UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ GRUPLARININ BELİRLENMESİ YÖNTEMLERİ
(THE METHODS USED FOR DETERMINING OUTLIERS)

Yasemin ŞİŞMAN

ÖZET

Fazla sayıda ölçü yapılarak sonuçların doğruluğu ve güvenirliği artırmak jeodezik çalışmalarda sürekli temel ilke olmuştur. Kaba ve sistematik hataları içermesi kaçınılmaz olan ölçü grubundan en uygun çözüm elde etmek için "En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY)" kullanılır. Ölçü grubunun içerdiği, belirlenemeyen ölçü hataları EKKY ile elde edilen sonuçlar üzerinde bozucu etkiye sahiptir. Uyuşumsuz ölçü gruplarının belirlenmesi için kullanılan geleneksel çözüm yöntemleri; birden fazla uyuşumsuz ölçüyü belirlemekte başarısız olması, bir ölçünün hatasını diğer ölçülerin düzeltmelerine yayması ve uyuşumsuz olarak belirlenen ölçünün ölçü grubundan çıkarılması gibi olumsuzluklara sahiptir. Bu nedenle farklı yaklaşımlara gereksinim duyulmuş ve alternatif bir yöntem olarak robust kestirim yöntemi uyuşumsuz ölçü gruplarının belirlenmesi için kullanılmaya başlanmıştır.

ABSTRACT

Increasing accuracy and reliability through more measurements have been basic principle in geodetic works. "The Least Squares Method (LSM)" is used to obtain best appropriate solution from measurement group including outlier and systematic errors. Gross measurement errors in a measurement group have biased effect on the LSM results. Traditional solution methods used in determining of outlier measurement groups have some negative characteristics, such as, these methods fail in determining of more than one outlier measurement, distribute a measurement's error to the other measurements' corrections and eliminate the measurement determined as outlier from measurement group. Therefore, different ways of solution for determining outlier measurement groups have been required and recently, use of robust prediction method has been raised.

1. GİRİŞ

Çeşitli amaçlarla yapılan ölçülerin kaba veya uyuşumsuz ölçüleri de içermesi sık karşılaşılan bir durumdur. Ölçü grubundaki kaba hatalar dengeleme modelinin düzeltme denklemleri kurulurken belirlenip ayıklanabilirken çeşitli nedenlerle oluşan uyuşumsuz ölçülerin bu şekilde belirlenmesi mümkün değildir. Ölçüler arasında, ölçü kümesinin dağılımına uymayan ölçüler olarak tanımlanabilen uyuşumsuz ölçüler, diğer ölçülerden ayrı özellik gösterirler ve kurulan matematik modele uymazlar. Rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükteki hataları içeren bu ölçüler, ancak dengeleme hesabı sonucunda uygulanan uyuşumsuz ölçü testi ile belirlenebilirler.

Uyuşumsuz ölçülerin güvenilir ve hızlı bir şekilde nasıl belirlenebileceği çok önemli bir sorundur. Matematik model iyi kurulmuş ve ölçülerin çoğunluk eğilimi ile ilgileniliyor ise farklı bir dağılıma sahip olan uyuşumsuz ölçüler, ayrıca değerlendirilme yapılmadan doğrudan ölçü grubundan çıkarılabilir. Bu durum uyuşumsuz ölçülerin içerebileceği bilgilerden vazgeçilmesi sonucunu da doğurur /9/.

Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için bugüne kadar birkaç yaklaşım kullanılmıştır. Jeodezik çalışmalarda uzun yıllardır çok yaygın olarak EKKY'ne dayalı geleneksel çözüm yöntemleri kullanılmaktadır.

Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesinde alternatif bir yöntem robust istatistik ve robust kestirim yöntemidir. İlk olarak Huber tarafından açıklanmış olan robust istatistik yöntemi ile uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için daha sonra bir çok araştırmacı çalışma yapmış ve çeşitli robust kestiricileri geliştirilmiştir.

2. GELENEKSEL ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi ile ilgili istatistikte ana hedef, uyuşumsuz ölçülerin diğer ölçüler arasında olabildiğince doğru bir yaklaşımla belirlenebilmesidir. Geleneksel çözüm yöntemleri, jeodezide yaygın olarak kullanılan parametrik bir yöntemdir. Uygulamalı bilimlerde bu yöntemin tercih edilme nedenleri, basit olması, kurulan fonksiyonel ve stokastik modelin başlangıçtan sona kadar değişmez olmasıdır.

Ölçü grubunda var olan kaba hatalar ve uyuşumsuz ölçülerin tespiti yapılan çalışmanın güvenirliği ve kalitesi açısından çok önemlidir. Kaba hata ve uyuşumsuz ölçü içermeyen ölçü grubu normal dağılıma uyar. Herhangi bir ℓ_i ölçüsü $\nabla\ell_i$ kadar bir kaba hata içeriyorsa bu ölçü normal dağılıma uymaz ve bu ölçüdeki hata EKKY'ne göre çözümde elde edilen düzeltmeler vektörü $\underline{V}$'yi de doğrudan etkiler.

Yapılan dengeleme hesabının geçerliliği matematik modelin tam ve doğru olarak kurulmasına bağlıdır. Bu amaçla yapılan model hipotezinin testinde, birim ölçünün karesel ortalama hatasının öncül değeri σ_0 ile birim ölçünün karesel ortalama hatasının soncul değeri m_0'ın eşitliği istatistik olarak irdelenir. Uygulamada Global Test olarak da adlandırılan model hipotezinin testi için,

$$\begin{array}{l} H_0 : E\{\sigma_0^2\} = E\{m_0^2\} = \sigma \\ H_S : E\{\sigma_0^2\} \neq E\{m_0^2\} \end{array} ; \; T = \frac{m_0^2}{\sigma_0^2} = \frac{\underline{V}^T \underline{P}\underline{V}}{f\sigma_0^2} \approx F_{f,\infty} ; \qquad T > q \tag{1}$$

şeklinde sıfır ve seçenek hipotezleri yazılır ve T test değeri, dağılım tablosundan bulunan q tablo değeri ile karşılaştırılarak matematik modelin geçerliliği olup olmadığına karar verilir.

Bu irdelemede H_S seçenek hipotezi geçerli çıkarsa; matematik modelin geçersiz olduğuna karar verilir. Matematik modelin, ölçülerden biri veya birkaçında kaba hata olması, ölçülerin ağırlıklarının iyi belirlenmemiş (stokastik modelin doğru kurulmamış) olması yada ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkinin iyi belirlenmemiş (fonksiyonel modelin doğru kurulmamış) olması durumunda geçersiz olacağı düşünülmektedir. Bu durumda önce fonksiyonel model genişletilerek fonksiyonel model daha sonra ise stokastik model test edilir. Stokastik modelin testi için model hipotezi testinden sonra uyuşumsuz ölçü testi yapılır ve uyuşumlu ölçü grubu belirlenir.

