravite ve yükseklik farkları, sonlu olarak ölçülebildiğinden., (63) integrali bir toplam olarak değerlendirilebilir.

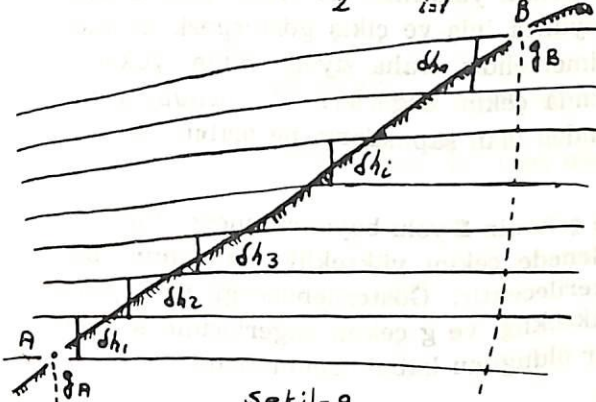
Kaçınılmaz ölçü hatalarını ihmal edersek, potansiyel farklarını yaklaşık olarak hesaplayabiliriz. Sonlu fakat ufak intervallere geçerse, bir çekim yükseklik koordinat sistemine dönüştürülmüş bir poligonda integrasyon trapezlerin alanlarının tesbiti ile sağlanır. Potansiyel farkı  $\Delta W$  yerine yaklaşık olan  $\Delta W'$  değeri aşağıdaki gibi

$$(63') \quad \Delta W' = - \sum_A^B \bar{g} \cdot \delta h \quad \text{yazılabilir.}$$

(63') deki  $\delta h$ ,  $r-v$  ortalama değerinden bulunan mira taban noktalarından geçen sonlu yakın nivo yüzeyleri arasındaki dik mesafedir.  $\bar{g}$  yüzey çekim değerinin ortalamasıdır. Ekonomik koşullar dolayısı ile pratikte sadece çok lüzumlu ve mümkün sayıda gravite değeri ölçülür. Bir nivelman çizgisi boyunca uzun veya kısa başka parçalara bölünen uzunlukların başlangıç ve bitim noktalarında çekim değeri ölçülür. Yalnız bu dar anlamda bazı kabuller ile mümkündür. Eğer monoton yükselen veya alçalan AB boyunca (Şekil-9) sadece A ve B de çekim kuvveti ölçülür.  $\delta h'$  den  $\delta h_n$ 'e kadar yapılan sıhhatli nivelmanla,  $\Delta W''$  potansiyel

farkı A ve B de ölçülen  $g_A$  ve  $g_B$  ortalama çekim değeri ile nivelman yüksekliğinin çarpımı ile tesbit edilebilir. Yani :

$$(63'') \Delta W'' = - \frac{g_A + g_B}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \delta h_i$$



Şekil-9

$$\bar{g}_1 = g_A + \frac{g_B - g_A}{\sum_{i=1}^n \delta h_i} \cdot \frac{\delta h_1}{2}$$

$$\bar{g}_2 = g_A + \frac{g_B - g_A}{\sum_{i=1}^n \delta h_i} \left( \delta h_1 + \frac{\delta h_2}{2} \right)$$

$$\bar{g}_n = g_A + \frac{g_B - g_A}{\sum_{i=1}^n \delta h_i} \left( \delta h_1 + \delta h_2 + \dots + \delta h_{i-1} + \frac{\delta h_n}{2} \right)$$

·  $\delta h_1$   
·  $\delta h_2$   
·  $\delta h_n$

Böylece hesaplanmış olan  $\Delta W''$  potansiyel farkı, eğer çekim değeri nivelman ölçü aletinin bir noktasından değerine doğru orantılı değişiyorsa, hakiki  $\Delta W'$  farkına eşittir. Buna göre aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

Eğer 1. denklemleri  $\delta h_1$ , 2. denklemleri  $\delta h_2, \dots$  sonucu denklemleri  $\delta h_n$  ile çarpıp toplarsak;

$$\sum_{i=1}^n \bar{g}_i \cdot \delta h_i = g_A \sum_{i=1}^n \delta h_i + (g_B - g_A) \frac{\sum_{i=1}^n \delta h_i}{2}$$

elde edilir. Veya ispatlamak istediğimiz

$$\sum_{i=1}^n \bar{g}_i \cdot \delta h_i = \frac{g_A + g_B}{2} \sum_{i=1}^n \delta h_i$$

bulunur.

Bu düşünce şekli bize, çekimin yükseklik ile orantılı değişmesinin sona erdiği yerlerde yeniden ölçü yapılması gerektiğini anlatmaktadır. Çekim değeri sürekli ölçülmüş bir nivelman hattı değerini bir dik koordinat sistemi üzerinde gösterelim. (63'') nü sadece doğru değişen yani "Çekim yükseklik diagramları" için geçerli olduğu derhal anlaşılır. Hakikatte büyük bir mesafe istenildiği gibi çekim-yükseklik diagramı beklenilemeyeceğine göre (63'') ile daima yaklaşık potansiyel farkları tesbit

edilebilir. Dikkati çekecek bir noktada nivelman hattı boyunca çekim noktalarının dağılımında ölçü noktaları arasındaki mesafelerin değil de yükseklik farklarının önemli olduğu ortaya çıkmaktadır. Sadece düzgün eğimi olan bir arazi parçası boyunca çekim yükseklik ile orantılıdır. Çekim değerlerinin bir nivelman hattı boyunca iniş ve çıkış göstergesi, problemin sona erdirilmesi anlamına gelmemelidir. Daha ziyade çekim yükseklik diagramlarının bitim noktalarında çekim değerleri ölçülmelidir. Bundan sonra pratikte düzgün değişimden olan sapmaların ne olabileceği düşünülmelidir.

(Şekil-10) da yükseklik ile çekimin  $S$  yolu boyunca lineer olmayan basit bir misalini vermektedir. Genede çekim yükseklik diagramını bir doğruya dönüştürülebileceği gösterilecektir. Gösterilebileceği gibi pek çok, benzer hal mümkündür.  $h$  yüksekliği ve  $g$  çekim değerlerinin  $s$  yolu boyunca sürekli ve türevlerinin var olduğunu kabul edelim. Yani:

$$(64) \quad h = f(s) \quad g = \varphi(s)$$

(63") ile verilen  $g$  yüksekliğin lineer bir bağıntısı olsun. Yani

$$(65) \quad g = a + b \cdot h$$

$\varphi(s)$  ve  $f(s)$  arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(66) \quad g = \varphi(s) = a + b \cdot f(s)$$

$f(s)$  keyfi seçilebildiğine göre,  $\varphi(s)$  iki parametre ile tesbit edilebilir. Bu parametreler aşağıdaki hal için, sınır şartlarından çıkarılabilir.

Aşağıdaki misalde, yükseklik mesafenin rasyonel ve 2. dereceden bir fonksiyonudur. Yani

$$h = \alpha + \beta \cdot s + \gamma \cdot s^2$$

denklem (66) ifadesinin yardımı ile

$$g = \varphi(s) = a + b (\alpha + \beta \cdot s + \gamma \cdot s^2)$$

$a$  ve  $b$  aşağıda gösterilen sınır şartlarından bulunabilir.

$$h = h_A \text{ için} \quad g = g_A \text{ dir.}$$

$$h = h_B \text{ için} \quad g = g_B \text{ dir.}$$

Buradan

$$g_A = a + b \cdot h_A$$

$$g_B = a + b \cdot h_B$$

ve heriki parametre

$$a = \frac{g_A h_B - g_B h_A}{h_B - h_A} \quad b = \frac{g_B - g_A}{h_B - h_A}$$

$\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  da somut bir örnek ile değerleri bulunur.  $s=0$  da  $h$  yüksekliği  $h_A$  değerini alacağından, evvelâ  $\alpha = h_A$  dir.

Bundan başka arazinin eğimini  $\text{tg } \alpha$  yı A noktası için yazmakta kolaylıktır.

$$\frac{dh}{ds} = \beta + 2\gamma s \quad \text{tir. } s=0 \text{ için } \beta = \text{tg } \alpha$$

Mesafenin son yüksekliği  $h_B$  dir. Özel olarak  $S_{AB}$  tüm mesafenin hangi bölümünde ise orası için hesaplanacaktır. için

$$\gamma = \frac{h_B - h_A - S_{AB} \text{tg } \alpha}{S_{AB}^2}$$

(Şekil-10)'da belirtilmiş olan bağıntı ve büyüklükler

$$h_A = \alpha = 500 \text{ m.}$$

$$h_B = 1500 \text{ m.}$$

$$g_A = 980200 \text{ mgal}$$

$$g_B = 980000 \text{ mgal}$$

$$a = 980300 \text{ mgal}$$

$$b = -0,2 \text{ mgal /m.}$$

$$\beta = \text{tg } \alpha = 0,1$$

$$S_{AB} = 20.000 \text{ m.}$$

$$\gamma = -\frac{1}{4.10^5}$$

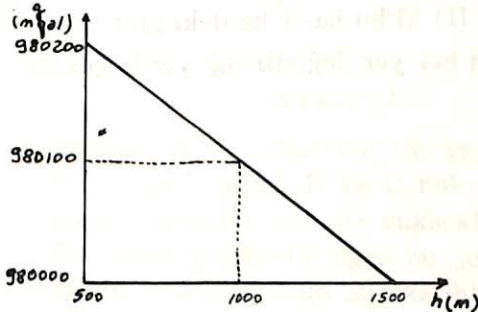
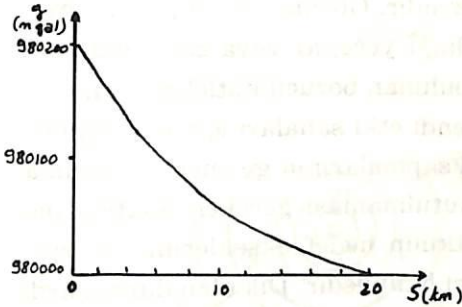
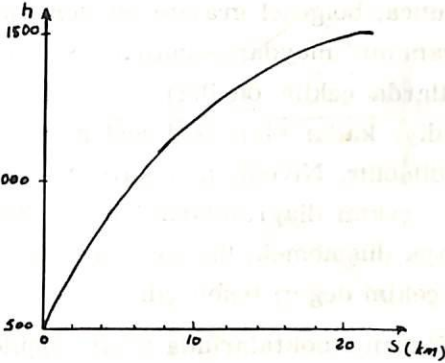
$s$  ve  $h$  metre cinsinden hesaplanmıştır.

$$g = (980300 - 0,2h) \text{ mgal}$$

$$g = \left( 980200 - 0,02s \frac{5^2}{2.10^5} \right) \text{ mgal}$$

$$h = \left( 500 + 0,1s - \frac{5^2}{4.10^5} \right) \text{ m.}$$

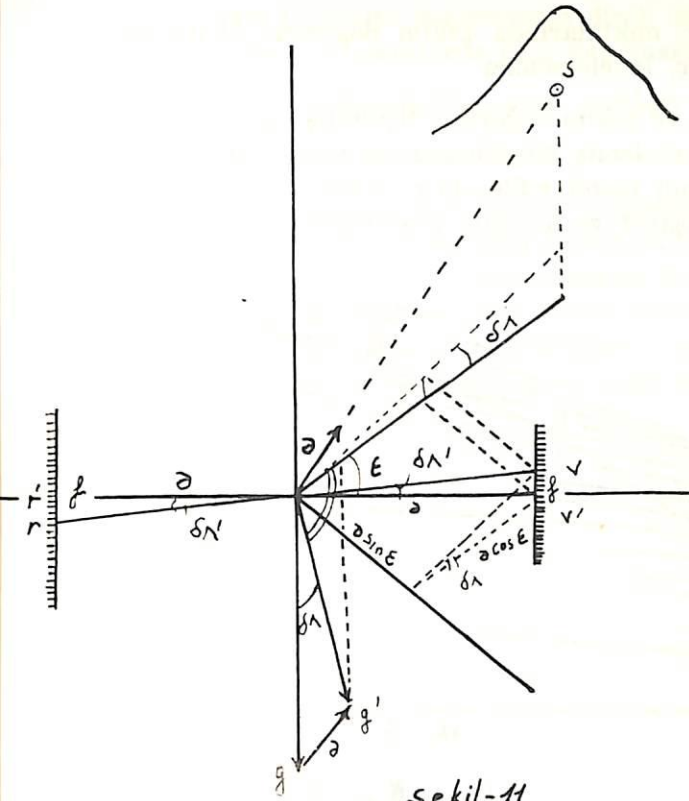
Yukarıdaki misalde göstermiş olduğumuz gibi, çeşitli arazi şartlarında (şekillerinde) yükseklik ile çekimin bağıllığı düşünülebilir. Eğer arazinin bo-



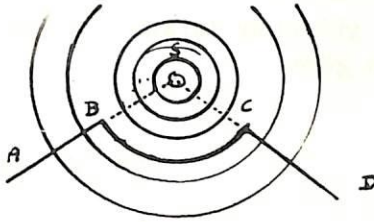
Şekil-10

yuna profili biliniyorsa, çekim—yükseklik diagramının lineer bağlantısını verebilecek, çekimin boyuna değişimi tesbit edilebilir. Tabiatı ile nivelmanın neresinde çekimin yükseklik ile lineer bağlantısının istenen sıhhat ile verilebileceği tesbit edilemez. Dolayısı ile hangi aralıklarda çekim ölçü noktaları gerektiğinde söylenemez. Daha ziyade bitim noktalarında ve çekim-yükseklik diagramlarının düzgün kısımlarında çekim değerleri ölçülebilir. Edindiğimiz tecrübelerden çekim ölçü noktalarının hangi aralıklar ile arazi ve çekim değerleri şartlarına göre kestirebiliriz. Fakat her hal için kaidelerden sapmalar düşünülebilir. Büyük ölçekte gravite haritalarına sahip ülkelerde evvela, her nivelman hattı boyunca, bölgesel gravite ölçülerinden faydalanarak, çekim—yükseklik diagramının meydana getirilmesi tavsiye edilir. Bundan sonra hangi noktalarda çekim ölçülerinin yapılması icap ettiği çıkartılabilir. Bu arada, şimdiye kadar olan düşüncelerimiz ile bazı değerli tutanak noktaları tesbit edilebilir. Nivelmanda karakteristik düşme ve yön değiştirmeleri, yükseklik—çekim diagramlarındaki kırıklar daima şüpheli hallerdir. Büyük bir hataya düşmemek, lüzumsuz çekim ölçüleri yapmamak için, oraya uygun bir çekim değeri tesbit edilir.

Şimdi, neden nivelmanda yön değiştirme noktalarında çekim ölçülerinin yapılması gerektiğini ispatlamak lazımdır. Görünen veya görünmeyen kütle bozuklukları ölçü aletinin her konduğu yere, az veya çok çekül doğrultusuna etki ederler. Dağlar yer içinde bulunan bozucu kütleler arzın merkezine doğru olan çekül doğrultusunun kendi etki sahaları içinde yönünden saptırırlar. (Şekil II) bu şartları ve çekül sapmalarının geometrik nivelmana etkisini göstermektedir. Bu arada unutulmaması gereken noktalardan biride; nivelman sonuçlarının en fazla etkinin hedef eksenlerinin bozucu kütlelerin ağırlık merkezine yönelmiş olması halindedir. Dik olan durumlarda ise etki kaybolmaktadır. Nivelman çalışmalarında, bir değil pek çok bozucu cisim ile karşılaşıldığından şartlar (Şekil II) ki bu basit haldeki gibi olmayıp çok karışıktır. Eğer nivelman aletinin her yer değiştirdiği yerde çekim



Şekil-11



Şekil-12

değeri ölçülebilse idi, bütün bozucu kütlelere rağmen doğru potansiyel farkı elde edilebilirdi. Çok daha az miktarda gravite değerleri ile yetinmek mecburiyetinde kaldığımızda, bütün bozucu kütle etkilerini gözde alarak, daha ziyade nivelmanda yön değiştirmeleri olduğu noktalarda gravite değerleri ölçülmektedir. Çünkü bu noktalarda çekim-yükseklik diagramlarında kırıklar (=dirsekler) beklenmektedir.

$$f = a \cos \varepsilon \operatorname{tg} \delta \Lambda - a \operatorname{tg} \delta \Lambda' \text{ dir.}$$

$$\operatorname{tg} \delta \Lambda' = \delta \Lambda \cos \varepsilon \text{ ve}$$

$$f = a \frac{\varphi''}{(\delta \Lambda')''}$$

Nivelman ile

$$\delta h = r - v = r' - f - v' - f \text{ veya}$$

$$\delta h = r' - v' - 2f \text{ bulunur.}$$

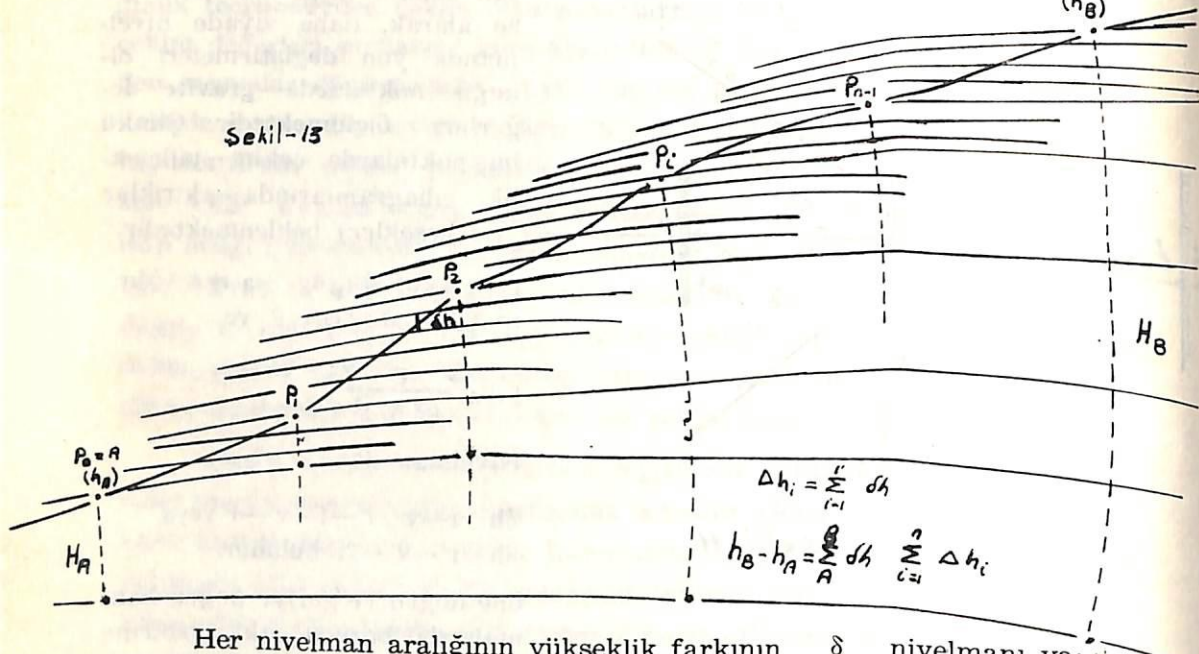
öne doğru ve geriye doğru bakmalarda bozucu etki birbirine eklenmektedir. Şekil 12 bir bozucu kütle etkisini çok mütealalı olarak göstermektedir. Bozucu kütle için ağırlık merkezi S ye doğru olan AB ve CD mesafelerinde kütle nivelman sonuçlarına en büyük etkiyi gösterir.

Merkezi S olan dairenin BC yayı üzerindeki okumalarına bozucu kütlelerin etkisi yoktur. B ve C noktalarında çekim değeri ölçülmelidir, çünkü bu noktalardan çekim-yükseklik diğramı kırık (=dirsek) gösterebilir. Nivelman çizgilerini eğer bir jeolojik Harita üzerine taşarsak, güçte olsa zemin yoğunluğunun süreksizlik gösterdiği yerleri tanıyabiliriz. Eğer bu bölgeler yarlar ile birlikte düşmüyorlar ise bu takdirde çekim değerlerine dikkat etmek gerekecektir.

(63''), başlangıç ve bitim noktalarında çekim değerleri ölçülmüş bir nivelman hattı için geçerlidir. İncelememizi

$P_0=A, P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n=B$  olan ve çekim değerleri ölçülmüş bir nivelman hattı için geliştirelim. Burada söylemiş olduğumuz gibi, her yükseklik noktasında, ki yükseklikleri şimdi tesbit edilecektir, çekim değerleri ölçülmüştür. (Şekil-13) geçerli işaret ve şartları göstermektedir.  $P_n=B$  ( $h_B$ )

Şekil-13



Her nivelman aralığının yükseklik farkının  $\delta$  nivelmanı yapılmış çekim ölçü noktaları arasındaki yükseklik farkını  $\Delta$  ve nivelman yüksekliklerini  $h$  ile gösterelim. Buna göre

$$(67) \quad \begin{aligned} \sum_A^{P_1} \delta h &= \Delta h_1 \\ \sum_{P_1}^{P_2} \delta h &= \Delta h_2 \\ \dots & \\ \sum_{P_{n-1}}^B \delta h &= \Delta h_n \end{aligned} \quad \text{buna göre (67')} \quad \begin{aligned} \frac{g_A + g_1}{2} &= \bar{g}_1 \\ \frac{g_1 + g_2}{2} &= \bar{g}_2 \\ \dots & \\ \frac{g_{n-1} + g_B}{2} &= \bar{g}_n \end{aligned}$$

A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkları için  $P_0$  ve  $P_n$

$$(68) \quad -\Delta W = \sum_{i=1}^n \bar{g}_i \Delta h_i \quad \text{yazılabilir.}$$



Özet olarak; çekim değerlerinin direk ölçüler ile tesbit edilmesi gerektiği hallerde, şu noktalarda ölçü yapılması gerekir.

- (1) Yüksekliğini tesbiti gereken her noktada.
- (2) Nivelmanda, büyük yön ve yükseklik değişimlerinde.
- (3) Diğer bütün çekim—yükseklik diagramı dirsek noktalarında veya yüksekliğin fonksiyonu olarak bilinmeyen çekim değişimlerinde uygun aralıklar ile tecrübeye dayanarak tesbit edilir. Çekim ölçü istasyonları arasındaki mesafe, yükseklik farklarının büyüklüğüne, çekim anomalilerine, topoğrafik korreksiyonlara göre tayin edilir.

#### IV. BÖLÜM

Ölçülen gravite değerlerine ve gravite anomalilerine dayanarak teorik poligon kapanma hatasının ve geometrik nivelmanda gravite tasahhlerinin yapılması.

##### 1. Dinamik Yüksekliklerin Teorisi :

a. Ölçülerek tesbit edilmiş graviteye göre H' dinamik yükseklikler ve DK dinamik korreksiyonlar.

Nivelmana yapılmış yükseklik farklarına karşıt olarak potansiyel yükseklik farkları yola tabi değildir. Herhangi nivo yüzeyi üzerindeki iki nokta arasını ölçerek farklı yollarla katedersek aynı potansiyel farkını teorik dahi olsa elde etmemiz gerekir.

Şekil 7'de okunan (57) denklemine göre meselâ :

$$(69) \quad \int_{\alpha}^{\beta} g \cdot dh = \int_{\alpha'}^{\beta'} g' \cdot dh' = W_0 - W_B$$

Aynı şekilde.

$$(70) \quad \begin{aligned} W_0 - W_A &= \int_{\alpha}^A g \cdot dh = \int_{\alpha'}^A g' \cdot dh' \\ W_0 - W_B &= \int_{\alpha}^B g \cdot dh = \int_{\alpha'}^B g' \cdot dh' = \int_{\alpha''}^B g'' \cdot dh'' \end{aligned}$$

bağıntılarında yazılabilir.

(70) ifadesini, keyfi fakat büyük bir gölge için anlamlı ve uygun seçilmiş  $g_0$  gravite değerine bölersek :

$$(71) \quad \begin{aligned} \frac{W_0 - W_A}{g_0} &= \int_{\alpha}^A \frac{g}{g_0} \cdot dh = \int_{\alpha'}^A \frac{g'}{g_0} \cdot dh' = H'_A \\ \frac{W_0 - W_B}{g_0} &= \int_{\alpha}^B \frac{g}{g_0} \cdot dh = \int_{\alpha''}^B \frac{g''}{g_0} \cdot dh'' = H''_B \end{aligned}$$

Geoid ile diğer nivo yüzeyleri arasında potansiyel farkının gravite ivmesine bölümü ile dinamik yüksekliği veya H' çalışma yüksekli-

ğini elde ederiz. Bu fikir Helmertindir. "Die Schwerkraft im Hochgebirge" (2) adlı eserinde şunları söylemektedir.

"Bir orthogonal yörünge boyunca (Trajektorie) iki yüzey veya yüzeyler arasındaki farkın hesaplanabilmesi için çekim değerinin bilinmesi gerekir. Fakat bu değer genellikle istenilen sıhhatte olmaz onun için ben  $\Delta W: G$  terimini teklif ettim. Burada  $G$ ,  $45^\circ$  coğrafik enlemde deniz yüzeyindeki normal çekim değeridir. Daha sonraları bu büyüklük çalışma ve dinamik yükseklikler olarak tanımlanmıştır. Ölçü yapılırken bir nivo yüzeyinden diğerine geçişte  $\Delta W$  ile birlikte gravitenin mekanik işini de ölçmüş olmaktadır. Bize ölçülmüş olan yükseklik değerlerine kantitatif olarak yakın olacak bir birimin verilmesi gereklidir."

