

UYDU GRADYOMETRESİ VE GOCE UYDUSU (SATELLITE GRADIOMETRY AND GOCE MISSION)

Mahmut Onur KARSLIOĞLU

Orta Doğu Teknik Üniversitesi,
İnşaat Bölümü, Jeodezi ve Fotogrametri Laboratuvarı, Ankara
email: karsliog@metu.edu.tr

ÖZET

Yerin gravite alanını ve zamanla değişimini belirlemek için halen kullanılmakta olan CHAMP ve GRACE uydularının yanısıra, yapımı sürmekte olan GOCE (The Gravity Field and Steady – State Ocean Circulation Explorer) uydusunun en geç 2006 yılı içinde yörüngeye yerleştirilmesi hedeflenmektedir. Diferansiyel akselerometre (ivme ölçücü) ya da gradyometre prensibine dayanan bu uydu, gravite alanının orta ve kısa dalga boylu parçasını belirleyebilme özelliğinden ötürü CHAMP ve GRACE uydularının tamamlayıcısı olarak da algılanmaktadır. Bu çalışmada uydu gradyometresinin mekanik temelleri gösterilmekte ve uydu gradyometresi kavramı ile uydudan – uyduya gözlem (yüksekten- alçağa) prensibini birleştiren GOCE uydusunun amaçları açıklanmaktadır.

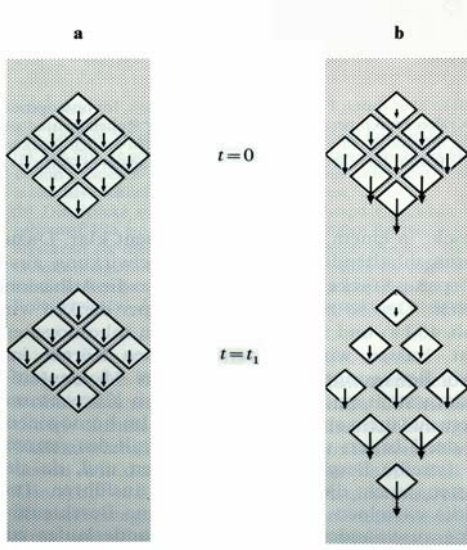
ABSTRACT

Besides the satellites CHAMP and GRACE which at the moment play an active role in the determination of the gravity field of the earth and its variation in time, the satellite GOCE (The Gravity Field and Steady – State Ocean Circulation Explorer) still to be constructed is aimed to be brought to the orbit latest 2006. GOCE is based on the principle of Gradiometry or differential accelerometry and hence will determine the medium and short wave-length part of the gravity field. Therefore it will be regarded as complementary to CHAMP and GRACE.

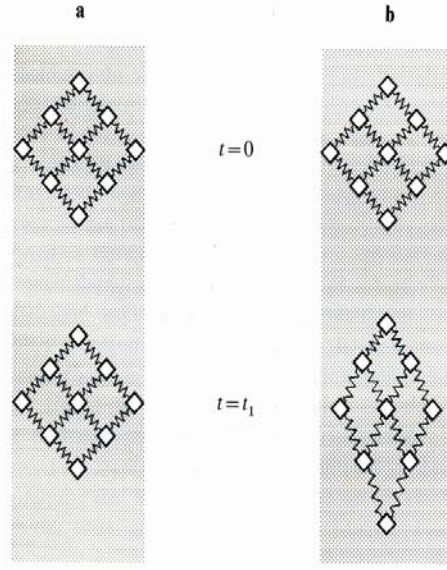
In this work the mechanical fundamentals of satellite gradiometry are worked out and the mission goals of the satellite GOCE combining the concept of the satellite gradiometry with the principle of satellite-to-satellite tracking (SST) in high-low mode are explained.

1. YERYUVARININ GRAVİTE ALANININ İKİNCİ TÜREVLERİ

Eğer bir kütle herhangi bir gravite alanında deformasyona uğruyorsa bu kütle için parçacıkları gravite alanından kaynaklanan farklı ivmelerin etkisi altındadır. Bu da söz konusu gravite alanının homojen olmadığı anlamına gelir. Herhangi bir kütle için küçük parçalara ayrıştırılıp düşünsel anlamda homojen ve homojen olmayan iki farklı gravite alanına $t=0$ anında bırakıldığı varsayılırsa (Şekil-1) $t = t_1$ anında homojen alandaki kütle için her parçasının değişmeyen ivmenin etkisi altında başlangıçtaki şeklini koruduğu gözlenirken homojen olmayan alanda çok farklı bir durum ortaya çıkar. Burada kütle için her parçasına farklı kuvvetler etki ettiği için (vektör alanını oluşturan oklar ivmenin yönü ve büyüklüğünü ifade etmektedirler) bir şekil değişimi söz konusu olmaktadır. Parçaların birbirlerinden daha da açılmasını önlemek amacıyla yaylarla birleştirildiği düşünülürse (Şekil-2) alanın homojen olmadığı doğrultuda bir gerilim gözlenecektir /1/.



Şekil-1: Homojen (solda) ve homojen olmayan (sağda) bir gravite alanında bir kütle parçacıklarının hareketi /1/.



Şekil-2: Aynı alanda parçalar arasında yayların takılmış hali /1/.

Her merkezi simetrik gravite alanı da inhomojendir. Çünkü bu alandan doğan ivme konuma göre yön ve miktar açısından değişmektedir. Böyle bir alanda yerel anlamda değişen ivmenin etkileri bir başka deyişle yerel değişikliğinin varlığı yine yaylardan oluşan fakat belli bir düzenekte kurulmuş bir gözleme sisteminin oluşturulmasıyla gösterilebilir (Şekil-3). Aralarına çok duyarlı ölçü yapabilen yaylar takılmış test kütleleri yatay ve düşey doğrultuda bu kez yerin gravite alanında serbest düşüşe bırakılırsa yine benzer etkiler gözlenir ve radyal doğrultuda bir gerilim oluşurken yatay doğrultuda da bir sıkışma ortaya çıkmaktadır (Şekil-3) /2,3/. Bu fiziksel gerçeğin matematiksel olarak formüle edilmesi için önce ölçme sisteminin (lokal ortonormal sistem) (Şekil-3) kütle merkezinin (S), ivme vektörü $\ddot{x}(S)$ hesaplanır,

$$\ddot{x}(S) = \nabla_S V = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}_S = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Aynı ifade indeks ya da tensör notasyonuna göre,

$$\ddot{x}_i(S) = V_i(S), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

ile de yazılabilir.(2) eşitliğindeki $V_i(S)$ yerin gravite potansiyelinin gradyentidir. Burada yerel ortonormal ölçme sistemi merkezinin kütle merkeziyle çakıştığı ve gravite merkezi ile ağırlık merkezinin farklılığının (özellikle düşey konumda) dikkate alınmadığı varsayımından yola çıkılmaktadır. Yerel sistemi oluşturan baz vektörlerinin $e_i=1, 2, 3$ (ya da e_x, e_y, e_z) doğrultuları