Gauss-Markof'a göre uyuşumlu ölçülerle kurulan matematik model ve çözüm;

$$\begin{aligned} &\underline{V} = \underline{A}\underline{X} - \underline{\ell} \\ &\underline{X} = \left(\underline{A}^T \underline{Q}_{\ell\ell}^{-1} \underline{A}\right)^{-1} \underline{A}^T \underline{Q}_{\ell\ell}^{-1} \underline{\ell} \\ &m_0 = \pm\sqrt{\frac{\underline{V}^T \underline{P}\underline{V}}{f}} \qquad ; f = n - u \end{aligned} \tag{2}$$

eşitlikleri ile elde edilir. Burada $\underline{V}$ düzeltme vektörünü, $\underline{A}$ katsayılar matrisini, $\underline{X}$ bilinmeyenler vektörünü, $\underline{\ell}$ ölçü vektörünü, $\underline{P}=\underline{Q}_{\ell\ell}^{-1}$ ölçülerin ağırlık matrisini, n ölçü sayısını, u bilinmeyen sayısını, f = n – u fazla ölçü sayısını, m_0^2 dengelemenin soncul varyansını göstermektedir. Ölçü grubundaki bir ölçünün içerdiği düşünülen $\nabla\ell$ kaba hatasının belirlenmesinin pratik yolu, $\underline{V}$ düzeltme vektörünün bir boyutlu test istatistiğine göre irdelenmesidir. $\underline{e}^T=[0 \;\; 0 \;\; \ldots \;\; 1 \;\; \ldots \;\; 0 \;\; 0]$ olmak üzere, ölçü vektörü $\underline{\ell}'=\underline{\ell}+\underline{e}\nabla\ell$ şeklinde yazılarak Gauss-Markof modeline göre elde edilen eşitlik EKKY ile çözülürse,

$$\begin{aligned}
&\underline{V}=\underline{A}\underline{X}-\underline{\ell}=\underline{A}\underline{X}-\underline{\ell}'+\underline{e}\nabla\underline{\ell}=[\,\underline{A} \quad \underline{e}\,]\begin{bmatrix}\underline{X}\\ \nabla\underline{\ell}\end{bmatrix}-\underline{\ell}' \quad ; \quad \underline{P}=\underline{Q}_{\ell\ell}^{-1}\\
&\nabla\ell_i=\frac{e_i^T\underline{P}\underline{Q}_{vv}\underline{P}\underline{\ell}'}{e_i^T\underline{P}\underline{Q}_{vv}\underline{P}\,e_i}=\frac{e_i^T\underline{P}\underline{V}}{e_i^T\underline{P}\underline{Q}_{vv}\underline{P}\,e_i}\\
&\overline{\underline{X}}=\left(\underline{A}^T\underline{P}\underline{A}\right)^{-1}\underline{A}^T\underline{P}\underline{\ell}'+\underline{Q}_{xx}\underline{A}^T\underline{P}\,e_i\nabla\ell_i=\underline{X}+\underline{Q}_{xx}\underline{A}^T\underline{P}\,e_i\nabla\ell_i\\
&\overline{\underline{V}}=-\underline{Q}_{vv}\underline{P}\left(\underline{\ell}'-e_i\nabla\ell_i\right)=-\underline{Q}_{vv}\underline{P}\underline{\ell}'+\underline{Q}_{vv}\underline{P}\,e_i\nabla\ell_i=\underline{V}+\nabla\underline{V}
\end{aligned} \tag{3}$$

eşitlikleri elde edilir. Burada $\underline{Q}_{xx}$ bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisini, $\underline{Q}_{vv}$ düzeltmelerin ters ağırlık matrisini ve e_i kaba hatalı ölçüyü göstermektedir. (3) eşitliğine göre genişletilmiş fonksiyonel modelden birim ölçünün karesel ortalama hatası $\overline{m}_{01}$ aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir /7,14/.

$$\overline{m}_{01}=\pm\sqrt{\frac{\overline{\underline{V}}^T\underline{P}\overline{\underline{V}}}{n-u-1}}=\pm\sqrt{\frac{1}{f-1}\left(fm_0^2-\frac{\nabla\ell_i^2}{Q_{\nabla\ell_i\nabla\ell_i}}\right)} \tag{4}$$

Ölçü grubundaki hatanın uyuşumsuz ölçü mü, yoksa rasgele bir büyüklük mü olduğu ayrımını yapmak için EKKY sonuçlarına göre istatistiksel testler uygulanır. Bu istatistiksel irdeleme jeodezik çalışmalarda çok kullanılan bir uygulamadır /3,10/.

a. Geleneksel Çözüm Yöntemleri İle Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi

- Data-Snooping Yöntemi (W-Testi)

Bir dengeleme hesabı işleminde $\underline{\ell}$ ölçü vektörünün herhangi bir ℓ_i ölçüsündeki $\nabla\ell_i$ kaba hatasını belirleyebilmek için,

$$\begin{aligned}
&H_0: E\{\nabla\ell_i\}=0\\
&H_S: E\{\nabla\ell_i\}=\nabla\ell_i\neq 0
\end{aligned}$$

şeklinde sıfır ve seçenek hipotezi yazılır. EKKY ile çözüm sonuçlarına göre ölçü grubundaki uyuşumsuz ölçüleri belirleyebilmek için; ölçülerin korelasyonsuz olduğu durumda ölçüye ait V_i düzeltmesi ve standart sapması $\sigma_{V_i}=\sigma_0\sqrt{Q_{v_iv_i}}$ ile test büyüklüğü ve tablo değeri hesaplanır.

$$W_i=\frac{|V_i|}{\sigma_{V_i}} \quad \sim \quad q=N_{1-\alpha_0/2}=\sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_0}} \tag{5}$$

W_i test büyüklüğü ve 1 - $\alpha_0/2$ güven düzeyinde normal dağılım tablosundan alınan q tablo değeri karşılaştırılarak,
$W_i < q$ olması durumunda ölçü grubunda herhangi bir uyuşumsuz ölçü olmadığı,
$W_i > q$ olması durumunda ise i'inci ölçünün uyuşumsuz olduğu kararları verilir.

Data-Snooping testinin doğru sonuç vermesi ve sonuçların doğru yorumlanması için ölçü grubundan sadece bir ölçünün uyuşumsuz olması gerekir. Birden fazla uyuşumsuz ölçünün ayıklanması için iki yol izlenebilir. İlk yol; Data-Snooping testine göre elde edilen test büyüklüklerinden en büyük test değerine sahip olan ölçünün, ölçü grubundan çıkarılması ve yeni ölçü grubuyla dengeleme ve test işlemlerinin tekrarlanmasıdır. Bu işleme ölçü grubunda uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar iteratif olarak devam edilir. İkinci yol; başlangıç dengelemesi sonucunda hesaplanan düzeltmelerin test değerlerine göre grup olarak irdelenmesidir. Data-Snooping testi ile ölçü grubu uyuşumlu ve uyuşumsuz olarak ayrılır ve ardışık dengeleme yöntemiyle çözüm yapılır. Uygulamada genelde ilk yol kullanılmaktadır.

Data-Snooping testinde bütün işlemler, σ_0^2 öncül varyansın bilinmesi esasına dayanır. Fakat uygulamada bu değer tam olarak bilinemez. Bu nedenle Data-Snooping testi uygulamada çok fazla kullanılamamaktadır.

- Tau Testi Yöntemi

σ_0^2 öncül varyansın bilinmemesi yada güvenilir ve tecrübeye dayanan bir değer olarak verilememesi durumunda bu değerin yerine m_0^2 dengelemenin soncul varyansı kullanılır. Bu durumda Data-Snooping testine benzer şekilde test büyüklüğü ve tablo değeri hesaplanır.

$$T_i = \frac{|V_i|}{m_{V_i}} = \frac{|V_i|}{m_0 \sqrt{Q_{V_iV_i}}} \sim c = \tau_{f,1-\alpha_0/2} \tag{6}$$

T_i test büyüklüğü ve τ (tau) dağılımın tablosundan alınan c tablo değeri karşılaştırılır. Bu yöntemde de Data-Snooping testinde olduğu gibi c tablo değerini aşan T_i değerlerinin en büyüğünün uyuşumsuz ölçü olduğuna karar verilir. Uyuşumsuz olarak belirlenen ölçü, ölçü grubundan çıkarılır ve yeni ölçü grubu ile dengeleme ve test işlemleri tekrarlanır. Bu işleme ölçü grubunda uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar devam edilir.

