

TRANSİT DOPPLER VE NAVSTAR-GPS  
ÖLÇÜLERİ İLE NOKTA KONUMLAMA YÖNTEMİ

Emin AYHAN

ÖZET

TRANSİT uydu sistemi 1994 yılında sona erdikten sonra, yerine bu tarihe kadar uzay bölümü ve testleri tamamlanması planlanan NAVSTAR-GPS'nin uygulamaya konacağı A.B.D. yetkililerince belirtilmektedir. Her iki uydu sistemi de navigasyon amacıyla oluşturulmasına karşılık sağladığı kolaylık ve yüksek duyarlılık nedeniyle jeodezide yaygın bir kullanım alanı bulmuştur. TRANSİT uydularına yapılan doppler ve NAVSTAR uydularına yapılan yakıştırma uzaklık (pseudo-range) ölçülerinin nokta konumlama yöntemiyle değerlendirilip mutlak konumun belirlenmesine uygun matematik modeller ayrı ayrı çıkarılmıştır. Yayın efemerisi kullanarak MX1502 TRANSİT doppler alıcısı ve FTS 8400 NAVSTAR-GPS alıcısı ile MELENGİÇLİK (KONYA) noktasının WGS-72 sisteminde koordinatları ölçü anında nokta konumlama yöntemiyle hesaplanmıştır. Bu iki ayrı alıcı ile hesaplanan koordinatlar arasında enlemede  $0^{\circ}162$  (5.0 m), boylamda  $0^{\circ}059$  (1.45 m) ve elipsoid yüksekliğinde 4.97 m fark bulunmuştur.

Ölçü sırasında eşzamanlı olarak dört NAVSTAR uydusu bir gün boyunca dört saat gözlenebilmiştir.

1. GİRİŞ

1970'li yılların başından itibaren jeodezide yaygın olarak kullanılan TRANSİT doppler ölçüleri ile konum belirleme, 1994 yılında TRANSİT uydu sisteminin uygulamadan kaldırılması ile sona erecektir. Bu sistem yerine kullanılacak olan NAVSTAR Global Konumlama Sistemi (GPS), uydularının tamamı yöngeye yerleştirilip test çalışmalarının bitirileceği 1994 yılında uygulamaya konulacaktır.

Her iki uydu sisteminden yararla yapılan konum belirleme çalışmaları iki ana başlık altında incelenebilir ;

a. Nokta Konumlama (Point Positioning) : Kullanılan efemeris koordinat sisteminde alıcının mutlak konumu doğrudan bulunur.

b. Göreli Konumlama (Relative Positioning) : İki veya daha fazla alıcı

ile uydu/uydular eşzamanlı gözlenir ve alıcıların birbirine göre konumları hesaplanır. Alıcılardan bazlarının sabit diğerlerinin hareketli olması durumunda dinamik (diferansiyel) görelî konumlama söz konusudur.

Bu çalışmada nokta konumlama yöntemi konu edilerek gerek TRANSIT doppler gerekse NAVSTAR-GPS pseudo-range ölçüleriyle kullanımı ele alınmaktadır.

Bu amaçla ikinci bölümde TRANSIT doppler ölçülerinden koordinat hesabına uygun nokta konumlama yönteminin navigasyon ve dengeleme modelleri, üçüncü bölümde ise NAVSTAR-GPS pseudo-range ölçülerinin nokta konumlama yöntemiyle değerlendirilmesine uygun modeller incelenmektedir. Dördüncü bölümde ise, MX1502 TRANSIT doppler ve FTS 8400 NAVSTAR-GPS alıcılarıyla yapılan ölçü sonuçları karşılaştırılmaktadır.