Şekil-3'te tanımlanmıştır. e_z radial yönü gösterirken e_y bileşeni de kağıdın oluşturduğu düzleme dik olan doğrultuyu göstermektedir. P_1 konumundaki test kütleyle etki eden gravite ivmesi,

$$\ddot{x}_i(P_1) = V_i(P_1)$$

eşitliğinden ya da test kütle merkezine göreceli olarak Taylor serisi yardımıyla ve linear terimden sonraki açılımları ihmal ederek elde edilen aşağıdaki denklemden,

$$\ddot{x}_i(P_1) \approx V_i(S) + V_{ij}(S) dx_j = \ddot{x}_i(S) + V_{ij}(S) dx_j \quad (3)$$

hesaplanır /2,3/. Burada $V_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j}$ gravite potansiyelinin ikinci türevleri ve dx_i ise P_1 ve S

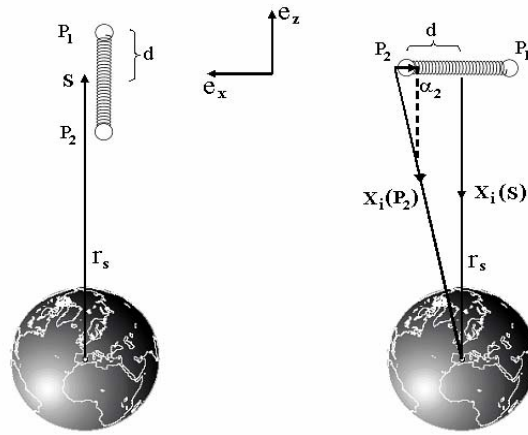
arasındaki koordinat farklarını içeren bir vektördür. Benzer biçimde aynı ifade P_2 kütlesi için de yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\ddot{x}_i(P_2) = \ddot{x}_i(S) + V_{ij}(S) dx_j \quad (4)$$

Dolayısıyla P_1 ve P_2 kütlelerinin arasındaki ivme farkı

$$d\ddot{x} = \ddot{x}_i(P_2) - \ddot{x}_i(P_1) = V_{ij}(S) dx_j \quad (5)$$

eşitliğiyle hesaplanabilir.



Şekil-3: Araları hassas bir yayla birleştirilmiş iki test kütlelerinin yerin yerel gravite alanındaki davranışları /3/

Doğal olarak (5) eşitliğindeki dx_j , (3) ve (4) eşitliklerindeki aksine P_1 ve P_2 test kütleleri arasındaki uzaklığı ifade eden bir vektördür. (4) eşitliğinde gravite gradyentlerini içeren V_{ij} ifadesi, gravite tensörü ya da Marussi Tensörü olarak bilinmekte ve bileşenlerini ya da onların doğrusal kombinasyonlarını ölçen aletlere de "Gradyometre" adı verilmektedir. V_{ij} simetrik bir tensördür ve beş tane bağımsız bileşeni vardır. Tensör olma özelliğinden ötürü de

bir sistemden diğeri bir sisteme belirli kurallara uyarak transforme edilir. Örneğin, birim vektörleri e_i olan bir sistemden birim vektörleri e'_i olan herhangi bir sisteme dönüşüm ortogonal bir dönüşüm matrisi R'_{ii} (Euler açısı α nın bir fonksiyonu olarak) yardımıyla,

$$R'_{ii} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

ve

$$V_{i'j'} = R_{i'i} R_{j'j} V_{ij} \quad (6)$$

eşitliğine uygun olarak yapılır. Tekrar deneye dönülürse, yay uzunluğu $2d$ ve z ekseninde boyunca uzandığı için de $dx = dy = 0$ olmaktadır. Yeryüzü, kütlesi M , yarıçapı R ve potansiyeli $V = \frac{GM}{R}$ olan homojen bir küre olarak modellenirse V_{ij} tensörünün bileşenleri aşağıdaki şekli alacaktır,

$$V_{ij} = \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Burada $r = |x_i|$ ölçme sistemi kütle merkezinin yerin kütle merkezinden radyal uzaklığıdır. İvme (5) eşitliği yardımıyla,

$$d\ddot{x}_i = \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} = 2 \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} d \quad (8)$$

ile hesaplanır. (8) eşitliğinden de anlaşılacağı gibi gravite alanından kaynaklanan ivme radyal doğrultuda (kütle merkezi S den aşağıya doğru (düşey)) bir gerilime neden olmaktadır. y ekseninde etrafında α kadar bir dönüşüm sonucunda oluşacak tensör bileşenleri ise (6) eşitliğinin de dikkate alınmasıyla hesaplanabilir,

$$\begin{aligned} V_{i'j'} &= \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \\ &= \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} -1 + 3 \sin^2 \alpha & 0 & -\frac{3}{2} \sin 2\alpha \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{3}{2} \sin 2\alpha & 0 & -1 + 3 \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (9) \end{aligned}$$

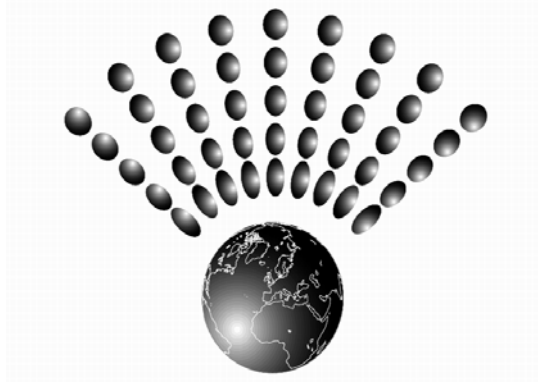
Yeni ivme yine (5) eşitliğinden,

$$d\ddot{x}_i = \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \sin 2\alpha \\ 0 \\ -1 + 3 \cos^2 \alpha \end{bmatrix} d \quad (10)$$

formülüyle bulunabilir. Yay düzeneğinin yatay konumda yani $\alpha = 90^\circ$ ya da $\alpha = 270^\circ$ olması durumunda (10) eşitliğinden hesaplanan ivme,

$$d\ddot{x}_i = \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} d$$

olacaktır ki bu da kütle merkezine doğru bir sıkışmanın olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle bu yayda bir sıkışma söz konusudur. α açısının 0° den başlayıp 90° , 180° , 270° ve tekrar 0° ye kadar dönüşünü içeren yerel gravite alanı mekansal anlamda bir gel-git elipsoidiyle (tensör elipsoidi) ifade edilebilir ve böylece de yerel gravite alanının geometrisi yeryuvarının dışında şekil ve yöneltmelerinin değiştiği gelgit elipsoidlerinden oluşan bir sistemmiş gibi düşünülebilir (Şekil 4). Bu alan aynı zamanda doğada geometri ve fiziğin birleştiği en güzel örneklerden birisini teşkil etmektedir. Gel-git alanının geometrisinin detayları /3/ de açıklanmaktadır.



