

YEREL JEOIDİN EN KOÇUK KARELERLE
KOLOKASYON (EKKK) YÖNTEMİYLE BELİRLENMESİ

Emin AYHAN

ABSTRACT

It is considered that the precise Turkish geoid determination is one of the main current geodetic problems in Turkey, since GPS coordinates require geoidal heights. The spherical harmonic model GPM2-T1 complete to degree and order 200, point gravity far apart 3-5 km and topographical heights digitized $15'' \times 20''$ grid nodes will be evaluated by least squares collocation (LSC) to determine Turkish geoid. The area is divided into $1^\circ \times 1^\circ$ blocks since numerous data available. Gravity data within each block, extended $0^\circ.5$ are used in LSC, and then the computed geoids over the adjacent blocks will be merged to construct the local geoid. The geocentric geoid referenced to GRS-80 ellipsoid has been computed at $3' \times 3'$ grid nodes within a $1^\circ \times 1^\circ$ block around Ankara with internal accuracy, $\pm 8-10$ cm. The quality of the results is also evaluated by comparing computed and observed values at gravity points which are not used in computations and root mean square of differences is ± 3.05 mgal.

ÖZET

GPS koordinatlarının jeoid yüksekliklerine ihtiyaç duyması nedeniyle, duyarlı Türkiye Jeoidini belirlemenin güncel önemli jeodezik problemlerden biri olduğu düşünülmektedir. Türkiye jeoidini belirlemek amacıyla, GPM2-T1 200 ncü derece ve sıradan küresel harmonik model, 3-5 km sıklıklıktaki nokta gravite ölçüleri ve $15'' \times 20''$ grid köşelerinde sayısallaştırılan topografik yükseklikler en küçük karelerle kolokasyon (EKKK) yöntemiyle değerlendirilecektir. Çok sayıda veri olması nedeniyle bölge $1^\circ \times 1^\circ$ lik bloklara ayrılmakta ve EKKK yönteminde, $0^\circ.5$ genişletilen $1^\circ \times 1^\circ$ lik blok içindeki gravite verileri kullanılmaktadır. Komşu bloklarda hesaplanan jeoidler, daha sonra yerel jeoidi oluşturmak üzere birleştirilecektir. Ankara yakınındaki bir $1^\circ \times 1^\circ$ lik blokta, $3' \times 3'$ grid köşelerinde GRS-80 elipsoidine dayalı jeosentrik jeoid $\pm 8-10$ cm iç doğrulukla hesaplanmıştır. Hesaplarda kullanılmayan gravite noktalarında, hesaplanan ve ölçülen değerler karşılaştırılarak sonuçlar değerlendirilmiş ve farkların karesel ortalama hatası (RMS) ± 3.05 mgal bulunmuştur.

1. GİRİŞ

Son yıllarda jeodezik amaçlarla etkin kullanılma eğilimi bulunan ve gelecek yıllarda da yoğun kullanılması öngörülen GPS teknolojisi ile enlem ve boylam farkları 1 ppm elipsoid yükseklik farkı 2-3 ppm doğrulukla belirlenebilmektedir (FGCC,1989). Ancak jeodezik uygulamalarda h elipsoid yüksekliği yerine H ortometrik yüksekliği kullanılır ve bu iki yükseklik türü arasında $h = H + N$ ilişkisi bulunmaktadır. Burada N jeoid yüksekliği olup iki yükseklik türü arasındaki dönüşümü sağlar. GPS ile belirlenen koordinatlar WGS-84 sisteminde olduğundan bu değerlerin yerel datuma (örn.ED-50) dönüştürülmesi de gerekmektedir. Hem H ortometrik yüksekliğinin belirlenmesi ve hem de koordinatların yerel datuma dönüştürülmesi amacıyla duyarlı N jeoid yüksekliklerinin veya ΔN jeoid yükseklik farklarının bilinmesine ihtiyaç bulunmaktadır.

Türkiye jeoidini belirlemek amacıyla 70'li yılların sonlarına doğru iki çalışma yapılmış olup her ikisinde de yalnızca astrojeodezik çekül sapmaları kullanılmıştır (Ayan,1976;Gürkan,1979). Ancak bu çalışmalarda kullanılan çekül sapmaları yeterli sayı ve sıklıkta olmayıp, sinyal ve kutup gezinmesi nedeniyle bazlarına düzeltme getirilmiş bazlarına getirilmemiş ve jeoide indirgenmemişlerdir. Bu nedenlerle sözkonusu çalışmalarda bulunan jeoidlerin ihtiyaç duyulan jeodezik doğruluğu karşılamadıkları düşünülmektedir. Nitekim Ayan (1976)'da verilen jeoid Ege bölgesinde hesaplanan doppler jeoidi ile karşılaştırılmış ve distorsiyonlu olduğu belirlenmiştir (Ayhan,v.d.,1986). Bu nedenle jeodezik ihtiyaçları karşılayacak, GPS ile nokta sıklaştırmasında ve temel jeodezik kontrol ağlarının iyileştirilmesinde kullanılabilecek, 10-100 km kenarlar için 2-3 ppm doğruluğu sağlayan Türkiye jeoidinin belirlenmesi önemli ve güncel bir jeodezik sorundur.

Jeoid belirlemek amacıyla çok sayıda yöntem geliştirilmiştir (Moritz,1980; Kearsley,v.d.,1985;Vanicek-Klausberg,1987;Tscherning,1974,1984;Zhau,1989). Bu yöntemler arasında En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK) yöntemi Türkiye jeoidini belirlemek amacıyla seçilmiştir. EKKK yönteminin tercih edilmesinin en önemli nedeni; elde mevcut yerpotansiyeli küresel harmonik katsayıları, gravite ve yükseklik değerlerini topluca değerlendirmeye uygun olmasıdır (Moritz, 1980;Tscherning,1984). Söz konusu yöntem ikinci bölümde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Türkiye jeoidini belirlemek üzere gerekli ölçüleri derlemek, düzenlemek, kullanılan yazılımları çalışır duruma getirmek ve EKKK yöntemiyle ilgili uygulama kararları almak amacıyla, Ankara çevresinde seçilen $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik test

bölgesinde sayısal bir uygulama yapılmıştır. Test bölgesinde, elde mevcut yer-potansiyeli katsayıları, 3072 nokta gravite ölçüsü ve 15"x20" grid köşe yükseklikleri değerlendirilerek 3'x3' grid köşelerinde jeoid yükseklikleri hesaplanmıştır. Ölçülerin değişik kombinasyonlarının jeoid belirlemeye etkilerini görmek amacıyla önce yer potansiyeli ve gravite ölçülerinden, daha sonra da bu iki ölçüye ek olarak artık yerey modeli (RTM) ile topografik etki indirgenerek jeoid belirlenmiş ve üçüncü bölümde açıklanmaktadır.