- t-Testi Yöntemi

Herhangi bir ℓ_i ölçüsü, uyuşumsuz olmasına neden olan kaba hata içeriyorsa bu ölçü değeri kullanılarak hesaplanan m_0^2 soncul varyansı da bu hatayı içerir. Bu nedenle (6) eşitliğiyle hesaplanan Tau testi test büyüklüğü de bir miktar hatalı olur. Bu hatadan kaçınmak için, (3) eşitliğiyle verilen model hatalarından arındırılmış $\underline{\overline{V}}$ düzeltmeleri ve $\overline{m}_{01}^2$ varyansı kullanılarak test büyüklüğü ve tablo değeri hesaplanır.

$$t_i = \frac{|V_i|}{\overline{m}_{V_i}} = \frac{|V_i|}{\overline{m}_{01} \sqrt{Q_{V_iV_i}}} \sim q = t_{f-1,1-\alpha_0/2} \tag{11}$$

t_i test büyüklüğü ve q tablo değeri karşılaştırılarak diğer geleneksel çözüm yöntemlerinde olduğu gibi q sınır değerini aşan t_i değerlerinin en büyüğü uyuşumsuz ölçü olarak kabul edilir ve işlemler aynı şekilde tekrarlanır.

b. Geleneksel Çözüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması

EKKY ile çözümde; ölçü grubunda kaba ve sistematik hata içeren ölçü olmadığı ve sadece rasgele hataları içeren ölçülerin normal dağılıma uyduğu kabul edilir. Bir ölçü grubunda bu kabulleri sağlayan durumu elde etmek oldukça zordur. EKKY'ne göre çözümde V_i düzeltmesi, ℓ_i ölçüsünün yanında, diğer tüm ölçülerin etkileriyle oluşan bir büyüklüktür. Buna EKKY'nin yayma etkisi denir ve bu yöntemin zayıf yönüdür. EKKY ile elde edilen ölçülerin düzeltmeleri, sadece kendi ölçüsünün hatasından değil diğer ölçülerin hatalarından da etkilenir. Bunun sonucu olarak EKKY ile çözümde uyuşumlu bir ölçü diğer ölçülerin hatalarından etkilenerek uyuşumsuz olarak görülebileceği gibi, uyuşumsuz bir ölçü de uyuşumlu ölçü olarak görülebilir /8/.

Geleneksel uyuşumsuz ölçüler testinde her adımda sadece bir uyuşumsuz ölçü belirlenmekte ve bu ölçü diğer ölçülere etkileri düşünülmeden ölçü grubundan çıkarılmaktadır. Ölçü grubundan çıkarılan ölçünün önemli bir bilgiyi içerip içermediği incelenmemektedir. Bu şekilde test sonucunda uyuşumsuz olmayan bir ölçü bir diğer ölçünün etkisiyle uyuşumsuz çıkabilmekte ve uyuşumsuz ölçü tam olarak belirlenememektedir. Bu durum EKKY'ne dayanan geleneksel uyuşumsuz ölçüler testi yöntemlerinin sağlıklı sonuçlar vermemesini açıklamaktadır. Ayrıca, seçilen amaç fonksiyonunun karesel olması bu yöntem uyuşumsuz ölçülerden çok fazla etkilenmesine yol açmaktadır /6,11,12,14/.

Uyuşumsuz ölçülerin analizinde, ölçü grubundaki uyuşumsuz ölçülerin sayısına dikkat edilmelidir. Genel olarak %50'den fazla uyuşumsuz ölçü içeren bir ölçü grubundan sağlıklı bir sonuç alınması beklenemez. Ayrıca uyuşumsuz ölçü analizinde α_0 yanılma seviyesine göre test büyüklüklerinin karşılaştırıldığı tablo değerleri belirlenmektedir. Bu nedenle α_0 yanılma seviyesi tespit edilirken dikkatli davranılmalıdır /2,10/.

Karar verme sürecini etkileyen kestirim yöntemlerinin yani istatistik testlerin, uyuşumsuz ölçülerden etkilenmeyen, kırılma noktası yüksek ve etkin kullanıma sahip olmaları gereklidir. İstatistik testlerin uyuşumsuz ölçüleri belirlemedeki başarısı, yani global güvenirliği kırılma noktası kavramıyla verilir. "Bütün ölçüler arasından ayıklanabilir kaba hatalı ölçülerin olasılığının sınır değerini gösteren değer" anlamına gelen kırılma noktası en önemli sağlamlık kavramlarından biridir ve ölçü kümesinin ne kadar uyuşumsuz ölçüye dayanabileceğini gösterir. Kırılma noktası $\varepsilon \approx 0.10 - 0.20$ arasında değişirse kullanılan istatistik testin yeterli olduğu sonucuna varılır. EKKY'nin kırılma noktası, 1/n olarak verilir. Çok küçük olan bu değer EKKY ile kestirimin kaba hatalı ölçülerin ayıklanmasına karşı hassas bir yöntem olmadığını, bu yöntemle çok az sayıdaki kaba hatalı ölçü ile bile sağlıklı sonuç alınamayacağını göstermektedir. Kırılma noktasının $\varepsilon \approx 0.10$-0.20 değerleri arasında olması dikkate alınırsa bu eşitlikte n ölçü sayısının en fazla 10 olacağı görülür. Buradan ölçü sayısı n'ın büyümesi durumunda istatistik testlerin kırılma noktasının küçüldüğü yani ölçü grubundaki uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesindeki hassasiyetin azaldığı sonucuna varılır/14/.

Geleneksel çözüm yöntemlerinde Data-Snooping testinden elde edilen test büyüklükleri diğer iki yöntemin test büyüklüğüne göre daha farklı olur. Bunun nedeni Data-Snooping testinde σ_0^2 öncül varyans değerinin, diğer testlerde kullanılan ve düzeltmelerin bir fonksiyonu olan m_0^2 ve $\overline{m}_{01}^2$ varyans değerlerinden farklı olmasıdır.

3. ROBUST İSTATİSTİK VE ROBUST KESTİRİM YÖNTEMİ

Robust istatistik, istatistik biliminde yaygın olarak kullanılan normallik, doğrusallık gibi varsayımların tahminleriyle ilgilenen bir bilim dalıdır. Ölçü grubunun normal dağılımda olduğu ve kaba ve sistematik hatalardan arındırıldığı kabulleriyle çözüm yapan EKKY'ne dayalı klasik istatistik yöntemleri, yalnızca doğru yaklaşımlarda bulunulması durumunda anlamlı sonuç verirler. Bu modeller özellikle ölçü grubu dağılımının küçük sapmalarına karşı oldukça zayıf kalırlar /1,9/.

Klasik EKKY'ne dayalı istatistik yöntemleri ile analizi oldukça zor olan geniş ve karmaşık ölçü gruplarının analizi, robust istatistik yöntemiyle daha kolaylaşmış ve son yıllarda bu yöntemle ilgili yapılan çalışmalar da çoğalmıştır. Ayrıca bu şekilde, varolan istatistiksel analizlerin sağlamlık yönünden karşılaştırılması ve değerlendirilmesi durumu ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak, şimdiye kadar bilinen yöntemlerden daha iyi sonuç veren ve farklı durumlarda da kullanılabilen yeni robust kestirim yöntemleri önerilmiş ve geliştirilmiştir /15/.

Robust istatistik yöntemi, ideal durum varsayımlardan sapmaları ve ilişkili modellerini gösteren yaklaşık parametrik model olarak tanımlanabilir. Robust istatistik, parametrik model istatistiğine robustluk görüşünü ekleyerek parametrik modellerden daha geniş şekilde komşuluk ilişkilerini inceleyen bir yöntemdir /1/.

Robust istatistik, istatistikte yaygın olarak kullanılan birçok dağılım modeline göre gerçeğe en yakın yaklaşım olması ve uyuşumsuz ölçülerin analizi için kullanılan diğer birçok yöntemin deneysel olması nedenleriyle, uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesinde etkili bir şekilde kullanılabilen bir yöntemdir. Robust kestirim yöntemi ile çözümde, ölçüler kendi hatalarından ve diğer ölçülerin hatalarından etkilenmemekte, ölçü hatalarının sonuçlar üzerindeki bozucu etkileri azaltılmakta, hatta yok edilmektedir.

a. Robust Kestirim Yöntemi İle Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi

Ölçü grubunda kaçınılmaz olan uyuşumsuz ölçüler dengeleme hesabıyla elde edilen sonuçları çeşitli şekillerde etkiler. Dengelemenin sonuçlarına göre yapılan istatistik testlerde dolaylı olarak bu hatalardan etkilenir. Huber'e göre uyuşumsuz ölçüler, uyuşumlu ölçülerden ayrı dağılıma sahip olan bir ölçü grubudur. Bu şekildeki ölçü grubunun dağılım fonksiyonu,

$$F(x) = (1-\xi)\, F_0(x) + \xi\, H(x) \tag{8}$$

eşitliğiyle yazılabilir. Burada F(x); tüm ölçülerin, $F_0(x)$; uyuşumlu ölçülerin, H(x); uyuşumsuz ölçülerin dağılım fonksiyonunu, ξ ise bozulma derecesini göstermektedir. Uyuşumlu ve uyuşumsuz ölçülerin dağılım fonksiyonları, ortalamaları ve öncül varyansları da farklıdır. Bu durumda (8) eşitliğindeki dağılım fonksiyonları,

$$F(x) = (1-\xi)\, N(\mu_1, \sigma_1^2) + \xi\, N(\mu_2, \sigma_2^2) \tag{9}$$

şekilde de yazılabilir /13/.