Şekil-4: Yerel gravite alanında oluşan tensör elipsoidleri /4/.

2. UYDU GRADYOMETRESİNİN DİNAMİK TEMELLERİ VE GÖZLEM DENKLEMİ.

(5) eşitliğinden de görüldüğü gibi, Gradyometre P1 ve P2 kütlelerine etki eden ivme farkını ölçmektedir. Bu nedenle de Gradyometre aynı özelliklere sahip akselerometre (ivme ölçücü) çiftlerinden oluşan bir dizenektir. P₁ noktasındaki akselerometre tarafından algılanan ivme, test kütesinin hareket denklemlerinin önce quasi inersiyal sistemde yazılıp daha sonra da hareket halindeki uyduda konumlandırılmış akselerometre ölçme sistemine yapılan dönüşümle,

$$V_i + f_i = \ddot{x}_i + 2\Omega_{ij}\dot{x}_j + \dot{\Omega}_{ij}x_j + \Omega_{ij}\Omega_{jk}x_k + R_{ij}\ddot{b}_j \quad (11)$$

eşitliğinden bulunur /3,4,5/. Dolayısıyla (11) denklemindeki test kütleinin hareketi ancak ölçme sistemine göre gözlenebilir. Burada;

x_i	P_1 test kütleinin kütle merkezinin, ölçme sistemine göre konum vektörü,
\dot{x}_i	P_1 test kütleinin kütle merkezinin, ölçme sistemine göre göreli hız vektörü,
\ddot{x}_i	Test kütleinin yine ölçme sistemine göre göreli ivmesi,
R_{ij}	Quasi-inersiyal sistemden uydu bazlı gözlem sistemine ortogonal dönüşümü sağlayan dönüşüm matrisi,
\ddot{b}_j	Hareket halindeki ölçme sistemi merkezinin ivmesi,
Ω_{ij}	Hareket halindeki ölçme sistemi açısal hızının (w_i) bileşenlerini içeren anti – Simetrik Cartan matrisi:

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$-2\Omega_{ij}\dot{x}_j$	Coriolis ivmesi,
$-\dot{\Omega}_{ij}x_j$	Açısal hız vektörünün değişiminden kaynaklanan ivme (rotasyonel ivme),
$-\Omega_{ij}\Omega_{jk}x_k$	Merkezkaç ivmesi,
V_i	Tüm gravite ivmeleri (Yer, Güneş, Ay ve Gelgit etkileri v.s.),
f_i	Tüm gravite kökenli olmayan ivmelerin (atmosfer direnci, güneş radyasyon basıncı, uydu kontrol v.s.) karşılığı olarak akselerometrede ölçülen değerdir.

(11) formülü hareket halinde olan genel bir gözlem referans sistemi için çıkarılmıştır. Gerçekte bu sistemin detaylı olarak tanımlanması ve gerekli dönüşümlerin yapılması zorunludur. Kapalı döngü kontrol sistemi (closed loop control) test kütleini neredeyse sabit tutabildiği için (11) denklemindeki ilgili ivmeler (relatif ve coriolis ivme) kaybolmakta ve akselerometre gözlem denklemini aşağıdaki şekli almaktadır,

$$f_i = (-V_{ij} + \dot{\Omega}_{ij} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}) x_j . \quad (12)$$

(12) denklemini P_2 test kütleisi için de yazılıp fark alınırsa,

$$(f_i(P_2) - f_i(P_1)) / \delta x_i = \Gamma_{ij} = (-V_{ij} + \dot{\Omega}_{ij} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}) \quad (13)$$

diferansiyel akselerometre ya da gradyometrenin temel denklemini oluştur /3,4,5,6/. Burada δx_j , P_1 ve P_2 noktalarının oluşturduğu bazın koordinat farklarıdır ve miktarı önceden yeterli bir düzeydeki duyarlılıkla bilinmektedir. (13) eşitliğinden de görüldüğü gibi, gravite tensörünü Γ_{ij} , doğrudan ölçmek uydunun açısal hızını ve onun zamanla değişimini içeren terimler nedeniyle (inersiyal ivmeler) olanaklı değildir. Inersiyal uzaya yönlendirilmiş (inertial oriented) bir uyduda bu terimlerin kaybolacağı teorik olarak varsayılabilir, tensor bileşenlerinin bir yörüngelik bir dönüşüm esnasında büyük değişimlere uğradığı ve yan

diyagonal elemanların çok büyük değerler aldığı görülmektedir /5/. Inersiyal yöneltme yerine yere doğru yöneltmiş bir uyduda en az 4 test kütlesi arasında (GOCE için 6 akselerometre) çeşitli kombinasyonlarda diferansiyel ölçüler yapılarak bir çözüme ulaşılmakta başka bir deyişle gravite tensörü bileşenleriyle inersiyal ivme terimleri birbirlerinden ayrılabilir. Bunu görebilmek için önce (13) eşitliğinin içindeki tensörlerin yapısına bakmak gerekir. Ayrıca yere yöneltilen uydunun z koordinat eksenini radyal, x koordinat eksenini uçuş doğrultusu ve y koordinat eksenini de yörünge düzlemine dik olan doğrultuyu göstermekte ve Gradyometre ölçme sisteminin de bu sisteme paralel olduğu varsayılmaktadır. Aslında yörünge dışmerkezliğinin etkisinden ötürü gradyometre ölçme sisteminin z ekseninin doğrultusu yermerkezine uzanan radyal doğrultusundan sapma gösterir ve uydu yöneltme kontrol sistemi ancak belirli tolerans sınırları içindeki küçük sapmalarla bu yöneltmeyi tutmaya çalışır. Aşağıda gösterilen V_{ij} tensörü,

$$V_{ij} = \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \quad (14)$$

simetrik ve izi sıfır olan (V_{ij} nin rotasyonu sıfır ve boş uzayda yoğunluk $\rho=0$ olduğu için de Laplace denkleminde iz sıfır olacaktır) ikinci dereceden bir tensördür yani 9 bileşeninden yörünge boyunca her noktada 5 tanesi doğrusal bağımsızdır. $\dot{\Omega}_{ij}$ tensörü antisimetrik olmasına karşılık $\Omega_{ij}\Omega_{jk}$ tensörü simetrikdir,