2. EKKK YÖNTEMİYLE JEOID BELİRLEME

W yerpotansiyel fonksiyonu ile ona bağlı tanımlanan fonksiyoneller küresel harmonik serilere açıldığında, küresel harmonik katsayıları diğer bir deyişle gravite spektrumunu dört gruba ayırmak mümkündür. Küresel harmonik serilerin derecesi cinsinden söz konusu gruplar;

f_ℓ	$2 \leq \ell \leq 36$	düşük
f_m	$37 \leq m \leq 360$	orta
f_h	$361 \leq h \leq 3600$	yüksek
f_v	$3601 \leq v \leq 36000$	çok yüksek

olarak yazılır (Schwarz, 1984). W yerpotansiyeli ile U normal potansiyelin farkı olan T bozucu potansiyel ve bozucu potansiyelin fonksiyonelleri gravite spektrumu gruplarına karşı farklı duyarlık gösterirler. N jeoid yüksekliği ile Δg gravite anomalilerinin gravite spektrumu gruplarına karşı duyarlıklarını Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1: Jeoid Yüksekliği ve Gravite Anomalilerinin Duyarlığı

	f_ℓ	f_m	f_h	f_v
N	% 99.2	% 0.8	-	-
Δg	% 22.5	% 41.9	% 32.7	% 2.8

Frekans gruplarına benzer olarak jeoid yüksekliği ve gravite anomalileri de dört parçadan oluşturulabilir;

$$N = N_\ell + N_m + N_h + N_v \quad (1)$$

$$\Delta g = \Delta g_\ell + \Delta g_m + \Delta g_h + \Delta g_v \quad (2)$$

Değişik ölçüler spektrumun farklı grupları hakkında bilgi taşırılar. Tablodan da görülebildiği gibi jeoid yüksekliği; spektrumun düşük ve orta frekans grupları-

na karşı duyarlı olduğundan, düşük ve orta frekans grubu hakkında bilgi taşıyan ölçülerin jeoid belirlemek amacıyla kullanılması uygundur. Hesaplamalar da kullanılması planlanan mevcut ölçüler;

* Yerpotansiyeli küresel harmonik katsayıları.

* Nokta gravite ölçülerı

* Topografik yükseklikler

olup bu ölçülerin gravite spektrumunda duyarlı olduğu bölgeler Tablo 2'de gösterilmektedir (Schwarz, 1984).

Tablo 2 : Ölçülerin Duyarlığı

Derece Ölçü	36	360	3600	36000
Yerpotansiyeli	-----			
Nokta Gravite Ölçüsü		-----		
Topografik Yükseklikler			-----	

Tablodan da görüldüğü gibi söz konusu ölçü gruplarının topluca değerlendirilmesi ile gravite spektrumunun tamamı hakkında bilgi üretilebilir. (1) eşitliğindeki jeoid yüksekliği ile ilgili parçalar yukarıdaki ölçülerin uygun yöntemlerle değerlendirilmesi ile belirlenebilir. Jeoid yükseklikleri ile gravite anomalilerinin uzun dalga boylu parçaları küresel harmonik katsayılarından yararlanarak,

$$N_l = -\frac{GM}{r^{\gamma}} \sum_{\ell=2}^{\ell_{\max}} \left(-\frac{a}{r}\right)^{\ell} \sum_{m=0}^{\ell} (\bar{C}_{\ell m} \cos m\lambda + \bar{S}_{\ell m} \sin m\lambda) \bar{P}_{\ell m} (\cos \psi) \quad (3)$$

$$\Delta g_l = -\frac{GM}{r^2} \sum_{\ell=2}^{\ell_{\max}} \left(-\frac{a}{r}\right)^{\ell} (\ell-1) \sum_{m=0}^{\ell} (\bar{C}_{\ell m} \cos m\lambda + \bar{S}_{\ell m} \sin m\lambda) \bar{P}_{\ell m} (\cos \psi) \quad (4)$$

ile hesaplanabilir. Burada,

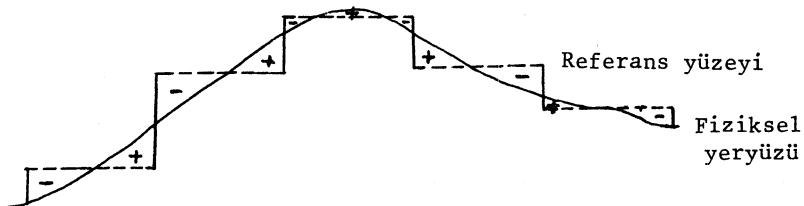
GM Newton sabiti ile yerin kütlesi çarpımı

$\bar{C}_{\ell m}, \bar{S}_{\ell m}$ Küresel harmonik katsayılar (Tam normalleştilirmış).

ℓ , m	Derece, sıra
ℓ_{\max}	Maximum derece
a	Elipsoidin büyük yarı ekseni
r	Konum vektörünün büyüklüğü
ψ	Küresel uzaklık
$\bar{P}_{\ell m}(\cdot)$	Legendre fonksiyonudur (tam normalleştirilmiş)

Topografik yükseklik bilgileri spektrumun yüksek ve çok yüksek frekans grupları ile ilgili bilgi taşımaktadır. Topografyanın bu etkisi artık yerey modeli (Residual Terrain Model, RTM) ile hesaplanacağından öncelikle artık yerey modeli ile topografik indirgeme yöntemi aşağıda kısaca açıklanacaktır.

İsostatik dengenin bölgesel olduğu varsayılarak $15' \times 15'$ veya $30' \times 30'$ lik bölge ortalama yükseklikleri ile oluşturulan referans yüzeyinin fiziksel yeryüzünden olan farkı artık yerey modeli olarak isimlendirilir (Şekil-1).



Şekil-1 Artık Yerey Modeli (RTM)

Referans yüzeyi; bouguer indirgemesinde ölçü noktasının yüksekliğine bağlı bir düzlem olmasına karşılık, artık yerey modelinde uygun boyutlu ve üst yüzeyleri düzlem olan bölmelerin yanına getirilmesiyle oluşturulmaktadır. Fiziksel yeryüzü ile bu referans yüzeyi karşılaştırıldığında, bazı bölgelerde var olmasına rağmen topografik kitlelerin olmadığı, kitle olmayan bazı bölgelerde ise kitle olduğu anlaşılmaktadır. Fiziksel yeryüzünü referans yüzeyi haline getirmek için kitle olmayan bölgelerin (-) kitle ile doldurulması ve kitle fazlalığı olan bölgelerden (+) ise fazla

kitlenin alınması gerekmektedir. Yerin kitleleriyle böylesine oynanması yer gravite alanında değişikliğe neden olmakta ve RTM'in jeoid ve gravite anomalileri üzerinde dolaylı etkisi oluşmaktadır. Bu düşüncelerle RTM ile topografik indirgeme değeri (δg) ; RTM'in gravite ölçü noktalarındaki etkisi ($\delta g'$) ile noktanın jeoidden kojeroide indergeme etkilerinin ($\delta g''$) toplamdan oluşturularak;

$$\delta g = \delta g' + \delta g'' = \Delta g_h + \Delta g_v$$

ile belirlenir ve (2) eşitliği düzenlenerek

$$\Delta g = \Delta g_\ell + \Delta g_m + \delta g \quad (5)$$

yazılır. Aynı şekilde RTM'in jeoid üzerindeki dolaylı etkisi δN hesaplanıp,

$$\delta N = N_h + N_v$$

alınır ve (1) eşitliği,

$$N = N_\ell + N_m + \delta N \quad (6)$$

olur (Forsberg, 1984; Schwarz, vd., 1987). (5) ve (6) eşitliklerinden de görüldüğü gibi, topografik kitleler gravite spektrumunun yüksek ve çok yüksek frekans gurubuna ait bilgilerin belirlenmesinde kullanılmaktadır.

