

## ÖZET

GPS ile bulunan koordinatların uygulamada kullanılabilmesi jeoid yüksekliklerinin bilinmesini gerektirdiğinden duyarlı jeoidin belirlenmesi Türkiye'nin önemli güncel jeodezik sorunlardan biridir. En küçük karelerle kolokasyon (EKKK) yöntemiyle jeoid belirlemek amacıyla Türkiye  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  boyutlu 114 bölgeye ayrılmıştır. GPM2-T1 yerpotansiyel modeline dayalı olarak EKKK ile her bölgede jeoid belirlenmektedir. Sınırları  $0^{\circ}.5$  genişletilen bölgelerde  $5' \times 5'$  sıkılıkta seçilen yerey etkisi giderilmiş nokta gravite ölçüleri kullanılmıştır. Yerey etkisi hesabında  $15' \times 20'$  grid köşe yükseklikleri ile  $5' \times 5'$  ve  $15' \times 15'$  boyutlu bölme ortalama yüksekliklerine dayalı artık yerey modeli kullanılmıştır. Ayrıca artık yerey modelinin jeoid üzerindeki dolaylı etkisi de gözönünde bulundurulmuştur. Her  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  boyutlu bölge içinde oluşturulan  $3' \times 3'$  grid köşelerinde GRS-80 elipsoidine dayalı jeoid hesaplanmış, hesaplarda kullanılmayan gravite ölçü noktalarında gravite prediksiyonu yapılmış, hesap ve ölçü değerleri arasındaki farkların RMS değeri  $\pm 3$  mgal bulunmuştur. Ayrıca GPS nivellâmani ile bulunan jeoid yükseklikleri ile karşılaştırma yapılmış ve TG-91'in ortalama 45 km kenarlar için 1.5 - 2.1 ppm doğruluğu sağladığı belirlenmiştir.

## ABSTRACT

*Precise geoid determination is one of the main current geodetic problem of Turkey since GPS defined coordinates require geoidal heights in practice. In order to determine the geoid by least squares collocation (LSC) the area covering Turkey was divided into 114 blocks of size  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ . LSC approximation to the geoid based upon the geopotential model GPM2-T1 is constructed within each block. Terrain effect reduced point gravity data spaced  $5' \times 5'$  within each block which the sides extended  $0^{\circ}.5$  were used. Residual terrain model (RTM) depends on point heights at  $15' \times 20'$  gridding and  $5' \times 5'$  and  $15' \times 15'$  mean heights has been carried out in terrain effect reduction. Indirect effect of RTM on geoid is also taken into account. The geoid referenced to GRS-80 ellipsoid has been computed at  $3' \times 3'$  gridding nodes within each block. Gravity prediction has been carried out at the points which are not used in computations and root mean square of the differences is  $\pm 3.01$  mgal. The computed geoidal height differences were also compared with GPS-derived values and it is determined that Turkish Geoid-1991 satisfies 1.5-2.1 ppm accuracy for average baseline lenght of 45 km.*

## 1. GİRİŞ

GPS ile görelî konumlamada enlem ve boylam farkları 1 ppm, elipsoid yükseklik farkının ( $\Delta h$ ) 1-2 ppm doğrulukta belirlenmesi, bu teknolojinin jeodezik önemini artırmaktadır. Geometrik karaktere sahip h elipsoid yüksekliği noktalарın dönel elipsoidden olan yüksekliğidir. Uygulamada jeoidi başlangıç yüzeyi kabul eden ortometrik yükseklik kullanıldığından, elipsoid ile jeoid arasındaki yükseklik farkı olan N jeoid yüksekliği bilinmelidir. Ortometrik yüksekliğe jeoid yüksekliği eklenerek,

$$h = H + N \quad (1)$$

eşitliği ile elipsoid yüksekliği bulunur. GPS ile görelî konumlamada iki nokta arasındaki elipsoid yükseklik farkı ölçülmekte ve bu noktalar arasındaki jeoid yükseklik farkından yararla,

$$\Delta H = \Delta h - \Delta N \quad (2)$$

ile  $\Delta H$  ortometrik yükseklik farkı bulunmaktadır. (1) ve (2) eşitliği ile ortometrik yükseklik ve ortometrik yükseklik farkını belirlemek için jeoid yüksekliği veya jeoid yükseklik farkının belirlenmesi gerekmektedir. Ayrıca WGS84 sisteminde belirlenen nokta koordinatları kullanımında olan yerel datuma (örn. TUD-54, ED50) dönüştürülmelidir. Bu dönüşümün yanısıra mevcut yersel ağları iyileştirmek amacıyla kenarları indirmek, düşey datumu ve yerel kitle anomalilerini belirlemek için duyarlı jEOIDE ihtiyaç vardır.

Türkiye'de jeoid belirleme çalışmalarının geçmişi oldukça kısıdadır. Astrojeodezik jeoidi çekül sapmalarından hesaplamak amacıyla iki çalışma yapılmıştır (Ayan, 1976; Gürkan, 1978). Ancak bu çalışmalarda kullanılan çekül sapmaları heterojen olup yeterli sayı ve sıklıkta olmadığından belirlenen jeoidler gürçel jeodezik ihtiyaçları karşılamaktan uzaktır. Doppler çalışmaları ile birlikte nivelman noktalarında yapılan doppler ölçülerinden yararlanarak doppler jeoidini belirleme çalışmaları yapılmıştır (Ayhan vd., 1987). Ancak doğruluğu yeterli olmaması nedeniyle doppler jeoidi belirleme çalışmalarına ara verilmiştir. 80'li yılların sonuna doğru duyarlı jeoid belirlemek için veri toplama ve düzenleme çalışmalarına başlanıp hız verilmiştir. Bu amaçla Türkiye topografyası 450m x 450m sıklıkta sayısallaştırılmış ve 1956 yılında başlanan gravite ölçüleri düzenlenerek geçici ulusal gravite kütüğü hazırlanmıştır. Yükseklik ve gravite verilerinin derlenmesinden hemen sonra GPM2 yer potan-

siyeli katsayıları Türkiye koşullarına uygun bölgесel geliştirilip GPM2-T1 yer potansiyel modeli oluşturularak Türkiye jeodi hesaplama çalışmaları başlamıştır. Mevcut veri ve yazılım ile öncelikle Ankara yakınında seçilen  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik test bölgesinde; GPM2-T1 yer potansiyeli, gravite ve yükseklik ölçüleri en küçük karelerle kolokasyon (EKKK) yöntemiyle değerlendirilip bir yerel jeoid bulunmuştur. Bu çalışmanın ayrıntıları Ayhan (1991 a)'da verilmektedir. Test bölgesinde elde edilen sonuçlar gözönünde tutularak aynı çalışma Türkiye için gerçekleştirilmiş Türkiye Jeodi-1991 (TG-91) hesaplanmıştır (Ayhan, 1991).