$$\Omega_{ik}\Omega_{kj} = \begin{bmatrix} -(w_y^2 + w_z^2) & w_x w_y & w_z w_x \\ w_x w_y & -(w_z^2 + w_x^2) & w_y w_z \\ w_z w_x & w_y w_z & -(w_x^2 + w_y^2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{\Omega}_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{w}_z & -\dot{w}_y \\ -\dot{w}_z & 0 & \dot{w}_x \\ \dot{w}_y & -\dot{w}_x & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Burada açısal hız vektörü (w_i) ve açısal ivme vektörünün (\dot{w}_i) bileşenleri, tanımlanan koordinat sistemine uygun olarak $i = x,y,z$ şeklinde alınmıştır ve bu nedenle de w_x, w_y, w_z bileşenleri x, y ve z eksenleri etrafındaki açısal hızları göstermektedirler. Inersiyal yönlendirme de açısal hızlar yaklaşık 10^{-6} rad/s civarındadır ve oldukça düşüktür. Buna karşın yere doğru yönlendirilmiş bir uydunun yörünge normaline etrafında belirgin bir açısal hız, $w_y = w_y^0 + \delta w_y$ ve diğer eksenler etrafında daha önceden bahsedilen $\delta w_x, \delta w_z$ gibi küçük sapmalar (yine 10^{-6} rad/s civarında) söz konusudur. w_y^0 , uydunun ortalama hareketinden hesaplanan açısal hız anlamında olup yaklaşık 10^{-3} rad/s değerindedir. O halde yere doğru yönlendirilmiş bir uydu için (GOCE) ortaya çıkan açısal hızlar ve ivmeler (13) eşitliğinde dikkate alınırsa merkezkaç ivmesinin etkileri tensör bileşenlerinden Γ_{xx} ve Γ_{zz} ye tam etki yaparken Γ_{xy} ve Γ_{yz} de birinci derecede hataların Γ_{yy} ve Γ_{xz} de de ikinci derecede hataların

etkisi söz konusu olacaktır /5/. Tüm Tensor bileşenlerinin gözlenmesi halinde V_{ij} tensörü, Γ_{ij} tensörünün simetrik ve antisimetrik parçaya ayrılarak,

$$\frac{1}{2}(\Gamma_{ij} - \Gamma_{ji}) = \dot{\Omega}_{ij} \quad (17)$$

bu eşitliğin zaman üzerinden integrasyonu,

$$\Omega_{ij}(t) = \int \dot{\Omega}_{ij} dt + \Omega_{ij}^0 \quad (18)$$

ve sonucun,

$$V_{ij} = \frac{1}{2}(\Gamma_{ik} + \Gamma_{kj}) - \Omega_{ik}\Omega_{kj} \quad (19)$$

denkleminde yerine konulmasıyla inersiyal terimlerden ayrıştırılabilmektedir. (18) eşitliğinde gerek duyulan uydunun açısız hızını çok yüksek duyarlılıkla belirleyebilmek için yıldız kamerası gözlemleriyle gradyometre gözlemlerinden elde edilen yan diyagonal bileşenlerin kombinasyonu oluşturularak yöneltme belirleme algoritmaları geliştirilir (örneğin Kalman Filtresi) /7/.

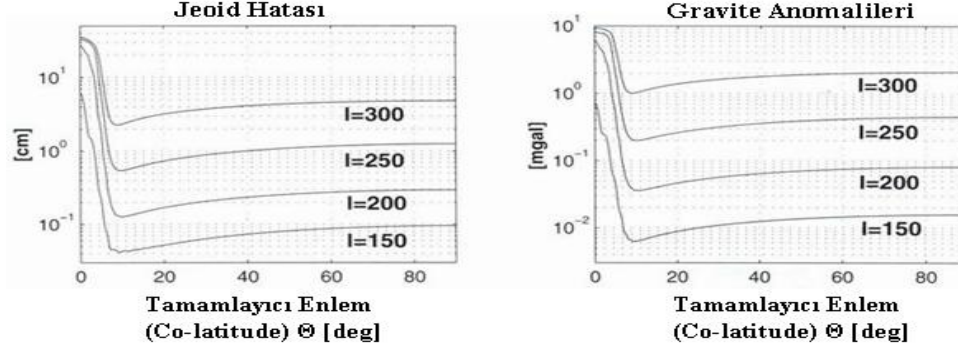
Yörünge normalini etrafındaki açısız hızın, w_y , yeterli derecede bir duyarlılıkla belirlenmesi yere doğru yöneltmiş bir uydu için (GOCE) çok kritik noktalardan bir tanesidir. Inersiyal yöneltmede bu hata kaynağı açısız hızların çok küçük olması nedeniyle önemli bir rol oynamamaktadır. Buna karşın, daha önceden de belirtildiği gibi, inersiyal yönlendirilmiş bir uyduda bir yörüngelik bir dolaşım sırasında gravite tensörünün bileşenleri aşırı derecede değişmekte ve yan diyagonal bileşenler çok büyük değerler almaktadırlar. Bu nedenle de Gradyometre çalışmaları için yere doğru yöneltme daha uygun görülmektedir /5/.

3. GOCE ÇALIŞMALARI VE GRADYOMETRESİ

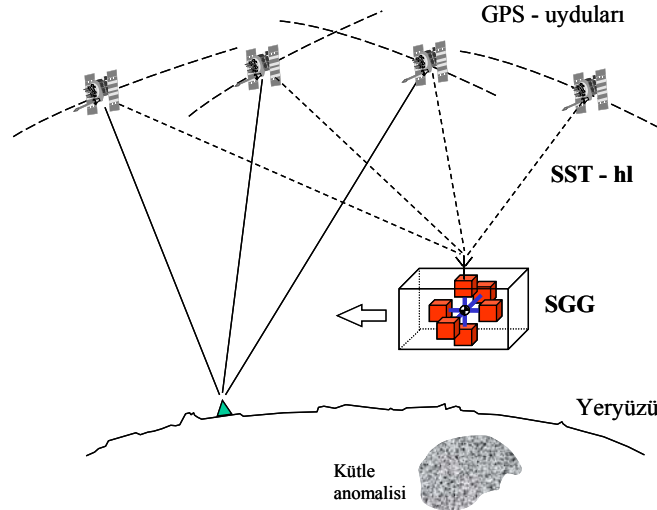
GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) yerin gravite alanının kısa dalgalı parçasını homojen bir duyarlılıkla belirleyebilecek ilk çalışmadır. Bu anlamda cm-Geoid'ine ulaşılması ve 1 - 2 mGal (1 mGal= 10^{-5} ms^{-2}) düzeyinde gravite anomalilerinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu duyarlılığın elde edilebilmesi için yarım dalga boyunun 80 km olduğu bir çözünürlük söz konusudur /5/. Gravite alanı ve geoid belirleme hassasiyetinde ulaşılabilecek performans simule edilmiş küresel harmoniklerin hata spektrumlarından hesaplanabileceği gibi, mekansal geoid ve gravite anomali hataları enlemlerin fonksiyonu olarak hata yayılma kanunu aracılığıyla da gösterilebilirler (Şekil-5). Şekilden hataların kuzeye doğru gidildikçe, uydu yer izlerinin çoğalması nedeniyle azaldığı ve daha sonra da kutup boşluğu nedeniyle yükseldiği görülmektedir.