(5) eşitliğindeki terimlerden Δg ölçülerek belirlenmekte, Δg_ℓ (4) ile küresel harmonik katsayılarından ve δg RTM ile topografik indirgeme değeri topografik yüksekliklerden hesaplandığından,

$$\Delta g_m = \Delta g - \Delta g_\ell - \delta g \quad (7)$$

ile artık anomali $\Delta g_R = \Delta g_m$ tanımlanır. Benzer olarak (6) eşitliğinde N_ℓ (3) eşitliği ile küresel harmonik katsayılarından ve δN RTM ile topografik indirgeme değeri olarak hesaplandığından, N_m 'nin Δg_R artık anomalilerden yararla hesaplanabileceği ortaya çıkmaktadır. Bu amaçla En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK) yöntemi kullanılmakta ve herhangi bir noktanın N_m değeri;

$$N_m = C_P^{-1} \bar{C} \Delta g_m \quad (8)$$

ve N_m 'nin duyarlığı ;

$$\sigma_{N_m}^2 = C_{N_m N_m} - C_P^{-1} C_P^T \quad (9)$$

ile bulunur. (Tscherning, 1974, 1983, 1984; Forsberg-Tscherning, 1981; Forsberg-Madsen, 1981; Forsberg-Tscherning, 1986; Denker-Wenzel, 1987; Sunkel, v.d., 1987, Rapp-Kadir, 1988). Burada ; ,

$$\bar{C} = C_{\Delta g_n \Delta g_m} + C_{nn} \quad (10)$$

C_{nn} ... Artık anomali hata kovaryans matrisidir ve $C_{nn} = \sigma^2 I$ olarak alınır.
(σ^2 ... Gravite ölçü hata varyansı, I ... Birim matris)

$C_{\Delta g_m \Delta g_m}$ Artık anomali kovaryans matrisi

C_p Artık anomali ile N_m çapraz kovaryans matrisi

Δg_m Artık anomali vektörü

(8) eşitliği ile N_m 'nin hesaplanabilmesi için \bar{C}_p matrislerinin, diğer bir deyişle N_m ve Δg_m değerleri arasındaki öz ve çapraz kovaryans fonksiyonlarının bilinmesi gereklidir. T bozucu potansiyeli ile fonksiyonelleri ($N, \Delta g, \xi, n$, v.b.) arasında fonksiyonel ilişkiler olduğundan $K(P, Q)$ bozucu potansiyel kovaryans fonksiyonu seçili N_m ve Δg_m öz ve çapraz kovaryans fonksiyonlarının kovaryans yayılma yasası ile belirlenmesi uygun olacaktır. Bozucu potansiyel ve Δg 'in düşük ve orta frekans grubunda kalan parçaları ℓ_{max} inci dereceye kadar küresel harmonik katsayılar ile belirlendiğinden, bu katsayıların hataları da gözönünde tutularak $K(P, Q)$ model yerel kovaryans fonksiyonu;

$$K(P, Q) = \sum_{m=2}^{\ell_{max}} \sigma_m^e \left(\frac{R_B}{rr'} \right)^{m+1} P_m(\cos\psi) + \sum_{m=\ell_{max}+1}^{\infty} \sigma_m^e \left(\frac{R_B^2}{rr'^2} \right)^{m+1} P_m(\cos\psi) \quad (11)$$

ile seçilmektedir. Burada; R_B Bjerhammar yarıçapı, r, r' konum vektörlerinin büyüklüğü, σ_m^e hata derece varyansı olup $\bar{C}_{\ell m}$, $\bar{S}_{\ell m}$ küresel harmonik katsayılarının $\sigma^2(C_{\ell m})$, $\sigma^2(S_{\ell m})$ hata varyansları cinsinden,

$$\sigma_m^e = \left(-\frac{GM}{R} \right)^2 \sum_{m=2}^{\ell} (\sigma^2(\bar{C}_{\ell m}) + \sigma^2(\bar{S}_{\ell m})) \quad (12)$$

ve σ_m^e derece varyansı ise

$$\sigma_m^e = \frac{A}{(m-2)(m-1)(m+B)} \quad m > 2 \quad (13)$$

ile tanımlanır. (13) eşitliğindeki A katsayısı deneysel belirlenen ölçek faktörü olup B katsayısı 24 alınmaktadır (Tscherning, 1974, 1984; Tscherning-Rapp, 1974).

(11)-(13) eşitlikleri gözönünde tutulup EKKK yöntemiyle bulunan N_m değeri (6)'da yerine konularak herhangi bir noktadaki N jeoid yüksekliği hesaplanır. Topografik yüksekliklerin elde mevcut olmaması durumunda (5), (6) ve (7) eşitliklerinde $\delta g = \delta N = 0$ alınır ve jeoid yüksekliği hesabı yukarıda açıklandığı gibi yapılır.

Ölçü sayısının çok olması durumunda tüm ölçülerle hesaplama kuramsal olarak mümkün olmasına karşılık bilgisayar olanaklarının kısıtlı olması nedeniyile pratikte uygulanmaz. Çünkü (8) eşitliğinde ölçü sayısı boyutundaki Ç matrisinin inversinin alınması gerekmektedir. Bu nedenle jeoid belirlenecek bölge $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ (veya $2^{\circ} \times 2^{\circ}$) boyutlu bölgelere ayrılır ve her bölgede jeoid ayrı ayrı belirlendikten sonra birleştirilir (Tscherning, 1974; Forsberg-Tscherning, 1986). Ankara çevresinde seçilen $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik bir bölgede yukarıda açıklanan yöntemle yapılan sayısal uygulama bir sonraki bölümde açıklanmaktadır.

3. SAYISAL UYGULAMA

Meşedağ 1. nci derece nirengi noktası merkezde olmak üzere meridyen ve paraleller ile sınırlı $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik bir test bölgesi seçilmiştir. Komşu $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik bölgelerin ortak kenarları boyunca uyum sağlamak amacıyla test bölgesi dışına $0^{\circ}.5$ taşılarak $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ lik bölgelerdeki ölçüler kullanılmıştır. Ölçülerin türleri ve özellikleri aşağıda kısaca açıklanmaktadır.

Yerpotansiyelinin orta, yüksek ve çok yüksek dereceden küresel harmonik katsayıların büyük hatalara sahip olduğu, ölçü olmayan bölgelerin yerpotansiyel modeli ile uygun temsil edilemediği bilinmektedir (Rapp, 1989; Weber-Zommoridian, 1988; Kearsley-Forsberg, 1990). Türkiye'deki jeodezik ölçüler yabancılardan kullanımına serbest tutulmadığından mevcut yerpotansiyeli model katsayıları hesaplanırken bu ölçüler kullanılamamıştır. Bu nedenle mevcut yerpotansiyeli modelerin birini doğrudan kullanmak yerine, Türkiye koşullarına uygun geliştirilen bir modelin kullanılmasında yarar bulunmaktadır. Bu amaçla Wenzel (1985)'de verilen yöntem ile GPM2 yerpotansiyelinin 22-200. ncü derece ve sıradan katsayıları geliştirilerek GPM2-T1 yerpotansiyeli oluşturulmuştur. Bu hesaplamada Türkiye'yi kapsayan 103 adet $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik bölmeyin ortalaması serbest hava anomalisi ile ortalamaya yükseklikleri kullanılmıştır.

Daha önce yapılan bir çalışmada Türkiye'deki 62250 nokta gravite ölçüsünü kapsayan bir gravite kütüğü hazırlanmış bulunmaktadır. Söz konusu gravite kütüğü her kaydında bir $1/100000$ ölçekli pafta alanına giren gravite ölçüleri olmak üzere 624 kayıtten oluşmaktadır. Her kayıtta bulunan ölçüler 1'den itibaren kenar aralarında numaralanmakta ve her noktaya ait; ED-50 datumunda enlem ve boylam, yükseklik, düzenlenmiş Potsdam datumunda ölçülen gravite ve GRS80 sisteminde serbest hava anomali değerleri bulunmaktadır. Ancak jeoid belirleme çalışmalarında bilgisayar kullanım zamanını azaltmak amacıyla mevcut gravite kütüğündeki bilgilere ek olarak; her gravite ölçüsünün 180. ncı derece ve sıradan GPM2-T1

yerpotansiyeli katsayılarıyla indirgemesi ile bulunan Δg_λ artık anomali ve RTM ile topografik indirgeme etkisi δg değerini içeren Ulusal Gravite Kütüğü hazırlanmıştır. Ulusal Gravite Kütüğündeki gravite ölçülerinin ± 3 mgal doğrulukta oldukları öngörülmektedir.