## 2. TRANSIT DOPPLER ALICILARI İLE NOKTA KONUMLAMA YÖNTEMİ

TRANSIT uydularının  $f_S$  frekansında yayılanlığı elektromagnetik dalga uydu ile yeryüzündeki alıcının birbirine göre hareketi sonucu alıcı tarafından  $f_R$  frekansında alınır.  $f_S$  ve  $f_R$  frekansları arasında ;

$$f_R = f_S \left( 1 - \frac{1}{C} \frac{ds}{dt} \right) \quad (2.1)$$

ilişkisi vardır (Wells, 1974 ; Chen 1982 ; Knopp 1987). Bu eşitlikte  $ds/dt$  uydu-alıcı uzaklığının zamanla değişimini ve C ışığın boşluktaki hızını gösterir. Uydu tarafından yayılan  $f_S$  frekansı ile aynı degerde bir  $f_G$  frekansı alıcı tarafından üretilir ve bundan yararlanarak,

$$f_B = f_G - f_R \quad (2.2)$$

ile  $f_B$  yenme frekansı tanımlanır. Yenme frekansının bir zaman aralığında integrasyonu ile elde edilen N doppler sayısı ;

$$N = \int_{T_1}^{T_2} (f_G - f_R) dt \quad (2.3)$$

olarak yazılır. Bu eşitlikte integral sınırlarını oluşturan  $T_i$  zamanları alıcı saatinin ürettiği zaman noktalarıdır. Transit uyduları taşıyıcı dalgalarla ek olarak bu dalgalar üzerine modüle edilen ;

- Zaman sinyalleri ( $t_i$ )
  - Mesaj bilgileri (frekans hatası, efemeris bilgileri v.b.)
- yayınlar .

$t_1$ ,  $t_2$  uydu zamanlarında yayınlanan sinyal belirli bir gecikme sonucu  $T_1$ ,  $T_2$  alıcı zamanlarında alıcıya ulaşır.

S uydu-alıcı uzaklığı olmak üzere  $t_i$  ile  $T_i$  arasında,

$$T_i = t_i + \frac{S}{C} \quad (2.4)$$

ilişkisi vardır. (2.4) de verilen  $T_i$  tanımı (2.3) deki integralin sınır değeri alınıp açılım yapılarak,

$$N = (f_G - f_S) (t_2 - t_1) + \frac{f_G}{C} (S(t_2) - S(t_1)) \quad (2.5)$$

ile doppler sayısı için bir eşitlik yazılır. (2.5) eşitliğinde olduğu gibi  $t_1$ ,  $t_2$  uydu zamanları arasında doppler sayısı belirleme navigasyon amacıyla kullanılan alicılarda kullanılır.

Geodezik amaçlı alicılarda doppler sayısı;  $T_i$  alıcı saatı zaman noktaları arasında yenme frekansının negatiften pozitife geçtiği sıfır noktalarının sayısı olarak belirlenir. Yenme frekansı;  $T_i^*$  alıcı zamanında uydunun gönderdiği zaman sinyali alındıktan bir süre sonra  $T_i^*$  alıcı zamanında sıfır noktasına gelir. Bu nedenle (2.3) eşitliğindeki integrasyon  $T_1^*$ ,  $T_2^*$  zamanları arasında yapılır ve ;

$$N = \int_{T_1^*}^{T_2^*} f_B dt = (f_G - f_S) (T_2^* - T_1^*) + \frac{f_S}{C} (S(T_2^*) - S(T_1^*)) \quad (2.6)$$

olarak yazılır (Wells, 1974). Doppler sayısının (2.5) ve (2.6) daki tanımları, uydudan yayınlanıp alıcının aldığı dalgalar üzerinde hiç bir yan etkinin olmadığı ve alicida dalgaların yanında alınıp çözümlendiği varsayımlı ile çıkarılmıştır. Ancak uygulamada sinyaller bir ortam içinde yayıldığından bir gecikmeye uğrayarak alıcıya ulaşır. Bu nedenle (2.5) ve (2.6) da verilen doppler sayıları model doppler sayıları olup ölçülen doppler sayılarına düzeltmeler gefirilerek elde edilebilir. Bu düzeltmeler topluca ;

$$N = N_{ÖLÇÜ} + dN_T + dN_I + dN_R + dN_E \quad (2.7)$$

ile gösterilebilir. Bu eşitlikte  $N_{ÖLÇÜ}$  ölçülen doppler sayısı olmak üzere düzeltmelerin anlamları ;