Gradyometre prensibiyle, GPS ve GLONASS la GOCE arasında uydudan-yere, uydudan - uyduya uzunluk ölçmesi (high-low satellite-to-satellite tracking (SST-hl)) yönteminin birleştirilmesi hem yörüngeyi sürekli olarak belirlenebilmesini hem de yerin gravite alanının uzun dalgalı parçasının (kısa dalgalı parçanın yanısıra) daha kaliteli bir şekilde hesaplanabilmesini sağlayacaktır (Şekil-6). GPS ve Gradyometre gözlemleri, uçuş yüksekliğinin belirli bir değerde tutulabilmesi için gerekli olan yörünge manevraları kontrol sistemi ile drag-free kontrol sistemi için de kullanılabilirler. Drag-free sisteminin kompenzasyon için gerekli girdisi aynı eksenlerdeki çift akselerometrelerin ortak modunda

ölçülen değerdir. Diferansiyel modunda (differential mode) yapılan ölçüler ise (13) eşitliğinden de görüleceği gibi gradyometrenin gözlemleridir.



Şekil-5: GOCE için beklenen mekansal jeoid ve gravite anomalisi hataları /10/.

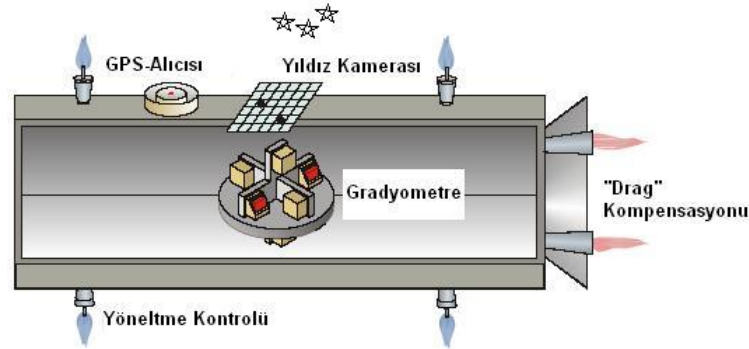


Şekil-6: Uydudan – uyduya, uydudan-yere ve gradyometre /10/.

İstenen duyarlığa ulaşmak için 5 mHz-100mHz (ölçme bant genişliği) frekans aralığında gravite tensörünün diyagonal bileşenlerinin çok yüksek bir duyarlılıkla $4 mE/\sqrt{Hz}$ olarak ölçülmesi gerekmektedir. Bu da ancak akselerometrelerin iki hassas eksenlerinin farklarını almak suretiyle oluşacaktır. O nedenle de GOCE uydusu ile gravite alanı belirlemede tensörün sadece diyagonal elemanlarının (V_{xx} , V_{yy} , V_{zz}) yeterli duyarlılıkla ölçülebileceğinden hareket edilmektedir. Yine akselerometrelerin duyarlı eksenleriyle ölçülmelerine rağmen V_{xz} ve V_{zx} bileşenlerinin duyarlılıkları doğrultu açılarının hataları nedeniyle ölçme bant genişliğindeki $4 mE/\sqrt{Hz}$ duyarlılığına ulaşamamaktadır. Yan diyagonal elemanlar ise zaten hassas olmayan eksenlerin de gözleme katılımları sonucu istenen duyarlığa erişemeyeceklerdir /5,9/.

Diğer önemli bir sensor olan yıldız kamerası uydunun yöneltmesinin belirlenmesi için bir zorunluluk teşkil etmekte, çünkü mekanik jiroskop gibi hassas yöneltme belirlenmesinde kullanılabilecek aletlerin oluşturabileceği mikro vibrasyonların gradyometre ölçülerini

etkileyebileceği düşünülmektedir /14/. GOCE misyonu için vazgeçilemez sayılabilecek temel aletler (Şekil-7) da görülmektedir.



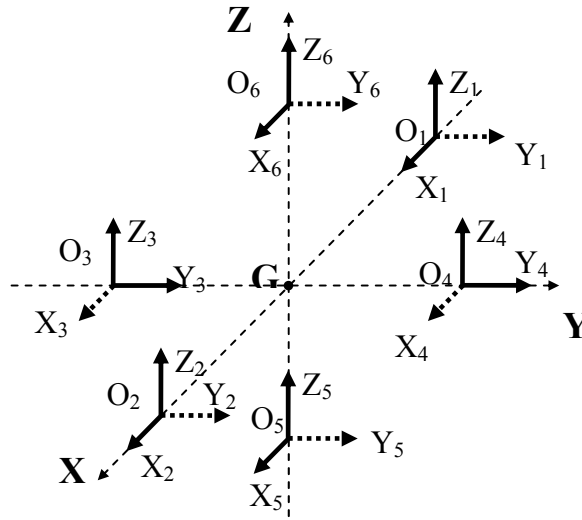
Şekil-7: GOCE uydusunun gravite alanı belirlemede kullandığı temel aletler /13/.

GOCE uydusunun yörünge dışmerkezliği çok küçük (<0.001) neredeyse dairesel olarak ve güneşe senkron bir şekilde tasarlanmıştır. Bu da yaklaşık olarak 96.5 ya da 97 derecelik bir yörünge eğimini (inclination) beraberinde getirmektedir. Bu eğilim nedeniyle kutuplar çevresinde küresel yarıçapı 7° olan gözlenememiş boşluklar kalacaktır ve bu boşlukların normal denklemlerin kötü kondisyonlu olma sebeplerinden bir tanesi olduğu da bilinmektedir. Uçuş yüksekliği ilk 7 ayda 260 km daha sonraki 5 ay boyunca 250 km olarak düşünülmüştür. Güneşe senkron yörünge seçilmesiyle hem yeterli derecede enerji sağlanmakta hem de güneş ve gölge giriş ve çıkışları minimuma indirilerek çok yüksek ısı değişiklikleri engellenmektedir. Böylece de termik kökenli hata kaynaklarının azaltılması amaçlanmaktadır. Uydu belirli zamanlarda “drag-free” uçacaktır. Yani gravite kökenli olmayan kuvvetler ki bunların başında atmosfer direnci gelmektedir, bir kompenzasyon sistemiyle (proportional thrusters) dengelenecektir.