Bölgесel gravite alanını belirlemek amacıyla integral (geleneksel veya FFT) ve kolokasyon yöntemleri kullanılır. Bölgенin özelliğine, ölçülerin tür ve dağılımına ve bilgisayar olanağına bağlı olarak yöntemlerin uygulanmasında farklı stratejiler izlenmektedir (Lachapelle-Tscherning, 1978:, Denker vd., 1986; Tscherning-Forsberg, 1986; Sünkel,vd.1987; Schwarz vd.,1987; Vanicek-Klausberg, 1987; Arabelos, 1989). Kendi içlerinde tutarlı olan yöntem ve stratejilerin aynı bölgede farklı sonuçlar verdiği de görülmektedir (Schwarz-Sideris, 1985; Rapp-Kadir, 1989). Türkiye jeoidini belirlemek amacıyla heterojen veri kümesini değerlendirmeye uygun EKKK yöntemi seçilmiş olup 2 nci bölümde açıklanmaktadır. 3 üncü bölümde bu çalışmada kullanılan ölçüler ve 4 üncü bölümde ise TG-91'i belirlemek amacıyla yapılan sayısal uygulama ile bu jeoidin doğruluğu ile ilgili karşılaştırma sonuçları verilmektedir.

## 2. EN KOÇOK KARELERLE KOLOKASYON (EKKK)

EKKK yöntemiyle gravite alanının belirlenmesi kuramsal ve sayısal olarak birçok kaynakta verilmektedir (Moritz, 1980; Tscherning, 1984). Bu bölümde EKKK yöntemiyle jeoidin belirlenmesi kısaca açıklanmaktadır.

N jeoid yüksekliği; gravite spektrumunun uzun, orta ve kısa dalga boylu etkilerine benzer olarak

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad (3)$$

yazılabilir. Burada  $N_1$ ,  $N_2$  ve  $N_3$ ; sırasıyla jeoid yüksekliğinin uzun, orta ve kısa dalga boylu parçalarıdır (Schwarz, 1984). (3) eşitliğindeki  $N_1$ , yer potansiyeli katsayılarından yararla,

$$N_1 = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{\ell=2}^{\ell_{\max}} \left( \frac{a}{r} \right)^{\ell} \sum_{m=0}^{\ell} (\overline{\Delta C}_{\ell m} \cos m\lambda + \overline{\Delta S}_{\ell m} \sin m\lambda) \overline{P}_{\ell m}(\cos \psi) \quad (4)$$

ile hesaplanır. Burada  $G$  Newton çekim sabiti,  $M$  yerin kütlesi  $\gamma$  normal gravite,  $\Delta C$ ,  $\Delta S$  tam normalleştirilmiş katsayılar,  $\bar{P}_m(\cdot)$  tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları,  $\psi$  küresel uzaklık,  $a$  elipsoidin büyük yarı eksen,  $r$  konum vektörünün büyülüklüğü,  $\lambda$  derece,  $m$  sıra ve  $\lambda_{\max}$  en büyük derece anlamındadır (Schwarz vd., 1987; Forsberg-Madsen, 1990).

Topografik yükseklikler kısa dalgaboylu etkileri kapsadığından (3) eşitliğindeki  $N_3$  parçasının belirlenmesinde kullanılır. Kısa dalga boylu etkiler elimine edilerek gravite alanını yumuşatmak için değişik topografik indirgeme yöntemleri uygulanmaktadır. Bu yöntemlerden en uygunu yer kabuğunun isostatik dengede olduğunu gözönünde bulunduran isostatik indirgemedir. Ancak isostatik denge global oluştugundan isostatik indirgemenin geniş bir bölgeye giren yükseklikler ile hesaplanması gerekmekte, bu da hem hesaplama zamanını uzatmakta hem de veri toplamada sorunlar yaratmaktadır. Bu nedenle küçük bir bölgeye giren yüksekliklerle hesaplanabilen, isostatik indirgeme ile aynı sonuçları veren, yaklaşık bir topografik indirgeme yöntemi uygulanacaktır. Bu yöntem, fiziksel yeryüzü ile  $15' \times 15'$  veya  $30' \times 30'$  lik ortalama yüksekliklerin oluşturduğu referans yüzeyi arasında kalan artık yerey modeli ismi ile anılan artık ve noksancı kitlelerin çekim etkilerine dayalıdır. Küçük hacimleri dolduran artık ve noksancı kitlelerin etkileri ters işaretli olduklarından birbirlerini götürür ve ayrıca hesap noktasından uzaklaşıkça küçülür. Bu nedenle hesap noktasının yakın çevresindeki yüksekliklerle yerel uygulanması yeterlidir (Forsberg-Tscherning, 1981; Forsberg-Madsen, 1981; Forsberg, 1984; Kearsley vd., 1985).

Yukarıdaki düşünceler göz önünde tutulduğunda jeoid belirleme sorunu (3) eşitliğindeki  $N_2$  değerinin hesaplanması ile özdeş olmaktadır. Spektrumun uzun, orta ve kısa dalga boylu sinyallerine karşı hemen hemen aynı duyarlığı gösteren  $\Delta g_F$  serbest hava anomalileri,

$$\Delta g_F = \Delta g_1 + \Delta g_2 + \Delta g_3 \quad (5)$$

ile üç parçaya ayrılır. Uzun dalgaboylu  $\Delta g_1$  yer potansiyeli katsayılarından, kısa dalga boylu  $\Delta g_3$  ise artık yerey modelinin dolaylı etkisi olarak bulunur. Yeryüzündeki  $P$  ölçü noktasında artık yerey modelinin çekimi ile noktanın jeoidden kojeoide indirgeme değerlerinin toplamı artık yerey modelinin dolaylı etkisini oluşturur (Wichiencharoen, 1982; Forsberg, 1984; Kearsley vd., 1985). Yer potansiyeli katsayıları ve artık yerey modeli ile yumuşatılan, yalnızca orta boylu dalgaboylu sinyalleri kapsayan gravite alanına ait  $\Delta g_2$  değerleri

artık anomali ismi ile anılır ve EKKK yöntemi ile  $N_2$  hesabında ölçü olarak kullanılır. Jeoid üzerindeki herhangi bir  $P_o$  noktasında  $N_2$  değeri;

$$N_2 = C_{N_2 \Delta g_2} \bar{C}^{-1} \Delta g_2 \quad (6)$$

ve hata varyansı

$$\sigma^2_{N_2} = C_{N_2 N_2} - C_{N_2 \Delta g_2} \bar{C}^{-1} C_{N_2 \Delta g_2}^T \quad (7)$$