$G$  ( $=\gamma_0^{45}$ ) yerine dinamik yükseklikleri tanımlamak için daha anlamlı  $g_0$  değerleri kullanılabilir.  $g_0$  'ı öyle seçebiliyoruzki ölçünün yapıldığı bölgede, ölçülmüş yükseklik farkları arasında en ufak tashihler icap etsin böyle yükseklik sistemleri minimal sistemler olarak adlandırılır. Miligal olarak ifade edilen çekim ivmesi yaklaşık olarak milyon kabul edilebilir. Merit olarak yükseklikler ile karşılaştırılacak değerler elde edebilmek için geoidden olan potansiyel farklarının kilogal olarak ifade etmek uygun düşmektedir. Bu şekilde ifade edilmiş olan "Geopotansiyel Kotlar" ile dinamik ve orthometrik yükseklikler arasında fark boyutları ihmal edersek % 2 civarındadır.

(71) Denklemi ile doğrudan doğruya dinamik yüksekliklerin hesaplanması mümkün değildir. Daha ziyade bunu hesap tekniği bakımından  $g = g + g_0 - g_0$  özdeşliği ile (71) 'i parçalamak suretiyle, Dinamik yükseklikler için aşağıdaki denklemler yazılabilir.

$$(72) \quad H'_A = \int_A^A dh + \int_A^A \frac{g-g_0}{g_0} dh$$

$$H'_B = \int_B^B dh + \int_B^B \frac{g-g_0}{g_0} dh$$

Kaide olarak dinamik yükseklik farkları (72) denklemlerinin farkını almakla bulunur.

$$(73) \quad H'_B - H'_A = \int_A^B dh + \int_A^B \frac{g-g_0}{g_0} dh$$

(73) denklemi dinamik teoride ilk şekildir. Burada :

$$(73') \quad \int_A^B \frac{g-g_0}{g_0} dh = DK$$

Dinamik yol düzeltmesi veya dinamik korreksiyon olarak adlandırılır.

Kullanma formülleri toplamlara geçilerek elde edilir. (73) denklemlerinden yaklaşık olarak.

$$(74) \quad H_B' - H_A' = \sum_A^B \delta h + \sum_A^B \frac{g_m - g_0}{g_0} \delta h$$

Bağlantı öyle düşünülebilirki  $\delta h$  nivelmanı yapılan yükseklik farkı ise her aletin ölçü yaptığı yerdeki gravite değeridir. (63'') ve (68) ifadelerini geçerli kabul edersek:

$$(74') \quad H_B' - H_A' = \sum_A^B \Delta h + \sum_A^B \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} \Delta h$$

Yazabiliriz. (74') nün içine

$$\sum_A^B \Delta h = \sum_A^B \delta h = h_B - h_A \quad \text{yazılabilir.}$$

Nivelmanı yapılmış yükseklik farklarını dinamik korreksiyonu için, ikinci bir şekilde, (73') denkleminin kısmi integrasyonu ile elde edilir. Burada çekim yüksekliğinin fonksiyonu olarak düşünülmelidir. Takiben DK için :

$$(75) \quad DK = \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dh = \frac{g - g_0}{g_0} h \Big|_A^B - \int_A^B \frac{h}{g_0} dg$$

(75) deki  $h$ ,  $h_A$  dan  $h_B$  'ye kadar bütün değerlerin alabileceği nivelman yüksekliğidir. (71) denkleminin integrasyonu sınırlarını yazarak

$$(76) \quad DK = \frac{g_B - g_0}{g_0} h_B - \frac{g_A - g_0}{g_0} h_A - \int_A^B \frac{h}{g_0} dg \quad \text{elde ederiz.}$$

$h = h - h_A + h_A$  özdeğişi yardımı ile (76) 3 terimli denklemin aşağıdaki gibi iki terimli bir denkleme indirilebilir.

$$(76') \quad DK = \frac{g_B - g_0}{g_0} (h_B - h_A) - \int_A^B \frac{h - h_A}{g_0} dg$$

Bu denkleminde B değişken noktası ifade etmektedir.

Pratik değerlendirme için aşağıdaki bağıntılar uygundur.

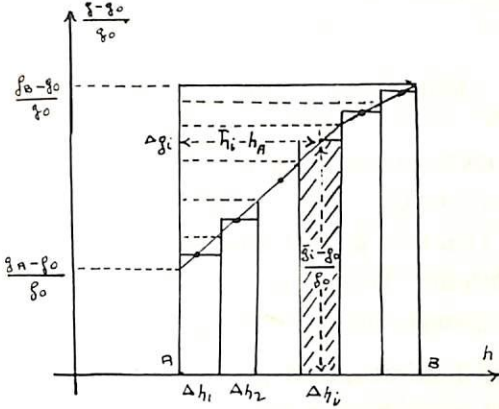
$$(76'') \quad DK = \frac{g_B - g_0}{g_0} (h_B - h_A) - \sum_A^B \frac{\bar{h}_i - h_A}{g_0} \Delta g_i$$

veya

$$(76''') \quad DK = \frac{g_B - g_0}{g_0} \sum_{i=1}^n \Delta h_i - \sum_{i=1}^n \frac{\bar{h}_i - h_A}{g_0} \Delta g_i$$

şekil 14'de (74'), (76'') ve (76''') denklemlerinin anlamları gösterilmektedir.

(74') 'e göre dinamik korreksiyonlar ortalama ordinatlardan dikdörtgenler serisi ile hesaplanabilir. (76'') ve (76''') ifadeleri ile ise dinamik korreksiyonları elde etmek için



Şekil-14

$$\frac{g_B - g_A}{g_0} (h_B - h_A)$$

dikdörtgenlerinden bir seri ile elde edilebilir. (76''') ifadesi biraz daha basit olan (74') denkleminin kontrolü için kullanılır. Sürekli olarak devam eden dinamik korreksiyonları başlangıç noktası daima A olarak işaretlenir. B ile, A' dan itibaren dinamik korreksiyonları tesbit edilecek çekim değerleri ölçülmüş devamlı noktalar işaretlenir.

#### b. Geopotansiyel Kotlar :

Prensip olarak Geopotansiyel kotlar kilokalxmetre olarak ifade edilen, gözlem noktasının bulunduğu nivo yüzeyiyle geoid arasında potansiyel farkından başka bir şey değildir. Yani :

$$(77) \quad C = W_0 - W \quad \text{Şekil 7' ye göre}$$

$$(78) \quad W_0 - W_A = C_A = \int_A^0 g dh$$

$$W_0 - W_B = C_B = \int_B^0 g dh$$

A ve B noktaları arasındaki geopotansiyel kot farkı (68) e benzer şekilde

$$(78') \quad C_B - C_A = \Delta C = \int_A^B g dh \quad \text{dir.}$$

(68) e benzer şekilde

$$(79) \quad \Delta C = \sum_{i=1}^n \bar{g}_i \Delta h_i \quad \text{olur.}$$

İnternasyonal Geodezi Birliği 1955 Mayıs'ında Floransada Avrupa Nivelman ağ: için internasyonal Komisyon toplantısı tertiplemişti. Bu toplantıda Postdam kovvensiyonel sistemine irca edilen Geopotamsiyel kotların Milletlerarası olarak bağlanması kararlaştırılmıştı. Bundan başka metrik yükseklikler ile kararlaştırılabilecek yükseklikleri elde edebilmek için de Geopotansiyel kotların boyutlarını: n kilokal x metre olarak ifadesi kararlaştırılmıştır. Mutlak Geopotansiyel kotlar ise bilinen bir  $C_A$  noktasından itibaren

$$(80) \quad C_B = C_A + \sum_{i=1}^n \bar{g}_i \Delta h_i \quad \text{denklemiyle bulunur. İki gra-}$$

vite istasyonu arasındaki yükseklik farkı metre cinsinden, mesafede ortalama çekim değeri kilokal (Kgal) olarak verilir. Geopotansiyel kot c ise Kliokal x metre birimindedirki, u. g. p (Uniteis geopotentielles) veya g. p. u (Geo-Potential units) olarak işaretlenir. Daha öncede belirtmiş olduğumuz gibi metrik yüksekliklerden % 2 oranında farklıdırlar.

Tabiatı ile Geopotansiyel kotlarda  $g_0$  için mutlak değerin  $10^6$  veya I'in kullanıldığı dinamik yükseklikler gibi g mgal veya kgal olarak ifade edilerek hesaplanabilir. Benzer şekilde "Geopotansiyel yol düzeltmeleri" veya "Geopotansiyel tashihler" in hesaplanması mümkündür. g için birim milikal olarak (74') den

$$(81) \quad C_B - C_A = \sum_A^B \Delta h + \sum_A^B \frac{\bar{g} - 10^6}{10^6} \Delta h \quad \text{dir.}$$

Benzer şekilde (76'') denkleminde

$$(81') \quad C_B - C_A = \sum_A^B \Delta h + \frac{g_B - 10^6}{10^6} \sum_A^B \Delta h - \sum_A^B \frac{\bar{h} - h_A}{10^6} \Delta g_i$$

Bütünlüğü bozmamak için burada Geopotansiyel kotların (c), ortometrik yükseklikler (H') ya dönüşüm formüllerinide vereceğiz. Daha sonra çıkarılacak olan (93') denkleminde göre  $g_0 = 1$  ve Kilokal olarak ifade edilen ortalama değer  $\bar{G}$  'ye göre çekül doğrultusu boyunca,

$$(81'') \quad H = \frac{C}{G}$$

Eğer, Geoid ile bir arz yüzeyi noktası arasındaki çekül doğrultusu boyunca çekimin  $\bar{G}$  ortalama değeri biliniyorsa, bu noktanın orthometrik yüksekliği, Geopotansiyel kot c'den kolaylıkla hesaplanabilir.

c. Gravite Anomalileri ile ifade edilen dinamik Korreksiyonlar.

Dinamik korreksiyonları Gravite Anomalileri ile ifade edebilmek için (26'), (34'') veya (36') denklemlerinden birini (73') veya (76') denklemlerinden birine oturtmak lâzımdır. Bouguer anomalileri için olan (26') ifadesinden meselâ :

$$(82) \quad \Delta K = \int_A^B \frac{\gamma - V_m H + \Delta g_0'' - T_p - g_0}{g_0} dh \quad \text{yazılabilir.}$$

Muhtemelen nivelman hattı boyunca ortalama düşey gradiyen değişmektedir. Öyle ise  $V_m$  de değişken olarak alınmalıdır. Yâni

$$(83) \quad V_m = V_{m,0} + \delta V_m \quad \text{dır.}$$

$V_{m,0}$  ölçü yapılan bölgede  $\delta V_m$  mertebesinde değişen uygun bir ortalama değerdir. (82) ifadesinin kısmi integrasyonunun yapılmasından önce, (82) içinde olan  $H dh$  integralini, orthometrik korreksiyonlar kavramını gözönüne alarak çözmek lâzımdır. Orthometrik yükseklik olan  $H$  bilinmemesine rağmen, rahatlıkla  $H = h$  yazılabilir. Orthometrik korreksiyonları (OK) işareti ile gösterirsek  $dh = dH - d(OK)$  yazılabilir. Dolayısıyla,

$$(84) \quad \int_A^B H dh = \int_A^B H dH - \int_A^B H d(OK) \quad \text{veya,}$$

$$(84') \quad \int_A^B H dh = \frac{1}{2} (H_B^2 - H_A^2) - \int_A^B H d(OK)$$

veya bunun yerine :

$$(84'') \quad \int_A^B H dh = \frac{1}{2} (H_B^2 - H_A^2) - H_B (OK)_B + \int_A^B (OK) dH$$

burada (OK)<sub>A</sub> eşittir sıfır yazılmıştır. Eğer, orthometrik korreksiyonu bir nivelman hattı boyunca, orthometrik yüksekliklerin bir fonksiyonu olarak gösterebilirsek (84'') integralinin değeri, OK çizgisi ile H eksenini arasında kalan yüzeyin değerine eşittir. Yaklaşık bir misal vermek gerekirse OK için maksimal 50 cm. ve nivelman yükseklik değişimi olarak 2 000 m. kabul edilebilir.

(82) 'nin integrasyonunda DK'nın hata miktarı :

$$\frac{V_{m,0}}{g_0} \int H d(OK) \quad \text{ya eşittir.}$$

$V_{m.o} = 0,2$  mgal/m değeri ile DK'da en fazla milimetrenin onda biri mertebesinde değişme beklenebilir. Dolayısıyla,

$$\int_A^B H dh = \frac{1}{2} (H_B^2 - H_A^2) = \frac{1}{2} (H_B^2 - h_A^2)$$

yazılabilir. (82) denklemi de

$$(82') DK = \int_A^B \frac{\delta y - g_0}{g_0} dh - \frac{V_{m.o}}{2g_0} (H_B^2 - H_A^2) + \int_A^B \frac{\delta \Delta g_0'' - \delta V_m^{H-TP}}{g_0} dh$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\Delta''g_0 - T_p$  ve diğer anomaliler için (36'') denklemi konulabilir.

serbest hava anomalisi için (82) denklemi evvelâ,

$$(82'') \Delta g_F'' \quad DK = \int_A^B \frac{\delta y - V_a H + \Delta g_F'' - g_0}{g_0} dh \quad \text{veya,}$$

$$(82''') DK = \int_A^B \frac{\delta y - g_0}{g_0} dh - \frac{V_a}{2g_0} (H_B^2 - H_A^2) + \int_A^B \frac{\delta \Delta g_F''}{g_0} dh \text{ dönüşür.}$$

Serbest hava anomalisinin kullanılmasıyla (82') basitleşir.  $V_{m.o}$  sabit olarak kabul edilen  $V_a$  ve bozucu etkiyi ifade eden

$$\Delta g_0'' - T_p - \delta V_m \cdot H \quad \text{serbest hava anomalisi} \quad \Delta g_F''$$

ile yer değiştirebilir.

(82') ve (82''') denklemleri DK için aşağıdaki anlama sahiptir.

Bölgesel çekim ölçmelerine ihtiyaç olmadığından birinci ve ikinci terimler reguler (düzgün) karakterdedirler. Üçüncü terim bozucu terim olarak kabul edilebilir. Eğer (39,1) ve (39,2) denklemleri yerine,

$$(39,1) \Delta g_0'' - T_p = C_0 + f \cdot H + \delta c$$

$$(39,2) \Delta g_F'' = C_0 + f' H + \delta c + 2\pi k^2 \theta H$$

ifadeleri yazılabileceğimizi düşünürsek normal gravite teriminin yola tabi olduğunu, ikinci terim etkilemediğini, üçüncüsünün ise kısmen etkilendiğini görürüz, (39,1) ile (82') ifadesi eğer,

$$(85') \delta c' = \delta c - \delta V_m \cdot H \quad \text{ise,}$$

$$DK = \int_A^B \frac{\delta y - g_0}{g_0} dh - \frac{V_{m.o} - f}{2g_0} (H_B^2 - H_A^2) + \frac{C_0}{g_0} (H_B - H_A) + \int_A^B \frac{\delta \delta c'}{g_0} dh$$

dönüşür.



(85) denklemi ile sadece normal gravite terimi ile esas bozucu terim

$\int \frac{dC'}{g_0} dh$  nin nivelman yoluna tabi olduğunu gösterir. İkinci ve üçüncü

terimler yola tabi değildirler. Buradan şu anlamı çıkartabiliriz. Normal gravite teriminden başka, sabit olmayan ve basit Bouguer anomalisinin yüksekliğe lineer olarak bağlı olmayan kısmı ve ortalama düşey gradiyenin değışimi, yani yoğunluk DK'nın yola tabiyetine etki eder. Bu kavram ve tahminler yaklaşıklık metotları için anlam ifade etmektedirler.

## 2. Orthometrik Yüksekliklerin Teorisi :

a. Ölçülerek tesbit edilmiş Gravite değerlerinde orthometrik yükseklikler ve orthometrik tashihler :

Şekil 7'de A ve B noktalarının orthometrik yükseklikleri  $H_A$  ve  $H_B$  gösterilmektedir. Yükseklikler çekül doğrultularının birer yayı

$$(86) \quad H_A = \int_{A'}^A dh' \quad H_B = \int_{B'}^B dh'' \quad \text{olarak}$$

şeklinde açıklanabilirler.  $g = g + g_0 - g_0$  özdeşliğini ve  $g'$  ve  $g''$  içinde onlara tekabül eden bağıntıları yazarak (71) denkleminde orthometrik Teori için ilk bağıntıları elde edebiliriz. (86) ve (71) denklemlerini gözönüne alarak :

$$(87) \quad \int_A \frac{g - g_0}{g_0} dh + \int_A dh = H_A + \int_{A'}^A \frac{g' - g_0}{g_0} dh'$$

$$\int_B \frac{g - g_0}{g_0} dh + \int_B dh = H_B + \int_{B'}^B \frac{g'' - g_0}{g_0} dh''$$

yazabiliriz. (87) denklemlerini birbirinden çıkararak herhangi iki A ve B noktasının orthometrik yükseklikler farkı için ilk ifadeyi elde ederiz.

$$(88) \quad H_B - H_A = \int_A^B dh + \int_A \frac{g - g_0}{g_0} dh + \int_{A'}^A \frac{g' - g_0}{g_0} dh - \int_{B'}^B \frac{g'' - g_0}{g_0} dh''$$

(88) denkleminde nivelmanla tesbit edilmesi gereken yükseklik farkı ile beraber dinamik korreksiyon terimide vardır. Diğer iki terim Geoid ile arz yüzeyi arasındaki A'A ve B'B çekül doğrultularının dinamik tashih terimidir. Buna düşey dinamik tashih terimi - kısaltılmış olarak VDK - denir. VDK için :

$$(89) \quad VDK_A = \int_{A'}^A \frac{g' - g_0}{g_0} \cdot dh' \quad ; \quad VDK_B = \int_{B'}^B \frac{g'' - g_0}{g_0} \cdot dh''$$

(88) ve (89) dan, B noktası için orthometrik yüksekliğin şöyle hesaplanabileceği anlaşılmaktadır.

Herhangi bir başlangıç A noktasının ortometrik yüksekliğine keyfi bir yolal bulunmuş olan yükseklik farkı ilâve edilir. Keyfi yol için hesaplanan dinamik korreksiyon ile A ve B noktalarındaki düşey dinamik korreksiyon farkları ilâve edilir. Burada ifade ettiğimiz,

$$(90) \quad DK_{AB} + VDK_A - VDK_B = OK$$

İfadesi orthometrik korreksiyon - OK - dir. Bu ifadeden başka bağıntılar için türetilecektir. (72) ve (87) denklemlerinde ve (89) un yardımı ile derhal, aynı Pi noktası için dinamik ve orthometrik yüksekliklerin düşey dinamik korreksiyon miktarı kadar farklı olduğu görülmektedir. Yani

$$(91) \quad H_i' = H_i + VDK_i \quad \text{dir.}$$

Geoid ile fiziki arz yüzeyi arasındaki çekül doğrultusu boyunca çekim değerinin değişimi ancak yaklaşık olarak hesaplanabilir. (89) denklemini genel olarak düşey dinamik korreksiyon için uygun olmadığından Niethammer'in [5] bölüm II,7,c de türediği geoid ile arz yüzeyi arasındaki çekül doğrultu parçasının ortalama  $\bar{G}$  arz ivme değerinden faydalanılır. (Şekil-7) ve (50) denklemine göre,

$$(92) \quad \bar{G}_A = \frac{1}{H_A} \int_{A'}^A g' dh' \quad \bar{G}_B = \frac{1}{H_B} \int_{B'}^B g'' dh''$$

(92) terimi o şekle sokulabilirki  $\bar{G}$  değeri genellikle çekim kuvveti ile yükseklik elemanlarının aritmetik ortalaması bir ağırlık terimi olarak hesaplanabilir. (92) denkleminde (71) denkleminin son kısmı ve (86) dan

$$(93) \quad \int_{A'}^A g' dh' = \bar{G}_A \cdot H_A = g_0 \cdot H_A' \quad \int_{B'}^B g'' dh'' = \bar{G}_B \cdot H_B = g_0 \cdot H_B'$$

yazılabilir. (93) denkleminin sağ taraflarından,

$$(93') \quad \frac{H_i'}{H_i} = \frac{\bar{G}_i}{g_0} \quad \text{yazılır.}$$

Demekki bir noktanın dinamik yüksekliğinin orthometriğe oranı ortalama çekim değeri  $\bar{G}$  nin dinamik yüksekliği karakterize eden  $g_0$  değerinin oranına eşittir. (93') denkleminde ufak bir değişiklik yaparsak,

$$(93'') \quad H_i' = H_i + \frac{\bar{G}_i - g_0}{g_0} H_i \quad \text{yazabiliriz.}$$

(93'') i ufak bir hesap ile orthometrik yükseklikleri dinamik yüksekliklere dönüştürmek mümkündür. Ufak bir ters dönüşüm ile tekrar (93') elde edilir. Yâni :

$$(93''') \quad H_i = H_i' + \frac{g_0 - \bar{G}_i}{\bar{G}_i} H_i' \quad \text{elde edilir.}$$

(93''') denklemleri ile (91) 'in karşılaştırılmasından düşey dinamik korrek-tür için diğer bir terimin elde edilebileceği görülür. Yâni :

$$(94) \quad VDK_i = \frac{\bar{G}_i - g_0}{g_0} H_i = \int_{P_i}^{P_i'} \frac{g_i - g_0}{g_0} dh_i$$

(94) 'ün yardımı ile ve (88) den faydalanarak orthometrik teorisi için ilk tam şekil elde edilmiş olur.

$$(95) \quad H_B = H_A + \int_A^B dh + \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dh + \frac{\bar{G}_A - g_0}{g_0} H_A - \frac{\bar{G}_B - g_0}{g_0} H_B$$

veya.

$$(95') \quad H_B = H_A + \int_A^B dh + DK_{AB} + VDK_A - VDK_B$$

benzer şekilde (90) dan orthometrik tashih için

$$(95'') \quad DK = DK_{AB} + VDK_A - VDK_B = \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dh + \frac{\bar{G}_A - g_0}{g_0} H_A - \frac{\bar{G}_B - g_0}{g_0} H_B$$

Burada (94) 'ün integrali VDK için bir ifade olarak kullanılabilir.

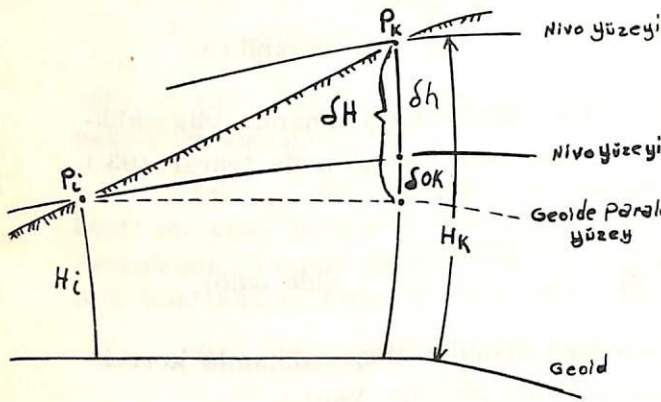
$$(96) \quad H_B = H_A + \int_A^B dh + DK_{AB}$$

Şimdi orthometrik teoriyi (96) şeklinde, tek bir alet ölçü noktası için uygulayalım. Burada :

$$(96') \quad \begin{aligned} \delta h &= r - v \\ \delta H &= \delta h + \delta OK \end{aligned} \quad \text{dir.}$$

Differansiyel anlamda yukarıda kullanılan bağıntı :

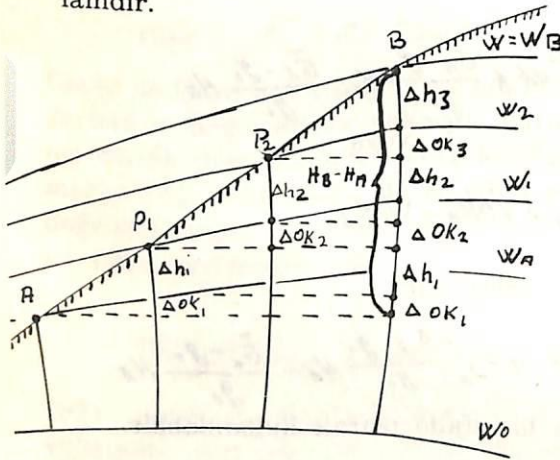
$$(96'') \quad dH = dh + dOK \quad \text{dır.}$$



Şekil-15

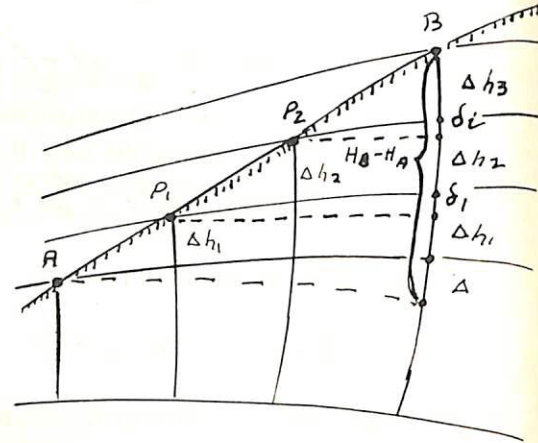
mesafeler için çekül doğrultularının bonbeliğini hesaplamada kullanılabilir. Buda Geodezi için orthometrik korreksiyonların ifade ettiği ikinci anlamdır.