Böylece de uydunun belirli sınırlar içerisinde sadece graviteden etkilenen bir yörüngede uçmasına olanak sağlanacaktır. Kontrol sistemi sayesinde doğrusal iticilerinin (proportional thruster) yakıtı bitene kadar uydu drag-free uçabilme özelliğini koruyacak ve atmosferik sürtünmenin kompanse edilmesiyle mümkün olduğu kadar alçak bir yörüngede kalabilme özelliğine sahip olabilecektir. CHAMP ve GRACE de ise gravite kökenli olmayan kuvvetler, sadece uydunun ağırlık merkezine yerleştirilmiş bir akselerometre ile ölçülerek gravite sinyalinden ayrılabilirler. Bu anlamda GOCE bir gravite uydusunun en önemli üç temel kriterini yani, üç boyutta ve sürekli konum bilgisi (GPS/GLONASS) toplamayı, gravite kökenli olmayan kuvvetlerin kompenzasyonunu ve mümkün olduğunca alçaktan uçabilme kabiliyetini karşılayabilmektedir /12/.

GOCE uydusunun ana teçhizatı olan kapasitif Gradyometre toplam üç eksenli ve merkezden 25 cm uzaklıkta altı akselerometreden oluşmaktadır. Akseleretreler duyarlı eksenlerinin ortogonal üç ayağın (G, X, Y, Z) eksenlerine paralel “altıgen konfigürasyonu” diye adlandırılan bir düzenekte yerleştirilmişlerdir (Şekil-8). Her akselerometrenin kendi sisteminde ONERA (Office National d’Etudes et de Recherches Aerospatiales) akselerometrelerinin bir özelliği olarak bir eksen boyunca diğer iki eksenle daha hassas bir şekilde ölçüm yapılmaktadır. Bu eksen Şekil 5 de noktalı çizgilerden oluşan oklar tarafından ima edilmektedir. Özellikle iki duyarlı eksen o şekilde yönlendirilmiştir ki (13) eşitliğindeki tensörün Γ_{ij} , diyagonal elemanlarının yanı sıra Γ_{xz} ve Γ_{zx} de duyarlı bir şekilde ölçülebilir.

Burada amaç orbit normali etrafındaki açışal ivmenin \dot{w}_y , ya da alınacak integrasyondan sonra açışal hızın w_y , bu iki yan diyagonal elemanların kombinasyonundan yararlanarak çok duyarlı bir şekilde belirlenmesidir. Çünkü daha önce de belirtildiği gibi orbit normali etrafındaki açışal hız yere doğru yöneltilmiş GOCE uydusunda en büyük açışal hız değerini (yaklaşık 10^{-3} rad/s) ve de böylece en büyük hata terimini üretmektedir /5/. Ayrıca, gradyometre gözlemleri akselerometrelerin de içerdii farklı hata kaynaklarından da etkilenmektedirler. Yapımdaki hatalar, ölçmelerin doğrusal olmayan davranışları, eksenlerin tam çakışmamaları, tam olarak yönlendirilememeleri, drag-free kontrol sisteminin tam elimine edemediği gravite kökenli olmayan artık kuvvetler, ölçek faktörleri, sensorlerin otomatik kontrol sistemlerinden kaynaklanan hatalar, uydunun zamana bağlı olarak değişen kendi öz gravitesi (yakıt kullanımı sonucu değişen yakıt miktarı, güneş panellerinin salınımı sonucu oynayan kütle merkezi, termik etkiler v.s.), sistemlerarası dönüşümlerden kaynaklanan hatalar v.d., gradyometre gözlemlerine etki eden hata kaynakları diye değerlendirilebilirler /5,15/.



Şekil-8: Altıgen konfigürasyonundaki 6 akselerometreden oluşan GOCE gradyometresi /10/.

4. GRAVİTE ALANININ ANALİZİ YÖNTEMLERİ

Gravite alanının analizi, gözlenen gravite gradyenlerinden ya da yörünge bozukluklarından faydalanarak gravite potansiyelinin küresel yüzey fonksiyonlara göre seri açılımı sonucu oluşan potansiyel ya da Stokes katsayılarının (bilinmeyenlerin) hesaplanması işlemidir. Gravite alanını derecesi ve sırası $l=300$ olacak şekilde çözmek istenilirse GOCE misyonunda 90 000 bilinmeyen ortaya çıkmaktadır. Bu kadar bilinmeyen çözölebilmesi için benzer tarzda (uniform) ve yeterli sıklıkta toplanmış ölçümlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu anlamda en azından 38 günlük bir zaman boyunca gözlem yapılmak zorunluluğu,

$$T_{\min} \approx 2 l T_0 \approx 38 \text{ gün} \quad (20)$$

eşitliğinden hesaplanabilir /5/. Burada T_0 uydunun periyodudur (yaklaşık 5500 s). Bu zaman içerisinde toplanacak bir kaç milyon civarındaki gözlemlerle hesaplama yapabilme gerçek bir nümerik zorluk olarak değerlendirilebilir. Bilinmeyenleri belirleyebilmek için iki ana yaklaşım ön plana çıkmaktadır. Zamansal yaklaşım “Time-wise approach” ve uzaysal yaklaşım “space-wise approach”. Birinci yaklaşımda gözlemler her 1 s de uydu yer etrafında

döndüğü müddetçe toplanan ardışık gözlemlerin değerlendirilmesine dayanır. İkinci yöntem de ise gözlemler yapıldığı yerle ilintili olarak değerlendirilirler. Bir başka deyişle yarıçapı yörüngenin yarım eksenini olan bir küre üzerinde dağılmışlardır.

a. Zamansal Yaklaşım (Time-Wise Approach)

Bu yöntemde gravite potansiyeli önce eğilim fonksiyonlarına (inclination functions) bağımlı olarak gösterilir /11,5/,

$$V(t) = \sum_{k=-\ell}^{\ell} \sum_{m=0}^{\ell} [A_{km} \cos \psi_{km}(t) + B_{km} \sin \psi_{km}(t)] \quad (21)$$