EKKK yönteminin temel eşitlikleri ile hesaplanır (Moritz, 1980; Schwarz vd., 1987; Forsberg-Madsen, 1990). Burada

$$\bar{C} = C_{\Delta g_2 \Delta g_2} + C_{nn} \quad (8)$$

$C_{N_2 \Delta g_2}$  jeoid yüksekliği ile gravite anomalisi çapraz kovaryans matrisi,  $C_{N_2 N_2}$  jeoid yüksekliği özkovaryans matrisi,  $C_{\Delta g_2 \Delta g_2}$  gravite anomali özkovaryans matrisi,  $C_{nn}$  anomali hata kovaryans matrisidir ( $\sigma^2$  anomali hata varyansı, I; birim matris olmak üzere  $C_{nn} = \sigma^2 I$  ile tanımlanır).

(6)-(8) eşitliklerinden jeoid yüksekliği ve hata varyanslarını hesaplamak için öncelikle bu eşitliklerde geçen jeoid yüksekliği ve anomalilerin çapraz ve özkovaryans fonksiyonları belirlenmelidir. W gravite potansiyeli, U normal potansiyel olmak üzere  $T=W-U$  ile tanımlı T bozucu potansiyel ile fonksiyonelleri arasında fonksiyonel ilişkiler olduğu bilinmektedir. Bu nedenle  $K(P,Q)$  bozucu potansiyel kovaryans fonksiyonu seçilerek kovaryans yaşılma yasası ile jeoid yüksekliği ve gravite anomalisi çapraz ve özkovaryans fonksiyonları  $K(P,Q)$ 'dan türetilcektir.  $N_1$ 'in hesabında kullanılan  $\ell_{max}$  nci derece ve sıraya kadar yer potansiyeli katsayılarının belirli hatalara sahip olduğu göz önünde tutularak  $K(P,Q)$  yerel model kovaryans fonksiyonu;

$$K(P,Q) = \sum_{\ell=2}^{\ell_{max}} \sigma_{\ell}^e \left( \frac{R_B}{r_p r_Q} \right)^{\ell+1} P_{\ell}(\cos \psi_{PQ}) + \sum_{\ell=\ell_{max}+1}^{\infty} \sigma_{\ell}^e \left( \frac{R_B}{r_p r_Q} \right)^{\ell+1} P_{\ell}(\cos \psi_{PQ}) \quad (9)$$

olarak seçilmektedir. Burada  $R_B$  Bjerhammar yarıçapı, a ölçek faktörü,  $\sigma_{\ell}^e$  hata derece varyansıdır ve  $\Delta C_{\ell m}$   $\Delta S_{\ell m}$  katsayılarının hata varyansları cinsinden;

$$\sigma_{\ell}^e = \left( \frac{GM}{R} \right)^2 \sum_{m=0}^{\ell} (\sigma^2(\Delta C_{\ell m}) + \sigma^2(\Delta S_{\ell m})) \quad (10)$$

ile bulunur.  $\sigma_{\ell}$  ise derece varyansı olup

$$\sigma_{\ell} = \frac{A}{(\ell-1)(\ell-2)(\ell+24)} \quad \ell > 2 \quad (11)$$

ile tanımlanır. Burada R ortalama yer yarıçapı olup 6371 km alınmakta, A ise deneysel belirlenen bir ölçek faktörüdür (Tscherning-Rapp, 1974; Tscherning, 1984; Knusen, 1989; Arabelos vd., 1987). (9) ile verilen yerel model kovaryans fonksiyonunun belirli olması için a, a ve  $R_B$  bilinmeyen serbest parameteleri bölgeye uygun olarak deneysel belirlenir.

### 3. ÖLÇÜ TÜRLERİ VE ÖZELLİKLERİ

Bozucu potansiyelin fonksiyoneli olan ölçüler gravite spektrumunun farklı bölgeleri ile ilgili bilgiye sahiptir. Spektrumun uzun, orta ve kısa dalga boylu parçalarını belirlemeye uygun ölçülerin seçilmesi ve değerlendirilmesi önemlidir. Bu çalışmada yer potansiyeli katsayıları, gravite ve topografik yükseklik ölçüleri topluca değerlendirilerek jeoid belirlenecektir. Aşağıda bu ölçülerin özellikleri ayrı ayrı açıklanmaktadır.

#### a. Yer Potansiyel Modeli Küresel Harmonik Katsayıları

Yer potansiyel modeli gravite alanı için bir referans alanı oluşturur. Bu nedenle yüksek doğrulukta ve gravite alanı değişimlerini iyi temsil eden yer potansiyel modelinin kullanılması yerel ve bölgesel jeoid hesabında orta ve kısa dalga boylu etkilerin doğru belirlenmesi için gereklidir. Mevcut yer potansiyel modelleri oluştururken, Türkiye'deki 3-5 km sıklıklı gravite ölçüleri kullanılamadığından, seçilecek bir yer potansiyel modeli katsayılarının bölgesel geliştirilmesine karar verilmiştir. Böylece Türkiye'deki gravite alanı değişimleri yumoşlaştırarak jeoidin daha doğru belirlenmesi planlanmıştır. Bu amaçla Türkiye'yi kaplayan 103 adet  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik bölgede ortalama yükseklik ve ortalama serbest hava anomalisi belirlenmiştir. Ortalama yükseklikler, özellikleri daha sonra açıklanan 450m x 450m topografik yüksekliklerin aritmetik ortalaması ile bulunmuştur. Ortalama anomalileri hesaplamak için  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik bölgeler önce  $6' \times 10'$  lik alt bölgelere ayrılmıştır. Alt bölgelerde nokta gravite ölçülerinden ortalama Bcuguer anomalileri ve 450m x 450m yüksekliklerden ortalama yükseklikler hesaplanmıştır. Daha sonra her alt bölgelenin ortalama serbest hava anomalisi hesaplanmış ve  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik bölgeye giren  $6' \times 10'$  lik alt bölgelerin ortalama serbest hava anomalilerinin ortalaması alınarak  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik ortalama anomali bulunmuştur. Türkiye'yi kapsa-