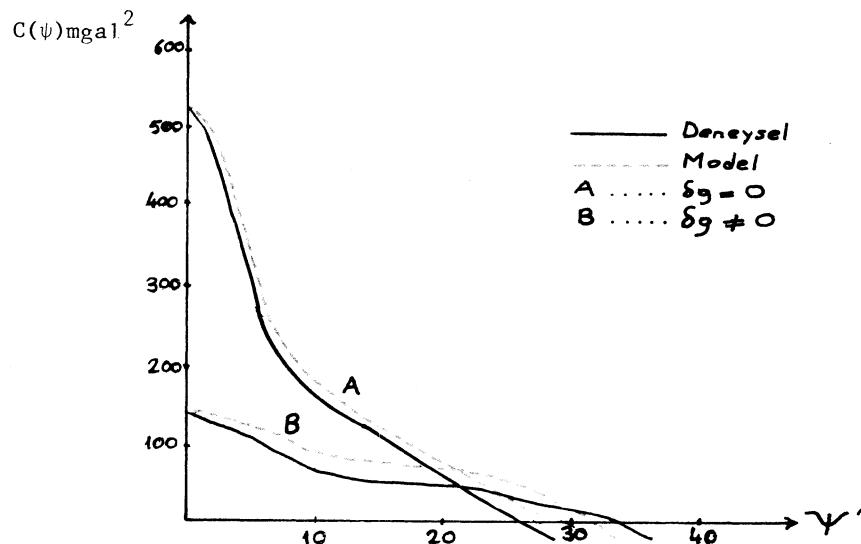
Degisik ölçekli topografik haritalar kullanılarak topografik yükseklikler $450m \times 450m$ ($15'' \times 20''$; enlem x boylam) aralıklı grid köşelerinde sayısallaştırılmıştır. $34^\circ.5 - 42^\circ.5$ enlemleri ve $25^\circ.5 - 45^\circ.0$ boyamları ile sınırlı bölgede sayısallaştırılan yükseklikler, doğrudan erişimli Topografik Yükseklik Kütüğündedir. Topografik Yükseklik Kütüğü; her kaydında batı-doğu yönünde aynı paralel daire üzerinde $20''$ aralıklı 3510 yükseklik içeren, kuzey-güney yönünde 1920 kayıttan oluşmakta ve yaklaşık 27 Mbyte yer kaplamaktadır. $15'' \times 20''$ topografik yükseklik kütüğüne ek olarak, RTM ile topografik indirgemede kullanmak amacıyla $5' \times 5'$ ve $15' \times 15'$ bölme ortalama yüksekliklerini kapsayan iki kütük daha hazırlanmıştır.

Test bölgesinde jeoid belirlemek amacıyla $2^\circ \times 2^\circ$ boyutlu bölgeye giren 3072 nokta gravite ölçüüsü Ulusal Gravite Kütüğünden seçilmiştir. (8) eşitliği ile N_m 'nin hesaplanması için öncelikle (11) eşitliği ile verilen deneysel yerel kovaryans fonksyonunun A ve R_B bilinmeyen parametrelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bölge içinde rasgele dağılımdaki ölçü noktalarının fazla sayıda olmalarından kaynaklanan bilgisayar hesap zamanını kısaltmak amacıyla, $2^\circ \times 2^\circ$ lik bölgede $3' \times 3'$ lik grid köşelerine bir ölçü düşecek biçimde ölçüler seyrekleştirilmiştir. Düzenli dağılmış 1464 noktalı yeni ölçü kümesi; deneysel kovaryans sayılarının belirlenmesinde kullanılmıştır. RTM ile topografik indirgenenin jeoid hesabındaki katmasını ortaya çıkarmak amacıyla, önce yükseklikler gözönünde tutulmadan ve sonra yükseklikler gözönünde tutularak tanımlanan artık ölçüler kullanılarak iki ayrı deneysel kovaryans sayı grubu belirlenmiştir. Deneysel kovaryans sayıları küresel uzaklığın $4'$ aralıkları için belirlenmiş olup Şekil-2'de deneysel kovaryans fonksyonları grafik olarak gösterilmektedir. Gravite ölçülerinin GPM2-T1 yerpotansiyelinin 180 nci derece ve sıradan katsayıları ile indirgenmiş olduğu gözönünde tutularak yerel kovaryans fonksyonu bilinmeyen parametrelerini hesaplamak için değişik yöntemler uygulanmaktadır (Schwarz-Lachapelle, 1980; Goad, 1984; Tscherning, 1974, 1984; Knudsen, 1989). Bu çalışmada önce kovaryans fonksyonu yerel belirleyici parametreleri olan varyans(Co), korelasyon uzunluğu (ζ) ve ilk sıfır noktası (ψ_0) deneysel kovaryans sayılarından iteratif bir yöntemle bulunup bu parametrelere uygun A ve R_B değerleri belirlenmiş ve tablo 3'de verilmektedir. Deneysel A ve R_B 'ye uygun model kovaryans fonksyonu yerel belirleyici parametreleri de aynı tabloda veril-

mekte ve bu fonksiyon Şekil-1'de gösterilmektedir. Hem deneyel yerel kovaryans fonksiyonu parametreleri belirlenirken hem de EKKK yöntemi uygulanırken, GPM2 yerpotansiyeline ait orijinal hata derece varyansları kullanılmıştır.

Tablo 3 : Kovaryans Fonksiyonu Parametreleri ($R=63.71 \text{ km}$)

Ölçüler	Kov. türü	C_0 (mgal^2)	ζ ($'$)	ψ_0 ($'$)	$\frac{R_B}{R}^2$	A (mgal^2)
GPM2-T1	deneyel	520.37	3.20	25.58	-	-
Gravite	model	520.37	3.97	29.36	.9998038	242.63
GPM2-T1	deneyel	147.19	9.36	34.39	-	-
Gravite	model	147.19	14.79	33.34	.9990896	139.66
RTM	model					



Şekil-2 : Kovaryans Fonksiyonları

RTM ile topografik indirgeme uygulandığında varyansın 3.5 kez küçüldüğü, korelasyon uzunluğunun 2.9 ve ilk sıfır noktasının 1.3 kez büyüğü tablodan görülmektedir. Bu durum, RTM ile topografik indirgeme uygulanarak gravite spektrumundaki kısa dalga boylu etkilerin oldukça iyi temsil edildiğini göstermektedir.