Burada,

$$A_{km} = \sum_{n=nmin[2]}^{\ell} \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} F_{nmk}(i) \begin{bmatrix} c_{nm} \\ -s_{nm} \end{bmatrix}_{n-m:even} \quad (22)$$

$$B_{km} = \sum_{n=nmin[2]}^{\ell} \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} F_{nmk}(i) \begin{bmatrix} s_{nm} \\ c_{nm} \end{bmatrix}_{n-m:odd} \quad (23)$$

$$\psi_{km}(t) = \psi_{km}^0 + \dot{\psi}_{km} t = \psi_{km}^0 + k\dot{\omega}_0 t + m\dot{\omega}_e t$$

$F_{nmk}(i)$ eğim fonksiyonları, $nmin = \max(k, m)$, $\omega_0 = \omega + M$, $\omega_e = \Omega - \Theta_G$; i , ω , Ω , M Kepler elemanları, sırasıyla yörüngenin eğimi, perigenin yeri, yükselen noktanın boylamı, mean anomali (yörünge daire olduğu için aynı zamanda da gerçek anomali) ve ω_e Greenwich' le yükselen noktanın (ascending node) boylam farkları, A_{km} ve B_{km} ise "lumped coefficient" diye bilinen katsayılarıdır. Bu katsayılar da potansiyel katsayılarının fonksiyonlarını oluşturmaktadırlar. Yukarıdaki denklemlerden de görüleceği gibi potansiyel, zamanın bir fonksiyonu olarak formüle edilmiştir. (21) eşitliğinin ikinci türevlerinin alınarak (gravite gradyanları) oluşturulan gözlem denklemleri de yörünge boyunca değerlendirileceklerdir. Bunun için önce parametre kestirim sürecinde "lumped" katsayıları belirlenecek ve daha sonraki bir adımda da küresel fonksiyonların katsayıları kısa dalgalı gravite alanının parametreleri olarak bulunabileceklerdir. (21) eşitliği bir Fourier serisi ve "lumped" katsayılarının da Fourier-katsayıları gibi algılanması durumunda "lumped" katsayıları FFT yöntemleriyle belirlenebilir ve tekrar pseude gözlemler olarak alınarak potansiyel katsayılarının kestirimi sağlanabilecektir. Fakat böyle bir çözüm ancak gözlemlerin düzenli bir biçimde dağılmasıyla mümkün olabilir. Nümerik yükü aza indirgeyebilmek için bazı basitleştirici varsayımlar yapılarak, örneğin yörünge eğimi i , ve yermerkezli konum vektörü r sabit alınmak suretiyle yarı analitik çözümler de üretilmiştir /11/. Aslında "lumped" katsayılarıyla gravite potansiyelinin gösterimi dairesel bir yörüngenin, yörünge elemanları cinsinden ifadesinin bir dönüşümüyle oluşur. Bu başlangıç ifadesinden yola çıkarak gradyenler alınacak olursa belirgin olan bir bileşenin, örneğin V_{zz} nin duyarlılık katsayısı aşağıda belirtildiği gibi hesaplanacaktır /12/,

$$\frac{(\ell + 1)(\ell + 2)}{R^2} \left(\frac{R}{r} \right)^{\ell+3} \quad (24)$$

Burada vurgulanması gerekli durum (24) denkleminde sinyal zayıflama faktörüne, $(R/r)^{\ell+3}$ karşı ikinci türevlerin alınmasıyla ortaya çıkan $(\ell + 1)(\ell + 2)$ faktörün arasındaki ilişkidir ve bir anlamda gradyometre sinyalinin önemli bir özelliğini ortaya koymaktadır. Gradyometre tarafından algılanan sinyal zayıflama faktörüne karşı bir balans etkisi yapmaktadır. Bu nedenden ötürü uzaydan yüksek çözünürlüklü gravite alanı belirlenmesinde kaçınılmaz olan ve daha önce belirtilmiş üç kritere, bir yenisini daha eklemek gerekecek, başka bir deyişle gravite gradyentlerinin ölçülmesi zorunlu olacaktır /12/. GOCE uydusu tüm bu kriterleri içerisinde barındıran bir misyon durumundadır.

b. Mekansal yaklaşım (Space-wise approach)

Mekansal yaklaşımın çıkış noktası yerin gravite alanının küresel harmonik serilerle gösteriş biçimidir. Gradyometre ölçümlerine uygun olarak,

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{\ell+1} \sum_{m=0}^{\ell} \bar{P}_{\ell m}(\sin \theta) (\bar{C}_{\ell m} \cos m\lambda + \bar{S}_{\ell m} \sin m\lambda) \quad (25)$$

eşitliğinin iki kez gradyentleri alınıp gözlem denklemleri kurulur ve potansiyel katsayıları parametre kestirim süreci sonunda hesaplanırlar. (25) denkleminde G gravite sabiti, M yerin kütlesi, R yerin ortalama yarıçapı, (r, θ, λ) uydunun küresel koordinatları, $r = R+h$, h uydunun yüksekliği (altitude), l derece, m sıra, $\bar{P}_{\ell m}(\sin \theta)$ normalleştirilmiş legendre fonksiyonları $\bar{C}_{\ell m}$ ve $\bar{S}_{\ell m}$ küresel harmonik açılımın katsayılarıdır. (25) eşitliğinin ikinci türevleri yere bağlı yermerkezcil sisteme ait uydu bazlı yerel sistemde alındığı için, gözlemin yapıldığı sisteme dönüştürülmesi gerekmektedir /4/. Gözlemin yapıldığı sistem ise genelde daha önce de bahsedildiği gibi lokal yörünge sistemidir ve bu sistemden olan sapmaların da ayrıca dikkate alınması gerekmektedir.

Gravite alanı analizinde diğer bir yaklaşım küresel dalgacık (spherical wavelets) fonksiyonlarıyla ilintilidir. Küresel dalgacık fonksiyonları global olan küresel harmoniklerden gerek mekansal yerelleştirme (space localized) gerekse frekans yerelleştirme (frekuensi localized) açısından çok farklıdırlar ve bu özelliklerinden ötürü de bölgesel belirgin bir yapının gravite alanında daha detaylı gösterimine olanak sağlarlar. Oysa küresel fonksiyonlarla gösterimde bölgesel bir değişiklik bütün genel spektruma yayılmaktadır.