yan  $103^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik bölgede, yukarıda açıklanan yöntemle bulunan ortalama anomaliler ile GPM2 yer potansiyel katsayılarıyla aynı  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  lik bölgelerde bulunan ortalama anomaliler arasındaki farkların küresel harmonik analiziyle GPM2-T1 yer potansiyel modeli oluşturulmuştur. Ölçüler sınırlı bir bölge içinde olduğundan 200 üncü derece ve sıradan GPM2 yer potansiyelinin 22-200 üncü derece ve sıradan katsayıları geliştirilmiştir. Hesaplamalar Wenzel (1985) ve Weber-Zomorodian (1988)'de açıklanan yöntem kullanılarak Weber ve Wenzel'in PMITES yazılımı ile VAX 11/780 bilgisayarında yapılmıştır.

### b. Gravite Ölçüleri

Geçici ulusal gravite kütüğünde,  $34^{\circ}30' - 42^{\circ}30'$  enlemleri ve  $25^{\circ}30' - 45^{\circ}00'$  boylamları ile sınırlı bölgede 3-5 km sıklıklı 62250 nokta gravite ölçüsü yer almaktadır. Gravite değerleri düzenlenmiş Potsdam datumunda olup  $\pm 3$  mgal duyarlık öngörülmektedir. Söz konusu gravite kütüğü 624 kayıttan oluşur. Yukarıda sınırları verilen bölge içinde oluşturulan  $30' \times 30'$  lik bir alt bölgedeki gravite ölçüleri bu kütüğün bir kaydında bulunur. Doğrudan erişimli gravite kütüğündeki her noktada; noktanın numarası, enlem, boylam (ED-50 datumunda), ortometrik yükseklik, ölçülen gravite ve GRS80 sisteminde serbest hava anomalisi bulunur. Geçici ulusal gravite kütüğü hazırlanırken kaba hatalı ölçüleri belirlemek için iki ayrı kontrol yapılmıştır. Bu kontroller sonunda ölçülerin  $\pm 0.04$ 'ü kaba hatalı bulunarak atılmış ve 62250 ölçüden oluşan kütük oluşturulmuştur. Kontrolu yapılmış ölçüler arasında hâlâ daha kaba hatalı ölçülerin olabileceği gözönünde bulundurularak yeni kontrol çalışmaları planlanmaktadır.

Geçici gravite kütüğündeki noktalarda, GPM2-T1 yer potansiyelinin 180 nci derece ve sıradan katsayılarıyla  $\Delta g_1$  ve  $450m \times 450m$  yükseklikler ile artık yerey modelinin dolaylı etkisi  $\Delta g_3$  hesaplanmış ve her noktada ( $\Delta g_F - \Delta g_1$ ) ve  $\Delta g_3$  değerleri de eklenecek ulusal gravite kütüğü hazırlanmıştır. Böylece jeoid belirleme çalışmalarında bilgisayar kullanım zamanı azaltılmıştır. Çevre denizlerde gravite ölçüleri sağlanmadığından bu kütükte yalnızca kara üzerindeki noktalarda yapılan ölçüler yer almaktadır.

### c. Topografik Yükseklikler

$34^{\circ}30' - 42^{\circ}30'$  enlem ve  $25^{\circ}30' - 45^{\circ}00'$  boylamları ile sınırlı bölgede topografik yükseklikler 1/25 000 ölçekli (olmayan yerlerde 1/100 000) haritalar üzerinden  $450m \times 450m$  ( $15'' \times 20''$ ) grid köşelerinde sayısallaştırılmıştır. Bu değerler 1920 kayıttan doğrudan erişimli topografik yükseklik

kütüğünde yer almaktadır. Her kayıtta bir paralel daire üzerinde batıdan doğuya doğru 20" aralıklı 3510 noktadaki yükseklik bulunur. Bölgenin kuzey sınırını oluşturan paralel üzerindeki yüksekliklerin bulunduğu kaydın numarası bir olmak üzere kuzeyden güneye doğru 15" aralıklı her bir paralel daire numaralandırılmıştır. Bu temel topografik yükseklik kütüğüne ek olarak topografik indirgemede kullanmak amacıyla 5' x 5' , 15' x 15' , 30' x 30' ortalama yükseklik kütükleri de hazırlanmıştır. Ortalama yükseklikler aritmetik ortalama ile bulunmuştur. Topografik yükseklik kütüğü hazırlanırken kaba hata kontrolü yapılmış ancak hâlâ daha kaba hatalı yükseklikler olabileceği düşünülmektedir. Derinlik haritaları mevcut olmadığından denizlerde yükseklik sıfır kabul edilmiş göllerde ise göl yüzeyinin yüksekliği alınmıştır. Haritası olmayan bölgelerde yükseklik 9999 varsayılmış olup bu değerler hesaplarda kullanılmamıştır.