Jeoid yüksekliği hesabında ölçü sayısı boyutundaki matris inversinden kaynaklanan bilgisayar zamanını kısaltmak amacıyla, $2^\circ \times 2^\circ$ 'lik bölgede $5' \times 5'$ grid köşelerine yakın 608 gravite anomali seçilerek yeni bir ölçü kümesi oluş-

turulmuştur. Topografik indirgeme getirilmemiş artık ölçüler ile $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik test bölgesinde, $3' \times 3'$ grid köşelerinde jeosentrik jeoid yükseklikleri GRS80 sisteminde hesaplanmıştır (Şekil-3). Bu jeoid yükseklikleri, EDOC II kampanyasında bulunan datum dönüşüm parametreleri ile ED-50 datumuna dönüştürülerek test bölgesinde ED-50 datumunda jeoid yükseklikleri de bulunmuştur (Şekil-4). Hesaplanan jeoid yüksekliklerinin iç doğrulukları $\pm 9-12$ cm arasında değişmekte olup noktanın bölge içindeki konumuna bağlı olarak merkezden kenarlara doğru yaklaşıkça azalmaktadır. Daha sonra, RTM ile topografik indirgeme etkisi de gözönünde tutularak 608 artık anomali ile test bölgesinde yeni jeoid yükseklikleri belirlenmiştir (Şekil-5). Topografik indirgeme ile kısa dalga boylu etkiler temsil edildiğinden, ölçü nokta aralarını artırarak diğer bir deyişle daha az sayıda ölçü ile jeoid hesaplanabilecegi düşünülmektedir. Böylelikle EKKK yöntemiyle jeoid belirlemek için gerekli bilgisayar zamanı da kısaltılmış olacaktır. Bu amaçla $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ lik bölgede $7'.5 \times 7'.5$ grid köşelerine yakın seçilen 285 ölçüden oluşan yeni ölçü kümesi ile test bölgesinde GRS80 sisteminde $3' \times 3'$ grid köşelerinde jeosentrik jeoid yükseklikleri bir kez daha belirlenmiştir (Şekil-6). RTM ile topografik indirgeme uygulanarak hesaplanan bu jeoidlerin doğruluğu merkezden kenarlara doğru gidildikçe azalmak üzere 608 ölçü ile yapılan çözümde $\pm 8-10$ cm, 285 ölçü ile yapılan çözümde ise $\pm 9-10$ cm bulunmuştur. Bu değerlere RTM'in jeoid üzerindeki dolaylı etkisi de getirilmiş olup dolaylı etkinin -15 cm; +25 cm arasında değerler aldığı görülmüştür (Ayhan ve Kahveci, 1990).

Test bölgesinde EKKK yöntemiyle bulunan üç ayrı jeoid çözümünü kontrol etmek amacıyla, $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ test bölgesinde rasgele dağılmış 82 gravite ölçü noktasında her üç çözümle gravite prediksiyonu yapılmıştır. Prediksiyon sonunda hedef ve ölçü değerleri karşılaştırılmış olup farkların ortalaması ve RMS değerleri Tablo 4'de verilmektedir. Tablodan da görülebileceği gibi RTM ile topografik indirgeme, kısa dalga boylu etkilerin daha iyi temsil edilmesini sağlamaktadır.

Tablo-4 : Gravite anomali prediksiyonu

Ölçüler	GPM2-T1 Gravite	GPM2-T1 Gravite+RTM	GPM2-T1 Gr.+RTM (285 Ölçü)
Ortalama (mgal)	+ 0.85	- 0.55	+ 0.008
RMS (mgal)	± 5.84	± 3.05	± 4.07

Test bölgesinde farklı yaklaşımalarla $3' \times 3'$ grid köşe değerleri belirlenen jeoid yüzeylerinin birbirlerine uyumlarını incelemek amacıyla;

$$a_{\alpha} = \frac{\text{RMS}_{\alpha}}{S_{\alpha}} \quad (14)$$

$$\text{RMS}_{\alpha} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left((\Delta N_{\alpha}^1)_i - (\Delta N_{\alpha}^2)_i \right)^2 \quad (15)$$

$$\mu_{\alpha} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left((\Delta N_{\alpha}^1)_i - (\Delta N_{\alpha}^2)_i \right) \quad (16)$$

ölçütleri tanımlanmıştır (Schwarz,v.d.,1987; Kearsley,1988). Burada $\alpha = 1$; paralel daireler $\alpha = 2$; meridyenler boyunca yapılan incelemeyi göstermek üzere a_{α} ; ppm biriminden iki yüzeyin paralel ve meridyen boyunca uyumunu; S_{α} ortalama grid aralığını (5.5 km); m ölçü sayısını ve ΔN_{α}^j ise j nci ($1, 2, 3$) çözümde meridyen veya paralel boyunca ($\alpha=1, 2$) komşu iki grid köşesindeki jeoid yükseklik farkını göstermektedir. Tablo 5'de bu üç jeoidi birbiriyle karşılaştırmak amacıyla hesaplanan ölçütler sergilenmektedir.

Tablo-5 : Jeoidlerin uyumu

Ölçüler	GPM2-T1 Gravite	GPM2-T1 Gravite+RTM	GPM2-T1 Gr.+RTM (285 ölçü)
GPM2-T1	1	(a_1) 6.13	6.64
Gravite		(a_2) 5.84	6.45
GPM2-T1 Gravite RTM	(μ_1) 0 mm (μ_2) -7 mm	1	1.95 1.99
GPM2-T1 Gravite RTM(285 ölçü)	+2 mm -8 mm	+2 mm -1 mm	1

Tablodan, RTM ile topografik indirgeme uygulanarak bulunan her iki çözümün birbiriyle uyumlu ancak yerpotansiyeli ve gravite ölçütleri ile bulunan çözümün diğer iki çözümden anlamlı derecede farklı olduğu görülmektedir. Bu farklılığın da iki yüzeyin kuzey güney doğrultusunda eğimli olmasından kaynaklandığı, tablodaki ortalama değerlerinden anlaşılmaktadır.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yerpotansiyeli gravite ve yükseklikleri topluca değerlendirip Türkiye jeoidini belirlemek amacıyla EKKK yöntemi seçilmiştir. Bu yöntemi ve ilgili yazı-

lamları test etmek üzere Ankara yakınındaki $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ boyutlu test bölgesinde sayısal uygulama yapılmıştır. Önce RTM ile topografik indirgeme uygulanmadan ve sonra bu etki de getirilerek merkezdeki $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik bölgede $3' \times 3'$ grid köşelerinde jeosentrik jeoid yükseklikleri GRS80 sisteminde hesaplanmıştır. Hesaplanan bu jeoidlerin; 50-100 km kenarlarda yaklaşık $1.6 - 3$ ppm iç doğruluğu sağladığı, topografik indirgeme gözönünde tutularak $5' \times 5'$ ve $7'.5 \times 7'.5$ sıklıklı ölçülerle bulunan jeoidlerin birbiriyle uyumlu, bu indirgeme uygulanmadan yapılan çözümün ise diğerlerinden farklı olduğu belirlenmiştir. Söz konusu farklılık jeoid yüzeylerinin kuzey güney doğrultusunda eğimli olmasından kaynaklanmaktadır ve bu eğimin de bölge içinde topografik yapı ile korelasyonlu olduğu gözlenmektedir.

Uygulanan EKKK çözümlerini kontrol amacıyla 82 test ölçü noktası gra-vite prediksiyonu yapılmıştır. RTM ile topografik indirgeme uygulandığında ölçü ve hesap farkları RMS değeri ± 3.08 mgal, bu indirgeme uygulanmadığında ise ± 5.68 mgal bulunmuştur. RMS değerinin %48 azalması RTM ile topografik indirge-menin kısa dalga boylu etkileri anlamlı biçimde temsil ettiğini göstermektedir.

Test bölgesinde EKKK yöntemiyle bulunan jeoidlerin dış doğruluğunun diğer yöntemlerle kontrol edilmesinde yarar görülmektedir. Test bölgesi içinde oluşturmuş bulunan GPS test ağı noktalarında GPS ve geometrik nivelman ölçüleri ile GPS jeoid yükseklikleri belirlendikten sonra bu çalışmada bulunan jeoidlerin doğrulukları konusunda güvenilir ve tutarlı bilgiler elde edilebileceği düşünülmektedir.