(1) Robust Kestiriminin EKKY İle Çözümü (Maksimum Olasılıklı Kestirim)

Robust kestirimi, EKKY'nin ağırlıklı iteratif çözümünde kullanılarak etkili sonuçlar elde edilebilir. Bu çözümde; hatalardan çok fazla etkilenen ve karesel forma sahip olan EKKY'nde amaç fonksiyonu olarak ağırlıklı karelerin toplamının en küçük (minimum) ($\underline{V}^T\underline{P}\underline{V}$ = min.) olması yerine, düzeltmelerin başka bir fonksiyonunun amaç fonksiyonu olarak seçilerek bu fonksiyonun en küçük yapan çözüm istenir. Robust kestirim ile genel bir $\rho(\underline{V})$ amaç fonksiyonu en küçük yapılır ve bu yöntem için eşitlik,

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \, \rho_{(V_i)} = \min. \tag{10}$$

şeklinde yazılır. Bu eşitlikteki amaç fonksiyonu $\rho(\underline{V}) = \underline{V}^T P \underline{V}$ alınırsa EKKY çözümünün elde edileceği görülmektedir. Buradan EKKY'nin amaç fonksiyonunun, (10) eşitliğindeki amaç fonksiyonunun bir alt kümesi olduğu söylenebilir. Çözüm için (10) eşitliğinde $\underline{V}$ değerlerine göre türev alınarak elde edilen eşitlik sıfıra eşitlenirse fonksiyonun en küçük olması koşulu sağlanmış olur. Elde edilen doğrusal olmayan eşitliğin çözümü iteratiftir. Robust kestirimindeki amaç fonksiyonuyla elde edilen eşitlik EKKY'ne göre çözülürse robust kestirim algoritması EKKY algoritmasına indirgenerek çözüm yapılmış olur.

Robust kestiriminde $\rho(\underline{V})$amaç fonksiyonunun $\underline{V}$'ye göre türevi $\psi(\underline{V})$etki (kestirim) fonksiyonu; $\psi(\underline{V})$ etki fonksiyonunun $\underline{V}$'ye göre türevi ise $W(\underline{V})$ ağırlık fonksiyonu olarak adlandırılır. Robust sonuç elde etmek için bu fonksiyonların tümünün sürekli ve sınırları belirli olmalıdır. Bu fonksiyonlardan yalnızca birinin belirlenmesi diğerlerinin belirlenmesi ve çözüm için yeterli olmaktadır. Çeşitli kaynaklarda robust kestirim amacıyla kullanılan 70'e yakın kestirici fonksiyonun olduğu belirtilmektedir /14,16,18/.

Robust kestirici fonksiyonları genel olarak R-kestiricileri, L-kestiricileri ve sınıf testlerinden çıkarılan M-kestiricileri olarak sınıflandırılabilir. Bu kestiricilerden M–kestiricileri istatistiksel analizlerde kullanılmaktadır.

Ölçüleri ve bilinmeyenleri arasında doğrusal fonksiyonel bir ilişki olan ölçü grubunun olasılık fonksiyonu $F_{(\underline{X},\underline{\ell})}$ olsun. Maksimum Likelihood kestirimi (M-kestirimi), çarpımları maksimum yapan X değerleri olarak tanımlanır ve

$$L(\underline{X}) = \prod_{i=1}^{n} F_{(\underline{X},\underline{\ell})} \text{ yada } \mathrm{Log}L(\underline{X}) = -\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Log}\, F_{(\underline{X},\underline{\ell})} = \sum_{i=1}^{n} \rho_{(\underline{X},\underline{\ell})} \tag{11}$$

eşitliğiyle verilir. Burada $\sum_{i=1}^{n} \rho_{(\underline{X},\underline{\ell})}$ amaç fonksiyonunu minimum, $L(\underline{X})$ toplam olasılık fonksiyonunu maksimum yapan çözüm aranır. M-kestiriminde ρ(.) amaç fonksiyonunun seçilmesi ölçülerin $F_{(\underline{X},\underline{\ell})}$olasılık fonksiyonunun seçilmesi anlamına gelmektedir ve bu fonksiyon (11) eşitliğinden,

$$F_{(\underline{X},\underline{\ell})} = e^{-\rho(\underline{X},\underline{\ell})}$$

şeklinde yazılabilir. M-kestiricileri EKKY tekniklerini uygulamaları ve kestirim yöntemlerinin genel özelliklerini sağlayabildikleri için genellikle kullanılan ve tercih edilen kestiricilerdir /2,14/.

Huber, bir dağılımın konu parametresi için Maksimum Likelihood kestiricisinin genelleştirerek M-kestiricisi ortaya çıkarmıştır /13/. M-kestiricisi, EKKY ile çözümde kurulan fonksiyon dikkate alınarak (11) eşitliğine göre,

$$M = \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\underline{X}, \underline{\ell}_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j - \ell_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \rho_{(V_i)} = \min . \tag{12}$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitliğinin çözümünden,

$$\underline{A}^T \psi(\underline{V}) = \underline{A}^T \psi(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell}) = 0 \tag{13}$$

eşitliği yazılabilir /18/. (13) eşitliğinin çeşitli şekillerde çözümü yapılabilir. Uygulamada en çok kullanılan iteratif çözüm için (13) eşitliği $(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell})$ ile çarpılıp bölünürse,

$$\underline{A}^T \frac{\psi(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell})}{(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell})} (\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell}) = 0$$

eşitliği ve bu eşitlikte $\underline{W} = \underline{W}(\underline{V}) = \frac{\psi(\underline{V})}{(V)} = \frac{\psi(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell})}{(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell})}$ dönüşümüyle,

$$\underline{A}^T \underline{W}(\underline{A}\underline{X} - \underline{\ell}) = 0 \tag{14}$$

eşitliği elde edilir. EKKY'nin normal denklemleri gibi $\underline{X}$ bilinmeyenleri için,

$$\underline{X} = \left(\underline{A}^T \underline{W}\underline{A}\right)^{-1} \underline{A}^T \underline{W}\underline{\ell} \tag{15}$$

eşitliğiyle çözüm yapılır. Bu denklemin çözümü için $W(\underline{V})$ fonksiyonunun yani $\rho(\underline{V})$ fonksiyonunun bilinmesi gereklidir. Bu şekilde EKKY ile iteratif ve yeniden ağırlıklandırılmalı çözüm,

$$\begin{aligned}
\underline{X}_t &= \left(\underline{A}^T \underline{W}_t \underline{A}\right)^{-1} \underline{A}^T \underline{W}_t \underline{\ell} \\
\underline{V}_t &= \left[\underline{A}\left(\underline{A}^T \underline{W}_t \underline{A}\right)^{-1} \underline{A}^T \underline{W}_t - \underline{E} \right] \underline{\ell} \\
\underline{W}_t &= \underline{P}\underline{W}_{(t-1)} \qquad t = 1,2,..... \\
\underline{W}(V_0) &= \underline{E}
\end{aligned} \tag{16}$$

eşitlikleriyle yapılır. Burada $\underline{P}$ ölçülerin başlangıç ağırlık matrisi, t iterasyon sayısı, $\underline{W}$=W($\underline{V}$) seçilen ağırlık fonksiyonudur. Başlangıç için $\underline{W}$ = $\underline{E}$ birim matristir ve dolayısıyla $\underline{W}_1$ = $\underline{P}$ alınır. Bu çözüm; EKKY ile yapılan çözümden sonra $\underline{V}$ düzeltmelerinden $\underline{W}$ ağırlık matrisinin belirlenip yeniden iteratif olarak çözüm yapılması olarak özetlenebilir. Sonuçta elde edilen fark belli bir sayıdan küçük olunca işleme son verilir. Burada EKKY ile (12) eşitliğinde verilen M-kestirim koşulu sağlanarak çözüm yapılmıştır. (16) eşitliğinde yeniden ağırlıklandırılmalı EKKY kestirimi ile çözümü bulunan Robust M-kestiriminde her ölçü için uygun ağırlıklar belirlenmiş ve robust bir çözüm elde edilmiştir. Bu şekildeki EKKY algoritması robust kestirim algoritmasını oluşturmaktadır /4,5,12,14/.