- $dN_T$  ... Troposfer tabakasının etkisi
- $dN_I$  ... İyonosfer tabakasının etkisi
- $dN_R$  ... Görelilik (özel ve genel) etkisi
- $dN_E$  ... Dünyanın dönmesinin etkisi

$dN_T$  düzeltmesi atmosfer modellerinden (Örn. Hopfield, Black, Saastamorian) biri kullanılarak hesaplanır (Wells, 1974 ; Chen, 1982). İyonosferik düzeltme iki ayrı taşıyıcı dalga ile yapılan doppler ölçülerinden belirlenir. Özel görelilik uygunun hızından, genel görelilik uydu ile alıcının uzaydaki konumlarında yerpotansiyelinin farklı olmasından ve  $dN_E$  düzeltmesi ise uygunun yayinallyağı sinyal alıcıya ulaşana kadar geçen zaman aralığında yerin dönmesinden kaynaklanır (Wells, 1974). Ölçülen doppler sayıları V ölçü hataları ile yükü olduğundan; (2.7) eşitliğinin sağ tarafı  $N_{IND}$  indirgenmiş doppler sayısı olarak isimlendirilerek (2.7) eşitliği ;

$$N_{IND} + V = (f_G - f_S) (T_2^* - T_1^*) + \frac{f_S}{c} (S(T_2^*) - S(T_1^*)) \quad (2.8)$$

ile yazılır. Bu eşitlikteki  $f_G$  ve  $f_S$  frekansları alıcı ile uydu saatlerinin hataları nedeniyle  $f_o$  gerçek değerinden  $\Delta f_G$  ve  $\Delta f_S$  kadar farklıdır. Bunlardan  $\Delta f_S$  uydu mesaj bilgilerinden bilinmekte ancak  $\Delta f_G$  bilinmemektedir. Bu düşünelerle (2.8) eşitliği düzenlenerek,

$$N_{IND} + V = (\delta f_G - \delta f_S) f_o (T_2^* - T_1^*) + \frac{f_o}{c} (1 + \delta f_S) \Delta S (T_2^*, T_1^*)$$

veya

$$\bar{N}_{IND} + V = \delta f_G \cdot f_o (T_2^* - T_1^*) + \frac{f_o}{c} (1 + \delta f_S) \Delta S (T_2^*, T_1^*) \quad (2.8a)$$

elde edilir. Bu eşitlikte ;

$$\Delta f_G = f_G - f_o, \quad \delta f_G = \frac{\Delta f_G}{f_o}, \quad \Delta S (T_2^*, T_1^*) = S (T_2^*) - S (T_1^*)$$

$$\bar{N}_{IND} = N_{IND} + \delta f_S \cdot f_o (T_2^* - T_1^*), \quad \delta f_S = \frac{f_S - f_o}{f_o}$$

dir.

Uydu efemerisi ile  $t_i^*$  anında uydu konumu bilinmesine karşılık (2.8a) da  $T_i^*$  zamanındaki  $S(T_i^*)$  uydu-alıcı uzaklığı geçmektedir,  $t_i^*$  anında yayınlanan sinyal uydudan alıcıya gecikerek gelir, alıcıda alıcı gecikmesi nedeniyle gecikerek çözümlenir ve daha sonra  $T_i^*$  anında doppler ölçüsü yapılır. Bu nedenlerle  $(T_i^* - t_i)$  zaman farkının bilinmesine gerek vardır.