#### 4. TÜRKİYE JEOIDİ - 1991 (TG - 91) HESABI

Türkiye jeoidi-1991 bir önceki bölümde tür ve özelliklerini açıklanan üç grup ölçünün EKKK yöntemiyle değerlendirilmesiyle belirlenmiştir. EKKK yöntemiyle hesaplamalarda karşılaşılan en önemli dar boğaz (8) ve (9) eşitliklerindeki ölçü sayısının boyutunda  $\bar{C}$  kare matrisinin inversidir. Ulusal gravite kütüğünde 62250 ölçü bulunduğundan bu boyutta matris inversi bellek ve hesaplama zamanı açısından sorun yaratır. Bu nedenle bölgesel jeoid, ya adım adım EKKK yöntemiyle, ya her hesap noktası çevresinde seçilen bölgeye giren ölçülerle her nokta için ayrı EKKK çözümüyle, ya da uygun boyutlu alt bölgelerde yerel jeoid çözümleri yapılip daha sonra birleştirilerek belirlenmektedir (Tscherning, 1974; Tscherning-Forsberg, 1986; Tziavos, 1987). Türkiye jeoidi hesaplanırken alt bölgelerde yerel jeoid çözümleri yapılmış ve daha sonra bu çözümler birleştirilmiştir. Ancak yerel çözümlerin yapıldığı alt bölge boyutunun seçiminde değişik düşünce ve öneriler olup uygun boyutun belirlenmesi jeoidin doğruluğunu etkilemektedir (Tscherning, 1984; Sideris-Schwarz, 1986; Denker vd., 1986; Kearsley, 1988; Forsberg-Madsen, 1990). Bu çalışmada alt bölge boyutları ( $180/\ell_{max}$ ) kuralına uygun olarak belirlenmektedir (Tscherning, 1984). Ulusal gravite kütüğündeki ölçü noktalarında  $\Delta g_1$  değeri GPM2-T1 yer potansiyelinin  $\ell_{max}=180$  nci derece ve sıradan katsayılarıyla hesaplandığından alt bölge boyutu  $1^\circ \times 1^\circ$  seçilmiş ve  $36^\circ - 42^\circ$  enlemleri ve  $26^\circ - 45^\circ$  boyamları ile sınırlı bölgede 114 adet  $1^\circ \times 1^\circ$  alt bölge oluşturulmuştur. Alt bölgelerde  $3' \times 3'$  grid köşe noktalarında yerel jeoid çözümleri yapıldıından, artık yerey modelinin jeoid üzerindeki dolaylı etkisi  $N_3$  her alt bölgede aynı  $3' \times 3'$  grid sistemi köşelerinde hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler bir alt bölgedeki 441 köşe nokta değerleri bir kayıtta bulunacak biçimde 114 ka-

yıttan oluşan bir küükte düzenlenmiştir. Artık yerey modelinin gravite anomalisi ve jeoid üzerindeki dolaylı etkisi olan  $\Delta g_3$  ve  $N_3$  değerleri Forsberg(1984) de verilen TC yazılımı ile hesaplanmıştır. Yukarıda açıklanan ön işlemlerden sonra  $1^\circ \times 1^\circ$  alt bölgelerde  $3' \times 3'$  grid köşelerinde  $N_1$  ve  $N_2$  değerleri hesaplanmıştır.  $N_2$  değeri (6) eşitliğinden EKKK yöntemi ile belirlenirken, komşu alt bölgelerdeki jeoidlerin bir birine uyumunu sağlamak için alt bölgeler  $0.5^\circ$  genişletilip  $2^\circ \times 2^\circ$ 'lik bölgelerdeki artık anomaliler kullanılmıştır.(8) ve (9) eşitlikleri ile alt bölgelerde jeoid çözümüne başlamadan önce (11) eşitliği ile verilen  $K(P,Q)$  kovaryans fonksiyonunun  $a$ ,  $A$  ve  $R_B$  bilinmeyen parametreleri belirlenmelidir.Alt bölgelerin tamamı için geçerli tek bir kovaryans fonksiyonu belirlenebileceği gibi bölgenin özelliği nedeniyle her alt bölge için ayrı bir kovaryans fonksiyonu da tanımlanabilir. Engebeli topografyaya sahip olan Türkiye'de gravite alanındaki değişimler de büyük olduğundan, her alt bölge için ayrı bir kovaryans fonksiyonu belirleme yoluna gidilmiştir (Tscherning-Forsberg, 1986; Sünkel vd., 1987; Denker-Wenzel, 1987; Arabelos, 1989). Yeterli ölçü bulunmayan 11 alt bölgede kovaryans fonksiyonu belirlenmemiş ve jeoid çözümü yapılmamıştır. Alt bölgeler  $0.5^\circ$  (veya  $1^\circ$ ) genişletilerek  $2^\circ \times 2^\circ$  (veya  $3^\circ \times 3^\circ$ ) bölgelerde  $3' \times 3'$  (ölçü dağılımına bağlı olarak  $2' \times 2'$  ,  $4' \times 4'$  ,  $5' \times 5'$ ) grid köşelerine yakın seçilen artık anomaliler ile deneysel kovaryans sayıları hesaplanmıştır. Ayrıca her alt bölgede kovaryans fonksiyonun yerel belirleyici parametreleri olan  $C_o$  varyans,  $\zeta$  korelasyon uzunluğu ve  $\psi_o$  ilk sıfır nokta değerleri bulunmuştur. Kovaryans fonksiyonu parametrelerini belirlemek için değişik yöntemler uygulanmaktadır (Tscherning, 1974; 1984; Schwarz-Lachapelle, 1980; Goad, vd., 1984; Arabelos, vd., 1987; Knudsen, 1989). Bu çalışmada önce  $C_o$ ,  $\zeta$  ve  $\psi_o$  değerlerini kullanan iteratif bir yöntem ve daha sonra deneysel kovaryans sayılarından  $K(P,Q)$  fonksiyonunun bilinmeyen parametelerini en küçük karelerle denegeleme ile belirleyen Knudsen (1989)'da verilen yöntem düzenlenerek kullanılmıştır.

Komşu alt bölgelerdeki jeoid çözümlerinin ortak kenarları boyunca uyumunu sağlamak amacıyla alt bölgeler  $0.5^\circ$  genişletilerek bu bölgeye giren artık anomalilerin kullanılması düşünülmüştür. Ancak  $\bar{C}$  matrisi ölçü sayısı boyutunda olduğundan hem invers için gerekli bilgisayar zamanını kısaltmak hem de  $\bar{C}$  matrisinin ill-condition olmasını önlemek amacıyla, alt bölge içindeki artık anomaliler  $5' \times 5'$  grid köşelerinde seyrekleştirilmiş ve her alt bölgede ortalama 500 ölçü kullanılmıştır. Ayrıca (6) ve (7) eşitliklerindeki kovaryanslar Sünkel (1979)'da verilen yaklaşık kovaryans belirleme yöntemiyle hesaplanarak bilgisayar zamanı önemli miktarda azaltılmıştır. Her alt bölgede (4) ve (6) eşit-

likleri ile  $N_1$  ve  $N_2$  değerleri  $3' \times 3'$  grid köşelerinde hesaplandıktan sonra aynı grid köşelerdeki  $N_3$  değeriyle toplanıp jeoid yükseklikleri bulunmuştur. Böylece her alt bölgede  $3' \times 3'$  grid sisteminin 441 köşe noktasında GRS80 sisteminde jeoid yükseklikleri belirlenerek Türkiye Jeoidi-1991 (TG-91) elde edilmiştir (Şekil-1). Kovaryans fonksiyonu belirlenemeyen alt bölgelerde jeoid yükseklikleri GPM2-T1 yer potansiyeli katsayıları ile hesaplanmıştır. Bir alt bölgedeki 441 noktaya ait bilgiler aynı kayıttta olmak üzere jeoid yüksekliği kullanım kütüğü hazırlanmıştır. Bu kütükteki her noktada; nokta numarası (alt bölge içinde 1'den başlayarak), enlem, boylam ve jeoid yüksekliği ile duyarlılığı bulunur. Jeoid yükseklikleri için (7) ile bulunan hata varyansları ölçülerin dağılımına ve kovaryans fonksiyonunun uygunluğuna bağlı olarak  $\pm 4\text{cm}$  ile  $\pm 25\text{cm}$  arasında değerler almaktadır. TG-91'in EKKK yöntemi ile hesabında Tscherning (1974)'de verilen GEOCOL yazılımı kullanılmıştır.