Bu şekilde yapılan bir çözüm sonucunda (16)'da verilen eşitliklerde uyuşumlu olan ölçülerin $\underline{X}_t$ bilinmeyenleri ve $\underline{W}_{t+1}$ ağırlıklarının değişmediği, uyuşumsuz sayılan ölçülerin $\underline{W}_{t+1}$ ağırlıklarının ise giderek küçüldüğü ve hatta sıfıra yaklaştığı görülür. Bu durumda uyuşumsuz ölçülerin bilinmeyenler üzerindeki bozucu etkileri de giderek azalmaktır. Bu robust kestirimin en önemli özelliklerinden birisidir ve özellikle uyuşumsuz olup olmadığı kararı verilemeyen ölçülerin analizinde önemlidir /12,16/.

Robust yöntemler, büyük uyuşumsuz ölçüleri ortadan kaldırabilmesine rağmen bu ölçüler için istatistiki bir inceleme yapamamaktadır. Robust yöntemler bu özellikleri nedeniyle sınır değerlere yakın büyüklükteki uyuşumsuz ölçüleri belirlemekte zorlanırlar.

Özetle, EKKY ve robust kestirim yöntemleri, düzeltme büyüklüklerine dayanarak uyuşumsuz ölçülerin başlangıç tanımlamasında kullanılırlar. Bu anlamda robust kestirim yöntemi ile uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi istatistiksel olarak net değildir, fakat uyuşumsuz ölçülerin başlangıç tanımlaması kolayca yapabilen bir yöntemdir.

(2) Robust Kestiriminde Kullanılan Kestirici Fonksiyonlar

Robust kestiriminde kullanılan bir çok yöntem vardır. Tablo-1'de robust kestiriminde kullanılan yöntemlerin amaç, etki ve ağırlık fonksiyonları verilmiştir /10,14/.

Tablo-1: Robust Kestirim Yöntemlerinin Amaç, Etki ve Ağırlık Fonksiyonları

Yöntem	Sınır	Amaç Fonksiyonu	Etki Fonksiyonu	Ağırlık Fonksiyonu
EKKY		$\frac{1}{2}V^2$	V	1
Huber	$\lvert V\rvert \le c$	$\frac{1}{2}V^2$	V	1
	$\lvert V\rvert > c$	$c\lvert V\rvert - \frac{1}{2}c^2$	c	$\frac{c}{\lvert V\rvert}$
Andrews	$\lvert V\rvert \le c\Pi$	$c^2\left(1-\mathrm{Cos}\frac{\lvert V\rvert}{c}\right)$	$c\,\mathrm{Sin}\,\frac{\lvert V\rvert}{c}$	$\left(\frac{\lvert V\rvert}{c}\right)^{-1}\mathrm{Sin}\frac{\lvert V\rvert}{c}$
	$\lvert V\rvert > c\Pi$	$2c^2$	0	0
Beaton-Tukey	$\lvert V\rvert \le c$	$\frac{c^2}{6}\left(1-\left(1-\left(\frac{V}{c}\right)^2\right)^3\right)$	$\lvert V\rvert\left(1-\left(\frac{V}{c}\right)^2\right)^2$	$\left(1-\left(\frac{V}{c}\right)^2\right)^2$
	$\lvert V\rvert > c$	$1/6(c^2)$	0	0
Danimarka	$\lvert V\rvert \le c$	$\frac{1}{2}V^2$	V	1
	$\lvert V\rvert > c$	$-\left(c^2+c\lvert V\rvert\right)e^{\frac{-\lvert V\rvert}{c}}$	$\lvert V\rvert e^{\frac{-\lvert V\rvert}{c}}$	$e^{\frac{-\lvert V\rvert}{c}}$

Robust kestirim algoritmasında yakınsama, seçilecek kestirici fonksiyonların yanında problemin türüne, kondisyonuna, kaba hataların sayısına, büyüklüğüne ve dağılımına da bağlıdır. Aynı zamanda kestirici fonksiyonlarda sınır değer olarak da kullanılan c parametresi için gerçekçi bir değerin alınması da sağlıklı sonuçlar elde etmek için önemlidir.

(3) Robust Kestirim Yöntemleri İçin c Parametresinin Belirlenmesi

Robust kestirim yönteminde sınır değer olarak kullanılan ve önemli bir role sahip olan c parametresi genellikle problemlerin karakteristik özelliklerinden bağımsız olarak ve tecrübelere dayanarak seçilmektedir. Çözümde ölçü hatalarının belirli bir olasılıkla ±c sınırları içinde dağılmış olacağı varsayılır.

İstatistikçiler c parametresi için, k bir katsayı olmak üzere, c = kσ gibi sabit değerler almaktadır. Uyuşumsuz ölçüler testinde σ yerine, düzeltmelerin standart sapmaları $m_{V_i} = \overline{m}_{01}\sqrt{Q_{V_iV_i}}$ alınmaktadır. Bu durumda t testine göre α_0 yanılma olasılığı ile $E\{\nabla\ell_i\} = 0$ H_0 hipotezinin geçerli olabilmesi için,

$$\frac{|V_i|}{\overline{m}_{01}\sqrt{Q_{V_iV_i}}} \le t_{f,1-\alpha_0/2} \tag{17}$$

sağlanmalıdır. Ölçülerin ağırlıklarının farklı olması durumunda c parametresi,

$$c_i = \overline{m}_{01}\sqrt{Q_{V_iV_i}}\sqrt{P_i}\; t_{f,1-\alpha_0/2} \tag{18}$$

eşitliğiyle elde edilir /1,14/. c parametresinin bu eşitliklerle belirlenmesinde dengeleme sonrası elde edilen $\overline{m}_{01}$ karesel ortalama hatasının sağlam bir şekilde kestirilmesi gerekmektedir. $\overline{m}_{01}$'in sağlam kestirilememesi sorununu ortadan kaldırmak için kaynaklarda çeşitli öneriler yer almaktadır. Bu önerilerden biri $\overline{m}_{01}$ değeri yerine, bir s_0 değeri ile c_i değerini hesaplamaktır.

$$s_0 = s_0\left(\frac{n-u}{n}\right)^k \quad k = 1,2,3,..... \quad c_i = s_0\sqrt{Q_{V_iV_i}}\sqrt{P_i}\; t_{f,1\text{-}\alpha_0/2} \tag{19}$$

Bu durumda k adet uyuşumsuz ölçü için belirli bir olasılık seviyesiyle, Huber, Andrews, Beaton-Tukey ve Danimarka yöntemlerinde teorik temellere dayanan c parametreleri,

$$c_i^{HUB} = \sqrt{\left[\underline{A}_i\left(\underline{A}_i^T\underline{A}_i\right)^{-1}\underline{A}_i^T + 1\right]}\;\overline{m}_{01}\; t_{(n-k-u),1-\alpha_0/2}$$

$$c_i^{AND} = \sqrt{\left[\underline{A}_i\left(\underline{A}_i^T\underline{A}_i\right)^{-1}\underline{A}_i^T + 1\right]}\;\overline{m}_{01}\; t_{(n-k-u),1-\alpha_0/2} / \Pi$$