Bu çalışmada EKKK yöntemiyle belirlenen GRS80 sistemindeki jeosentrik jeoidin mutlak jeoid olduğu düşünülmektedir. Ancak yerin kitesi M ve jeoidin potansiyeli W_0 'ın gerçek değerleri bilinmediğinden hesaplanan jeoid yüksekliklerine sistematik bir düzeltme getirilmesi gerekmektedir. Söz konusu sistematik düzeltmenin, GPS jeoid yükseklikleri ile yapılacak karşılaştırma ile belirlenebileceği umulmaktadır. Bu sistematik düzeltme; jeoid yüksekliği bilinen noktalarda işaret ve büyülü olarak benzer olduğundan ΔN jeoid yükseklik farkları bu sistematik etkiyi taşımamaktadır. Bu nedenle N jeoid yükseklikleri yerine ΔN jeoid yükseklik farklarını kullanan algoritmalarla işlem yapılmasına uygun olacağı değerlendirilmektedir.

EKKK yöntemiyle Türkiye jeoidini belirlemek amacıyla bir proje hazırlanmış olup söz konusu projenin ana hatları, bu kapsamda yapılan çalışmalar ve ilgili öneriler Ayhan-Alp (1990)'da açıklanmıştır.

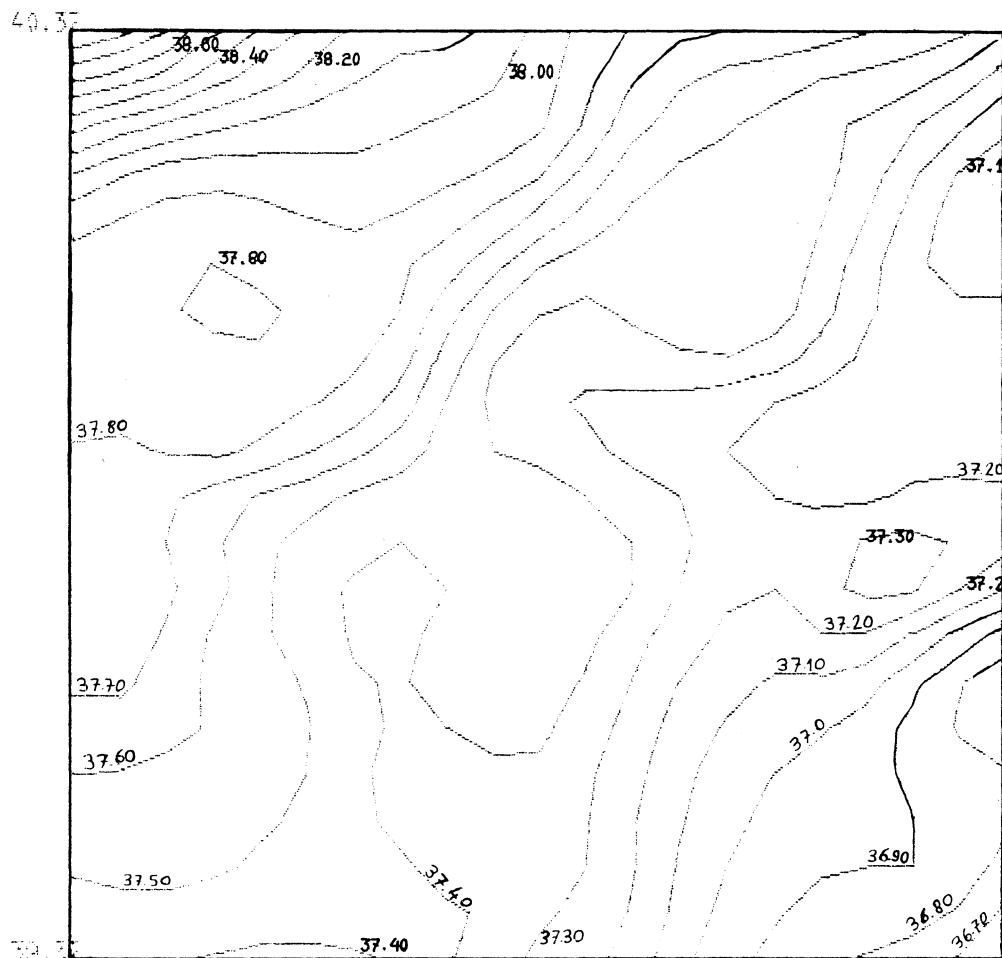
Jeosentrik GRS80 jeoidi ED-50 jeoidine dönüştürülürken EDQC II dönüşüm parametreleri kullanılmıştır. Ancak sözkonusu parametreler belirlenirken Türkiye sınırları içindeki herhangi bir nokta değeri kullanılmadığından bu değerler, yaklaşık dönüşüm parametreleri olarak değerlendirilmektedir. Türkiye'ye uygun dönüşüm parametrelerinin, yerel gravite anomali kovaryans fonksiyonunun Türkiye geneli için geçerli genel karakteri belirlendikten sonra astrojeodezik çekül sapması ölçüleri ve EKKK yöntemi ile belirlenmesi düşünülmektedir. Çekül sapması belirli noktalar sayıca az ve bu ölçülerin heterojen olması nedeniyle, Türkiye jeoidini belirleme çalışmalarında kullanılması şimdilik düşünülmemektedir.