Proje alanında herhangi bir noktanın jeoid yüksekliğini grid köşe değerlerinden doğrudan hesaplamak amacıyla bikübik spline fonksiyonları ile interpolasyon yöntemi kullanılmaktadır. Bilindiği gibi komşu alt bölgelerin ortak kenarları boyunca noktalarda birden fazla jeoid yüksekliği bulunmaktadır. Bu değerlerin birbirinden farklı olması nedeniyle alt bölgelerdeki jeoid çözümlerinin birleştirilmesi gerekmektedir. Bikübik spline fonksiyonları ile interpolasyon sırasında alt bölge ortak kenarları üzerindeki noktalarda bilinen jeoid yüksekliklerinin aritmetik ortalaması alınarak işlem yapılmakta ve böylece her noktada tek bir jeoid yüksekliği tanımlanmaktadır.

TG-91'in doğruluğunu araştırmak amacıyla Türkiye topografyasını temsil eden, farklı engebelikte 14 adet  $1^\circ \times 1^\circ$  lik alt bölge seçilerek gravite prediksyonu yapılmıştır. Alt bölgelerin  $30' \times 30'$  lik merkezi bölgelerinde, daha önce ölçü olarak kullanılmayan gravite ölçü noktaları test noktası seçilip bu noktalarda gravite hesaplanmıştır. Test noktalarındaki ölçü ve hesap farklılarına ait istatistikler tablo 1'de gösterilmektedir. Tabloda ortalama ve RMS'in büyük olduğu alt bölgeler (örn. 50, 62, 75) engebeli, küçük olduğu alt bölgeler (örn. 7, 83) ise az engebelidir. Tüm bölgeler için farkların ortalaması  $-0.25 \text{ mgal}$  ve RMS  $\pm 3.01 \text{ mgal}$ 'dır. Ulusal gravite kütüğündeki ölçülerin  $\pm 3 \text{ mgal}$  doğrulukta olduğu gözünde tutulursa uygulanan EKKK çözümlerinin güvenilir olduğu sonucuna varılmaktadır.

Belirlenen jeoidin doğruluğunu incelemek için ikinci bir karşılaştırma daha yapılmıştır. EGE graber sistemini izlemek amacıyla kurulan 32 noktalı GPS ağında seçilen 11 kenar boyunca GPS nivelmanı ve TG-91'den bulunan geo-

TABLO - 1 : Gravite Kestirimi

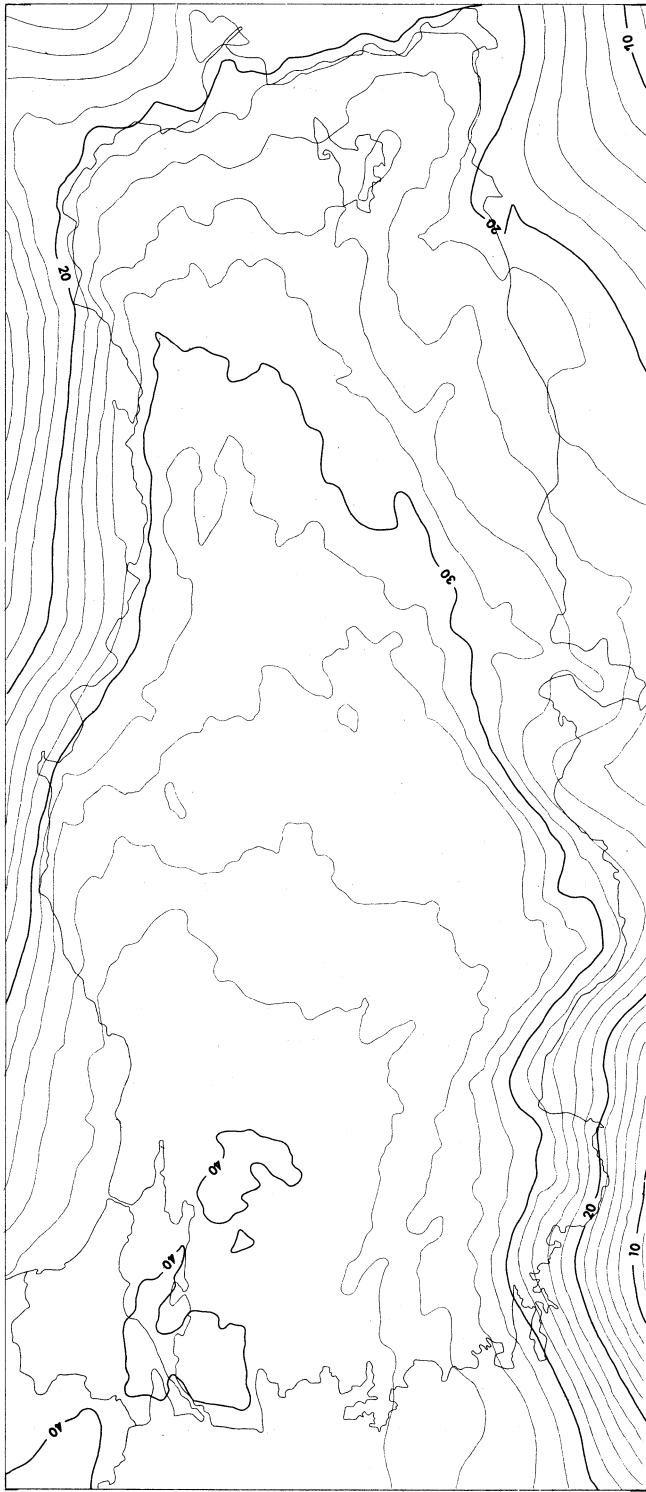
Bölge	Ölçü Sayısı	Test Nok. Sayısı	Ortalama (mgal)	RMS (mgal)	Minumum (mgal)	Maximum (mgal)
7	575	80	+ 0.02	± 1.67	- 4.43	3.94
15	603	73	- 0.92	± 4.33	+ 8.24	9.31
23	602	72	+ 0.03	± 4.02	- 9.90	9.79
27	620	80	+ 0.24	± 2.84	- 6.26	7.76
32	563	78	+ 0.57	± 3.03	- 7.19	6.95
39	609	80	- 0.11	± 2.31	- 5.20	8.02
50	621	72	+ 0.58	± 4.04	- 9.84	9.01
52	614	70	- 0.42	± 3.66	- 8.83	7.78
53	575	78	- 1.20	± 2.80	- 6.99	3.19
62	577	73	- 1.50	± 3.91	- 9.89	8.78
75	578	75	- 0.96	± 3.32	- 9.45	6.03
83	505	80	- 0.07	± 1.29	- 3.13	3.51
92	520	80	+ 0.43	± 3.18	- 9.18	7.53
94	583	57	- 0.19	± 2.98	- 5.85	8.78
Ortalama			- 0.25	± 3.01		