(Şekil 15) te bir alet ölçü noktası için orthometrik korreksiyonun Geometrik anlamı göstermektedir. Şekil 16 a ve 16 da üç kısmıdan müteşekkil olan bir nivalman görülmektedir. Burada mutlak anlamda orthometrik tashih terimleri nivo yüzeyleri arasındaki konverjansı göstermektedir. Eğer bütün nivo yüzeyleri birbirlerine paralel olsalardı bütün orthometrik tashihler sıfıra eşit olacaktır. Derhal görülebileceği gibi orthometrik korreksiyonların kısa



$$H_B - H_A = \sum_{i=1}^n \Delta h_i + \sum_{i=1}^n \Delta OK_i$$

Şekil-16 a



$$H_B - H_A = \sum_{i=1}^n \Delta h_i + \Delta + \sum_{i=1}^n \delta_i$$

Şekil-16 b

(95'') Denkleminin şekli orthometrik korreksiyonlar için gerekli pratik verileri ihtiva etmektedir. Ğ nin hesaplanmasını bir kenara bırakırsak çoğu zaman dinamik korreksiyonların integral teriminin (74') veya (76'') bağıntısı ile değiştirilmesi gereklidir. Ayrıca B noktasının düşey dinamik korreksiyonu için gerekli olan orthometrik yükseklik H\_B nin

bilinmediğine dikkat etmek gerekir. (95'') denklemindeki  $H_B$  'yi hassasiyete zarar vermeden hesaplarda nivelman yüksekliği  $h_B$  ile değiştirilebilir. Türetmeler ve karşılaştırılmalarda hassasiyeti zedelememek için diğer yazarlarında aynı fikirde oldukları gibi, kısaltma ve yaklaşıklıkla, ölçü teorisine geçişte ve sonuçlara hesap tekniğinin uygulanması sırasında yer verilmesi daha uygun olmaktadır.

(95'') denkleminde B noktasındaki düşey dinamik korreksiyon terimine (96) 'yı oturtursak :  $H_B = H_A + \int_A^B dh + OK$

$$(97) OK = \frac{1}{\bar{G}_B} \int_A^B (g - g_0) dh + \frac{\bar{G}_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} H_A - \frac{\bar{G}_B - g_0}{\bar{G}_B} \int_A^B dh$$

elde ederiz. (97) denkleminde, (76) 'da dikkate alınacak olursa :

$$(98) OK = \frac{g_B - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} \frac{g_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} h_A + \frac{\bar{G}_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} H_A - \frac{1}{\bar{G}_B} \int_A^B h dg$$

elde edilir. (98)'in integralinde  $h = h - h_A + h_A$  özdeşliğini kullanırsak :

$$(98') OK = \frac{g_B - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} (h_B - h_A) + \frac{\bar{G}_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} H_A - \frac{1}{\bar{G}_B} \int_A^B (h - h_A) dg$$

Pratik kullanmada integraller yerine toplam kullanılması daha uygundur.

$$h_B - h_A = \sum_{i=1}^n \Delta h_i$$

$$(98'') OK = OK = \frac{g_B - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} H_A + \frac{1}{\bar{G}_B} \left\{ (g_B - \bar{G}_B) \sum_{i=1}^{B(n)} \Delta h_i - \sum_A^B (h_i - h_A) \Delta g_i \right\}$$

burada  $\bar{h}_i = \frac{h_i + h_{i-1}}{2}$  ve  $\Delta g_i = g_i - g_{i-1}$   $\Delta h_i$   $\Delta g_i$  dir.

$\Delta h_i$  ve  $\Delta g_i$  büyüklüklerinin anlamları (Şekil-14)'te gösterilmektedir. (95'') ve (98'') denklemleri Niethammer'in [6] sayfa 5'teki ifadeleri ile uyuşmaktadır.

$H_A$   $h_A$  kabul edersek nivelman hattı boyunca bir nokta için başlangıç yüksekliği biliniyorsa ve  $h_A$  yazarsak (98') den

$$(98''') OK = - \frac{\bar{G}_A - g_B}{\bar{G}_B} h_A - \frac{\bar{G}_B - g_B}{\bar{G}_B} h_B - \frac{1}{\bar{G}_B} \int_A^B (h - h_A) dg$$

yazılabilir. Eğer  $h_A = H_A$  ise,  $h_B = H_B - OK$  olduğundan (98''') daha kullanılabilir, bir hale getirilebilir.

$$(98''') \quad OK = \frac{\bar{G}_A - g_B}{g_B} H_A - \frac{\bar{G}_B - g_B}{g_B} H_B - \frac{1}{g_B} \int_A^B (h - h_A) dg$$

Orthometrik korreksiyonlar için verdiğimiz bağıntıyı daha başka şekillere sokmak mümkündür. (97) ifadesine  $g_B$   $G_B$  yi ithal edersek,

$$(97') \quad OK = \frac{1}{\bar{G}_B} \int_A^B (g - \bar{G}) dh + \frac{\bar{G}_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} H_A$$

yazabiliriz. Orthometrik korreksiyonların pratik hesabında, etkili bir kontrol yapabilmek için OK için iki ayrı uygun formül kullanmamız gereklidir.

(97') ifadesini tekrar, bu sefer bağımsız olarak, türetelim. Şekil 7'ye göre,

$$(99) \quad \bar{G}_A \cdot H_A + \int_A^B g dh = \bar{G}_B \cdot H_B \text{ veya}$$

$$(99') \quad H_B = \frac{1}{\bar{G}_B} \left\{ \int_A^B g dh + \bar{G}_A \cdot H_A \right\} \text{ yazılabilir.}$$

$g = g - \bar{G}_B + \bar{G}_B$ ;  $\bar{G}_A = \bar{G}_A - \bar{G}_B + \bar{G}_B$  özdeşlikleri ile (97') den hemen elde edilebilir.

Şimdiye kadar orthometrik korreksiyon için türetmiş olduğumuz bütün ifadeler, ancak kafi miktardaki noktalardaki çekim değerinin bilinmesi ve çekül doğrultuları boyunca uygun ortalama  $\bar{G}$  gravite değeri bulunduğu takdirde, kullanılabilir. Evvelâ, orthometrik yükseklikler için bütün yaklaşıklıklar  $\bar{G}$  değerinin hesaplanması şekli ile fark ederler.

OK için kullanışlı ifadeler elde edebilmek için, evvelâ en genel halde, herhangi bir  $P_i$  noktası için geçerli olan (51') deki  $\bar{G}_i$  yi

$$(51') \quad \bar{G}_i = g_i + v_i \cdot \frac{H}{z} + T_i + \bar{T}_i + R_i$$

(95''), (97), (98') veya (97') e yerleştirmek ve gerekli yaklaşıklıkları yapmak lazımdır.

(51'), (95'') ve OK için koyalım. Bu takdirde :

$$(100) \quad OK = \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dh + \frac{g_A - g_0}{g_0} H_A - \frac{g_B - g_0}{g_0} H_B + \frac{V_{i,A}}{2g_0} H_A^2 - \frac{V_{i,B}}{2g_0} H_B^2 + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B + \frac{R_A}{g_0} H_A - \frac{R_B}{g_0} H_B$$

R gene tekrar artık terimdir. Ve (53) ün  $\left(\frac{\partial^2 g}{\partial h^2}\right) \frac{H^2}{6} + \dots$  anlamındadır.

(100) denkleminde (76) nin integral ifadesini ithal edersek herhangi bir kısaltma yapmadan,

$$(101) \quad OK = - \int_A^B \frac{h}{g_0} dg + \frac{g_A - g_0}{g_0} (H_A - h_A) - \frac{g_B - g_0}{g_0} (H_B - h_B) + \frac{V_{i,A}}{2g_0} H_A^2 - \frac{V_{i,B}}{2g_0} H_B^2 + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B + \frac{R_A}{g_0} H_A - \frac{R_B}{g_0} H_B$$

Başlangıç noktasında orthometrik yüksekliğin—yaklaşık da olsa—bildiğimizi kabul edelim. Nivelmanı yapılmış hA yüksekliği kavrama reel olmadığından burada da  $H_A = h_A$  ve  $H_B - h_B = 0$  yazılabilir. (101) denkleminde burada son terimleri ihmal ederek şu şekle girer.

$$(102) \quad OK = - \frac{1}{g_0} \int_A^B h dg + \frac{V_{i,A}}{2g_0} H_A^2 - \frac{V_{i,B}}{2g_0} H_B^2 + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B$$

eğer (100) denkleminde son terimleri ihmal edersek :

$$(100') \quad OK_N = \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dh + \frac{g_A - g_0}{g_0} H_A - \frac{g_B - g_0}{g_0} H_B + \frac{V_{i,A}}{2g_0} H_A^2 - \frac{V_{i,B}}{2g_0} H_B^2 + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B$$

Orthometrik Korreksiyonların pratik hesaplanmasında (102) ifadesi (100') e nazaran daha uygundur. Her iki denklemde de (74') veya (76''') ye benzer şekilde integraller yerine toplamlar kullanılabilir.

(102) ve (100') denklemleri Niethammer'e göre ( $OK_n$ , [5] ve [6] eserlerine bak) topoğrafik etkilerin de hesaba katıldığı, orthometrik korreksiyonların ifadeleridir. T ve T', (40') ve (52) nin anlamındadır.

Eğer (100') ve (102) denklemlerinde topoğrafik etkiye tamamen ihmal edersek, bu sefer Helmert'e göre orthometrik gravite korreksiyonunu  $OK_H$  elde edilmiş olur.

(100') denklemlerinden  $\bar{g}$  lar ve  $V_i = \text{sabit}$  alarak :

$$OK_H = \sum_A^B \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} \Delta h + \frac{g_A - g_0}{g_0} H_A - \frac{g_B - g_0}{g_0} H_B - \frac{V_i}{2g_0} (H_B^2 - H_A^2)$$

ve (102) den

$$(102') \quad OK_H = -\frac{1}{g_0} \sum_A^B \bar{h} \Delta g - \frac{V_i}{2g_0} (H_B^2 - H_A^2)$$

Helmert'e göre orthometrik tashihler terimi bulunur. Eğer diğer ufak bir terimi ihmal etmeyi kabul edersek (102') de, başka şekle sokabiliriz.  $g_B$  değişken değeri yerine (102') de  $g_0$  ortalama değerini kabul edebiliriz. Bu keyfi işlemi öyle yapabilirizki (101) denkleminde  $H_A - h_A$  dan başka  $H_A - h_A$  sifıra eşit olabilir. Fakat  $H_B - h_B = OK$  olduğundan bu yaklaşıklığın güvenilebilirliği  $-\frac{g_B - g_0}{g_0} K$  ifadesi ile araştırılabilir.  $g_B - g_0$

= 2000 mgal kabul ederek OK'daki hata miktarı  $f \leq \frac{OK}{500}$  dir. OK

500 mm. ise  $f$  1 mm. nin altında kalacaktır Pek çok ihmalleri bir araya gelmiş olduğundan, keyfi olarak (102') denkleminde  $g_B$  den  $g_0$ 'a geçiş

düşünülemez. Ayrıca  $\int_A^B h dh = \frac{h_B^2 - h_A^2}{2}$  olduğundan, (102') denkleminin için daha basit olan,

$$(102'') \quad OK_H = -\sum_A^B \frac{\bar{h}}{g_0} \Delta g - \frac{V_i}{g_0} \sum_A^B \bar{h} \Delta h$$

Yazılabilir. Burada  $h'$  birbirini takip eder çekim ölçü istasyonlarının yükseklik ortalaması,  $\Delta h$  buna ait yükseklik farkı ve  $\Delta g$  de bu istasyonlar arasındaki çekim değeri farkıdır. (102'') denkleminde  $\sum$  lar içindeki  $h$ , faktörü olduğundan, terimlerin bir araya getirilmesi mümkündür.

böylece :

$$(102''') \quad OK_H = -\frac{1}{g_0} \sum_{i=1}^n \bar{h}_i (\Delta g_i + V_i \Delta h_i) \quad \text{dir.}$$

Niethammer ile Helmert'in orthometrik korreksiyon formülleri arasındaki bağıntıyı, ki pratikte önemi büyüktür.

$$(102'''' ) \quad OK_N = OK_H + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B$$

şeklinde gösterebiliriz.



Niethammer ve Helmert'in ortometrik korreksiyonlarının bağıntıları hakkında Baeschlin [7] ve F. R. Jung [18] ve [19] da etraflı olarak bahsedilmiştir. Her iki araştırmacı da, Helmert korreksiyon teriminin dağlık bölgelerde, diğerinden en fazla cm. mertebesinde fark etmektedir ve daima kafi derecede sıhhatlidir.

(100) ve (101) deki artık terimler ile korreksiyonları Niethammer ve Helmert'inkine nazaran çok daha sıhhatli olarak hesaplamak mümkündür.  $P_i$  noktasındaki artık terim,

$$(103) \quad \frac{R_i}{g_0} H_i$$

ile seçilmiş başlangıç noktası A'nın artık teriminin farkı, sonucun hata miktarını gösterdiğinden, daha dikkatle gözden geçireceğiz (53) denkleminde geoid üzerinde bulunan (a) ve (a') bozucu cisimlerin etkisini ihmal edersek,

$$(53') \quad R \approx \sum \Delta g_{b,p} - \bar{\sum} \Delta g_b \quad \text{dir.}$$

(b) cinsinden bozucu bir cismin, yani geoid altında bulunan bir cismin, (103) e göre A dan  $P_i$ 'e doğru giden nivelmana etki eden orthometrik korreksiyon miktarı,

$$(104) \quad \frac{H_A}{g_0} (\sum \Delta g_{b,A} - \bar{\sum} \Delta g_{b,A}) - \frac{H_i}{g_0} (\sum \Delta g_{b,P_i} - \bar{\sum} \Delta g_{b,P_i}) \text{dir.}$$

yalnız (104) bazı hipotetik kabuller yapılmadan realize edilememektedir.

Baeschlin çalışmasında [10] izostaziye de göz önüne alınmış ve ortalama çekim  $\bar{G}$  ye etkisini hesaplamıştır. (104) denkleminde (b) bozucu kitlesinin izostazik kompenzasyon kitlesi olarak kabul etmektedir. Şüphe yokturki, bu hal arz kabuğunun izostazik olarak dengelenmiş durumu için olduğu kadar, izostaziye yaklaşmakla, daha iyi sonuçlar elde edilebilir.

#### b. Gravite anomalileri ile ifade edilen orthometrik Korreksiyonlar:

(26') denkleminin en önemli orthometrik korreksiyon ifadelerine oturtulması ile gravite anomalilerinden orthometrik korreksiyonların elde edebileceğimiz anlamına gelmez. Ayrıca kullanma yükseklikleri sisteminin türetilmesi ve veriler için kantitatif düşüncelerin hazırlığı gerekir.

$$(26') \quad g = \gamma - V_m \cdot H + \Delta g_0'' - T_p \quad \text{dir.}$$

Bu denklem Niethammerin (100') orthometrik korreksiyon ifadesine konulabilir. Burada dikkat edilecek hususlar,  $H=h$  ve yol boyunca de-

ğişen yoğunluk için  $V_m = V_{m,0} + \delta V_m$  ,  $V_i = V_{i,0} + \delta V_i$  yazılabilir.

(19) denkleminde göre  $\Theta_0$  ortalama yoğunluğundan olan yoğunluk de-

ğişimi od olduğuna göre  $\delta V_m = -2\pi k^2 d\theta$  ,  $\delta V_i = -4\pi k^2 \delta\theta$

aşağıdaki (105) bağıntısının geçerli olduğunu hatırla tutarak :

$$(105) \int_A^B \frac{\gamma - g_0}{g_0} dh \approx \frac{\gamma_B - g_0}{g_0} H_B - \frac{\gamma_A - g_0}{g_0} H_A - \int_A^B \frac{h}{g_0} d\gamma$$

OK için

(106)

$$OK = - \int_A^B \frac{h}{g_0} d\gamma + \frac{\pi k^2 \theta_0 (H_B^2 - H_A^2)}{g_0} + \frac{\Delta g_{0,A}'' + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{\Delta g_{0,B}'' + \bar{T}_B}{g_0} H_B + \int_A^B \frac{\Delta g_0'' - T_p - \delta V_{mi} H}{g_0} dh$$

yazabiliriz. (106) denkleminde pek çok yönlerde tekrar, şekil verilebilir. Meselâ aşağıdaki bağıntıyı gözönüne alarak şekil vermek mümkündür.

$$\int_A^B \frac{\Delta g_0'' - T_p}{g_0} dh = \frac{\Delta g_{0,A}'' - T_A}{g_0} H_A - \frac{\Delta g_{0,B}'' - T_B}{g_0} H_B - \int_A^B \frac{h}{g_0} d(\Delta g_0'' - T_p)$$

Bu ifade (106) denkleminin şu hale sokar :

$$(106') \quad OK = - \int_A^B \frac{h}{g_0} d(\gamma + \Delta g_0'' - T_p) + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B + \frac{\pi k^2 \theta_0}{g_0} (H_B^2 - H_A^2) - \int_A^B \frac{\delta V_m \cdot H}{g_0} dh$$

(106') denkleminde Bouguer anomalisi yerine serbest hava anomani kulanılırsa daha basit bir formül elde edilebilir.

$$(106'') \quad OK = - \int_A^B \frac{h}{g_0} d(\gamma + \Delta g_0'') + \frac{2\pi k^2 \theta_0}{g_0} (H_B^2 - H_A^2) + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B$$

eğer (106) denklemindeki bozucu integral teriminin (85) e göre ayırırsak, mesalâ,

$$(39.1) \quad \Delta g_0'' - T_p = C_0 + f \cdot H + \delta C \quad \text{yazabiliriz.}$$

$$(85') \quad \delta C' = \delta C - \delta V_m \cdot H \quad \text{olduğundan (106) ifadesi:}$$

$$(106''') \quad OK = - \int_A^B \frac{h}{g_0} dh + \frac{2\pi k^2 \rho_0 + \int (H_B^2 - H_A^2)}{2g_0} + \frac{C_0}{g_0} (H_B - H_A) + \frac{\Delta g_{0,A}'' + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{\Delta g_{0,B}'' + \bar{T}_B}{g_0} H_B + \int_A^B \frac{dc'}{g_0} dh$$

ya dönüşür. (106''') denkleminin her iki integralide (85) denklemindeki DK gibi, nivelman yoluna tabidir. Son terim tamamen bir bozucu terimdir. Buna mukabil ilk üç terim düzgün, yani gravite ölçülerine ihtiyaç olmadan ölçülebilir. Bouguer anomalilerinden ve topoğrafik redüksiyonların ortalama değerlerinden meydana getirilen terimler yer fonksiyonlarıdır. (Ortsfunktionen)

### 3. Teorik Poligon Kapanma Hatası :

- a. Ölçüler tespit edilmiş gravite değerlerinin teorik poligon kapanma hatası :

Bölüm III.1 de nivelman sonuçlarının nivelman yoluna tabii olduğu gösterilmişti. Eğer nivelman hattı başlangıç noktasına dönerse, bir poligon meydana gelir. Bir poligon neresinden ölçmeye başlarsak başlayalım, nivelman hatası olmasa dahi, sonuç sıfırdan farklıdır. Buna mukabil potansiyel farkı yola tabi olmadan sıfırdır. Dolayısıyla,

$$(107) \quad \int_A^A dh \neq 0 \quad (107') \quad \int_A^A g dh = 0 \quad \text{dir.}$$

(107') ü  $g_0$  a bölelim.  $g = g - g_0 + g_0$  özdeşliğini kullanarak :

$$(108) \quad \int_A^A dh = - \int_A^A \frac{g - g_0}{g_0} dh = \epsilon'$$

nivelman poligonunun teorik kapanma hakikaten bir poligonun hesaplanmasında ölçü hatalarının da etkilediği bir kapanma farkı vardır. Bu fark  $\epsilon'$  ise ölçü hatalarının etkisi  $w$  dir. ki bunun dengeleme ile giderilmesi gerekir. Kesinlik kazandırmak istersek  $\int_A^A dh = \epsilon$  yazabilirsek de

pratikte,

$$(109) \quad \sum_A^A dh' = w' = \epsilon + w \quad \text{elde edilir.}$$

eğer  $\epsilon$  biliniyorsa  $w$  farkı (108) denkleminde hesaplanabilir.  $\epsilon$  ise nivelman poligonunun negatif dinamik tashih miktarıdır ve nivelmanla birlikte yürütülen gravite ölçülerinden tesbit edilebilir.

$$(108') \quad \epsilon = - \int_A^A \frac{g - g_0}{g_0} dh$$

bundan önce dinamik korreksiyonların türetilmesinden de anlaşılacağı üzere pratikte  $\varepsilon$  nin bulunabilmesi için belli bir miktarda gravite değerinin bilinmesi gerekir.  $\bar{g}$  ile birbirini takip eden iki istasyon arasındaki çekim değeri  $\Delta h$  da bunların nivelmanla bulunmuş yükseklik farkları olsun. (108') için yaklaşık olarak,

$$(110) \quad \varepsilon' = - \sum_A^A \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} \Delta h$$

teorik poligon kapanma hataları için ikinci bir şekilde, dinamik korreksiyonlar için meydana getirilmiş olan (76) bağıntısından A başlangıç noktası ile B bitim noktasını aynı kabul ederek elde edebiliriz.

$$(76) \quad DK = \frac{g_B - g_0}{g_0} h_B - \frac{g_A - g_0}{g_0} h_A - \int_A^B \frac{h}{g_0} dg$$

Burada  $h_B = h_A + \varepsilon$  ve  $g_B = g_A$  dır Buradan

$$(111) \quad -\varepsilon = \frac{g_A - g_0}{g_0} \varepsilon - \int_A^A \frac{h}{g_0} dg \quad \text{veya}$$

$$(111') \quad \varepsilon = + \frac{1}{g_A} \int_A^A h dg$$

veya

$$(111'') \quad \varepsilon = \frac{1}{g_A} \int_A^A (h - h_A) dg$$

Toplamlara geçerek (76'') benzer şekilde,

$$(112) \quad \varepsilon = \frac{1}{g_A} \sum_A^A (\bar{h}_i - h_A) \Delta g_i$$

Burada  $h_i$  birbirini takip eden iki gravite istasyonunun yüksekliklerinin ortalaması ve  $\Delta g_i$  ise onlara ait çekim farkıdır.

Şunu da unutmamalıyız; poligona yayılmış olan korreksiyonlardan başka orthometrik korreksiyonlar da teorik kapanma hatasını vermezler. Bu tabiidir çünkü dinamik korreksiyonlar yer fonksiyonlarıdır ve bir poligonda başlangıç ve bitim noktaları farkları kaybolacaktır. Meselâ (95'') denkleminde derhal (OK)  $AA = -\varepsilon$  olduğu aynı şekilde (75) denkleminde (DK)  $AA = -\varepsilon$  olduğu görülür.

Gözlem hatalarının teorik poligon kapanma hataları üzerine etkisinin incelenmesi de enteresan olacaktır. İleride gösterilecektirki; çekim değerlerinden poligon kapanma hatası  $\varepsilon$  nin hesaplanmasında gözlem ha-

talarının etkisi yükseklikleri toplanmasından ve onların hatalarından meydana gelecek etkiden daha azdır.