KAYNAKLAR

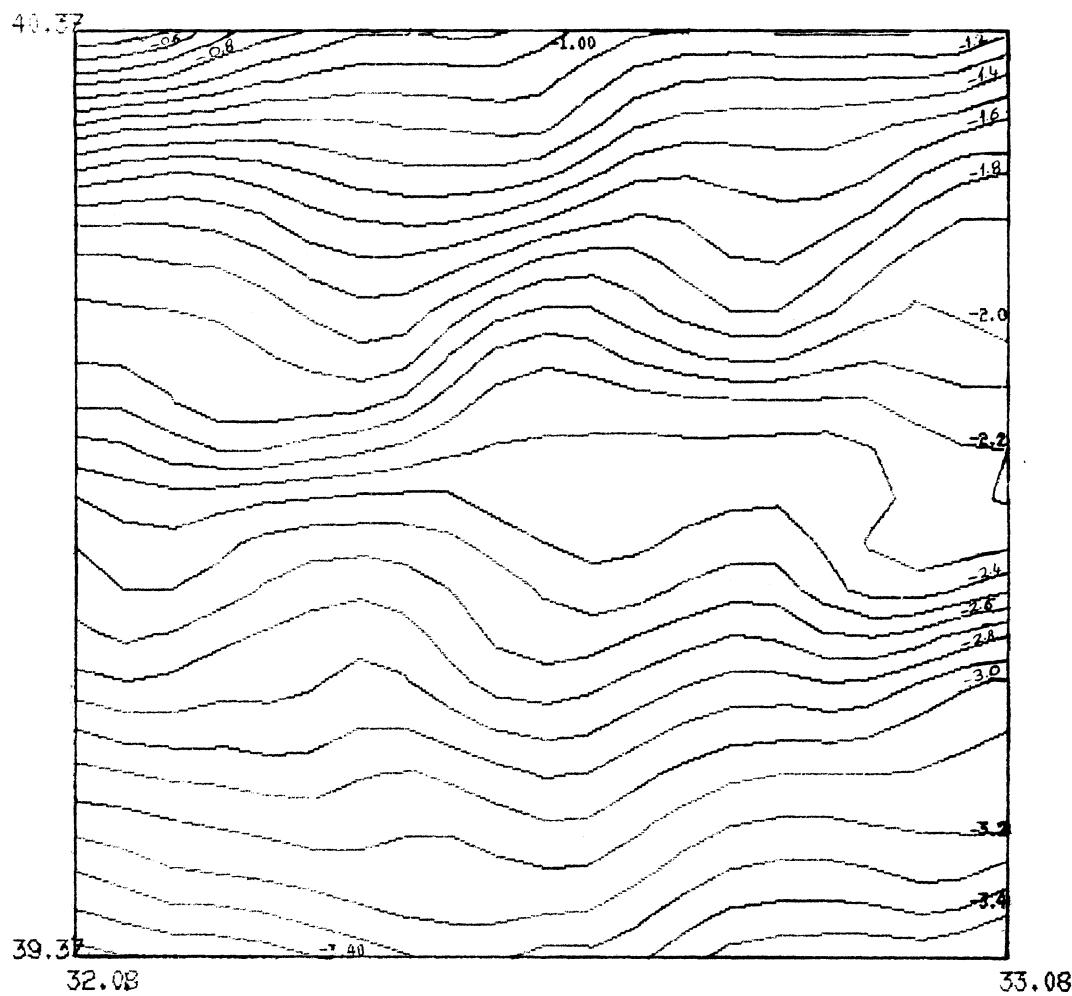
- /1/ AYAN,T. : Astrogeodatische Geoidberechnung für das Gebiet der Türkei. Karlsruhe.1976
- /2/ AYHAN,E.,BANK,E., LENK,O,ŞEKER,H.A. : South-Western Anatolia (Aegean region) Doppler Geoid.Bulletino di Geod. e Sc. Affini Anno XLVI, No.4,pp.293-308.1987
- /3/ AYHAN,E.,ALP,O. : Jeoid Belirleme. İç Rapor No.8, Harita Genel Komutanlığı, Ankara. 1990
- /4/ AYHAN,E.,KAHVECİ,M. : Dolaylı Etki Hesabı. İç Rapor No.7,Harita Genel Komutanlığı, Anakar. 1990
- /5/ DENKER,H.WENZEL,H.G. : Local Geoid Determination and Comparison with GPS Results. Bull. Geo., Vol.61,pp.349-366,1987
- /6/ FEDERAL GEODETIC CONTROL COMMITTEE (FGCC) : Geometric Geodetic Accuracy Standards and Specifications for Using GPS Relative Positioning Techniques. NOAA, Rockville. 1989
- /7/ FORSBERG,R., TSCHERNING,C.C. : The Use of Heights Data in Gravity Field Approximation by Collocation. JGR,Vol.86, No.89,pp. 7843-7854. 1981
- /8/ FORSBERG,R., MADSEN,F. : Geoid Prediction in Northern Greenland Using Collocation and Digital Terrain Models. Ann.Geophys., Vol.37, No.1,pp.31-36. 1981
- /9/ FORSBERG,R. : A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling.Rept.No.355, Dept.of Geodetic Science and Surveying,OSU. 1984

- /10/ GOAD,C.C.,CHIN,M.M., : Gravity Empirical Covariance Values for the
TSCHERNING,C.C. Continental United United States , JGR,Vol.89,
No.89,pp.7962-7968,1984
- /11/ GÜRKAN,O. : Astrojeodezik Ağlarin Deformasyonu ve Türkiye
I.Derece Triangulasyon Ağı.KTÜ,Trabzon.1978
- /12/ KEARSLEY,A.H.W. : Tests on the recovery of precise geoid height
differences from gravimetry, JGR.Vol.93,No.86,
pp.6559-6570. 1988
- /13/ KEARSLEY,A.H.W.,
SIDERIS,M.G.,
KRYNSKI,J.,
FORSBERG,R.,
SCHWARZ,K.P. : White Sands Revisited. A Comparison of Tech-
niques to Predict Deflections of the Vertical.
UCSE Rept. No. 30007, Calgary, 1985
- /14/ KEARSLEY,A.H.W.,
FORSBERG,R. : Tailored Geopotential Models-Applications and
Shortcomings.Manuscripta Geodaetica,Vol.15,
No.3,pp.151-158.1990
- /15/ KNUDSEN,P. : Determination of Local Empirical Covariance
Functions from Residual Terrain Reduced Alti-
meter Data. Rept.No.395,Dept. of Geodetic
Science and Surveying,OSU. 1989
- /16/ MORITZ,H. : Advanced Physical Geodesy.Herbert Wichmann
Verlag, Karlsruhe. 1980
- /17/ RAPP,R.H. : Global Geopotential Models. (In Mathematical
and Numerical Techniques in Physical Geodesy.
Ed.;H.Sünkel, Springer Verlag,pp.365-415).1986
- /18/ RAPP,R.H.,
KADİR,M. : A Preliminary Geoid for The State of Tennessee.
Surveying and Mapping,Vol.48,No.4,pp.251-260.
1988
- /19/ SCHWARZ,K.P.,
LACHAPELLE,G. : Local Characteristic of the Gravity Anomaly
Covariance Function.Bull.Geo.,Vol.54,pp.21-36.
1980
- /20/ SCHWARZ,K.P. : Data Types and Their Spectral Properties.(In
Proc.of the Int.Summ.Sch.on Local Gravity
Field Approximation.Ed:K.P.Schwarz,pp.1-66).
1984