id yükseklik farkları karşılaştırılmıştır. GPS ile bulunan  $\Delta h$  elipsoid yükseklik farkları ve geometrik nivelman ile bulunan ortometrik yükseklik farkları (2) eşitliğinde yerine konularak  $\Delta N_{GPS}$  bulunmuştur. Kenarların üç noktalarında TG-91 jeoid yükseklikleri; 3' x 3' grid köşe değerlerinden bikübik spline fonksiyonları ile interpolate edilerek bulunmuş ve farkları alınarak  $\Delta N$  elde edilmiştir. Her iki yöntemle bulunan jeoid yükseklik farkları tablo-2'de verilmektedir. İki ayrı yöntemle bulunan jeoid yükseklik farklarının uyumunu incelemek üzere

$$RMS = \pm \left( \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h - \Delta H - \Delta N)_i^2}{n} \right)^{1/2} \quad (12)$$

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Delta h - \Delta H - \Delta N}{S} \right)_i \quad (13)$$

Ölçütleri hesaplanmış ve tablo 2'de verilmektedir (Sideris-Schwarz 1985). Bu-  
rada  $S_i$  i nci kenarın uzunlugudur. Karşılaştırmanın yapıldığı GPS noktaları



Sekil-1 : Türkiye Jeodi - 1991 (GRS - 80 ellipsoidi)

SCALE 1 : 6750000

TABLO - 2 : Jeoid Yükseklik Farkları

Bazlar	Uzunluk (km)	$\Delta N_{GPS}$ (m)	$\Delta N$ (m)
D06 - D09	39.6	0.75	0.86
D09 - D41	46.0	- 0.01	0.14
D09 - D12	64.2	- 1.06	- 1.26
D12 - D19	55.7	1.23	1.41
D36 - D16	55.3	0.15	0.21
D16 - D18	45.0	- 0.26	- 0.19
D19 - D46	37.3	0.73	0.74
D13 - ODM	30.4	0.14	0.19
D23 - D25	22.4	0.88	0.87
D25 - D24	40.7	0.85	0.66
D24 - CIN	57.2	- 1.25	- 1.22
$\bar{S}$ (km)	44.9		
RMS (m)	0.07		
RMS/ $\bar{S}$ (ppm)	1.5		
$\bar{a}$ (ppm)	2.1		

dağılık bir bölgede bulunmakta olup tablo-2'deki değerler incelendiğinde, TG-91 jeoidinin ortalama 45 km kenarlar için 1.5 - 2.1 ppm doğruluğu sağladığı görülmektedir. Benzer sonuçlar Engelis, vd. (1984, 1985) ile Schwarz, vd. (1987)'de yapılan karşılaştırmalarda da bulunmuştur.

## 5. SONUÇLAR

Son on yıl boyunca sürdürülen duyarlı jeoid belirleme çalışmalarının ilk aşama ürünü olan TG-91 EKKK yöntemiyle hesaplanmıştır. Alt bölgelerde bulunan EKKK çözümleriyle test noktalarında yapılan gravite kestiriminde hesap ve ölçü farkları için ortalamanın -0.25 mgal ve RMS'in  $\pm 3.01$  mgal bulunması çözümlerin anlamlılığını göstermektedir. Ayrıca GPS nivelmanı ile bulunan jeoid yükseklik farklarıyla karşılaştırmada ortalama 45 km uzunluklu kenarlar için 1.5 - 2.1 ppm doğruluk elde edilmiştir.

Mevcut gravite ve yükseklik kütüklerinin güncelleştirilmesi ve kaba hataların araştırılması önemli bir konudur. Çevre denizlerin derinlik haritaları

ile deniz gravite ölçülerinin temin edilmesi her iki kütüğün güncelleştirilmesi için gereklidir. Güncelleştirilen bu iki kütükten yararla  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  ve  $30' \times 30'$  lik ortalamaların yeniden belirlenip bölgесel geliştirilen yeni yer potansiyeli modellerinin jeoid hesabında referans alanı olarak kullanılması hesap doğruluğunu artıracaktır.

### K A Y N A K L A R

- /1/ Arabelos,D. : Gravity field approximation in the area of Greece with emphasis on local characteristics. Bull. Geod. Vol.63, No.1, pp.69-84. 1989
- /2/ Arabelos,D., P.Knudsen, C.C.Tscherning. : Covariance and bias treatment with combining gravimetry, altimeter and gradiometer data by collocation. XIX General Assembly IUGG, Vancouver. 1987
- /3/ Ayan,T. : Astrogeodatische Geoidberechnung für das Gebiet der Turkei. Karlsruhe. 1976
- /4/ Ayhan,E. : Yerel jeoidin en küçük karelerle kolokasyon yöntemiyle belirlenmesi. Harita Dergisi, No.106,pp. 91-110 1991 a.
- /5/ Ayhan,E. : Geoid determination using Tailored Geopotential Model and Least Squares Collocation in Turkey General Assembly, IUGG, Wien, 1991 b.
- /6/ Ayhan,E.,Bank,E., Lenk,O.,Şeker,A. : South-Western Anatolia (Aegean Region) doppler geoid. Bolletino di Geod. e Sci. Afini. Anno LXVI, No.4, pp.293-308. 1987
- /7/ Denker,H.,W.Torge, H.-G.Wenzel,G.Weber, D.Lelgeman, : Strategies and requirements for a new European geoid computations. Proc.of the Int., Symp.,on the Definition of the Geoid, Florance, 1986.
- /8/ Denker,H.,H.-G.Wenzel : Local geoid determination and comparison with GPS results. Bull.Geod., Vol. 61, No. 4, pp. 349-366. 1987.
- /9/ Engelis,T., R.H.Rapp, C.C.Tscherning : The precise computations of geoid undulation differences with comparison to results obtained from the global positioning system. Geophy.Res.Lett., Vol.11,No.9,pp.821-824. 1984