$\varepsilon' = \sum \delta h'$  olduğundan  $V_h$  elemanter nivelman hataları  $\varepsilon$  nin  $V_\varepsilon$  hatasına ilâve edilir. Bundan dolayı

$$(113) \quad V_\varepsilon = \sum_{i=1}^n V_{h,i} \quad \text{dir.}$$

eğer nivelman yükseklik farklarının ortalama hatalarını eşit ve  $m_h$  olarak alırsa  $\varepsilon$  nin ortalama hatası,

$$(114) \quad m_{\varepsilon} = \mp m_h \sqrt{n}$$

eğer  $\varepsilon$  nin (110) denklemi yardımıyla hesaplırsak

$$(110) \quad \varepsilon' = - \sum_{i=1}^n \frac{\bar{g}_i - g_0}{g_0} \Delta h_i$$

teorik poligon kapanma hatası için tesbit edilmiş  $\varepsilon'$  değerine  $g_i$  ortalama değeri  $V_{g,i}$  ve  $\Delta h_i$  gözlenen yükseklik farkının  $V_{h,i}$  düzeltmeleri  $V_{\varepsilon'}$  düzeltmesine ithal edilir.

$$(115) \quad -V_{\varepsilon'} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{g}_i - g_0}{g_0} V_{h,i} + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta h_i}{g_0} V_{\bar{g}_i}$$

Eğer yükseklik farklarının ortalama hataları  $\mp m_h$  ya eşit ve çekim değerlerinin ortalama hataları  $\mp m_g$  ise  $\varepsilon$  nin ortalama hatası için

$$(116) \quad m_{2,\varepsilon} = \mp \frac{1}{g_0} \sqrt{m_h^2 \sum_{i=1}^n (\bar{g}_i - g_0)^2 + m_g^2 \sum_{i=1}^n \Delta h_i^2}$$

(116) denkleminin  $m_g = 0$  alarak ayrı ayrı gözden  $m_h = 0$  sonra geçirelim.  $m_g = 0$  için,

$$(116') \quad m_{2,\varepsilon}(h) = \mp \frac{m_h}{g_0} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{g}_i - g_0)^2}$$

Kaba bir yaklaşıklık olarak bütün  $g_i - g_0$  eşit kabul edersek,

$$\text{yani} \quad m_{2,\varepsilon}(h) = \mp \frac{m_h}{g_0} (\bar{g}_m - g_0) \sqrt{n} \quad m_{2,\varepsilon}(h) = m_{1,\varepsilon} \frac{\bar{g}_m - g_0}{g_0}$$

$g_m - g_0 = 1000$  mgal,  $n = 1000$ ,  $m_h = \pm 1$  mm ise  $m_{1,\varepsilon} = \pm 31,8$  mm ve  $m_{2,\varepsilon}(h) = \pm 0,032$  mm.

böylece göstermiş oluyoruzki; çekim değerlerinden teorik kapanma hatasının hesaplanmasında nevalman yükseklik farklarının tüm hata mik-

tarına oranı % kesri mertebesindedir. Yalnız, gözlenen çekim değeri  $m\bar{g}$  nin ve çekim ortalaması  $m\bar{g} = \frac{m\bar{g}}{\sqrt{2}}$  ortalama hataya tesiri bazı hallerde teorik poligon kapanma hatasına etkisi çok büyük olabilir.

(116) denklemine göre  $m_{\bar{g}}$  nin aynı değerleri ve  $m_h = 0$  için,

$$(116'') \quad m_{2,\varepsilon}(\bar{g}) = \mp \frac{m\bar{g}}{g_0} \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta h_i^2}$$

Kaba bir hesap yapabilmek için  $n = 1000$ , çekim ölçü noktası bir  $\Delta h = \pm 50$  mm. yükseklik farkları ve  $m_{\bar{g}} = \pm 1$  mgal çekim hatası olsun. Evvelâ

$$m_{2,\varepsilon}(\bar{g}) = \frac{m\bar{g} \Delta h \sqrt{n}}{g_0} \quad m_{2,\varepsilon}(\bar{g}) = \mp 1,59 \text{ mm.}$$

genede, karşılaştırma olarak çekim hatalarının yükseklik hatalara etkisi karşılaştırma olarak anlamsız değiller.

Bu kısa hata incelememiz göstermektedirki, dinamik yol düzeltmeleri yardımı ile ve  $\varepsilon$  nin yükseklik ve çekim değerlerinden gözlem hatalarından tayini, teorik poligon kapanma hatasına etkisi, poligon kapanma farkının yükseklik hatalarının etkisinden fazladır.

b. Çekim anomalileri ile ifade edilen teorik poligon kapanma hatası  $\varepsilon$  :

DK için olan (82) bağıntısına bir  $H_B$   $H_A$  olarak bir poligon için uygularsak,

$$(117) \quad -\varepsilon = \int_A^A \frac{\gamma - g_0}{g_0} dh + \int_A^A \frac{\Delta g_0'' - T_P - \delta v_m \cdot H}{g_0} dh$$

ve (85) denkleminde,

$$(118) \quad -\varepsilon = \int_A^A \frac{\gamma - g_0}{g_0} dh + \int_A^A \frac{\delta c'}{g_0} dh$$

OK için olan (106) denklemini bir poligona uygularsak eşdeğer ifade olan,

$$(119) \quad -\varepsilon = - \int_A^A \frac{h}{g_0} d\gamma + \int_A^A \frac{\Delta g_0'' - T_P - \delta v_m \cdot H}{g_0} dh$$

yahut (106') den

$$(120) \quad -\varepsilon = - \int_A^A \frac{h}{g_0} d\gamma + \int_A^A \frac{\delta c'}{g_0} dh$$

Serbest hava anomalilerini tekrar uygulayalım. Meselâ (82''') denklemi yardımı ile,

$$(120') \quad -\varepsilon = \int_A \frac{A \gamma - g_0}{g_0} dh + \int_A \frac{A \Delta g''}{g_0} dh$$

(117) den (120') e kadar olan bağıntılar teorik poligon kapanma hatasının bir regular (muntazam) veya sferoidal kısmı ile, bir de bozucu bölümün toplam olarak biraraya gelmesinden ibarettir.

(120) denklemini geliştirmek mümkündür. Eğer poligonda bulunan bütün  $c_i$  lerin aritmetik ortalamalarını meydana getirirsek,

$$(121) \quad \bar{\delta c}' = \frac{\sum_{i=1}^n \delta c'_i}{n} \quad \text{yazarak}$$

ve  $\delta c''_i = \delta c'_i - \delta c_i$

$$(121') \quad \sum_{i=1}^n \delta c''_i = 0 \quad \text{ile}$$

veya (120) de  $\delta c'_i$  için

$$\delta c'_i = \delta c_i + \delta c''_i \quad \text{yazarak}$$

evvelâ (120) ifadesiden

$$(122) \quad -\varepsilon = - \int_A \frac{A h}{g_0} d\gamma + \frac{\delta \bar{c}}{g_0} \varepsilon - \int_A \frac{A \delta c''}{g_0} dh$$

ikinci terimin çok ufak olması nedeni ile yaklaşık olarak

$$(122') \quad +\varepsilon = \int_A \frac{A h}{g_0} d\gamma + \int_A \frac{A \delta c''}{g_0} dh$$

$$\sum \delta c'' = 0 \quad \text{olduğundan}$$

nin bozucu kısmı için, sadece aritmetik ortalamada sapmaların sonuca etki ettiğini söyleyebiliriz. Bu hadiseye pratik çalışmaları gösterdiğimiz bölümde tekrar dönülecektir.

## V NCI BÖLÜM

**Geometrik nivelmanın reguler (muntazam) ve sferoidik gravite tashihleri :**

(26'), (34'') ve (36') denklemlerine göre yüzey gravite değeri bir reguler (=muntazam) bir de bozucu kısım olmak üzere ikiye ayrılabilir.

$$(36'') \quad g_r = \gamma - V_m H$$

(36'') deki  $g_r$  "reguler gravite" dir. Nivosferoidinin H yüksekliği kadar üzerindeki normal graviteden giderek  $g_s$  veya  $\gamma_H$  olarak "sferoidik gravite" den bahsedilebilir. (14) ve (15) ifadelerine göre aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$(123) \quad g_s = \gamma_H = \gamma - V_a H$$

(36'') ve (123) teki  $V_a$  ve  $V_m$  normal düşey gradiyenleri (19) ifadesinde verilmektedir.

DK ve OK ifadelerine ölçülmüş değerler yerine, reguler veya sferoidik yüzey gravite değerleri yerine hangisi konmuş ise ona göre, reguler veya sferoidik nivelman korreksiyonları elde edilir. Sadece teorik poligon kapanma hatasında reguler ve sferoidik değerler birbirlerine eşittir.

### 1. Reguler ve sferoidik dinamik korreksiyonlar :

Eğer (73') denkleminde  $DK = \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dh$   $g_r$  için  $g_r = \gamma - V_m H$  bağıntısı konur,  $h_A = H_A$  ve kafi sıhhat  $A_B = h_B$  ile konulabiliyor ise, reguler dinamik korreksiyonların DKr ilk şekli elde edilmiş olur.

$$(124) \quad DK_r = \int_A^B \frac{\gamma - g_0}{g_0} dh - \frac{V_m \cdot 0}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2) - \int_A^B \frac{\delta V_m H}{g_0} dh$$

Ortalama normal düşey gradiyenin değişim miktarı  $\delta V_m$  in ve bozucu terimlerin ihmal edilmesi halinde, (82') denklemi ile uyum elde edilir.

$$(124') \quad DK_r = \int_A^B \frac{\gamma - g_0}{g_0} dh - \frac{V_m}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

(124) ün kısmi integrasyonu ile

$$(125) \quad DK_r = - \int_A^B \frac{\delta h}{g_0} d\gamma + \frac{\gamma_B - g_0}{g_0} h_B - \frac{\gamma_A - g_0}{g_0} h_A - \frac{V_m \cdot 0}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

(73') denkleminde eğer (123) denklemini oturtursak sferoidik gravite için



$$(126) \quad DK_s = \int_A^B \frac{\gamma - g_0}{g_0} dh - \frac{V_a}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

yahut kısmi integrasyon ile

$$(126') \quad DK_s = - \int_A^B \frac{h}{g_0} d\gamma + \frac{\gamma_B - g_0}{g_0} h_B - \frac{\gamma_A - g_0}{g_0} h_A - \frac{V_a}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

Regüler ve sferoidik dinamik korreksiyonlar farkları (124') ve (126) ifadelerin göre,

$$DK_r - DK_s = - \frac{h_B^2 - h_A^2}{2g_0} (V_m - V_a) \quad \text{veya} \quad DK_r - DK_s = \frac{\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2) \quad \text{dir}$$

$0 = 2,67$ ,  $h_B = 2000$  m ve  $h_A = 1000$  m kabul edersek meselâ  $DK_r - DK_s = 168$  mm olabilir.

Bu değer kendini şiddetle hissettirebilir. Bu arada, regüler değeri sferoidik değere göre hakikate daha yakın olduğu görülebilir. Böylece ilerideki sferoidik redüksiyonun incelenmesi sadece karşılaştırmalara yardımcı olmak içindir. Pratikte dahaziyade sferoidik nivelman korreksiyonlarına el atılır. Burada (126) ve (126') denklemlerinin toplam olarak kullanılan integrallerinden bir kısım ile yetinilir.

Burada (125) ifadesi pratikte kullanıldığı gibi şekillendirmelidir. İntegrali bir toplam olarak göstererek (125) şeklinden regüler dinamik korreksiyonu hesaplamak için, matematik tekniği bakımından bir güçlüğüme mevcut değildir.

$$(125') \quad - \int_A^B \frac{h}{g_0} d\gamma \approx - \sum_{i=1}^n \frac{\bar{h}_i}{g_0} \Delta \gamma_i$$

Burada  $\gamma$  uygun tablolardan alınabilir. (12'') denklemden

$$d\gamma = + \gamma_0^{45} \beta \sin 2\varphi d\varphi$$

yazılabilir ve (125) denklemine oturtulabilir. Böylece :

$$(127) \quad DK_r \approx - \beta \frac{\gamma_0^{45}}{g_0} \sum_{i=1}^n \frac{\bar{h}_i}{n(i-1)} \sin 2\varphi_i \Delta \varphi_i + \frac{\gamma_0^{45} - g_0}{g_0} h_B - \frac{\gamma_0^{45} - g_0}{g_0} h_A - \frac{\gamma_0^{45} - \beta}{2g_0} (\cos 2\varphi_B \cdot h_B - \cos 2\varphi_A \cdot h_A) - \frac{V_m \cdot 0}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

Dinamik yükseklikler genellikle  $g_0 = \gamma_0^{45}$  için ifade edilmişlerdir. (127) denklemden.

$$(127') \quad OK_r = -\beta \sum_A^B \bar{h}_i \sin 2\bar{\varphi}_i \Delta \varphi_i - \frac{\beta}{2} (\cos 2\varphi_B h_B - \cos 2\varphi_A h_A) - \frac{V_{m,0}}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

(124') denklemini ise (12'') ve  $g_0 = \gamma_0^{45}$  ile daha basit şekillere girer.

$$(128) \quad OK_r = -\frac{\beta}{2} \sum_A^B \cos 2\bar{\varphi}_i \Delta h_i - \frac{V_m}{2\gamma_0^{45}} (h_B^2 - h_A^2)$$

## 2. Reguler ve sferoidik orthometrik korreksiyonlar :

Muntazam çekim için

$g_r = \gamma - V_m H$  ve (106) dan reguler orthometrik korreksiyonlar için

$$(129) \quad OK_r = -\int_A^B \frac{h}{g_0} d\delta + \frac{\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

(100'') den evvelâ

$$(130) \quad OK_r = -\frac{\gamma_0^{45} \beta}{2g_0} \int_A^B \cos 2\varphi dh - \frac{V_m + V_i}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2) + \frac{\gamma_0^{45} \beta}{2g_0} (\cos 2\varphi_B h_B - \cos 2\varphi_A h_A)$$

toplamlara geçerse,

$$(129') \quad OK_r = -\sum_{i=1}^n \frac{\bar{h}}{g_0} d\delta + \frac{\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

ve  $d\delta = \gamma_0^{45} \beta \sin 2\varphi d\varphi$  ile

$$(129'') \quad OK_r = -\frac{\gamma_0^{45} \beta}{g_0} \sum_{i=1}^n \bar{h} \sin 2\bar{\varphi}_i \Delta \varphi_i + \frac{\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

takiben

$$(130'') \quad OK_r = -\frac{\gamma_0^{45} \beta}{2g_0} \sum_{i=1}^n \cos 2\varphi_i \Delta h_i - \frac{V_m + V_i}{2g_0} (h_B^2 - h_A^2) + \frac{\gamma_0^{45} \beta}{2g_0} (\cos 2\varphi_B h_B - \cos 2\varphi_A h_A)$$

Bir sferoidik orthometrik tashihi ifade edebilmek için

(123)  $g_s = \gamma_H = \gamma - V_a H$ 'yı meselâ (95'') 'e yazıp,  $\bar{G}$  için

$$(131) \quad \bar{G}_s = g_s + V_i \cdot \frac{H}{2}$$

veya

$$(131') \quad \bar{G}_s = \gamma - \frac{H}{2} (V_a + 4\pi k^2 \theta)$$

Böyleceilk şekil olarak

$$(132) \quad OK_s = \int_A^B \frac{\delta - g_0}{g_0} dh + \frac{\delta_A - g_0}{g_0} h_A - \frac{\delta_B - g_0}{g_0} h_B + \frac{2\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

veya kısmi integrasyon ile,

$$(133) \quad OK_s = - \int_A^B \frac{h}{g_0} d\gamma + \frac{2\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

(133) ile (129) 'u karşılaştırırsak sferoidik orthometrik tashihler için yazılan terimden iki defa daha büyük olduğu görülür.

$d\gamma = \gamma_0^{45} \cdot B \sin 2\bar{Q} d\bar{Q}$  yazarsak ve (133) ten toplamlara geçerek

$$(133') \quad OK_s = - \frac{\gamma_0^{45} \cdot B}{g_0} \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \sin 2\bar{Q}_i \Delta \bar{Q}_i + \frac{2\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2)$$

Normal graviteyi (132) denkleminde oturtursak

$$(132') \quad OK_s = - \frac{\gamma_0^{45} \cdot B}{2g_0} \sum_{i=0}^n \cos 2\bar{Q}_i \Delta h_i + \frac{2\pi k^2 \theta}{g_0} (h_B^2 - h_A^2) - \frac{\gamma_0^{45}}{2g_0} (\cos 2\bar{Q}_A h_A - \cos 2\bar{Q}_B h_B)$$

Bütün bağıntılarda (12') ve (12'') de  $\gamma_0^{45} = 980629,4$  ve  $\gamma = 0,0052744$  dür. Bütün bu reguler ve sferoidik tashihler daha özel hallere sokulabilir, İnterprate edilebilir ve diğer mümkün yazılış şekilleri ile karşılaştırılabilir. Şunu tekrar edelimki, hesap tekniği bakımından (129')  $OK_r$  ve (133)  $OK_s$  için formüller normal çekim farkları ile çalışıklarından, tercih edilmelidirler. Trigonometrik fonksiyonlara geçiş bir avantaj sağlamaktadır. Reguler orthometrik korreksiyonlar hakikatte sferoidik korreksiyonlara nazaran daha iyi yaklaşıklıklar vermektedir.

### 3. Sferoidik poligon kapanma hatası $\varepsilon_s$ :

Eğer, bu bölümün 1 ve 2 numaraları ile gösterilen kısımlarda  $Dk_r$ ,  $OK_r$  ve  $OK_s$  dinamik korreksiyonları ve  $Dk_s$  orthometrik korreksiyonları için türetilen ifadeleri bir nivelman poligonuna uygularsak aynı sonucu elde etmemiz gerekir. Bir poligon için reguler ve sferoidik korreksiyonlar aynı şekilde orthometrik ve dinamik korreksiyonlar kavramları ortadan kalkmaktadır. (124') denkleminde bir poligon için

$$(134) \quad \varepsilon_s = - \sum_A^B \frac{\delta - g_0}{g_0} \Delta h$$

ve (125) ten  $h_B = h_A + \varepsilon$  ile

$$(135) \quad \varepsilon_s = + \sum_A^B \frac{h}{\delta_A} \Delta \delta$$

şimdiye kadar olan türetmeleri dikkate alarak  $h_B = h_A + \varepsilon$  ve  $h_B$  yerine  $H_B$  yazarak (125) ifadesi

$$(135') \quad E_s = \sum_A \frac{\bar{h}}{g_0} \Delta \gamma$$

(135) ve (135') arasındaki enteresan kantitatif farkları tahmin edebilmek için evvelâ (135') denkleminde,

$$d\varepsilon = -\frac{dg_0}{g_0} \varepsilon \quad \text{meydana getirilir.}$$

$g_0$  değerinin 1000 mgal mertebesinde değişmesi  $\varepsilon$  de ancak değerinin binde biri kadar değişim meydana getirir.  $\varepsilon$  Sadece cm. mertebesinde olduğundan  $g_0$  değişmelerine relatif olarak hassas değildir. Normal gravite ile

$$(12'') \quad \gamma = \gamma_0^{45} \left(1 - \frac{B}{2} \cos 2\varphi\right)$$

ve

$$d\gamma = \gamma_0^{45} B \sin 2\varphi d\varphi$$

takiben

$$(136) \quad E_s = \frac{B \cdot \gamma_0^{45}}{g_0} \sum_A \bar{h} \sin 2\bar{\varphi}_i \Delta \varphi_i$$

$g_0$  değerinin relatif emniyetsizliği dolayısı ile,  $\gamma_0^{45}$  konulabilir.

$$(136') \quad E_s = B \sum_A \bar{h} \sin 2\bar{\varphi}_i \Delta \varphi_i$$

aynı şekilde (135') denklemini yardım ile

$$(137) \quad E_s = \frac{\gamma_0^{45} B}{2g_0} \sum_A \cos 2\bar{\varphi}_i \Delta h$$

$\gamma_0^{45} = g_0$  yahut

$$(137') \quad E_s = \frac{B}{2} \sum_A \cos 2\bar{\varphi}_i \Delta h_i$$

## VI. BÖLÜM

### Kullanma Yükseklikleri

Yükseklik sistemleri gravite tashihleri cinsine göre karakterize edilirler. Bilimsel yükseklikler kesinlikle ifade edilmişlerdir. Ölçülerin ve hesapların ekonomik bakımdan temel olarak gözönüne alınmıştır. Buna mukabil kullanma yükseklikleri pratik kullanmalar için tesbit edilmişlerdir. Aynı zamanda, pratik için gerekli verileri kâfi sıhhatte vermesi ve bilimsel yüksekliklerden daha basit ve çabuk tesbit edilebilmesi, ayrıca ileride yapılacak nivelman çalışmalarında gravite tashihleri için en az çalışmayı gerektirmesi lâzımdır.

Kullanmayükseklikleri sistemleri bilimsel yükseklikler için muhtelif yaklaşıklık dereceleri şeklinde ifade edilebilecekleri gibi bilimsel yüksekliklerin bir modifikasyonu olarakta tamamlanılabilir. Kullanma yüksekliklerinin yaklaşık sistemleri olarak, Helmert veya Niethammere göre sferoidile veya daha iyi olarak muntazam (regular)indirgemeleri yapılmış kaba nivelman yükseklikleri sayılabilir. Ramsayer ve diğer bazıları tarafından kesin yükseklik sistemlerinden türetilen bilimsel kullanma yükseklikleri belli şartları gerçekleştirirler ve küçük çekim tashihleri icab ettirirler.

Kullanma yükseklikleri sistemlerinin hangisinin lüzumlu ve anlamlı olduğusorusu, tamamen kantitatifdir ve bu çalışma içinde kısaca anlatılacaktır. Burada yazarın kanısına göre önemli olan kullanma yükseklikleri sistemleri araştırılacaktır. Bunlar bilimsel yükseklik sistemleri yanında ihmal edilemeyenlerdir. Eğer en azından nivelman yapılmış bölgelerde devamlı gelişen pratik araştırmalar neticesi yer yüzeyindeki kuvvet dengesinin kullanma yüksekliklerine dayanan, bazı özel sistemlerin türetilmesi esnasında, korkulduğu kadar düzensiz olmadığı ortaya çıkarsa o zaman bu sistemlerden tamamen vazgeçilebilir.

Nivelman yükseklikleri için, gravite tashihleri veya aynı şey demek olan nivo yüzeylerinin paralel olmaması, bir şeyi değiştirmez. Çekim değeri, fiziksel olarak ifade edersek nivo yüzeylerinde daima sabittir.

Şurası muhakkaktırki, nivelman yükseklikleri dinamik yüksekliklere nazaran orthrometriklere daha yakındır. Çünkü orthrometrik tashihler genellikle dinamik yüksekliklerden daha ufaktırlar. Nivelman yüksekliklerinin kullanma yükseklikleri olarak kullanılabilmesi orthrometrik

tashihlerin büyüklüğüne yola tabi olmasına ve nivelmanın toleransına tabidir. Doğrudan doğruya nivelman yüksekliklerinin kullanma yükseklikleri olarak kullanılması bazı hallerde mümkündür. Evvelâ gravite ölçülerine ve gravimetrik tashihlere ihtiyaç olmadığı hallerde, Bu durumda kolaylıkla reproduksiyon yapılabilir. Pratikte de bu çok uygulanmaktadır. Ve şimdiye kadar ciddi bir muamma ile de karşılaşılmamıştır. Başta belirttiğimiz gibi, bilimsel bir tenkide tahammülleri yoktur. Teori ile pratik neticeleş arasındaki tenakuza rağmen nivelman tashihlerinin yola tabi olmaları hali kabul edilen miktardan daha az olmaktadır.

Reguler (muntazam) orthrometrik korreksiyonlar hakikate kaba nivelman yüksekliklerine göre daha yakındırlar. Ayrıca şimdiye kadar kullanılan sferoidik tashihlere nazaran da. Bu sebepten reguler orthrometrik korreksiyonlar ikinci yaklaşıklık derecesi olarak görülürler. Bunlar ova engebeli ve kısmen orta dağlık bölgelerde iyi netice verebilirler. Muntazam yükseklikler dahi kullanışlılık bakımından bilimsel yüksekliklerden farklılık gösterebilir. Bunu hata sınırları ve ölçü toleransları belirliyebilir. Etraflı araştırmalar bu yaklaşıklık derecesinin kullanışlılığı hakkında bilgi verebilir.

Çekim değerlerine ve bilimsel temele dayanan kullanma yükseklikleri sistemleri genellikle bilimsellik şartlarını gerçekleştirirler. Teorik poligon kapama hatasını verebilirler ve kesin yüksekliklere dönüştürülebilirler. Bunlar bilimin pratiğin yararına yapabileceği hususların optimumunu teşkil eder. Çünkü yalnız yerdeki kuvvet tesirlerinin bileşkesini göz önüne alır. Eğer bunlar kabul edilebilir bir şekilde göz önüne alınmaz ise, buda sonraki Nivelmanda zaruri olarak çelişkilere sebebiyet verecektir.

Bu kullanma yükseklikleri sistemi nivelman korreksiyonları kesin bağıntılarının bir yola tabi birde yola tabi olmayan kısma ayrılabilmeleri hali içinde ve sonucusunun ihmal edebilmek için geliştirilmiştir. Bu cins kullanma yükseklikleri Ramsayer'e dayanır. (26) daki neşriyatında benzer yükseklik sistemleri geliştirmiş ve araştırmıştır. Ramsayer'in geliştirdiği kullanma yükseklik sistemlerinden biri genellikle kullanılabilir. Çünkü tabii şartlarda gerektiği ölçüde hesaba gelmektedir, genede buhalde dahi münakaşa konusu olan kullanma yükseklikleri tashihleri nihai sonuç üzerinde söz sahibidir.

Ramsayer'in şartlarını gerçekleştiren kullanma yükseklikleri, kolayca (102) ifadesinden Helmert'in orthrometrik korreksiyonlardan çıkarılabilir. Bu arada yüksekliğe tabi olan terim ihmal edilebilir, çünkü, normal düşey gradiyent sabit olarak kabul edilmişse belli bütün noktalar

için aynı yükseklikte olanlar aynı değeri almaktadırlar. Bu bilimsel kullanma yüksekliklerinin ik sistemi için basitçe.

$$(138) \quad OK_6 = - \sum_A^B \frac{\bar{h}}{g_0} \Delta g \equiv V_4 \quad \text{bağıntısı}$$

elde edilir.