$(X, Y, Z)$  yere bağlı geosentrik bir koordinat sistemi olmak üzere uydu-alıcı uzaklığı,

$$S(T_i^*) = ((X_A - X_U(T_i^*))^2 + (Y_A - Y_U(T_i^*))^2 + (Z_A - Z_U(T_i^*))^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

eşitliği ile verilir. Burada  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  alıcının ve  $X_U(T_i^*)$ ,  $Y_U(T_i^*)$ ,  $Z_U(T_i^*)$  ise  $T_i^*$  anında uydunun koordinatlarıdır.  $(T_i^* - t_i)$  zaman farkından yararla, uydu yayın efemerisinde  $t_i^*$  zamanında verilen uydu koordinatlarından  $T_i^*$  anındaki uydu koordinatları hesaplanır. (2.9) eşitliği (2.8a) da yerine konulduğunda bu eşitliğin doğrusal olmadığı ve üç tanesi alıcının koordinatları ve biri de alıcı frekans kayıklığı ( $\delta f_G$ ) olmak üzere dört bilinmeyenin bulunduğu görülür. (2.8a) eşitliği alıcının  $X_{A_o}$ ,  $Y_{A_o}$ ,  $Z_{A_o}$  yaklaşık koordinatları ( $X_A = X_{A_o} + \Delta X_A$ ,  $Y_A = Y_{A_o} + \Delta Y_A$ ,  $Z_A = Z_{A_o} + \Delta Z_A$ ) ve alıcı frekans kayıklığının sıfır yaklaşık değerinde taylor serisine açılıp doğrusallaştırılarrsa ;

$$\begin{aligned} \Delta \bar{N}_{IND} + v &= f_o(T_2^* - T_1^*) \delta f_G + \frac{f_o}{c} (1 + \delta f_S) \left( \frac{\partial \Delta S(T_1^*, T_2^*)}{\partial X_A} \right)_{A_o} \Delta X_A \\ &\quad + \frac{f_o}{c} (1 + \delta f_S) \left( \frac{\partial \Delta S(T_1^*, T_2^*)}{\partial Y_A} \right)_{A_o} \Delta Y_A \\ &\quad + \frac{f_o}{c} (1 + \delta f_S) \left( \frac{\partial \Delta S(T_1^*, T_2^*)}{\partial Z_A} \right)_{A_o} \Delta Z_A \end{aligned} \quad (2.10)$$

ile Transit doppler ölçüsü düzeltme denklemi elde edilir. Burada  $\Delta \bar{N}_{IND}$  kısaltılmış indirgenmiş ölçülerdir.

Transit uydu geçişinin ortalama 20 dakika ve doppler sayısı sayımlarının 120 saniye (en az 4.6 saniye) olduğu düşünülürse, bir geçişte ortalama 10 (en çok 260) doppler sayısı ölçülebilir. Uydu geçişleri kısa olduğundan  $\delta f_G$  bilinmeyeni aynı geçiş boyunca sabit kabul edilir. Böylece bir geçiş

boyunca ölçülen doppler sayılarından dört bilinmeyen hesaplanır. Uygulamada çok sayıda uydu geçisi gözlenir ve elde edilen çok sayıdaki ölçü ardışık çözümleme ile değerlendirilir. Her geçiş sonunda hesaplanan bilinmeyenler bir sonraki geçişte yaklaşık değer olarak alınır ve sonuçta  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  koordinatları nokta konumlama yöntemiyle bulunur. Bu değerlendirmeden elde edilen  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  koordinatları kullanılan uydu efemeris (yayın, duyarlı) koordinat sistemindedir.

Geçişlerin topluca değerlendirilmesine uygun bir dengeleme modeli ve çözümü aşağıya çıkarılmıştır. (2.10) dan yararla tüm geçişlerdeki ölçülere ilişkin düzeltme denklemleri matris gösterimi ile ;

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & \dots & 0 \\ A_2 & 0 & B_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ A_n & 0 & 0 & & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \delta f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{N}_{IND_1} \\ \Delta \bar{N}_{IND_2} \\ \vdots \\ \Delta \bar{N}_{IND_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

olur. Burada  $A_i$ ,  $m_i * 3$  boyutlu matris ( $m_i$ ;  $i$  nci geçişte ölçü sayısı),

$$\frac{B_i}{m_i * 1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T, \quad 0 = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

$$X = [\Delta X_A \ \Delta Y_A \ \Delta Z_A]^T$$

$$\delta f = [\delta f_{G_1} \ \delta f_{G_2} \ \dots \ \delta f_{G_n}]^T, \quad n; \text{ geçiş sayısıdır}$$