- /10/ Engelis,T.,R.H.Rapp., : Measuring orthometric height differences  
Y.Bock with GPS and gravity data. Manuscripta  
Geodaetica,Vol.10,No.3,pp.187-194.1985
- /11/ Forsberg,R. : A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. OSU, Dept. of Geod. Sci., Rept. No.355, Columbus. 1984
- /12/ Forsberg,R., F.Madsen. : Geoid prediction in northern Greenland using collocation and digital terrain models. Anns.Geophys., Vol.37, No.1, pp.31-36. 1981
- /13/ Forsberg,R., C.C.Tscherning. : The use of height data in gravity field approximation by collocation JGR, Vol.86, No.B9, pp.7843-7854. 1981
- /14/ Forsberg,R., F.Madsen. : High-precision geoid heights for GPS levelling.Presented at GPS-90 symp.,Ottawa. 1990
- /15/ Goad,C.C.,M.M.Chin, C.C.Tscherning. : Gravity empirical covariance values for the continental United States. JGR,Vol.89, No.B9, pp.7962-7968. 1984
- /16/ Gürkan,O. : Astrogeodetic network distortion and Turkish first order triangulation networks. K.T.Ü.Trabzon. 1978
- /17/ Kearsley,A.H.W., : Tests on the recovery of precise geoid height differences from gravimetry. JGR, Vol.93,No.B6,pp.6559-6570. 1988
- /18/ Kearsley,A.H.W., M.G.Sideris,J.Krynski, R.Forsberg,K.P.Schwarz. : White sands revisited. A comparison of techniques to predict deflections of the vertical. UCSE, Rept.No.3007,Calgary.1985
- /19/ Kearsley,A.H.W., R.Forsberg. : Tailored geopotential models-applications and shortcomings.Manuscripta Geodaetica, Vol.15,No.3,pp.151-158. 1990
- /20/ Knudsen,P. : Determination of local empirical covariance functions from residual terrain reduced altimeter data.OSU,Dept.of Geod. Sci.,Rept.No.395, Columbus. 1989

- /21/ Lachapelle,G.,  
C.C.Tscherning. : Use of collocation for predicting geoid undulations and related quantities over large areas. Proc.of the Int.Sym.on the geoid in Europe and Mediterranean Area,Ancona,pp.133-152. 1978
- /22/ Moritz,H. : Advanced physical geodesy. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe. 1980
- /23/ Rapp,R.H. : Global potential solutions.(In:Mathematical and numerical techniques in physical geodesy.Ed.H.Sünkel,Springer Verlag,pp.365-415). 1986
- /24/ Rapp,R.H.,M.Kadir. : A preliminary geoid for the state of Tennessee. Surveying and Mapping. Vol.48,No.4, pp.251-260. 1988
- /25/ Schwarz,K.P. : Data types and their spectral properties. (In: Local gravity field approximation.Ed. K.P.Schwarz,UCSE, Pub.60003,pp.1-66).1985
- /26/ Schwarz,K.P.,  
G.Lachapelle. : Local characteristic of the gravity anomaly covariance function. Bull.Geod.,Vol.54,No.1, pp.21-26, 1980.
- /27/ Schwarz,K.P.,  
M.G.Sideris. : Precise geoid heights and their use in GPS-interferometry. Geodetic Survey of Canada, Dept.of Energy,Mines and Resources, Ottawa. 1985
- /28/ Schwarz,K.P.,  
M.G.Sideris,  
R.Forsberg. : Orthometric heights without levelling. Jour. of Surv. Eng.,Vol.113, No.1, pp.28-40.1987
- /29/ Sideris,M.G.,  
K.P.Schwarz. : Improvements of medium and short wavelength features of geopotential solutions by local data. 1986
- /30/ Sünkel,H. : A covariance approximation procedure. OSU, Dept. of Geod. Sci., Rept. No.286,Columbus. 1979

- /31/ Sünkel,H.,N.Bartelme, : The gravite field in Austria,IUGG XIX, General Assembly,Proc. of the IAG sym.Vol.2, pp.475-503. 1987
- /32/ Torge,W.,T.Basic, H.Denker,I.Dolift, H.-G.Wenzel. : Long range geoid control through the European GPS traverse. DGK, Reihe B, Heft Nr. 290. 1989
- /33/ Tscherning,C.C. : A FORTRAN IV program for the determination of the anomalous potential using stepwise least squares collocation. OSU, Dept. of Geod. Sci.,Rept.No.212,Columbus. 1974
- /34/ Tscherning,C.C. : Local approximation of the gravity potential by least squares collocation(In: Local gravity field approximation.Ed. by K.P.Schwarz,UCSE, Pub.60003,pp.277-361). 1985
- /35/ Tscherning,C.C., R.H.Rapp. : Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models.OSU,Dept.of Geod.Sci.Rept. No.208, Columbus. 1974
- /36/ Tscherning,C.C., R.Forsberg. : Geoid determination in the Nordic Countries from gravity and height data.Boll.Sci.Aff., 46,No.1, pp.21-43. 1987
- /37/ Tziavos,I.N. : Determination of geoidal heights and deflections of the vertical for the Hellenic area using heterogenous data.Bull.Geod.Vol. 61,No.2,pp.177-197. 1987
- /38/ Vanicek,P., A.Klausberg. : The Canadian geoid.Stokesion approach.Manuscripta Geodaetica,Vol.12,No.2,pp.86-98.1987
- /39/ Weber,G., H.Zomorrodian. : Regional geopotantial model improvement for the Iranian geoid determination. Bull.Geod. Vol.62,No.2,pp.125-141. 1988
- /40/ Wenzel,H.-G. : Hochauflösende Kugelfunktionsinodelle für das Gravitationspotantial der Erde.Wiss.Arbeitsbericht der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover,No.137,Hannover. 1985