(138) bağıntısı ile ifade edilmiş olan kullanma yüksekliklerini Ramsayer (26) ve diğer yazılarında "V"<sub>4</sub> olarak göstermiştir.  $h = h - h_0 + h_0$  özdeşliği yardımı ile verilen tashiher çok daha ufaletabilir.

Burada  $h_0$  bir nivelman çizgisi ve bir poligonun ortalama yüksekliğidir.

$$OK_6 = - \int_A^B \frac{h}{g_0} dg \quad \text{kesin ifadesi.}$$

Özdeşlik yardımı ile

$$OK_6 = - \int_A^B \frac{h - h_0}{g_0} dg - \frac{h_0}{g_0} (g_B - g_A) \quad \text{yazılabilir.}$$

Eğer bu denklemin son terimi aynı şekilde ihmal edilirse,

$$(139) \quad OK_6 = - \sum_A^B \frac{\bar{h} - h_0}{g_0} \Delta g \equiv V_5$$

yazılarak bir başka kullanma yükseklikleri sistemi ifade edilmiş olur. 139 denkleminde göre tashihi Ramsayer V<sub>5</sub> olarak adlandırmıştır. Eğer (76") daki dinamik korreksiyonlar için olan ifadesinin yola tabi olmayan terimini ihmal edersek kabul ederek yazılan (139) formülü (76") ile eş düşer. (139) 'a göre gravite korreksiyonu sadece büyük bölgeler için anlamlıdır. Aksi takdirde kısmi poligonların veya nokta karşılaştırmalarının bir irca yüksekliğine dönüşümünün hesaplanması lâzımdır. Büyük bölgelerde irca yüksekliği kısmen kaybolduğundan V<sub>5</sub> ifadesi avantajlıdır.

Dinamik yüksekliklere dayanan bir kullanma yükseklikleri sistemi de anlam taşımaktadır. (85) denkleminde yola tabi terimleri ihmal etmekle.

$$(140) \quad DK_6 = \sum_A^B \frac{\bar{\sigma} - g_0}{g_0} \Delta h + \sum_A^B \frac{\delta c}{g_0} \Delta h$$

elde edilir. Bu bağıntıda gravimetrik tashihe, normal graviteden başka, sabit ve yüksekliğe tabi gravite bozucu kısımlarının etki yaptıkları görür. Eğer bozucu kısım bilindiği takdirde (140) 'tan yazacağınız gibi.

$$(140') \quad DK_6 = \sum_A^B \frac{\bar{\gamma} + \delta C' - g_0}{g_0} \Delta h$$

bir bilimsel kullanma yükseklikleri sistemi elde edilebilir. Bu görüşün pratikteki anlamı şudur; evvelce (140) denkleminin sadece birinci teriminden geometrik nivelman gravite tashihlerinde faydalanılmıştır. Bu arada belkide hakiki değerden sapmalar göze alınmıştır. Tabiatı ile sadece (140') nin normal gravite kısmı ile tashih edilmiş yükseklikler bilimsel yükseklik sistemleri ile münakaşa edilemezler. Çünkü; (124') ifadesine göre pek çok yola tabi dinamik korreksiyon terimleri veya muntazam dinamik korreksiyonlar veya (129) 'a göre muntazam orthometrik korreksiyonlar ihmal edilmiştir.

Kullanma yükseklikleri probleminin burada daha detaylı incelenmesi gereksizdir. İleride veriecek olan pratik araştırma neticeleri, bu bölümlerde açık kalmış olan suaileride cevaplandıracaktır.



## VII. BÖLÜM

### Kantitatif Araştırmalar

Şimdiye kadar olan anlattıklarımızdan nivelmanda gravimetrik, korreksiyonları teorik sorunları geniş bir şekilde araştırılmıştır. Halen açık olan kısımlar ise daha ziyade etkiliyen faktörlere ve nivelman korreksiyonlarına aittir. Evvelâ teorik poligon kapanma hatasının mutlak değeri normal değerden farkı, bu fark sebeplerinin analizi ve büyüklükleri araştırmalıdır. Bundan sonra dinamik ve orthometrik korreksiyonların büyüklükleri, normal tashihlerden farkları ve bu farkların analizleri ile ilgilenilmelidir. Bu araştırmalara bahsetmiş olduğunuz gravite-yükseklik diagramları, istatistik analizler, nivelman korreksiyonlarının grafik gösterilişi, yola tabi olarak çizilmiş gravite anomali fonksiyonları, yükseklikler ve sentetik çalışmalar, yardımcı olmaktadır. Araştırma sonuçlarının çeşitli görüş noktalarından incelenmesi arzu edilen sonuçlara vardır. Bu bütünü tamamlamak için aşağıdaki görüşlerinde dikkate alınması gerekecektir.

#### 1. Teorik Poligon kapanma hatasının araştırılması :

Araştırma için meselâ; Toplam olarak yazılmış olan (120') denklemi uygundur.

$$(120') \quad -\varepsilon = \sum_A \frac{\bar{\gamma} - g_0}{g_0} \Delta h + \sum_A \frac{\Delta \bar{g}_F''}{g_0} \Delta h$$

Bu ifade (105) yardımı ile aşağıdaki şekilde de yazılabilir.

$$(120'') \quad \varepsilon = \sum_A \frac{\bar{h}}{\gamma_A} \Delta \gamma - \sum_A \frac{\Delta \bar{g}_F''}{\gamma_A} \Delta h$$

$\gamma, h, g''_F$  birbirini takip eden çekim noktaları için verilmiş, normal gravite, yükseklik ve serbest hava anomalilerinin ortalama değeridir. (120'') ile (122') denklemlerinin karşılaştırılmasından serbest hava anomali kısmının ve sabit ve de lineer olarak yükseklığe tabi ve poligona dağılmış toplamının sıfır olan kısmının kullanılacağı anlaşılmaktadır. Bundan dolayı (122') den giderek  $\varepsilon$  yi bir muntazam  $\varepsilon$  ve birde bozucu  $\varepsilon$  ye ayırmalıdır. Yani :

$$(141) \quad \varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon'' \quad \text{ve}$$

$$(142) \quad \begin{cases} \varepsilon' = \sum_A \frac{\bar{h}}{g_0} \Delta \gamma \\ \varepsilon'' = \sum_A \frac{\delta c''}{g_0} \Delta h \end{cases}$$

normal kısım  $\varepsilon''$  kolayca incelenebilir. Ve pekçok defalarda araştırılmıştır. Buna mukabil  $\varepsilon'$  ise ilerideki incelemelerimize konu teşkil edecektir. Basitleştirme için  $\delta c''$ ,  $\delta c$  ile gösterilecektir.

$$(142') \quad \varepsilon'' = \sum_A \frac{\delta c}{g_0} \Delta h \quad \sum_A \delta c = 0 \text{ dir.}$$

$\delta c$  bir ortalama değere göre, nivelman poligonu üzerindeki hakiki bozulmanın değişimi (=Variationu) dir.

S poligon uzunluğu, n gravite istasyon sayısı, ki aralarındaki değişken mesafe  $\Delta s$  olsun. Gravite istasyonlarının ortalama uzaklığı  $\Delta s_0$  olsun.

$$(143) \quad S = \sum_{i=1}^n \Delta s_i = n \Delta s_0 \quad \text{sonra}$$

$$(144) \quad \frac{\Delta h_i}{\Delta s_i} = \text{tg } \alpha_i$$

arazi profilinin eğimidir. (142') den

$$(145) \quad \varepsilon'' = \sum_A \frac{\delta c_i}{g_0} \text{tg } \alpha_i \cdot \Delta s_i$$

toplamın her terimini  $\Delta s_0$  ile ilerletelim.

$$(146) \quad \frac{\Delta s_i}{\Delta s_0} = \Delta s'_i \quad \text{gösteriş şekli ile}$$

$$(145') \quad \varepsilon'' = \sum_A \frac{\delta c_i}{g_0} \text{tg } \alpha_i \cdot \Delta s'_i \cdot \Delta s_0$$

$$\text{veya} \quad \varepsilon'' = \frac{\Delta s_0}{g_0} \sum_A \delta c_i \text{tg } \alpha_i \cdot \Delta s'_i$$

devamla

$$(147) \quad \delta c_i \text{tg } \alpha_i = P_i \quad \text{yazarak}$$

$$(148) \quad \varepsilon'' = \frac{\Delta s_0}{n \cdot g_0} \sum_A P_i \cdot \Delta s'_i \quad \text{elde edilir}$$

(146) ve (143) denklemlerini gözönüne alarak

$$\sum_A^A \Delta s_i' = \frac{\sum \Delta s_i'}{\Delta s_0} = n \quad \text{yazılabileceğinden}$$

$$(149) \quad \frac{\sum_A^A p_i \cdot \Delta s_i'}{\sum_A^A \Delta s_i'} = \rho_m$$

konulabilir ve

$$(148') \quad \varepsilon'' = \frac{s}{g_0} \rho_m \quad \text{yazılabilir}$$

$P_m$ , (147) nin  $p_i = \delta c_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$ ;  $\Delta s_i' = \frac{\Delta s_i}{\Delta s_0}$  ile genel olarak ağırlık aritmetik ortalamasıdır. (148') de  $\varepsilon''$  nin S poligon uzunluğu ile orantılı olduğu unutulmamalıdır.

(148) deki toplamı göz önüne alıp

$$(149') \quad p_i \cdot \Delta s_i' = \bar{p}_i \quad \text{da oturtursak,}$$

$$(150) \quad \varepsilon'' = \frac{\Delta s_0}{g_0} \sum_A^A \bar{p}_i \quad \text{ifadesi elde edilir.}$$

Bir poligon için  $P_i$  değerlerinin hesaplanmış olduğunu düşünürsek ve

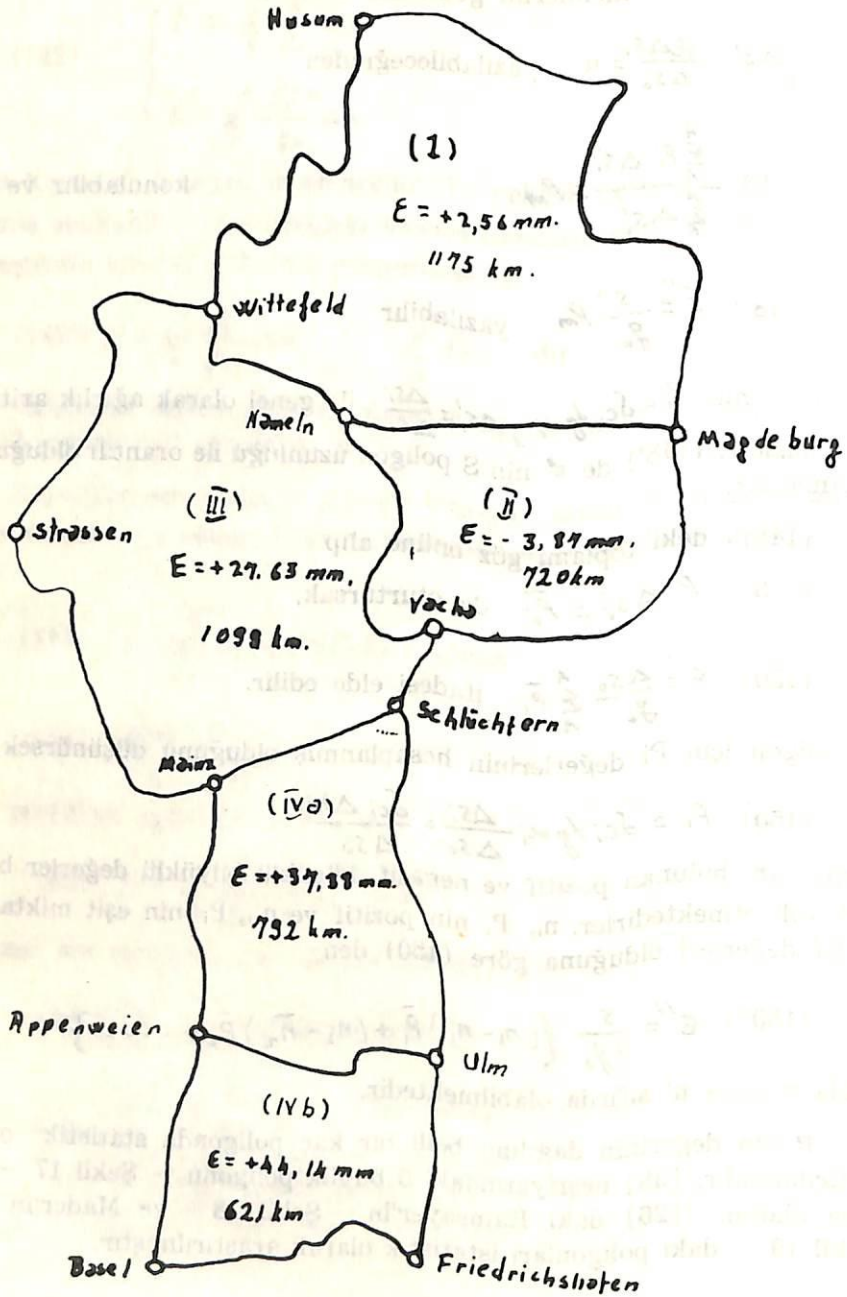
$$(150') \quad p_i = \delta c_i \operatorname{tg} \alpha_i \frac{\Delta s_i}{\Delta s_0} = \frac{\delta c_i \Delta h_i}{\Delta s_0}$$

olduğundan, bulunan pozitif ve negatif, küçüklü büyüklü değerler birbirlerini yok etmektedirler.  $n_i$ ,  $P_i$  nin pozitif ve  $n'_i$ ,  $P_i$  nin eşit miktardaki negatif değerleri olduğuna göre (150) den

$$(150'') \quad \varepsilon'' = \frac{s}{n \cdot g_0} \left\{ (n_1 - n'_1) \bar{p}_1 + (n_2 - n'_2) \bar{p}_2 + \dots \right\}$$

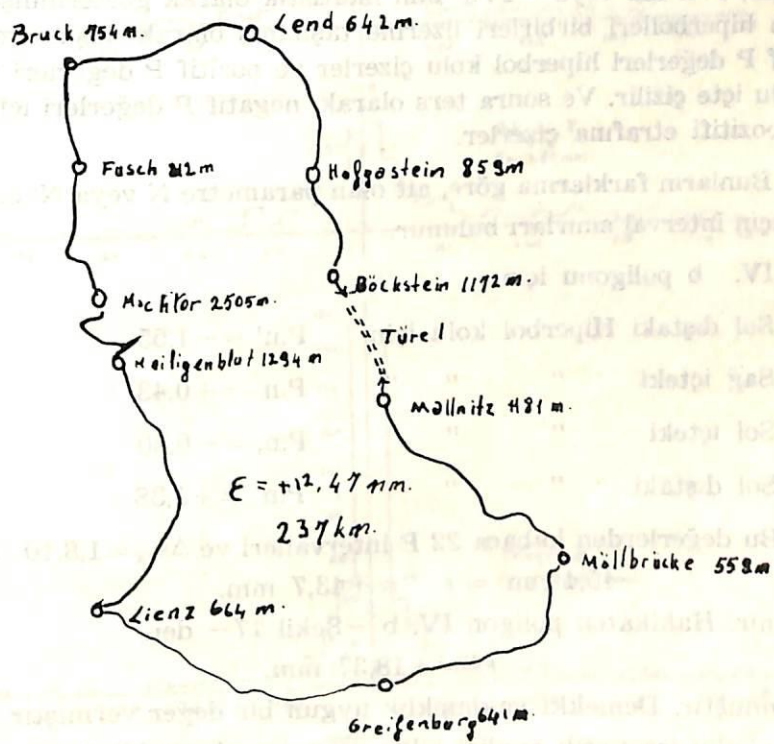
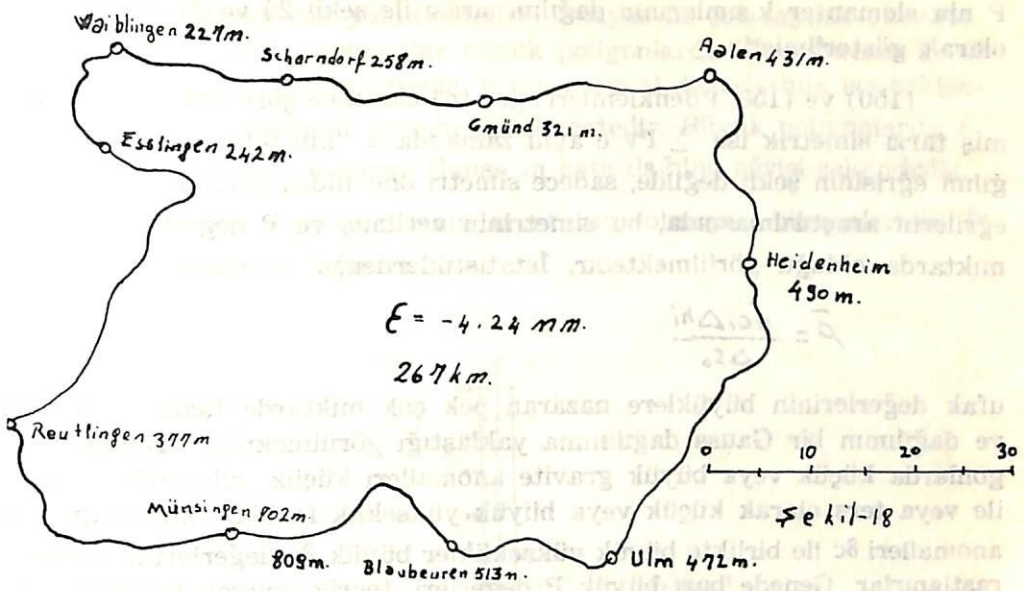
burada n veya n' sıfırda olabilmektedir.

P nin değerinin dağılımı belli bir kaç poligonda statistik olarak araştırılmalıdır. [38] neşriyatındaki 5 büyük poligonu – Şekil 17 – gözönüne alalım. ([26] daki Ramsayer'in –Şekil 18– ve Mader'in [33] –Şekil 19 – daki poligonları istatistik olarak araştırılmıştır.



ölçek 1: 4.500.000

Şekil-17



Şekil-19

P nin elemanter kısımlarının dağılım sırası ile şekil 20 ve 21 de statistik olarak gösterilmiştir.

(150) ve (150'') denklemleri eğer (n) eksenine göre istatistik göstermiş tarzı simetrik ise  $\sum P_v$  e aynı zamanda  $\varepsilon$  "küçüktür. Bu arada dağılım eğrisinin şekli değıilde, sadece simetri önemlidir. Şekil 20 ve 21 deki eğrilerin araştırılmasında, bu simetrinin verilmiş ve P değerlerinin eşit miktarda olduğu görülmektedir. İstatistiklerden,

$$\bar{\rho} = \frac{\sum c_i \Delta h_i}{\Delta s_0}$$

ufak değerlerinin büyüklere nazaran pek çok miktarda fazla oldukları ve dağılımın bir Gauss dağılımına yaklaştığı görülmektedir. Büyük poligonlarda küçük veya büyük gravite anomalleri küçük yükseklik farkları ile veya ters olarak küçük veya büyük yükseklik farkları küçük gravite anomalleri  $\delta c$  ile birlikte büyük yükseklikler büyük  $\delta c$  değerleri ile birlikte rastlanırlar. Genede bazı büyük P değerleri, teorik poligon kapanma hatasının  $\varepsilon$  "kısımına daha sık rastlanan P değerlerinden daha çok etki ederler. Bu bağıntıyı daha belirli hale sokmak ve yaklaşıklıklarda kullanabilmek için, P. n nin veya -P. n' nün istatistik olarak gösterilmiş olan aynı kenarlı hiperbolleri birbirleri üzerine taşınmış olarak düşünelim. Evvelâ, negatif P değerleri hiperbol kolu çizerler ve pozitif P değerleri için hiperbol kolu içte çizilir. Ve sonra ters olarak, negatif P değerleri içte hiperbol kolu, pozitifini etrafına çizerler.

Bunların farklarına göre, ait olan parametre N veya N' sayısına göre  $\varepsilon$  "için interval sınırları bulunur.

IV. b poligonu için

Sol dıştaki Hiperbol kolu için  $P.n' = -1,55$

Sağ içteki " " "  $P.n = +0,43$

Sol içteki " " "  $P.n, = -0,30$

Sol dıştaki " " "  $P.n = +1,38$

Bu değerlerden kabaca 22 P intervalleri ve  $\Delta s_{og} = 1,8.10$  mm.

$-45,4$  mm =  $\varepsilon$  " =  $+43,7$  mm.

hesaplanır. Hakikaten poligon IV. b -Şekil 17- den

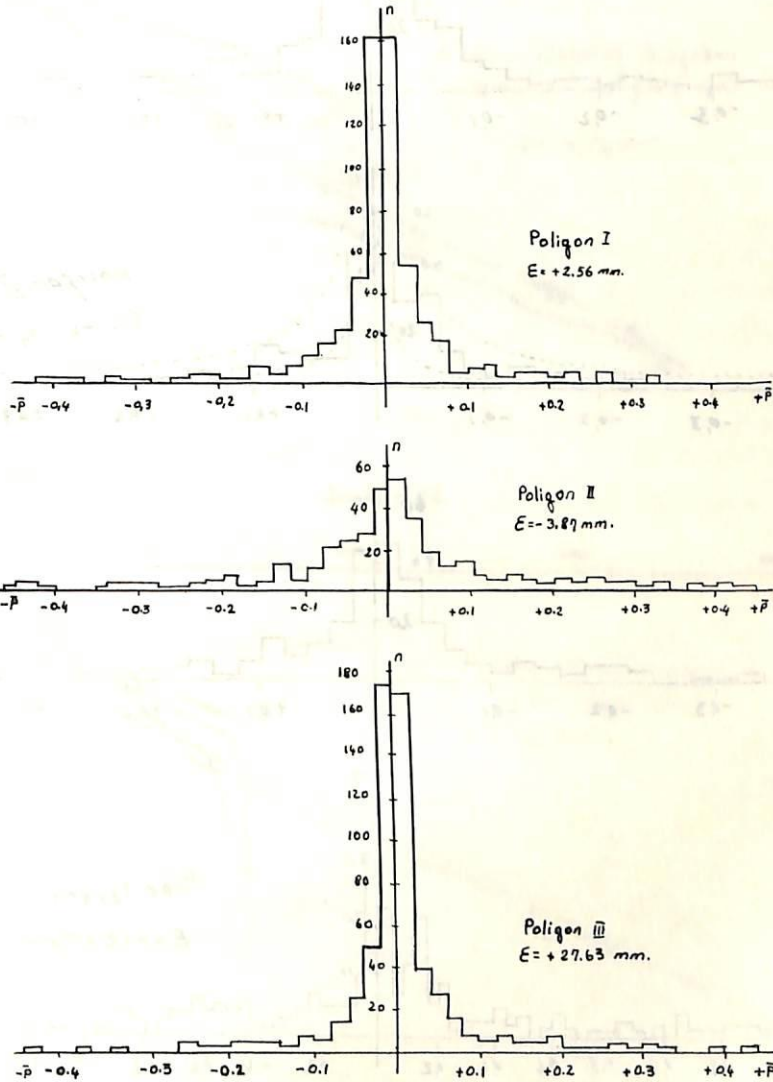
$\varepsilon$  " =  $+18,37$  mm.

hesaplanmıştır. Demekki yaklaşıklık uygun bir değer vermiştir.