(20)

$$c_i^{TUK} = \sqrt{\left[\underline{A}_i\left(\underline{A}_i^T\underline{A}_i\right)^{-1}\underline{A}_i^T + 1\right]}\;\overline{m}_{01}\; t_{(n-k-u),1-\alpha_0/2}$$

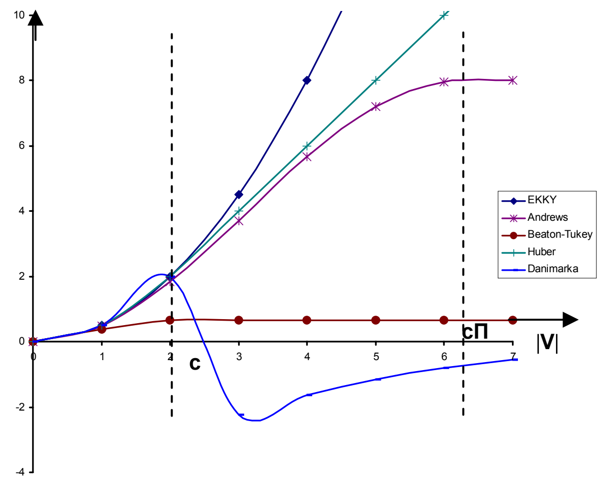
$$c_i^{DAN} = \sqrt{\left[\underline{A}_i\left(\underline{A}_i^T\underline{P}_i\underline{A}_i\right)^{-1}\underline{A}_i^T + \underline{P}_i^{-1}\right]}\;\sqrt{P_i}\; t_{(n-k-u),1-\alpha_0/2}$$

eşitlikleriyle hesaplanır. Bu şekilde farklı yöntemler için $\underline{A}$ matrisine, öncül $\underline{P}$ ağırlık matrisine, α_0 yanılma olasılığına, f serbestlik derecesine ve $\overline{m}_{01}$ birim ölçünün karesel ortalama hatasına göre c parametreleri hesaplanabilir /11,14/.

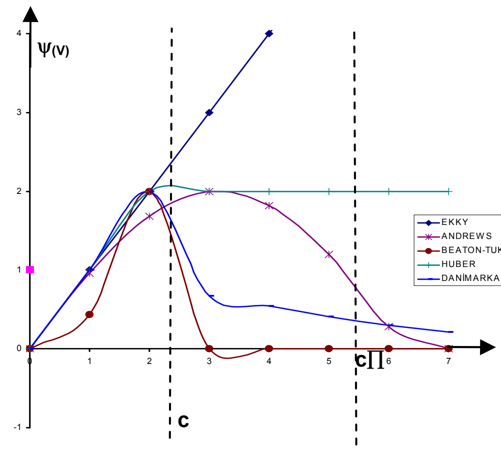
b. Robust Kestirim Yöntemlerinin Karşılaştırılması

EKKY sonuçlarına göre istatistik testlerle çözüm yapan geleneksel çözüm yöntemlerinin kırılma noktasının çok küçük olması ve uyuşumsuz ölçüleri belirlemekte yetersiz kalmaları sonucunda, uyuşumsuz ölçü gruplarını belirlemek için farklı kestiriciler kullanılması fikri ortaya çıkmıştır. M-kestiricileri, düzeltmelerde olabilecek hatalardan karesel formu nedeniyle doğrudan etkilenen EKKY'nin amaç fonksiyonu yerine düzeltmelerde olabilecek hatalardan daha az etkilenecek başka bir fonksiyonunun amaç fonksiyonu olarak seçilmesi esasına dayanır. M-kestiricilerinin kırılma noktaları, boyut arttıkça uyuşumsuz çıkma ihtimali artmasına rağmen bilinmeyen sayısı arttıkça küçülmektedir. Robust kestirim yöntemlerin kırılma noktası genelde %30 civarındadır. Andrews ve Beaton-Tukey kestiricilerinin kırılma noktası da %30'dur. Robust kestirim yöntemlerinin kırılma noktasının çok büyük olmamasına rağmen, EKKY'nin kırılma noktasının %10 olduğu düşünülürse uyuşumsuz ölçüleri belirlemekte daha sağlıklı sonuçlar vereceği görülür /1,3/.

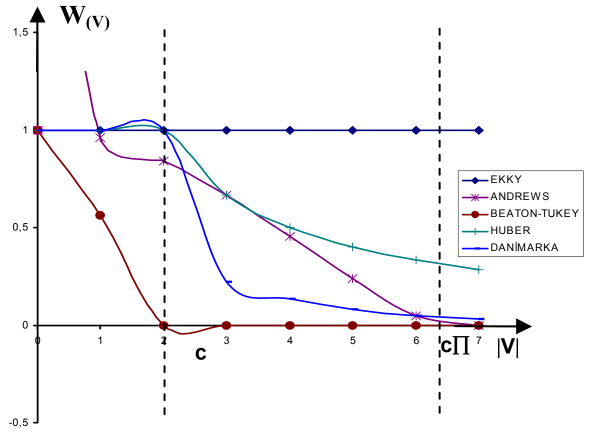
Sık kullanılan robust kestirim yöntemleri için, Şekil-1, Şekil-2 ve Şekil-3'de sırasıyla amaç fonksiyonlarının, etki fonksiyonlarının ve ağırlık fonksiyonlarının davranışları görülmektedir /17/.



Şekil-1: ρ(V) amaç fonksiyonları



Şekil-2: ψ(V) etki fonksiyonları



Şekil-3: W(V) ağırlık fonksiyonları

4. SAYISAL UYGULAMA

Bu çalışmada teorik olarak açıklanan uyuşumsuz ölçü gruplarının belirlenmesi yöntemlerinin irdelenmesi için gerçek bir ağın verileri kullanılarak uygulama yapılmıştır. Bu uygulamada önce bir GPS ağındaki noktalardan 37'si ortak nokta olarak alınmış ve Bursa-Wolf modeline göre üç boyutlu benzerlik dönüşümü yapılmıştır. Dönüşüm sonrasında elde edilen sonuçlarla yazılan bilgisayar programları yardımıyla geleneksel çözüm yöntemleri ve Robust kestirim yöntemiyle uyuşumsuz ölçüler grubu belirlenmeye çalışılmıştır.

EKKY'ne göre yapılan dönüşüm işleminde hesaplanan m_0 karesel ortalama hatanın çok büyük bir değer olduğu görülmüştür. Bu değer geleneksel çözüm yöntemlerinde uyuşumsuz ölçüler belirlenip ayıklandıkça küçülmüştür. Robust kestirim yönteminde ise m_0 değeri iterasyonlarda değişmemiştir. Bunun nedeni her iterasyon adımında uyuşumlu ölçülerin V düzeltme değerlerinin azalmasına rağmen uyuşumsuz değerlerin V değerlerinin büyümesidir. Uyuşumsuz ölçülerin düzeltmeleri m_0 değerini hesaplamaya dahil edilmediği durumda m_0 değerinin küçüldüğü görülmüştür.

a. Geleneksel Çözüm Yöntemi

Geleneksel çözüm yöntemi ile çözümde ilk olarak model hipotezi test edilmiştir. Fonksiyonel model ancak geleneksel çözüm yöntemleri için uygulanan Data-Snooping, Tau testi ve t-testi yöntemlerinde uyuşumlu ölçü grubuna ulaşıldığı adımda geçerli çıkmıştır.

Data Snooping testinde öncül varyans olarak $\sigma_0 = 0.30$ değeri alınmış ve her ölçü için test değerleri hesaplandıktan sonra bu değerler tablodan alınan sınır değerlerle karşılaştırılmıştır. Bu şekilde iteratif çözüm yapılmış ve uyuşumlu ölçü grubuna 6. adımda ulaşılmıştır ve sırasıyla 388, 460, 130, 108 ve 472 nolu noktalar uyuşumsuz nokta olarak belirlenmiştir. Her adımda uyuşumsuz olarak belirlenen nokta ölçü grubundan çıkarılmış ve İteratif çözüme uyuşumlu ölçü grubu bulununcaya kadar devam edilmiştir (Tablo-2).