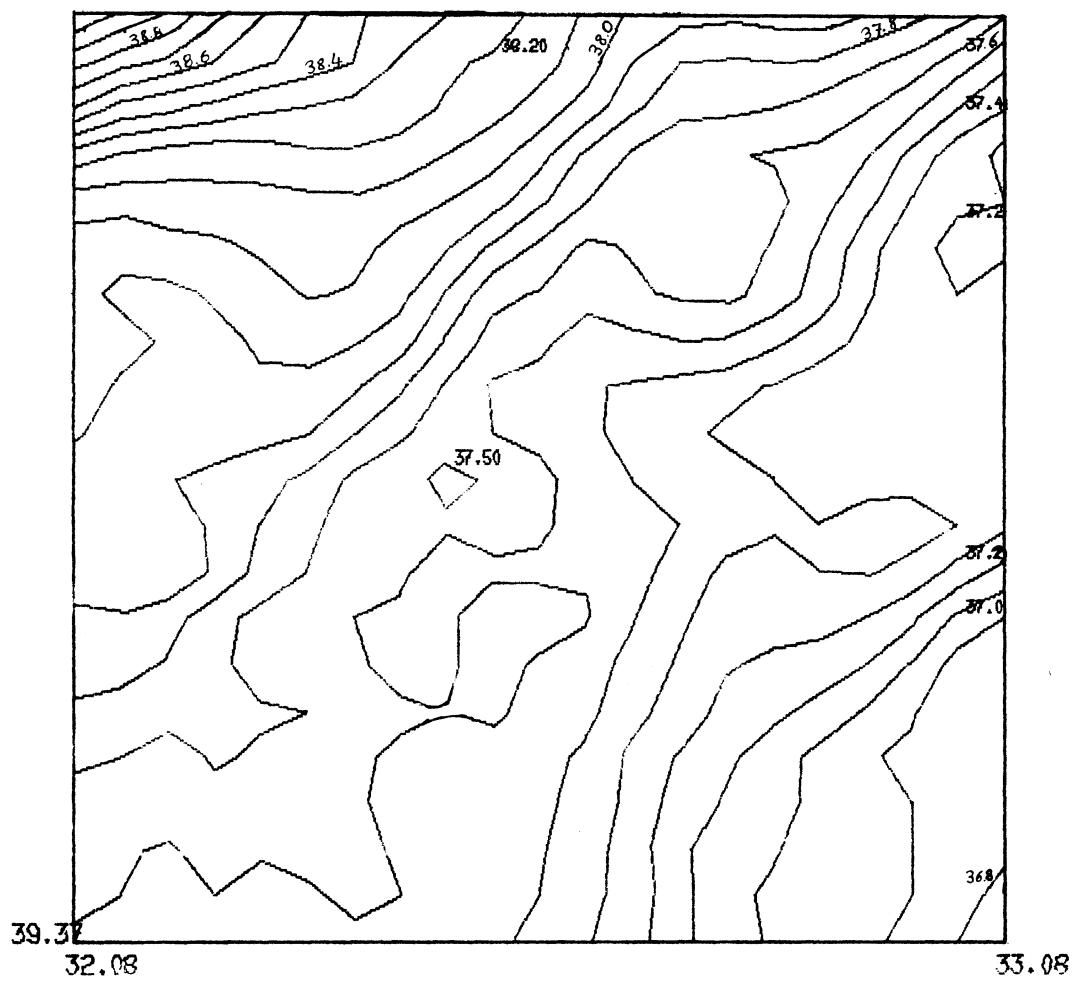
- /21/ SCHWARZ,K.P., : Orthometric Heights Without Levelling. Journal
SIDERIS,M.G., of Surveying Engineering,Vol.113,Nº.1,pp.28-40.
FORSBERG,R. 1987
- /22/ SUNKEL,H.,BARTELME,N, : The Gravity Field in Austria. IUGG,XIX General
FUCHS,H.,HANAFY,M., Assembly Vancouver. 1987
SCHUH,W.D.,ESER,M.W.
- /23/ TSCHERNING,C.C., : Closed covariance expressions for gravity anomalies,
RAPP,R.H. geoid undulations and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models.Rept No.208,Dept. of Geodetic Sciences and Surveying, OSU. 1974
- /24/ TSCHERNING,C.C. : A FORTRAN IV Program for the Determination of the Anomalous Potential Using Stepwise Least Squares Collocation.Rept No.212,Dept. of Geodetic Sciences,OSU.1974
- /25/ TSCHERNING,C.C. : Determination of 2(quasi) geoid for the Nordic Countries from Heterogeneus Data Using Collocation. Proc.of the Int.Symp. on Figure of the Earth, The Moon and Other Planets, Prag,pp.197-221. 1983
- /26/ TSCHERNING,C.C. : Local Approximation of the Gravity Potential by Least Squares Collocation. (In Proc.of the Int. Summ. Sch. on Local Gravity Field Approximation. Ed: K.P.Schwarz, Beijing,pp.227-362). 1984
- /27/ TSCHERNING,C.C., FORSBERG,R. : Geoid Determination in the Nordic Countries from Gravity and Height Data. Presented Int.Symp.on the Definition of the Geoid, Firenze. 1986
- /28/ VANICEK,P., KLAUSBERG,A. : The Canadian Geoid Stokesian Approach. Manuscripta Geodaetica, 12,pp.86-98. 1987
- /29/ WEBER,G., ZOMMORIDIAN,H. : Regional Geopotential Model Improvement for the Iranian Geoid Determination.Bull.Geo.,Vol.62,pp. 125-141. 1988
- /30/ WENZEL,H.G. : Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde.Wiss.Arb.Der Fachrichtung Vermessungswesen der Universitat Hannover, No.137. 1985
- /31/ ZHAU,S. : The computation of detailed geoids using the fast fourier transform method.Rept.No.400,Dept. of Geodetic Science and Surveying, OSU. 1989



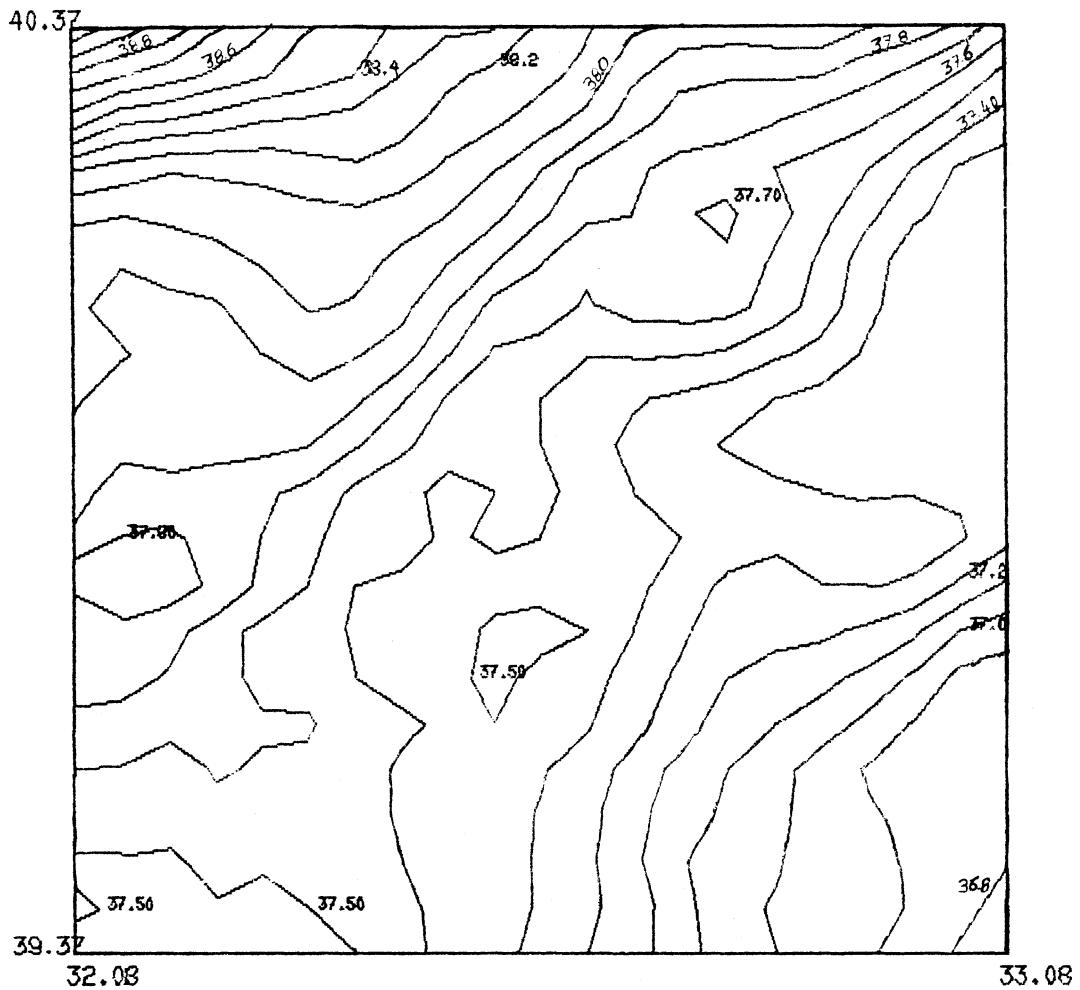
Sekil-3 : GRS-80 Jeoidi (m)



Şekil-4 : ED-50 Jeoidi (m)



Şekil-5 : GRS-80 Jeoidi (m)



Şekil - 6 : GRS - 80 Jeoidi (m)