$\varepsilon$  "nün istatistik analizi bilhassa poligonların büyüklük, yükseklik,

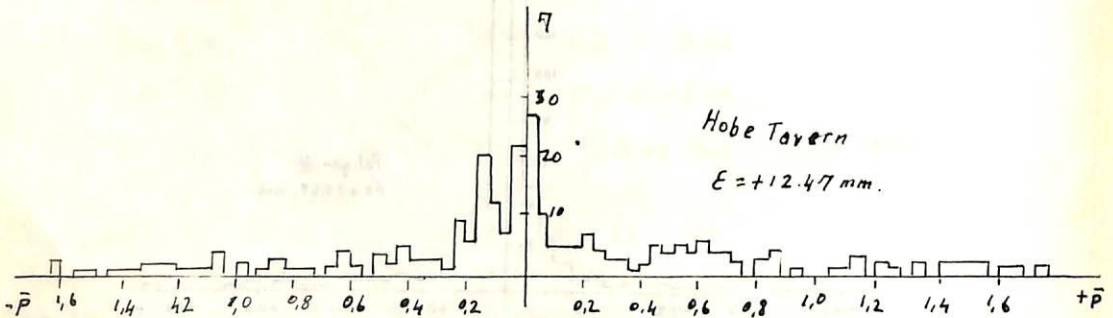
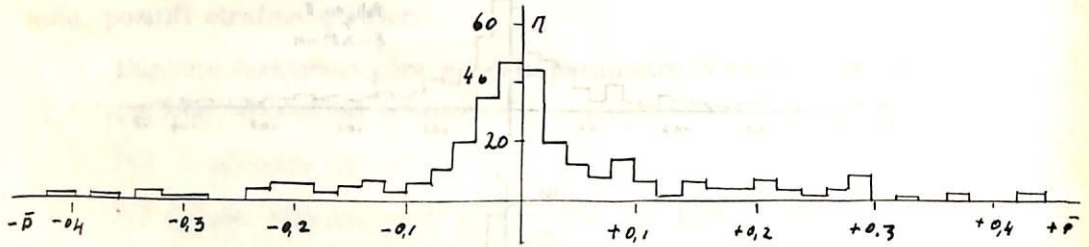
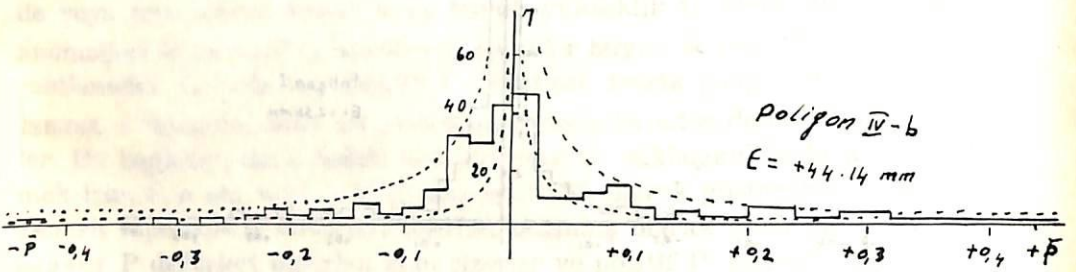
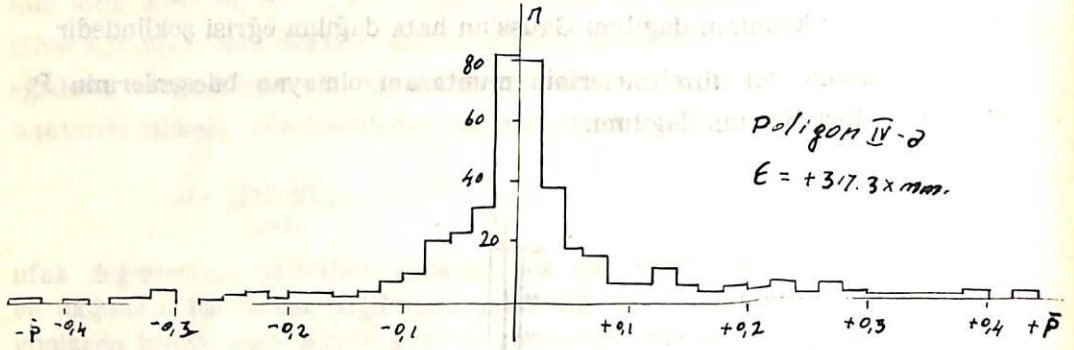
çekim şartları olarak çok yönlü olmaları dolayısı ile çok faydalı olmaktadır. Burada araştırılan poligonlar büyük poligonlardır.  $P$  değerinin  $P=0$  civarında toplandığı görülmektedir.  $P$  nin optimal değerlerinin ise beklendiğinden daha az miktarda olduğu görülmektedir. Büyük poligonlarda  $\epsilon$  nin elemanter kısmının dağılımı Gauss'un hata dağılım eğrisi şeklindedir.

Dinamik yol düzeltmelerinin muntazam olmayan bileşenlerinin  $P$  elemanter kısımlarının dağılımı.



Şekil-20

Dinamik yol düzeltmelerinin muntazam olmayan bileşenlerinin P  
 elemanter kısımlarının dağılımı.

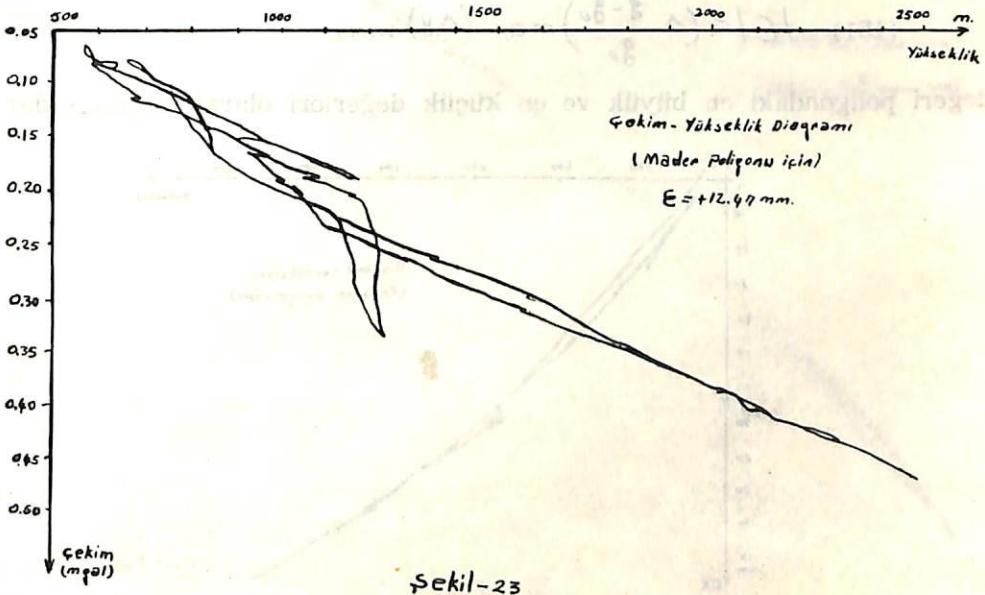
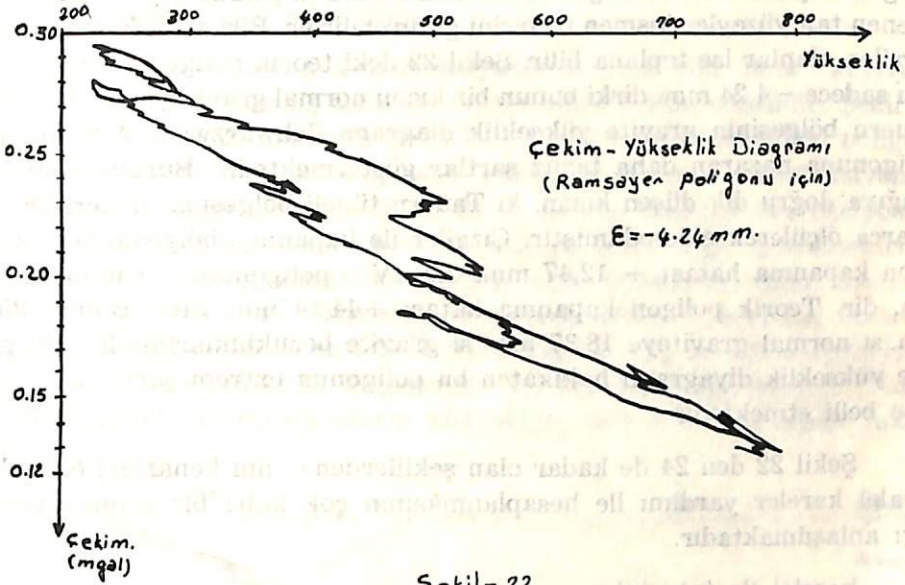


Şekil-21



Elemanlar kısmen birbirini götürdüğünden, "kısa poligonlara nazaran daha büyüktür.

İleriye bir adım gravite yükseklik ve dinamik korreksiyonların yüksekliğin fonksiyonu olarak grafik gösterilişidir. Aşağıda Schwarzwald Alb. Poligonu -- Ramsayer'in -- Şekil 18 -- Tauernschleife poligonu Mader -- Şekil 19 -- ve IV b poligonu için hazırlanmış poligonlar gösterilmektedir



Şekil 22 de Ramsayer'in poligonu Şekil 23 de Mader'in poligonu Şekil 24 de IV b [38] in  $\frac{g-g_0}{g_0}$  çekim değerleri yüksekliğin fonksiyonu olarak gösterilmiştir.

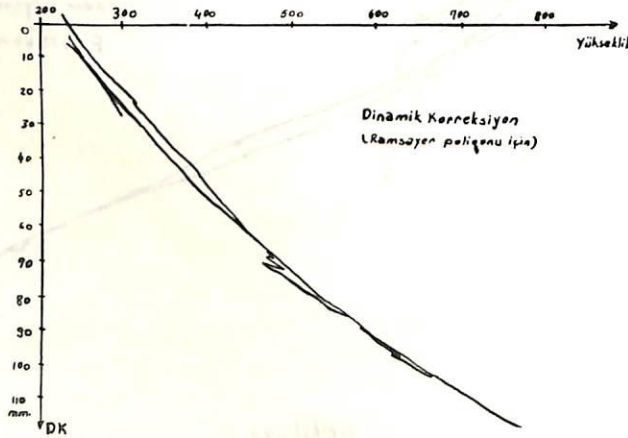
Şekillerin genelleştirilmesinden, muntazam kapanmayan çizgiler ve birbirini kesmeler görülmektedir. Burada çizgiler ile çevrelenmiş olan teorik poligon kapanma hatasını göstermektedir. Burada pozitif veya negatif çevrelenen tali yüzeyler kısmen birbirini götürebilirler. Birkaç defa aynı yönde çevrilen alanlar ise toplanabilir. Şekil 22 deki teorik poligon kapanma hatası sadece -4,24 mm. dir ki bunun bir kısmı normal graviteye aittir. Hohen Tauern bölgesinin gravite yükseklik diagramı Schwarzwald Alb. Schleife poligonuna nazaran daha temiz şartlar göstermektedir. Burada bilhassa aşağıya doğru dik düşen kısım, ki Tauern tüneli bölgesinin değeridir. Defalarca ölçülerek elde edilmiştir. Çizgiler ile kapanmış bölgenin teorik poligon kapanma hatası +12,47 mm. dir. IV b poligonunun uzunluğu 621 Km. dir. Teorik poligon kapanma hatası +44,14 mm. dir. Bunun 25,77 mm. si normal graviteye 18,37 mm. si gravite bozukluklarıdır. Bu gravite yükseklik diyagramı hakikaten bu poligonun extrem şartlarını kesinlikle belli etmektedir.

Şekil 22 den 24 de kadar olan şekillerden  $\varepsilon$  nin kenarları eksene paralel kareler yardımı ile hesaplanmasının çok kaba bir sonuca varacağı anlaşılmaktadır.

karelele ile tahminler

$$(151) \quad |\varepsilon| < \left( \Delta \frac{g-g_0}{g_0} \right)_{\max} (\Delta H)_{\max}$$

değeri poligondaki en büyük ve en küçük değerleri olarak alındığından



Şekil-25

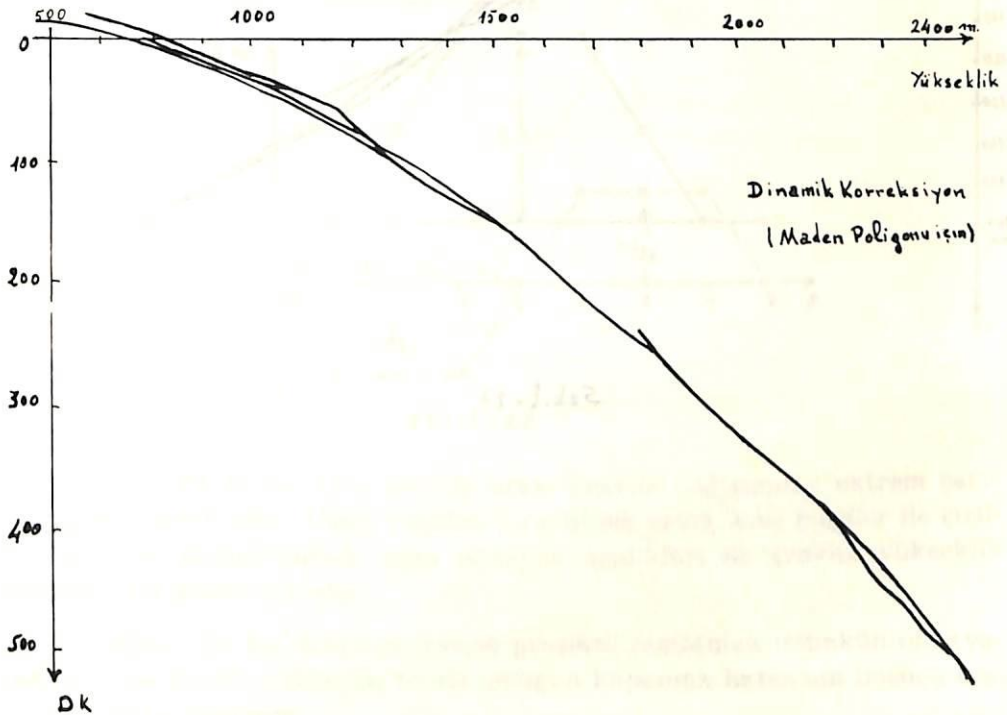
Poligonlar için :

Ramsayer	102 mm. (olması icapeden	= - 4,24 mm.)
Mader	798 mm. ( " "	= +12,37 mm.)
IV b	177 mm. ( " "	= +44,14 mm.)

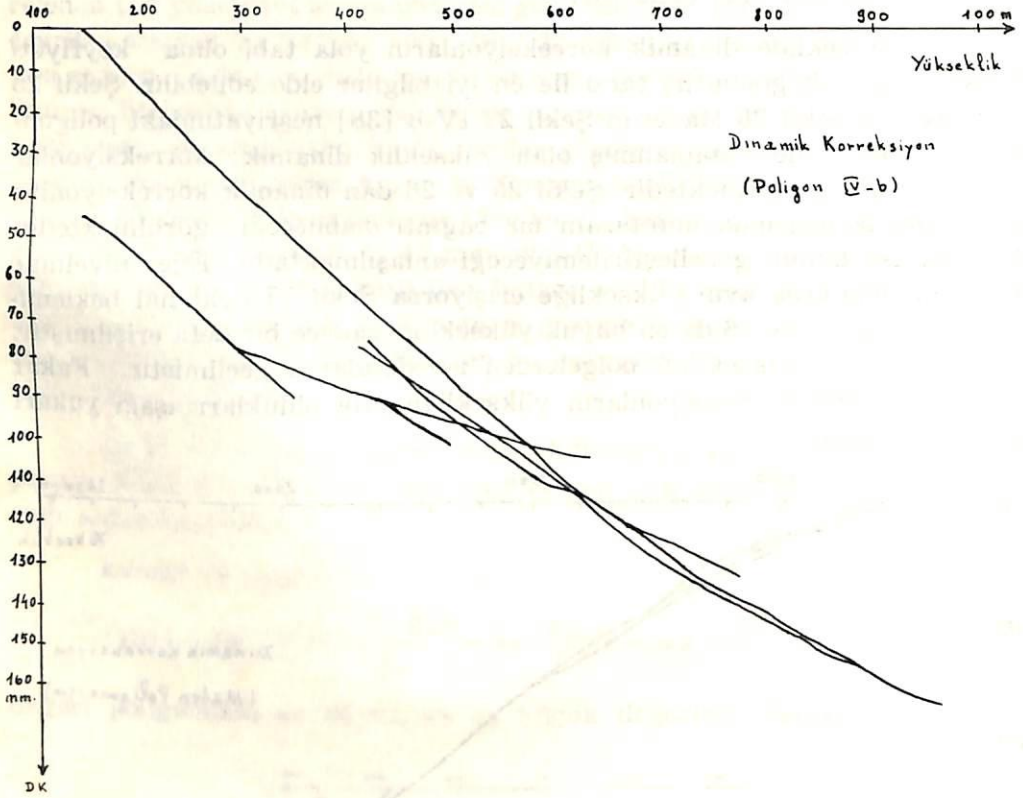
elde edilmektedir.

Koordinat eksenlerine eğik olarak çizilen dörtgenler ile için daha uygun değerler elde edilebilir.

Aynı şekilde dinamik korreksiyonların yola tabi olma keyfiyeti hakkında grafik gösteriliş tarzı ile en iyi bilgiler elde edilebilir. Şekil 25 Ramsayer'in şekil 26 Mader'in Şekil 27 IV b [38] neşriyatındaki poligonları hassasiyet ile hesaplanmış olan yükseklik dinamik korreksiyonlar fonksiyonunu göstermektedir. Şekil 25 ve 26 dan dinamik korreksiyonlar ile yükseklik arasında muntazam bir bağıntı olabileceği görülmektedir. Şekil 27 ise bunun genelleştirilemeyeceği anlaşılmaktadır. Eğer nivelman poligonu defalarca aynı yüksekliğe erişiyorsa Şekil 27 deki hal beklenilmelidir. Şekil 25 ve 26 da en büyük yüksekliğe sadece bir defa erişilmiştir. Orta ve düşük yükseklikli bölgelerden ise defalarca geçilmiştir. Fakat genede dinamik korreksiyonların yüksekliğe tabi oldukları aşağı yukarı belli olmaktadır.

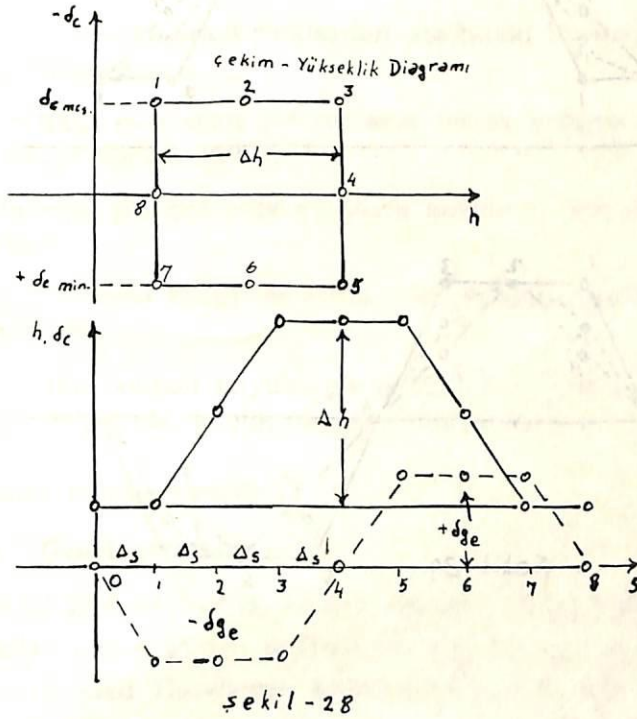


Şekil-26



Sekil-27

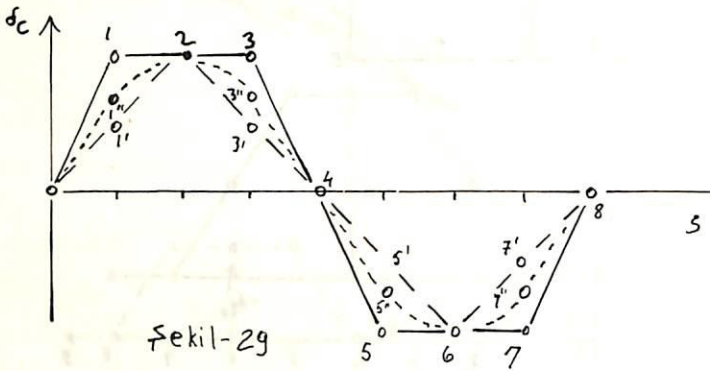
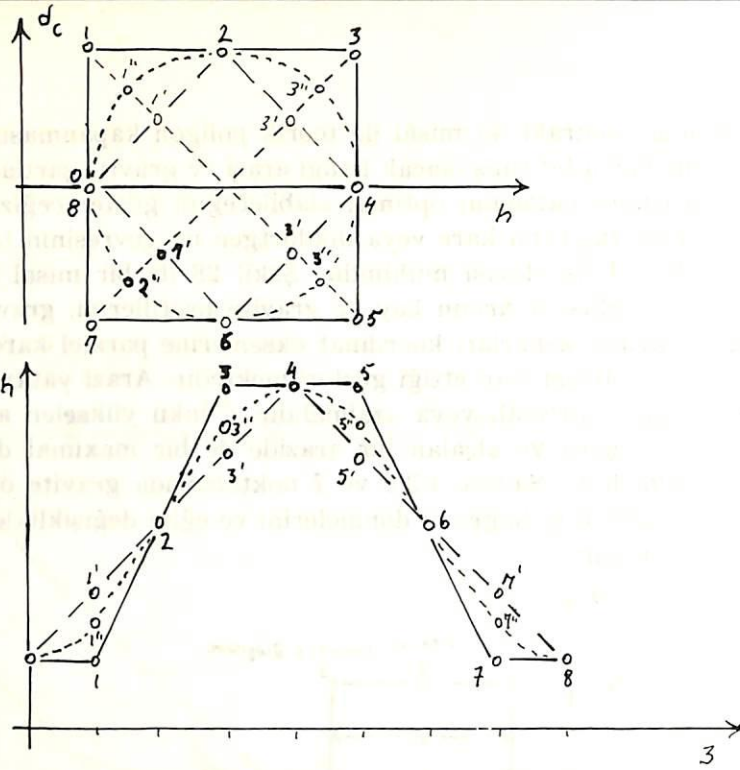
Bundan sonraki iki misâl ile teorik poligon kapanmasının kantitatif araştırmalarını bitirmiş olacak hangi arazi ve gravite şartlarında teorik poligon kapanma hatasının optimal olabileceğini göstereceğiz. Eğer gravite yükseklik diagramı kare veya dikdörtgen ise çevresinin bir veya birkaç defa dolaşmış olması mühimdir. Şekil 28 de bir misal olarak, eşit aralıklı çekim istasyonlarının boy ve gravite profillerini, gravite yükseklik diagramlarının kenarları koordinat eksenlerine paralel kare olabilmesi için ne şekilde olması icap ettiği gösterilmektedir. Arazi yatay ise gravite değişimi çabucak artmalı veya azalmalıdır. Çünkü yükselen arazide belli bir nivelman değeri ve alçalan bir arazide de bir maximal değere veya tersleri erişilmelidir. Sadece 1,3,5 ve 7 noktalarında gravite ölçülmesi ile dik gravite yükseklik diagramı dönmelerini ve eğim değişikliklerini işaretlemek mümkündür.



Şekil - 28

Şekil 29 da da aynı şekilde arazi gravite değişiminin extrem şartları gösterilmektedir. Uzun çizgiler ile çizilmiş arazi, kısa çizgiler ile çizilmiş gravite değişiminden, aynı istasyon aralıkları ile gravite yükseklik diagramları gösterilmiştir.

Tabiatıyla bu misallere aynen pratikte rastlamak mümkün olmayacaktır. Çok küçük miktarda teorik poligon kapanma hatasının bozucu kısmı çok defa toplanır.



Şekil-29

IV b poligonundaki gravite - yükseklik diagramında yaklaşık olarak extrem şartlar tanınabilmektedir.

Birkaç poligonun teorik ve sfereoidik poligon kapanma hatalarının karşılaştırılmasından bozucu kısımların genellikle sfereoidik kısmın  $\epsilon$  nin esas bölümünün meydana getirmesine rağmen, sonuçların çok etkili olduğu görülebilir.

Poligon	Uzunluk	Km.	mm.	mm.	Düşünceler
I	1175	+ 2,56	+ 2,43	+ 0,13	Literatur [38]
II	720	- 3,87	- 4,45	+ 0,58	" "
III	1099	+27,63	+27,91	- 0,28	" "
IV a	792	+37,38	+38,68	- 1,30	" "
IV b	621	+44,14	+25,77	+18,37	" "
Helmert	356	-24,00	- 7,0	-17,0	" [ 2]
Niethammer	278	+ 5,17	+ 0,38	+ 4,79	" [ 5]
Baesclin	278	+ 5,41	+ 0,38	+ 5,03	" [ 8]
Ramsayer	267	- 4,24			[26]
Mader	237	+12,47			" [33]

Şimdiye kadarki araştırmalardan aşağıdaki hususların doğruluğuna kanaat getirilmektedir.

1. Pratikte rastlanan poligonların teorik poligon kapanma hataları birkaç cm. yi aşmamaktadır.

2. Hallerin pek çoğunda sferoidik kısmın nin esas kısmını teşkil etmektedir.

3. " bozucu kısmı ise sadece birkaç istina halde birkaç cm. yi bulmaktadır.

4. " nın poligon büyüklüğü ve gravite -yükseklik şartlarının muntazamlığı nisbetinde, küçük olması beklenmelidir.

## 2. Harz bölgesi profili :

### a. Genel görünüm :

Şekil 30 daki profilde Harz bölgesinde Vienenburg'dan Bad Lanterberg'e kadar kuzey güney doğrultusundaki profil, Harz'ın güney bölgesinde dönerek Bad Harzberge kadar sürmektedir. Bu profil boyunca aşağı yukarı her 100 metrede yükseklik ve gravite ölçümü yapılmıştır.

Gravite ölçüleri yükseklik tesbitleri ve ilk hesap sonuçları hakkında [39] da geniş bilgi verilmiştir. Yayında yüksekliğin, gravitenin noktasal gösterimleri ile 100 m., 200 m., 500 m., 1 km., 2 km. ve 5 km. aralıkları için dinamik korreksiyonlar gösterilmiştir. Mesafe gravite profilinden başka dinamik korreksiyonlar yüksekliğin fonksiyonu olarakla şekilde gösterilmiştir. [39] yayınında ortalama yükseklik hatasının + 0,01 m, ortalama gravite hatasının + 0,5 mgal olduğu anlatılmaktadır.