Bir diğer geleneksel çözüm yöntemi olan Tau testinde her ölçü için test değeri hesaplandıktan sonra bu değerler Tau testi tablosundan alınan sınır değerlerle karşılaştırılmıştır. Yapılan bu çözümde uygun çözüme 7. adımda ulaşılmıştır. Bu testte Data-Snooping testindeki ölçülere ek olarak 135 nolu nokta da uyuşumsuz olarak belirlenmiş ve bu nokta ölçü grubundan çıkarılmıştır (Tablo-2).

Son olarak t-testi için test ve tablo değerleri hesaplanarak karşılaştırılmıştır. Bu test yöntemi ile Tau testi yöntemindeki sonuçlara ulaşılmıştır. Sırasıyla 388, 460, 130, 108, 472 ve 135 nolu noktaların uyuşumsuz olduğuna karar verilmiş ve bu noktalar ölçü grubundan çıkarılmıştır (Tablo-2).

Tablo-2: Geleneksel çözüm yöntemleri ile belirlenen uyuşumsuz ölçüler grubu

İterasyon	Data-Snooping Yöntemi		Tau Testi Yöntemi		t testi Yöntemi	
	Max. W_i	Sonuç	Max. T_i	Sonuç	Max. t_i	Sonuç
I	2299.885	388 uyuşumsuz	7.180	388 uyuşumsuz	7.145	388 uyuşumsuz
II	2296.450	460 uyuşumsuz	9.956	460 uyuşumsuz	9.907	460 uyuşumsuz
III	225.151	130 uyuşumsuz	7.058	130 uyuşumsuz	7.022	130 uyuşumsuz
IV	215.439	108 uyuşumsuz	9.490	108 uyuşumsuz	9.440	108 uyuşumsuz
V	50.103	472 uyuşumsuz	9.532	472 uyuşumsuz	9.480	472 uyuşumsuz
VI	2.385	Uyuşumlu	5.127	135 uyuşumsuz	5.098	135 uyuşumsuz
VII			2.923	Uyuşumlu	2.906	Uyuşumlu

b. Robust Kestirim Yöntemi

Robust kestirim yöntemi ile uyuşumsuz ölçü grubunu belirlemek için önce ağırlık matrisi $\underline{P} = \underline{E}$ (birim matris) alınarak EKKY'ne göre çözüm yapılmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar kullanılarak her kestirim yönteminin ağırlık fonksiyonuna göre irdeleme yapılarak yeni ağırlık matrisi P belirlenmiştir. Elde edilen P ağırlık matrisi kullanılarak tekrar EKKY'ne göre çözüm yapılmıştır. İteratif çözüme ağırlıklarda değişme olmayınca son verilmiştir.

Robust kestirim yöntemiyle uyuşumsuz ölçü grubunu belirlemek için Andrews, Beaton-Tukey, Huber ve Danimarka yöntemleri ile çözüm yapılmıştır Andrews, Beaton-Tukey yöntemlerinde c sınır değeri (18) eşitliği kullanılmıştır. Huber ve Danimarka yöntemi için c sınır değer aynı şekilde hesaplandığında bu yöntemlerin sadece 2 noktayı uyuşumsuz olarak belirlediği görülmüştür. Bu nedenle bu iki yöntem için c sınır değerinin yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır. (18) eşitliğinden hesaplanan c parametresinde tavsiye edilen $s_0 = 3$ değeri alınarak tekrar çözüm yapılmış ve sonuçlar elde edilmiştir (Tablo-3). Robust kestirim yöntemlerinin yapılan çözümde 2. iterasyondan sonra ağırlıkların değişmediği görülmüştür.

Tablo-3: Robust kestirim yöntemleri ile belirlenen uyuşumsuz ölçüler grubu

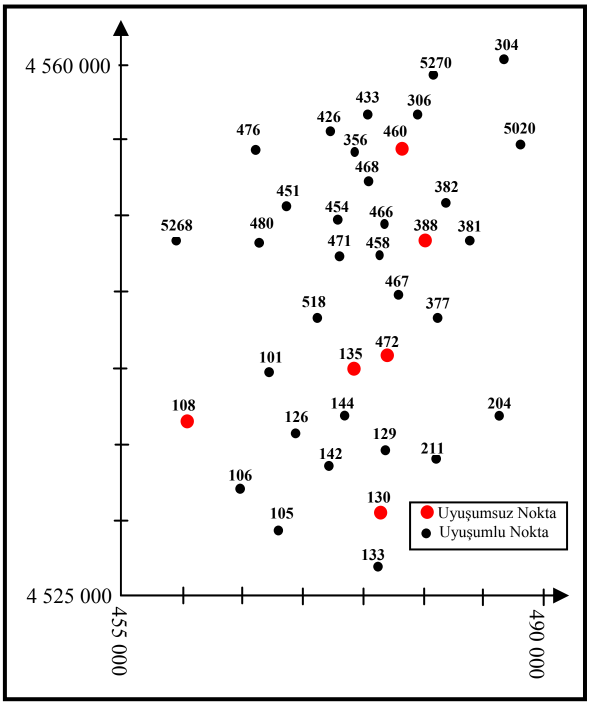
Andrews					**Beaton-Tukey**				
NN	**I. İterasyon**	**II. İterasyon**	**III. İterasyon**	**Sonuç**	**NN**	**I. İterasyon**	**II. İterasyon**	**III. İterasyon**	**Sonuç**
388	0.378	0.372	0.372	Uyuşumsuz	**388**	0.001	0.001	0.001	Uyuşumsuz
460	0.387	0.376	0.376	Uyuşumsuz	**460**	0.001	0.001	0.001	Uyuşumsuz
130	0.989	0.991	0.991	Kuşkulu	**130**	0.875	0.915	0.915	Kuşkulu
108	0.993	0.993	0.993	Kuşkulu	**108**	0.919	0.921	0.921	Kuşkulu
304	0.995	0.999	0.999	Kuşkulu	**472**	1.000	0.997	0.997	Kuşkulu
467	0.999	0.999	0.999	Kuşkulu	**5268**	0.998	0.998	0.998	Kuşkulu
471	0.999	0.999	0.999	Kuşkulu	**106**	0.998	0.998	0.998	Kuşkulu
5020	0.997	0.999	0.999	Kuşkulu	**105**	0.998	0.999	0.999	Kuşkulu
5270	0.996	0.999	0.999	Kuşkulu	**133**	0.995	0.999	0.999	Kuşkulu
Huber					**Danimarka**				
NN	**I. İterasyon**	**II. İterasyon**	**III. İterasyon**	**Sonuç**	**NN**	**I. İterasyon**	**II. İterasyon**	**III. İterasyon**	**Sonuç**
388	0.014	0.014	0.014	Uyuşumsuz	**388**	0.014	0.014	0.014	Uyuşumsuz
460	0.014	0.014	0.014	Uyuşumsuz	**460**	0.014	0.014	0.014	Uyuşumsuz
130	0.123	0.141	0.141	Uyuşumsuz	**130**	0.123	0.141	0.141	Uyuşumsuz
108	0.153	0.143	0.143	Uyuşumsuz	**108**	0.153	0.143	0.143	Uyuşumsuz
472	1.000	0.717	0.682	Kuşkulu	**472**	1.000	0.717	0.682	Kuşkulu