5. BİLİMSEL HEDEFLER VE KATKILAR

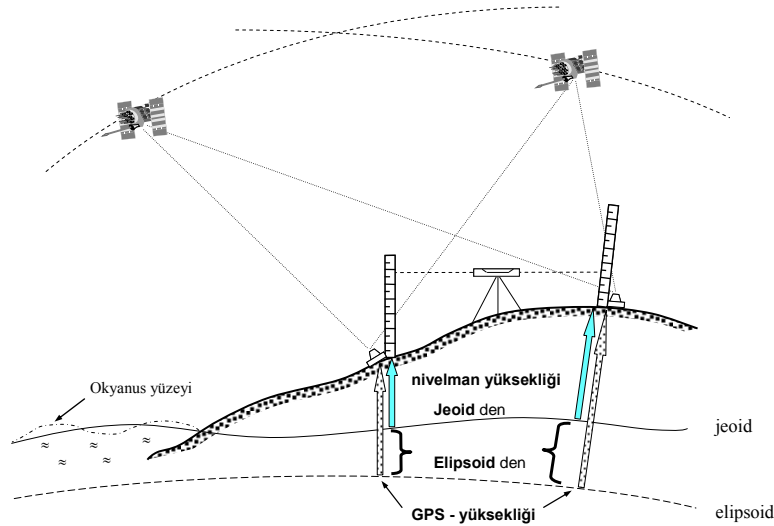
a. Yüksek çözünürlüklü bir gravite alanının bilinmesiyle uydu yörüngeleri daha hassas bir şekilde belirlenecek ve özellikle altimetri uydularının en önemli hata kaynaklarından bir tanesi küçültülecektir.

b. GOCE-Geoid, elipsoid bazlı GPS-Yüksekliklerinin kullanılan fiziksel yüksekliklere dönüşümünü sağlayacaktır (Şekil 9). Başka bir deyişle GPS-Nivelmanı mümkün olacaktır. Özellikle gravite bilgisinin az olduğu bölgelerde GPS yükseklikleri ve Geoid yüksekliklerinin kombinasyonundan fiziksel yükseklikler belirlenebilecektir.

c. Global referans sistemleri gerek yatay konum gerekse yükseklik için homojen değildir. Örneğin IERS homojen bir yersel referans sistemi sunarken (ITRF2000) bir tarafta da birbirleriyle düşük duyarlılıklarla bağlanmış ülkelerarası ve çok sayıda olmak üzere farklı yükseklik sistemleri mevcuttur ve Amsterdam ile New York marograf istasyonları arasında 50-60 cm lik bir hata bulunmaktadır /5/. GOCE, faktor 10 luk bir yükseklik duyarlılığı getirebilecektir ve böylece de uluslararası ortak bir yükseklik datumu belirlenecektir. Deniz yüzeyi değişimlerini araştırma amacıyla global anlamda marograf istasyonlarının verileri birbirleriyle karşılaştırılabilecektir.

ç. Inersiyal navigasyonda aracın hareketinden kaynaklanan ivmelerle gravite alanından kaynaklanan ivmelerin iyi bir gravite modeli sayesinde daha iyi ayrılabilmesine olanak sağlanacaktır

d. Tüm yer ve alçak uzay bilimlerinin katılabileceği çok disiplinli çalışmalara büyük bir katkı sağlayacaktır. Bunlardan bazıları, yer içi fiziğinin daha iyi anlaşılabilmesi, mutlak okyanus akıntıları ve akıntılarla ısı taşınmasının belirlenmesi, kutup buzul tabakasının kalınlığının belirlenmesi gibi konulardır.



Şekil-9: GPS nivelmanı /10/.

6. SONUÇ

Yerin gravite alanının ikinci türevlerinin özellikleri tartışıldıktan sonra uydu gradyometresinin mekanik temelleri gösterilerek gözlem denklemi çıkarılmış ve inersiyal terimlerin nasıl ayrıştırılabileceği açıklanmıştır. GOCE gradyometresinin ölçme sistemi ve uydunun yöneltmesiyle ilgili problemlerin yanısıra GOCE gradyometresinin duyarlılığı tartışılarak yerin gravite alanının belirlenmesi bağlamında uydunun taşıdığı diğer teçhizatların anlamı ve önemi vurgulanmıştır. Gradyometre verileriyle ulaşılabilecek geoid hassasiyeti belirtilmiş ve gravite alanı analiz yöntemlerinden önemli olan iki tanesinin özellikleri anlatılarak GOCE misyonunun amaçladığı hedefler ve katkılar özetlenmiştir.

K A Y N A K L A R

- /1/ Falk, G., Ruppel, W. : Mechanik, Relativitaet, Gravitation, Springer, Berlin, 1983.
- /2/ Rummel, R. : Satellitengradiometrie, ZfV (Zeitschrift für Vermessungswesen), 110, Sayfa: 242-257, 1985
- /3/ Rummel, R. : Satellite Gradiometry, in: "Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy", Lecture Notes in Earth Science 7, ed. By H. Sünkel, Springer, Berlin, Sayfa: 318 - 363, 1986
- /4/ Ilk, K-H. : Lecture Notes (in German), Künstliche Erdsatelliten als Traeger der Sensoren, 2203, Bonn Üniversitesi, Teorik Jeodezi Enst.
- /5/ Müller, J. : Die Satellitengradiometriemission GOCE, Heft Nr. 541, DGK, München, 2001
- /6/ Rummel, R., Müller, J., Oberndorfer, H., Sneeuw, N. : Satellite Gravity Gradiometry with GOCE, in: Towards an integ Rated Global Geodetic Observing System (IGGOS), Proceedings of IAG Section II Symposium, held in Munich, Germany, Oct. 5-9, IAG Synposia, Vol. 120, Springer, Sayfa: 66-72, 1998
- /7/ Karshioğlu, M.O. : Probleme der Mess- und Regeltechnik bei der geodaetischen Nutzung der künstlichen Erdsatelliten
- /8/ Müller, J : GOCE Gradients In Various Reference Frames And Their Advances In Geosciences, 1, Sayfa: 33-38, 2003
- /9/ Albertella, A., Migliaccio, F., Sanso, F. : GOCE: The earth Gravity Field by Space Gradiometry, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 83, Sayfa: 1-15, 2002
- /10/ ESA : Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer Reports for Assessment, ESA SP-1233(1), ESTEC, Noordwijk, 1999
- /11/ Sneeuw, N., : A Semi-Analytical Approach To Gravity Field Analysis From Satellite Observations, Heft Nr. 527, DGK, München, 2002
- /12/ Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P., Woodworth, P. : Dedicated Gravity Field Missions-Principles And Aims, Journal Of Geodynamics, 33, Sayfa: 3-20, 2002

- /13/ Goce Project Büro : <http://www.goce-projektbuero.de/>
(giriş tarihi 31.10.2005)
- /14/ Karşlıoğlu, M.O. : Regelungsentwürfe für die Steuerung geodetisch nutzbarer Erdsatelliten, AVN (Allgemeine Vermessung Nachrichten) 3, Sayfa: 109-116, 2001
- /15/ Karşlıoğlu, M.O. : Thermodynamical Parasitic Forces in High Precision Accelerometers on Board of a Drag Free Satellite, Sensors and Actuators A: Physical, 111, 2-3, Sayfa: 229-235, 2004