Gravite ve DK'nın değişimi arazi profiline uymaktadır. 100 m. ile 5 km. aralıklı 13. nokta çakışmaktadır. DK olarak aşağıdaki farkları göstermektedir.

Nokta No. :	DK <sub>100 m.</sub> - DK <sub>5 km.</sub> mm.
1	0,00
51	+ 0,02
101	- 0,24
151	+ 0,30
201	+ 0,40
251	+ 0,49
301	+ 0,50
351	+ 0,52
401	+ 0,40
451	+ 0,39
501	+ 0,20
551	+ 0,28
601	+ 0,28

Bu araştırma da noktaların arazi üzerindeki dağılımları dikkate alınmadan, Şematik olarak gösterilmiştir ve bu bakımdan da enteresandır. Eğer 5 km. nokta aralıklarında DK hatası ve yükseklik hatası olarak maksimal 0,52 mm. meydana getirebilirse daha büyük mesafe aralıklarındaki gravite istasyonlarının hatalarını tekamül edebilir sınırlar için de tutmak mümkündür. Yalnız bu kavramın Harz bölgesi ve dinamik korreksiyonlar için olduğunu unutmayalım. Mmkndrki; diğer bir nivelman Őebekesi için yapılan araştırmalar başka sapmalar gösterir.

Gravite yükseklik diagramı, dinamik korreksiyonların yüksekliğin fonksiyonu aynı Şekilde gravite ve yüksekliğin, uzaklığın fonksiyonları olarak gösterilmesi araştırmamız için gerektiğinden [39] dan doğrudan doğruya alınmıştır. [39] çalışmasında gösterilen diğer değerlendirme sonuçları aşağıda anlatılacaktır. Bu sonuçlar; Helmert ve Niethammer'e göre orthometrik korreksiyonlar, hassaslaştırılmış Bougueravallerini ve yaklaşık Rudzki anomallerini ihtiva etmektedir. Tablo 2 ve 3 de önümüzdeki ve daha sonraki değerlendirmeler için gerekli verileri ihtiva etmektedir.



Tablo 2 de numaralar ile gösterilmiş noktaların coğrafi enlem ve boylamları, yaklaşık denizden yükseklikleri,  $g$  gravite değeri,  $\gamma$  normal gravite (internasyonel formüle göre) ve  $g - \gamma$  farkı gösterilmektedir. Ayrıca tabloda her nokta için hassaslaştırılmış Bouguer anomalisi ve yaklaşık Rudzki anomali değerleri verilmektedir.

Tablo 3 de de nokta numaraları, gravite ve yükseklik, istasyon aralıklarının 100 m. olması halinde dinamik korreksiyon miktarları gösterilmiştir. En son kolondaki değer ise [39] a karışık olarak,

$$g_0 = \gamma_0^{45} = 980629,4 \text{ mgal}$$

değeri ile hesaplandığından daha önce

$$g_0 = 980635,16 \text{ mgal}$$

ile hesaplanmış değerden birkaç mm. fark etmektedir. Aynı zamanda 100 m. ve 200 m. lik istasyon aralıklarında Helmert'in orthometrik korreksiyonları gösterilmektedir.

Tablo 3 ün diğer iki sütunlarında yüzey noktasına uygulanan topografik reduksiyon ile geoid ve yüzey noktası arasındaki, çekül doğrultusu boyunca, ortalama gravite değeri gösterilmektedir. En son paragrafta ise Niethammer'e göre 200 m. nokta aralıkları için uygulanacak orthometrik korreksiyonlar yer almaktadır.

Ayrıca Şekil 31 de Viennenburg—Bad Herzberg arasındaki nivelman çizgisi boyunca gravite yükseklik diagramı ile karşılaştırılmak üzere muntazam değer

$$\frac{\gamma - \sqrt{m} \cdot H - \gamma_0}{\gamma_0} \text{ gösterilmiştir.}$$

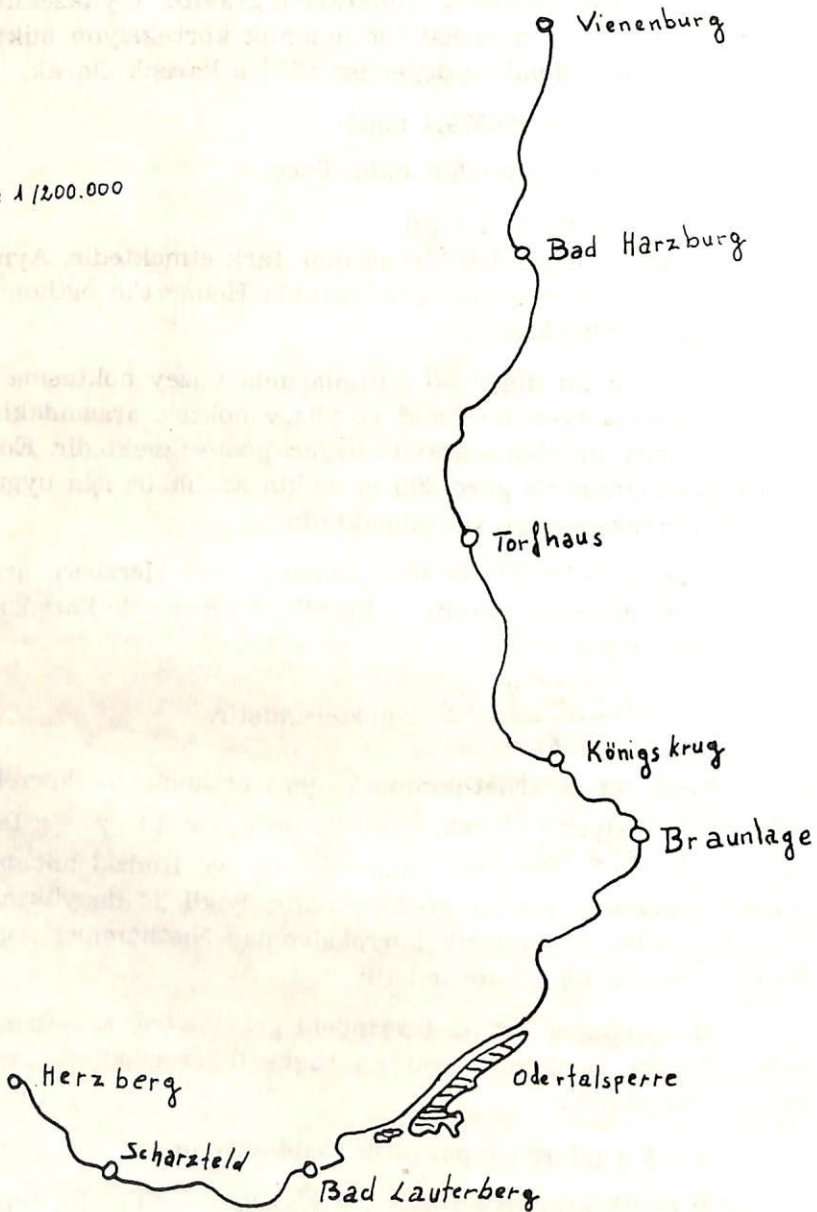
Şekil 32 de, Niethammer'e göre orthometrik korreksiyonlar yüksekliğin fonksiyonu olarak, Şekil 33 de yükseklik;  $\gamma - g$  farkının hassaslaştırılmış  $\Delta g_0$  Bouguer anomalilerinin ve Rudzki anomallerinin mesafenin fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Şekil 34 de yükseklik, dinamik korreksiyonlar orthometrik korreksiyonlar Niethammer'e göre mesafenin fonksiyonu olarak gösterilmiştir.

Harz bölgesi profili üzerindeki gravimetrik araştırmalar, nivelman çalışmalarına yardımcı olmaktan başka diğer geodezik araştırmalara da hizmet etmektedir.

#### b. T ve T nin topografik Redüksiyonu :

200 m. lik aralıklı gözlem noktalarının  $T = T_I + T_{II}$  topografik reduksiyonları T topografya üzerine gravite ortalamasının etkisi,

Ölçek: 1/200.000



Şekil-30

$$(52) \quad \bar{T} = \frac{1}{H} \int_0^H T_Q dh$$

Formülüne göre hesaplanır. Bir geoid noktası için  $T_I - T_{II}$ , topoğrafik redüksiyonları ise (32) denklemine göre hesaplanır.

Topoğrafya için bu üç değer de çekül doğrultusunda profil üzerindeki 300 nokta için hesaplanır. Bu gaye için evvelâ Schleusener'e göre Dr. G. Arnold (o sırada Braunschweig Teknik Üniversitesinde Haritacılık Enstitüsünde Asistandır). Tarafından Alman Bilimsel Araştırma Teşkilâtının sağladığı olanaklar ile, çekül doğrultusunda herhangi bir noktaya, çeşitli kompartimanların etkileri ve gravimetrik ortalama değeri tablolar halinde hesaplanmıştır. Dr. G. Arnold tablolarının hazırlanışı hakkında bilgi vermiş olduğundan, burada tekrarda fayda görmüyoruz. Üç ekstrem hal için grafikler ve Niethammer'e göre zonlara ayırarak hesaplama sonucu tesbit edilen fark topoğrafik etkinin % 10 mm. aşmamaktadır. 3 numaralı tabloda  $T_P$  ve  $T$  hesaplanmış değerleri verilmiştir. (32) denklemine göre geoid noktaları için hesaplanan topoğrafik etkiler doğrudan doğruya Rudzki anomalilerinden alınmıştır. Tablo 3 de  $T$  ve  $T$  arasındaki değer farkları dikkat çekicidir. Meselâ :

Nokta No :	T mgal	T mgal	H m
115	+5,55	+10,81	373
187	+2,10	- 4,90	795
383	+3,55	+ 9,27	412

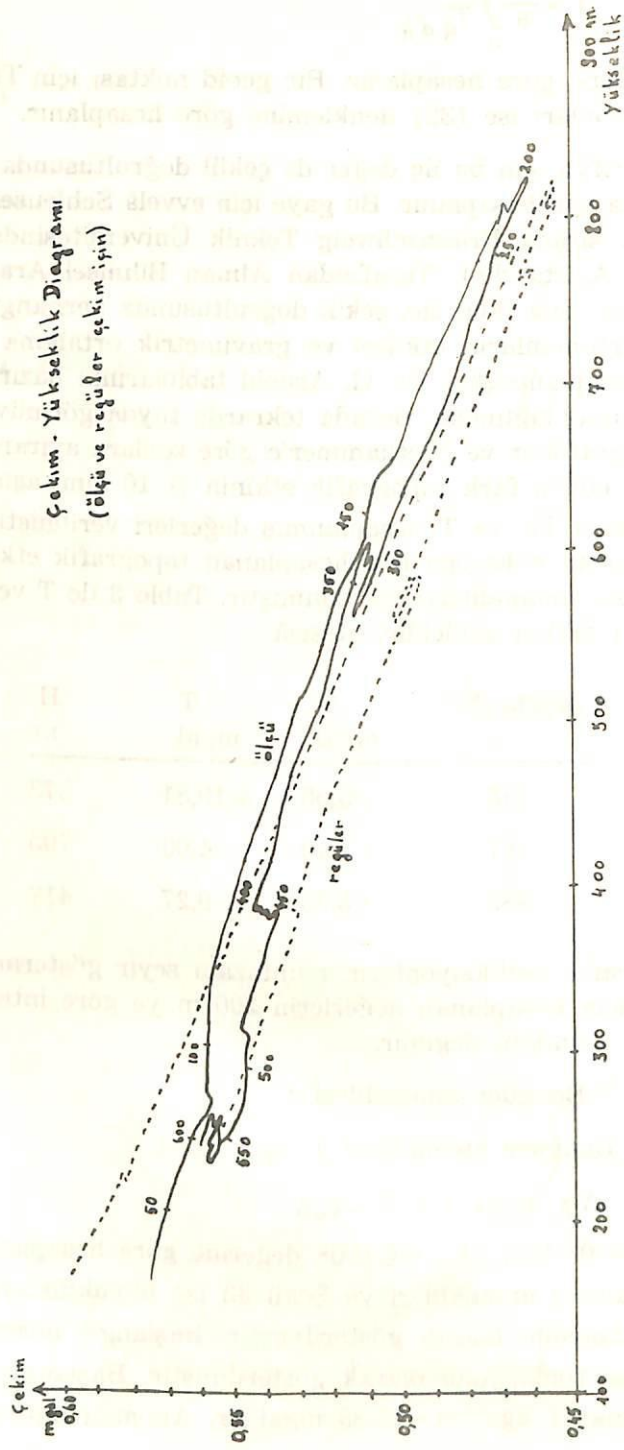
Topoğrafik redüksiyonların muntazam seyir göstermelerinden 100 m. aralıklar için hesaplanan değerlerin 200 m. ye göre interpolate ederek hesaplanması mümkün değildir.

c.  $\Delta g_0''$  Bouguer anomalileri :

Bütün Bouguer anomalileri (  $\Delta g_0''$  )

$$(26) \quad \Delta g_0'' = g - \gamma + T_P + V_m H$$

denklemine ve  $0 = 2,67$ ;  $V_m = 0,1968$  değerine göre hesaplanmıştır. Tablo iki (2) ortalananmış anomalileri ve Şekil 33 ise büyüklüklerine göre yükseklikleri fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Başlangıç noktasındaki Bouguer anomalisi fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Başlangıç noktasındaki Bouguer anomalisi  $\Delta g_0'' = -18,83$  mgal'dir. Anomali bütün Harz arazisi



Çekim - Yükseklik Diagramı  
(ölçü ve regüler çekim için)

Şekil - 31

DK. U. OKN

mm. ↓

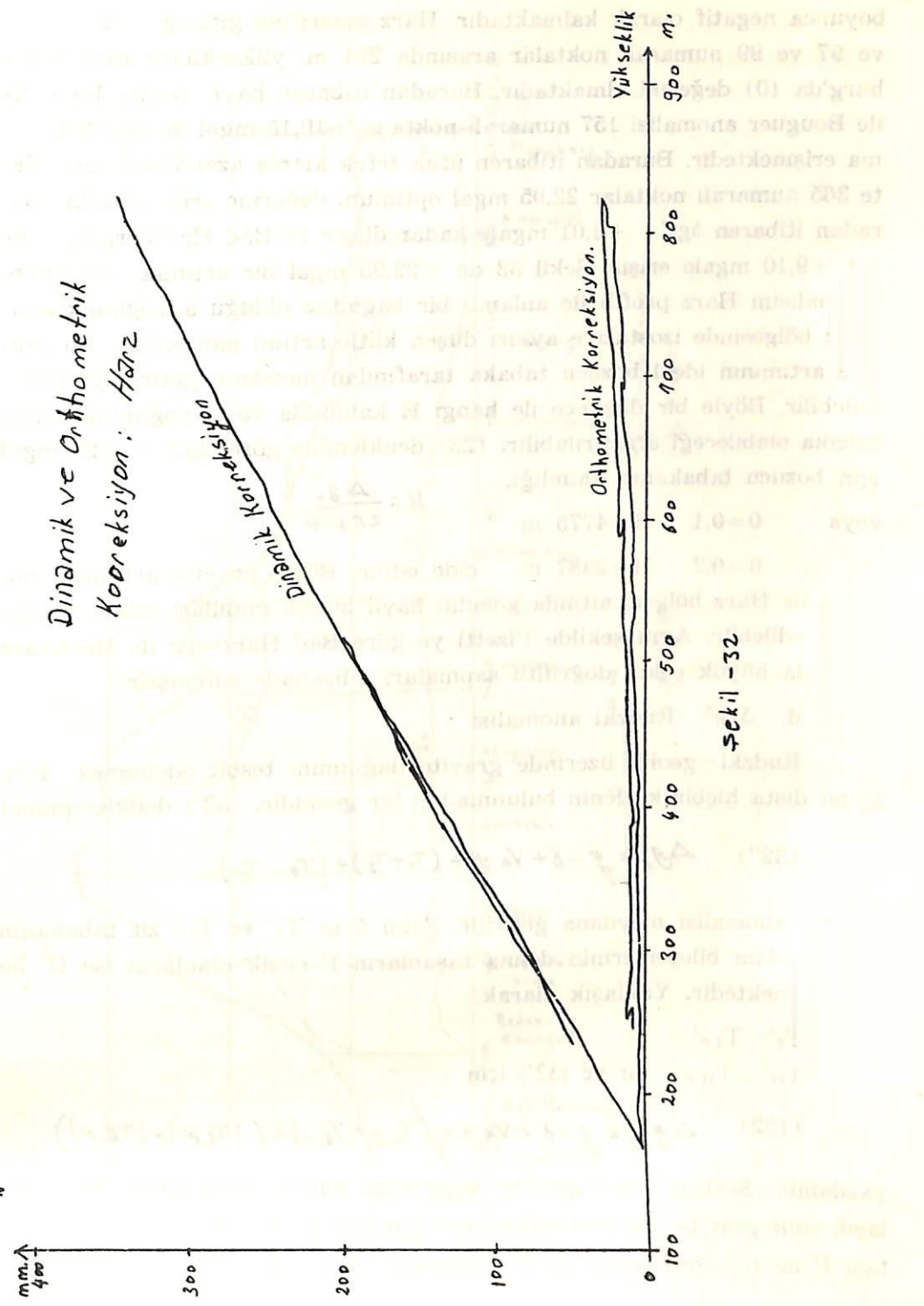
Dinamik ve Ortometrik  
Korreksiyon: Harz

Dinamik Korreksiyon

Ortometrik Korreksiyon.

Yükseklik  
900 m.

Şekil -32



boyunca negatif olarak kalmaktadır. Harz masrifine gittikçe azalmakta ve 97 ve 99 numaralı noktalar arasında 294 m. yükseklikte Bad Harzburg'da (0) değerini almaktadır. Buradan itibaren hayli keskin bir çıkış ile Bouguer anomalisi 157 numaralı noktada +19,15 mgal ile ilk Maximuma erişmektedir. Buradan itibaren ufak tefek artma azalmalar ile birlikte 365 numaralı noktalar 22,95 mgal optimum değerine erişmektedir. Buradan itibaren  $\Delta g_0''$  +3,01 mgale kadar düşer ve Bad Harzberg'de tekrar +9,10 mgale erişir. Şekil 33 de +22,95 mgal bir artımla Bouguere anomalisini Harz profili ile anlamlı bir bağıntısı olduğu anlaşılmaktadır. Harz bölgesinde izostaziye aykırı düşen kütle artımı mevcuttur. Bu gravite artımının ideal bozucu tabaka tarafından meydana getirildiği düşünülebilir. Böyle bir düşünce ile hangi H kalınlıkla ve O yoğunluk farklı tabaka olabileceği araştırılabilir. (23) denkleminde göre  $\Delta g_0'' = +20$  mgal için bozucu tabakanın kalınlığı,

$$\text{veya } 0=0,1 \quad H=4775 \text{ m}$$

$$H = \frac{\Delta g_0''}{2\pi k^2 \rho}$$

$0=0,2 \quad H=2387 \text{ m}$  elde edilir. Böyle gravite artımları dolayısı ile Harz bölgesi altında geoidin hayli büyük ondülasyonları olduğu kabul edilebilir. Aynı şekilde Pizetti ye göre Bad Harzberg ile Hochharz arasında büyük çekül doğrultu sapmaları müşahade edilmiştir.

d.  $\Delta g_R''$  Rudzki anomalisi :

Rudzki-geoidi üzerinde gravite dağılımını tesbit edebilmek için, ki bu dışta hiçbir kütle bulunmadığı bir geoiddir. (32') denklemindeki

$$(32'') \quad \Delta g_R'' = g - \gamma + V_a \cdot H + (T_I + T_I') + (T_{II} - T_{II}')$$

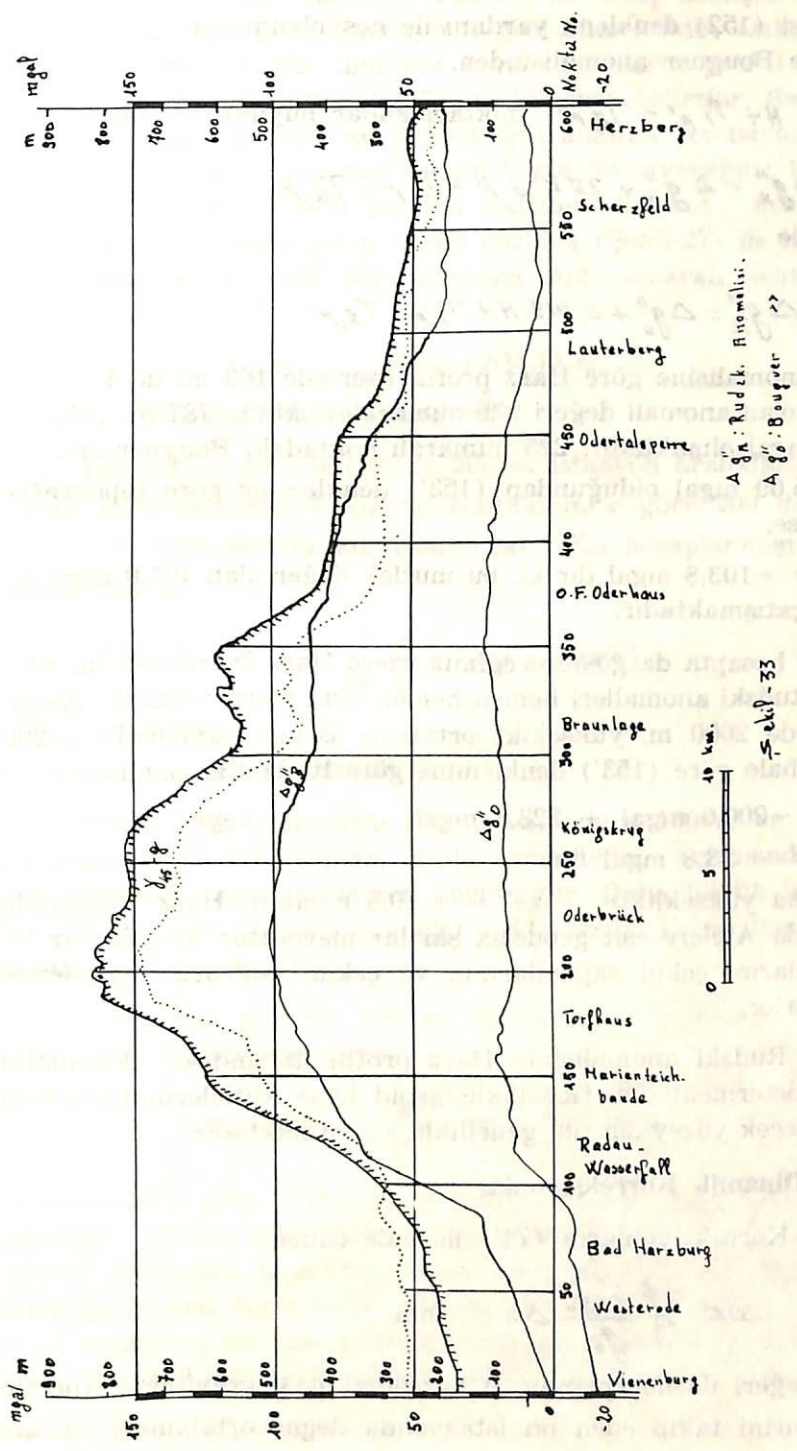
Rudzki anomalisi meydana getirilir. Şekil 5 te  $T_I'$  ve  $T_{II}'$  zıt tabakanın düşey çekim bileşenlerinin dışına taşanların I' eksik olanların ise II' ile gösterilmektedir. Yaklaşık olarak,

$$T_I' \approx T_{I,P}'$$

$$T_{II}' \approx T_{II,P}' \text{ dir ve (32'') için}$$

$$(152) \quad \Delta g_R'' = g - \gamma + V_a H + (T_{I,P} + T_{II,P}) + (|T_{I,P}'| - |T_{II,P}'|)$$

yazılabilir. Serbest hava gravite değerinden hakiki geoid üzerindeki yaklaşık sınır gravite değerini bulabilmek için, yüzey noktası P ve geoid noktası P' ne topoğrafyanın etkisi gözönüne alınmalıdır.



Tablo 2 ve Şekil 33 te boyun fonksiyonu olarak gösterilen Rudzki anomalisi (152) denklemi yardımı ile hesaplanmıştır.  $\Delta g_R''$   $\Delta \check{g}_R''$  denkleminde göre Bouguer anomalisinden,

$2 \pi k^2 \theta \cdot H + T_{I, \rho'} - T_{II, \rho'}$  miktarı kadar büyüktür. Yani :

$$(153) \Delta g_R'' = \Delta g_0'' + 2 \pi k^2 \theta \cdot H + T_{I, \rho'} - T_{II, \rho'}$$

veya  $0 = 2,67$  ile

$$(153') \Delta g_R'' = \Delta g_0'' + 0,1119 \cdot H + T_{I, \rho'} - T_{II, \rho'}$$

Rudzki anomalisine göre Harz profili üzerinde 163 m. de 1. nokta ile  $-0,55$  mgal olan anomali değeri 225 numaralı noktada 787 m. yükseklikte  $+100,98$  mgal olmaktadır. 225 numaralı noktadaki Bouguer anomalisi  $\Delta g_0'' = +15,69$  mgal olduğundan (153') denkleminde göre topografik etkiihmal edilirse,

$\Delta g_R'' \approx +103,8$  mgal dır ki, bu mutlak değer olan 101,0 mgal ile hemen hemen çatışmaktadır.