5. SONUÇ

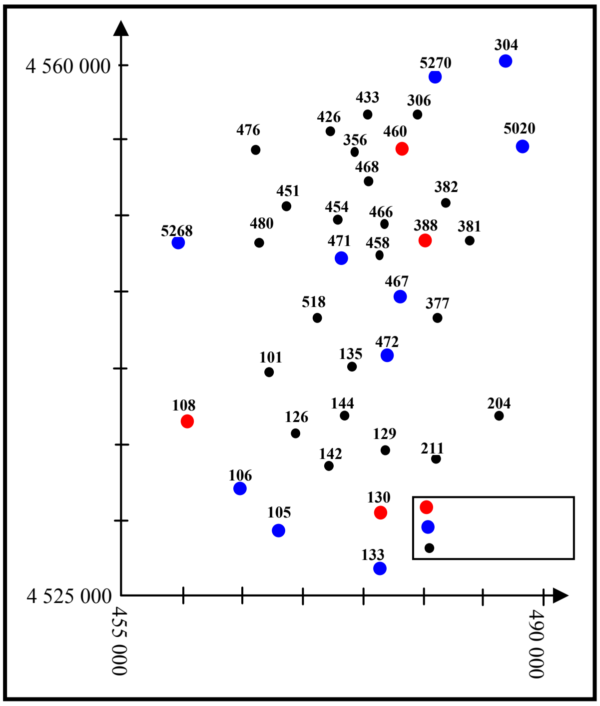
Yapılan çalışmada uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi yöntemleri teorik olarak açıklanmış ve bir GPS ağının verileri kullanılarak uygulama yapılmıştır. Teorik olarak geleneksel çözüm yöntemleri ile elde edilen sonuçların uyuşumsuz ölçülerden direk etkilendiği görülmektedir. Uygulama sonuçları da incelendiğinde bu yöntemlerle elde edilen sonuçlar üzerinde uyuşumsuz ölçülerin etkisinin olduğu, bazı noktaların ilk iterasyonlarda küçük bir değer olan V_i değerlerinin uyuşumsuz olarak belirlenen noktalar ölçü grubundan çıkarıldıkça büyüdüğü ve bu noktaların sonraki iterasyonlarda uyuşumsuz ölçü olarak belirlendiği görülmüştür (472 ve 135 nolu noktalar). Bu durum uyuşumsuz ölçü olarak belirlenen noktanın ölçü grubundan çıkarılmasının sağlıklı bir işlem olmadığı göstermektedir.

Geleneksel çözüm yöntemleri ile uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesine alternatif bir yöntem olarak robust kestirim yöntemleri seçilen amaç fonksiyonunun özelliklerine göre yeniden ağırlıklandırma ile çözüm yapılmaktadır. Robust kestirim yöntemlerinde c sınır değeri parametresinin uygun bir şekilde belirlenmesi çok önemlidir. Bu çalışmada incelenen ve uygulaması yapılan tüm yöntemler için sabit bir c parametresi belirlenmeye çalışılmış fakat Huber ve Danimarka yöntemleri ile bu şekilde sağlıklı sonuç elde edilememiştir ve bu iki yöntem için farklı c sınır değeri hesaplanmıştır. Robust kestirim yöntemlerinden Andrews ve Beaton-Tukey yöntemleri geleneksel çözüm yöntemlerinde uyuşumsuz olarak bulunan noktalara ek olarak kaba hatalı olduğu düşünülen 388 ve 460 nolu noktaların civarında 471 ve 467 nolu noktaları ve ağın dış noktalarında 304, 133, 5020 ve 5270 nolu noktaları da kuşkulu nokta olarak belirlemiştir. Bu noktaların ağırlıklarında çok az bir miktarda da olsa değişiklikler vardır ve çalışmanın amacına göre irdelenmeleri gerekmektedir.

Geleneksel çözüm yöntemlerinin düzeltmelerdeki hatalardan doğrudan etkilenmesi, düzeltmelerdeki hataları yayma kuralı ve iteratif çözüm olması gibi dezavantajlarının yanında uyuşumsuz ölçüleri belirlerken istatistiki irdeleme yapabilmesi gibi çok önemli bir avantajı vardır. Uyuşumsuz ölçüleri belirlemekte daha sağlıklı sonuçlar verdiği düşünülen Robust kestirim yöntemlerin ölçüler üzerinde istatistiki irdeleme yapamamaları nedeniyle bu yöntemler sadece uyuşumsuzlukları belirlemede ön tanı koyabilmektedirler. Geleneksel çözüm yöntemi ve robust kestirim yöntemlerinin iteratif olarak sonuç vermesi bu yöntemlerin diğer dezavantajlarıdır ve bu yöntemlerin uygulama yazılımlarını zorlaştırmaktadır.



Şekil-4 : Geleneksel çözüm yöntemleri ile bulunan uyuşumsuz ölçüler



Şekil-5 : Robust kestirim yöntemleri ile bulunan uyuşumsuz ölçüler

KAYNAKLAR

/1/ Aktaş, O. A. : Robust Kestirim ve Nirengi Ağlarına Uyarlanması, Yüksek Lisans Tezi, YTU FBE, İstanbul, 1993.

/2/ Ata, M. : Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesinde Klasik En Küçük Kareler Yöntemi İle Değişik Robust Kestirim Yöntemlerinin Uygulanması ve Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, YTU FBE, İstanbul, 1995.

/3/ Ayan, T. : Uyuşumsuz Ölçüler Testi, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 72, 1992, 38-46.

/4/ Ayan, T., Hekimoğlu Ş. and Özlüdemir, M. T. : Analysis of Landslide Deformation Measurements by Robust Estimation Methods, First Turkisch International Symposium of Deformations, İstanbul, 1994, 284-296.

/5/ Caspary and Barutta : Robust Estimation Deformation models, Survey Rewiev, 29, 2333, 1987, 29-45.

/6/ Caspary, W. And Sutor, T. : Robust Time Series Analysis, A Tool For Deformations Studies, First Turkisch International Symposium of Deformations, İstanbul, 1994, 249-257.

/7/ Dilaver, A. : Jeodezik Ağlarda Kaba Hatalı Ölçülerin Ayıklanması ve Güven Ölçütleri, KTU MMF Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Araştırma Raporları, Trabzon, 1996

/8/ Dilaver, A., Konak, H. ve Çepni M. S. : Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Yerelleştirilmesinde Kullanılan Yöntemlerin Davranışları, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 84, 1998, 17-31.

/9/ Hampel, F., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J. And Stahel, W. A. : Robust Statistics The Approach Based on Influence Functions, A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, New York, 1986.

/10/ Hekimoğlu, Ş. : Reliability of The Conventional Iterative Outlier Detection Test Procedures, First Turkisch-German Joint Geodetic Days, 1995, 93-103.

/11/ Hekimoğlu, Ş. : Redundansların Denkleştirilmesi (Eşredundanslı Tasarım), Eşredundanslı M-Kestirimive Redundansları Denkleştiren Genelleştirilmiş M-Kestirimi, Türk Haritacılığının 100. Yılı Kutlamaları Sempozyumu, Ankara, 1995, 437-456.

/12/ Hekimoğlu, Ş., Ayan, T. ve Aktaş, O. A. : Birden Fazla Uyuşumsuz Ölçünün Robust Kestirim Yöntemleri İle Tanısı ve Uyuşumsuz Ölçü Testleri İle Belirlenmesi, Prof. Dr. H. Wolf Jeodezi Sempozyumu, İstanbul, 1993, 171-193.

/13/ Huber, P.J. : Robust Estimation of a Location Parameter, Annals of Mathematical Statistics, 35(1):73-101,1964.

/14/ Kara, H. H. : Ölçülerin İteratif Çözüm Yöntemleri İle Belirlenmesinde Geleneksel En Küçük Kareler Yöntemi İle Değişik Robust Kestirim Yöntemlerinin Uygulanması ve Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, KTU FBE, Trabzon, 1998.

/15/ Kıracı, A. : Robust Regression And Applications, Master Thesis, The Institute of Economics and Sociel Sciences, Bilkent University, Ankara, 1996.

/16/ Pilgrim, L. : Robust Estimation Applied to Surface Matching, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 51, 1996, 243-257.

/17/ Uzun, Y. : 3D Astrojeodezik Dik Koordinat Sistemlerinde Dönüşüm Modelleri ve Uyuşumsuz Ölçü Gruplarının Belirlenmesi Yöntemleri, Doktora Tezi, KTU FBE, Trabzon, 2003.

/18/ Yang, Y. : Robust Estimation of Geodetic Datum Transformation, Journal of Geodesy, 73, 1999, 268-274.