Yaklaşık hesapta da göstereceğimiz üzere Harz üzerindeki ile Alp-ler üzerindeki Rudzki anomalleri hemen hemen aynı mertebededir. Kabul edelimki Alplerde 2000 m. yükseklikte ortalama Bouguer anomalisi  $-200$  mgal olsun bu hale göre (153') denkleminde göre Rudzki anomalisi,

$$\Delta g_{R''} = -200,0 \text{ mgal} + 223,8 \text{ mgal}, \quad \text{veya}$$

$$\Delta g_{R''} = +23,8 \text{ mgal dır.}$$

2500 m ortalama yükseklikte  $\Delta g_{R''} = +79,8$  mgaldır. Harz bölgesinde de lokal anlamda Alplere eşit geodezik şartlar mevcuttur. Bu olaylar lokal ondulasyonların, çekül sapmalarının ve çekim doğrutu eğimlerini ifade etmektedirler.

Şekil 33 Rudzki anomalisinin Harz profili üzerindeki değişimini genel olarak göstermektedir. Genellikle geoid içine kütlelerin taşınması ile meydana gelecek yüzey sınırını genellikle yansıtmaktadır.

#### e. DK Dinamik Korreksiyonlar :

Dinamik Korreksiyonların (74') ile elde edilen,

$$DK = \sum_A^B \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} \Delta h \quad \text{nın}$$

$g_0 = 980629,4$  değeri ile hesaplandığını hatırlıyal:m.  $g$  gravitenin, 100 m. aralık ile bir birini takip eden iki istasyonda değer ortalaması ve  $\Delta h$



bunlara ait yükseklik farkıdır. Tablo 3 de hesap sonuçları ve Şekil 34 te DK'nın mesafeye göre fonksiyonu gösterilmektedir. Daha önce de bahsetmiş olduğumuz gibi dinamik korreksiyonların profili arazi profiline uymaktadır. Bu bağıntı Şekil 32 de bilhassa belirtilir. Şekilden dinamik korreksiyonların nerede ise yüksekliğin analitik fonksiyonu olduğu zannedilebilir. Fakat bunun her zaman böyle olamayacağına bilhassa işaret edilmiştir. Nitekim IV b poligon hattının dinamik korreksiyonlarının yüksekliğe göre fonksiyonu olarak çizilmiş (Şekil-27) de halin öyle olmadığı görülmektedir. DK Maximumuna 202 numaralı noktada erişilmektedir. Yani,

$$DK_{MAX} = +348.34 \text{ mm.} \quad \Delta H = +624,13 \text{ m}$$

#### f. Orthometrik korreksiyonlar :

Helmert'e göre 100 m ve 200 m istasyon aralıklarına göre orthometrik korreksiyonlar  $OK_H$  ve Niethammer'e göre 200 m istasyon aralıkları için orthometrik korreksiyonlar  $OK_N$  hesaplanmıştır.  $OK_H$  ların hesaplanması,

$$(102''') \quad OK_H = -\frac{1}{g_0} \sum_A^B \bar{h} (\Delta g + V_i \Delta h)$$

$$\text{ve } g_0 = 980629,4$$

$$V_i = 0,0849 \text{ alınarak yapılmıştır.}$$

Tablo 3 de Helmert'e göre hesaplanmış 100 m ve 200 m ler için orthometrik korreksiyonları ifade etmektedir. Aralarındaki maksimal fark 0,08 mm. dirki tamamen önemsizdir. Daha büyük istasyon aralıkları için de kafi sıhhatte sonuçlar beklenebilir. Fakat bunun üzerine daha fazla eğilinmemiştir.

$OK_0$  dan giderek 200 m. lik istasyon aralıkları için yukarıdaki bağıntıdan da istifade ederek,

$$OK_N = OK_H + \frac{T_A + \bar{T}_A}{g_0} H_A - \frac{T_B + \bar{T}_B}{g_0} H_B$$

Niethammer'e göre orthometrik korreksiyonlar saptanmıştır. T ve T topografik reduksiyonlar Şekil 6 da gösterilen ve (40') ile (52) ifadelerindeki anlamlara haizdirler. Sonucu terim ise (43) ifadesine bağlıdır. Tablo 3 ün son sütununda orthometrik korreksiyonlar (Niethammer'e göre) başlangıç noktası 1 Vienenburg'dan itibaren gösterilmiştir. En büyük değer 209 numaralı noktada 817,336 m. ile,

$$(OK_N)_{mak} = +30,37 \text{ mm. dir.}$$

bu nokta araştırılan Harz profilinin en büyük yüksekliği civarındadır. Şekil 34 te  $OK_N$  uzunluğunun fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Dikkati çeken nokta Harz bölgesinde de  $OK$  nın  $DK$  dan haylice küçük olması ve Harz profilini gayet zayıf göstermesidir.  $OK$  nın Nivo yüzeylerinin paralel olmalarını gösteren bir ölçü olması nedeni ile, profil noktalarından geçen Nivo yüzeylerinin hakiki diverjansı hakkında bilgi edinilebilmektedir.

Diğer enteresan bir hususta 200 m. istasyon aralıkları için Helmert ve Niethammer'e göre hesaplanmış orhometrik korreksiyonlar arasındaki farktır. Tablo 3 ten aşağıda gösterilen karakteristik sapmalar gösterilmektedir.

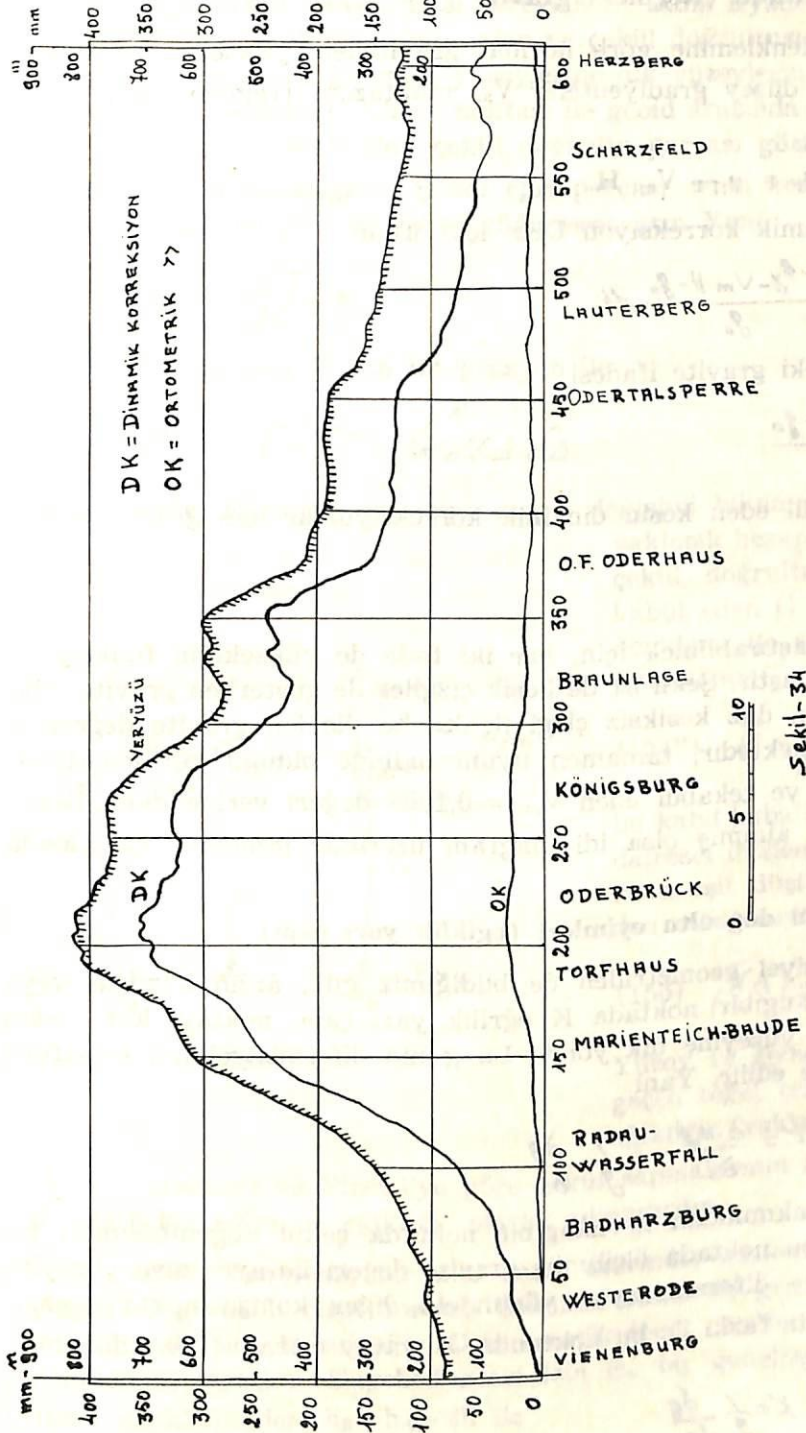
Nokta No. :	$OK_H$ 200 m	$OK_N$ 200 m	$d =$ $OK_N - OK_H$	H
	mm	mm	mm	m
1	0,00	0,00	0,00	199
95	+ 1,40	+ 2,41	+ 1,01	284
119	+ 1,86	+ 4,07	+ 2,21	396
143	+10,10	+10,24	+ 0,14	581
171	+15,32	-14,10	- 1,22	668
187	+28,82	+23,19	- 5,63	795
211	+33,85	+30,36	- 3,49	821
281	+24,56	+23,43	- 1,15	698
289	+21,63	-21,57	- 0,06	657
301	+16,24	+17,33	+ 1,09	591
379	+ 7,26	+ 9,61	+ 2,35	417
608	- 6,20	+ 6,22	+ 0,02	246

Niethammer ve Helmert'e göre orthometrik korreksiyonları farkları maksimal negatif fark  $d = -5,63$  mm, en büyük pozitif fark  $+2,35$  mm. ile tesbit edilmiştir.

buna göre  $- 5,63 \text{ mm} < d < + 2,35 \text{ mm}$ .

pozitiften negatife negatiftten pozitifte geçmeler genellikle periodik olmaktadır.

Yalnız  $OK_H$  ile  $OK_N$  arasındaki farkın, arazi yüksekliğinin 600 m den fazla değiştiği gözönüne alınırsa pek büyük olmadığı kabul edilebilir.



g. Muntazam (Reguler) gravite :

(36'') denklemine göre normal graviteden, yükseklikten ve ortalama normal düşey gradiyenteler  $V_m$  muntazam (reguler) gravite  $g_r$  hesaplanabilir.

$$(36'') \quad g_r = \gamma - V_m \cdot H.$$

muntazam dinamik korreksiyon DKr için ifade

$$DK_r = \int_A^B \frac{\gamma - V_m \cdot H - g_0}{g_0} dh$$

Harz profilindeki gravite ifadesi

$$\frac{\gamma - V_m \cdot H - g_0}{g_0}$$

ile buna tekabül eden kesin dinamik korreksiyonlar için geçerli olan

$$\frac{g - g_0}{g_0}$$

ifadesini karşılaştırabilmek için, her iki ifade de yüksekliğin fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Şekil 31 de kesik çizgiler ile gösterilen gravite yükseklik diagramı, düz kesiksiz çizgi ile ki, bu ölçülen gravite değerlerine tekabül etmektedir, tamamen uyum halinde olduğu görülmektedir. Eğer  $0 = 2,67$  ye tekabül eden  $V_m = 0,1968$  değeri yerine daha başka bir  $V_m$  değeri alınmış olsa idi diagram üzerinde tamamen çakışmada elde edilebilirdi.

h. Çekül doğrultu eyimleri (eğiklik yarı çapı)

Diferansiyel geometriden de bildiğimiz gibi, arzın içindeki veya dışındaki herhangi bir noktada K eğrilik yarı çapı, noktayı kat eden  $g = \text{sabit}$  nivo yüzeyine dik yönde  $Ln \ g$  nin diferansiyelinin, mesafeye bölümü ile elde edilir. Yani,

$$(154) \quad K = \frac{\partial \ln g}{\partial s} = \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial s}$$

ölçü tekniği bakımından herhangi bir noktada çekül doğrultusunun birinci eğriliği, bu noktada ölçülmüş gravite değeri ile aynı nivo yüzeyinde ölçülmüş ve diferansiyasyon yönündeki diğer komşu nokta arasındaki  $\delta g$  gravite farkı ile bu noktanın  $\delta s$  yatay mesafesi ile elde edilir. Yani,

$$(154') \quad K = \frac{1}{g} \frac{\delta g}{\delta s}$$

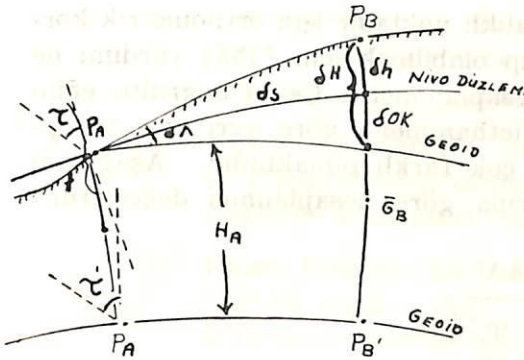
çekül doğrultusu çift ve süreksizlikler gösteren bir eğridir. Burada difransiyel geometrik araştırması gereksizdir. Daha ziyade şöyle kabul edilmelidir. Gözlem noktasını içine alan ve çekül doğrultusuna tanjant düzey ve nivo yüzeyine ve  $g = \text{sabit}$  yüzeylerine dik yüzeylerin kesiştikleri eğri olarak kabul edilebilir. Yüzey noktası ile geoid arasında kalan ve düz olarak kabul edilebilecek olan çekül doğrultu parçası gözlem noktasının H orthometrik yüksekliğidir. Şimdi eğri parçası  $\lambda$  nin kendi yönüne doğru yay parçası t ye göre türevi eğikliği verecektir. Yani,

$$(155) \quad \frac{d\tau}{dt} = K$$

Bütün yay parçası H için integrasyon ile

$$(155') \quad \tau' - \tau = \int_0^H K dt = \delta\Delta$$

tesbit edilir. Eğriliğin arz içine doğru değişimi bilinmediği için, bütün yaklaşık hesaplarda olduğu gibi çekül doğrultusu ortasına tekabül eden G değeri ile (154') denklemleri ile sabit bir eğiklik hesaplanır.



Şekil-35

$$(154'') \quad \bar{K} = \frac{1}{G} \frac{dG}{ds} = \text{Sabit}$$

bu kabil kaba bir yakıştırma ile dairesel düzlem çekül doğrultusuna eşit düşmektedir. (155') den entegrasyon ile,

$$(156) \quad (\delta\lambda)'' = \frac{1}{G} \frac{dG}{ds} H \cdot \rho''$$

Yüzey ve geoid noktalarından geçen teğet çekül doğrultusuna eğikliğinin yaklaşıklık ifadesidir.

( $\delta\lambda$ ) '' Helmert ve Pizetti'ye göre çekül sapmalarının farkıdır. Ve geodezide çekül eğimi - eğikliği'' olarak adlandırılır.

(156) denklemleri, bir düz arazi üzerinde, düzlem dairesel çekül çizgisi ve  $g = \text{sabit}$  çizgi normalinde ikinci bir gravite değeri tesbit edildiği takdirde, bulunabilir. Orthometrik teori düz bir arazi için (156) denklemini ispatlar. Engelibeli arazi için ise bir genelleştirme sağlanır.

(98') denklemlerinden,  $h_B = h_A + \delta h$  ile

$$(157) \quad \delta OK = \frac{g_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} \delta h + \frac{\bar{G}_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} H_A$$

Şekil 35  $\delta \Lambda$ 'nın  $\delta OK$  ve  $\delta s$  den hesaplanabilir. Basitçe :

$$(158) \quad (\delta \Lambda)'' = \frac{\delta OK}{\delta s} \rho'' \quad \text{dir.}$$

Eğer (157) denkleminde  $\delta h=0$  ve ayrıca da  $G_A - G_B = \delta G$  koyarsak (158) ve (157) ifadeleri (156) denkleminde dönüşür. Eğer  $\delta h=0$  ise takiben :

$$(159) \quad (\delta \Lambda)'' = \frac{g_A - \bar{G}_B}{\bar{G}_B} \frac{\delta h}{\delta s} \rho'' + \frac{1}{\bar{G}_B} \cdot \frac{\delta \bar{G}}{\delta s} \rho''$$

eğer  $G$  için (51) bağıntısını koyarsak (159) denklemi basitleştirilebilir ve başka şekle sokulabilir. Harz bölgesinde  $G$  ve  $\delta OK$  bilindiğinden, çekül doğrultusu çekül eğim etkisi (158) denklemi yardımı ile hesaplanabilir. Fakat genede çekül eğiminin sadece nivelman doğrultusuna düşen parçası elde edilir. Burada total çekül doğrultu eğiminin bileşenlerinden hesaplanmasına veya diğer yönlerdeki eğimlerin hesaplanmasına değinilmeyecektir.

Harz profili boyunca 200 m aralıklı noktalar için orthometrik korreksiyonlar bilimden, bir görüşe sahip olabilmek için (158) yardımı ile çekül doğrultusu eğiminin bileşeni hesaplanmıştır. Çekül doğrultu eğim bileşenleri hem Helmert'e hem de Niethammer'e göre ayrı ayrı hesaplanmıştır. Her iki değer birbirinden çok farklı olmaktadır. Aşağıdaki listede Niethammer'in korreksiyonlarına göre hesaplanmış değerlerdir.

Nokta No. :	$\delta \Lambda''$
	"a. T.
1	+ 0,23
79	+ 0,34
91	- 0,39
125	+ 0,95
155	- 0,50
159	- 1,53
177	+ 1,86
229	- 0,63
295	- 1,32

Harz profili üzerinde en büyük yüksekliklerde çekül eğim etkisi 2'' sınırını aşabilmektedir.

i. Sonuç özeti :

Harz bölgesinde aldığımız profil üzerinde yüzey gravite değeri, hassas Bouguer anomalisi Rudzki gravite anomalisi, Helmert ve Niethammer'e göre dinamik ve orthometrik korreksiyonlar hesaplanmıştır. Sonuçlar sayısal tablo ve grafikler ile gösterilmiştir. Sonuçların münakaşasında extrem değerlerin ortaya konulmasına bilhassa dikkat edilmiştir. Genellikle aşağıdaki sonuçlara varılmıştır.

- (1) Dinamik korreksiyonların hesaplanmasında, etüdünü yaptığımız Harz bölgesi için, yön ve engebelik şartlarına bakmadan, gravite istasyonları arasında mesafe 5 km. kadar alınabilir. Orthometrik korreksiyonlar için de aynı şartlar düşünülebilir.
- (2) Başlangıç noktası Viennenburg ta Niethammer'e göre en büyük dinamik (34,8 cm.) korreksiyon ve en büyük orthometrik korreksiyon (3,0) cm. hesaplanmıştır. Bu arada orthometrik korreksiyonlar  $1,8 \text{ mm}/200 \text{ m} = 9 \text{ mm}/\text{km}$ . kadar erişmişlerdir. Bu değere 300 halin birinde erişilmiş olmakla beraber araştırma çok faydalı olmuştur.
- (3) Niethammer'e ve Helmert'e göre hesaplanmış olan orthometrik korreksiyonlar arasındaki d farkı,  $-5,6 \text{ mm} = d = + 2,4 \text{ mm}$ . arasındadır.
- (4) Yüzey noktalarında en büyük topografik değer 5,56 mgal ve topoğrafyanın ortalama gravite değeri + 10,81 mgal'dir. Değerler arasındaki maksimal fark 7 mgal mertebesindedir.
- (5) Hassa Bouguer anomalisinde bağıntı,  $-18,83 \text{ mgal} = \Delta g_0'' \leq + 22,95 \text{ mgal}$ 'dir. Hakikatte Harz bölgesinde gravite bakımından (gravite yüksekliği) vardır.
- (6) Rudzki anomalisi  $-0,55$  ten + 101 mgal değerleri arasında değişmektedir.
- (7) Çekül doğrultu eğimleri + 1,86 '' a. T. değerine kadar erişmektedir.
- (8) Gravite yükseklik diagramı genellikle muntazam bir değişim göstermektedir.
- (9) Dinamik ve orthometrik korreksiyonlar, bazı ufak tefek bozuklukları ihmal edersek, yüksekliğin muntazam bir fonksiyonu olarak göze çarpmaktadır.

### 3. Yeraltı kaynakları araştırılma müdürlüğü tarafından gravimetrik haritaların kullanılması :

Ramsayar tarafından Schwarzschild - Alb. - Poligonu için hesaplanan dinamik korreksiyonlar için gerekli gravite değerleri yeraltı kaynakları araştırma Müdürlüğü tarafından 1 : 200.000 lik haritalardan alınarak hesaplanmıştır. Sonuçlar [39] neşriyatında en ufak teferruata kadar hesaplanmıştır. Hassas ve yaklaşık olarak hesaplanan dinamik korreksiyonlar arasındaki farkın 1,21 mm. olduğu görülmüştür. Ayrıca Bouguer anomalileri ile hesaplanan teorik poligon kapanma hatasının -3,83 mm. olduğu, ölçüler sonucu -4,26 mm. olduğu hesaplanmıştır.

Buna benzer araştırmalar, bu uygun sonuçlarını ne dereceye kadar geliştirileceğini gösterecektir. Fakat tahminen 1 : 200.000 lik gravimetrik haritaların geometrik nivelmanda gravimetrik korreksiyonlar için uygun değildir.

#### Sonuçlar üzerine düşünceler :

Bu çalışmamızın teorik kısmında geometrik nivelmanda gravimetrik korreksiyonların ifadelerinin temelleri ve çok yönlü ifade şekilleri elde edilmiştir. Dinamik ve orthometrik korreksiyonlar, teorik poligon kapanma hataları gözlenen gravite değerleri, gravite anomalleri, muntazam gravite cinsinden ifade edilmiştir. Bu arada her korreksiyon büyüklüğü için birçok bağıntılar türetilmiştir. Bu arada her korreksiyon büyüklüğü için birçok bağıntılar türetilmiştir. Böylece yazarın mühim olarak gördüğü yönden problem aydınlatılmış bulunmaktadır. Hassas korreksiyonlar için muhtelif yaklaşıklık dereceleri geliştirilmiş ve özel bir sistem olan "bilimsel kullanma yükseklikleri" verilmiş ve kritiği yapılmıştır. Etraflı incelemek suretiyle yükseklik, gravite reduksiyonu, çekül doğrultu eğimleri kavramları anlatılmış ve ayrıca geometrik nivelmanda gravimetrik korreksiyonların diğer geodezik problemler ile bağıntısı da gösterilmiştir.

Bütün kantitatif araştırmalar tabiatın hakiki şartlarının öğrenilmesi içindir. Şimdiye kadar edindiğimiz nivelman korreksiyonları hususundaki tecrübeler kantitatif bağıntıların daha sistemli ve daha derin araştırılması gerektirdiğini göstermektedir. Çalışmamızda göstermiş olduğumuz gibi, gravite korreksiyonlarının çoğu zaman genellikle muntazam olduğu gözükmektedir. Şekil 28 veya 29 da olduğu gibi dik bir arazi parçası ile gravimetrik bozuklukların çakışması pek seyrek olur.

Diğer araştırmacıların fikirleri ile uyuşan kullanılacak yükseklik sistemleri hakkında şu fikirleri ileri sürebiliriz.



- (1) Dinamik yükseklikler Jeopotansiyel Kotlar olarak sadece bilimsel gayeler için uygulanır. Ancak seyrek bir kaç pratik hal için, ölçü yapılamıyacak hallerde, tesbiti mümkündür.
- (2) Genellikle orthometrik yükseklikler kullanılmalıdır. Burada gravite korreksiyonları, Niethammer veya Helmert'e veya muntazam gravite değerlerinden tesbit edilerek yapılmalıdır. Veya tamamen ihmâl edilebilmelidir. Her iki hal içinde mevcut gravite haritalarından geniş şekilde faydalanılabilir. Hangi hallerde orthometrik yükseklikler için yaklaşıklıkların uygunluğunu şu an tesbite imkân yoktur. Şu kadarına da işaret edelimki: yüksek bölgelerde Niethammer'in korreksiyonlarının kullanılması daha uygundur. Diğer hallerde Helmert korreksiyonlarının daima optimum verdiği kabul edebiliriz. Bunlara ancak yola tabi korreksiyon kısımlarının hakiki büyüklükleri ve seçilmiş yaklaşıklıklarda yapılan ihmaller esas olmaktadır.
- (3)  $OKG=V4$  (138) denkleminde göre hazırlanmış bilimsel kullanma yükseklikleri şu an kullanılmamalıdır. Avantajı ortada olmakla beraber, ancak orthometrik yüksekliklerin uygulanamadığı haller için düşünülebilir.
- (4) Teorik poligon kapanma hatasının, sfereoidik poligon kapanma hatasının kafi sıhhatle bilindiği hallerde gravite haritalarından elde edilerek hesaplanacağı bilinmelidir.