$$\Delta \bar{N}_{IND_i} = [\Delta N_{IND_1} \ \Delta N_{IND_2} \ \dots \ \Delta N_{IND_{m_i}}]^T$$

$$V_i = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_{m_i}]^T$$

(2.11) eşitliği ile verilen fonksiyonel model ve birim matris seçilen bir ağırlık matrisinden yararla  $X$  bilinmeyenlerinin çözümü

$$\hat{\bar{x}} = \left[ \sum_{i=1}^n (A_i^T A_i - A_i^T B_i (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T A_i) \right]^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n (A_i^T \Delta \bar{N}_{IND_i} - A_i^T B_i (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T \Delta \bar{N}_i) \quad (2.12)$$

bilinmeyenlerin varyans kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_o^2 \left[ \sum_{i=1}^n (A_i^T A_i - A_i^T B_i (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T A_i) \right]^{-1} \quad (2.13)$$

burada,

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{v^T v}{\sum_{i=1}^n m_i - n - 3} \quad (2.14)$$

### 3. NAVSTAR-GPS ALICILARI İLE NOKTA KONUMLAMA YÖNTEMİ

Navstar uyduları L1 ve L2 taşıyıcı dalgalarını, bu dalgalar üzerine modele edilen C/A ve P (yalnızca L2 üzerinde) kodları ile mesaj bilgilerini yayınlar. GPS alıcısının donanımına bağlı olarak taşıyıcı dalga yenme fazı veya kodlardan yararla pseudo-range ölçüleri yapılabılır. Alıcı nokta koordinatlarının nokta konumlama yöntemiyle hesaplanmasına uygun modeller ölçüün türüne göre farklılık gösterir. Bu başlık altında pseudo-range ölçülerinden GPS-alıcısı koordinatlarının hesaplanmasına uygun nokta konumlama modelleri inceleneciktir. Taşıyıcı dalga yenme fazı ölçülerinin nokta konumlama yönteminde kullanımları Wei (1986) da verilmiştir.

Pseudo-range ölçüsünde, sinyalin uydudan yayınlandığı  $t$  uyu zamanı ile alındığı  $T$  alıcı zamanı arasındaki  $d\tau$  zaman aralığı ölçülür. Uydu ve alıcı saatleri yüksek doğrulukta olmalarına karşılık birbirlerinden farklı zaman ölçeklerine sahiptir. Bu iki zaman ölçüğine ek olarak yüksek doğruluklu ve durağan  $\tau$  GPS zaman ölçüği kullanılır.

Sinyal bir  $\tau_1$  anında (veya  $t(\tau_1)$ ) yayınlanıp bir zaman sonra  $\tau_2$  anında (veya  $T(\tau_2)$ ) alınır. Böylece uydu ve alıcı saatleri ile ölçülen zaman aralığı ;

$$d\tau = T(\tau_2) - t(\tau_1) \quad (3.1)$$

veya

$$d\tau = (\tau_2 - \tau_1) + (\tau_1 - t(\tau_1)) + (-\tau_2 + T(\tau_2)) \quad (3.2)$$

$$d\tau = (\tau_2 - \tau_1) + dt + dT \quad (3.2a)$$

olarak yazılabilir. (3.2a) eşitliğinden dt ve dT sırasıyla uydu ve alıcı zamanlarının GPS zamanından olan farklılıklarıdır. Ayrıca sinyal uydu-alıcı arasında yayılırken bölüm 2 de açıklanan nedenlerle d zamanı kadar gecikerek alıcıya ulaştığından (3.2a) eşitliği

$$d\tau = (\tau_2 - \tau_1) + dt + dT + d \quad (3.2b)$$

olur. Eşitliğin her iki tarafı ışığın boşluktaki hızı ile çarpılırsa,

$$c.d\tau = c(\tau_2 - \tau_1) + c(dt + dT) + c.d$$

$$\text{veya } \bar{S} = S + c(dt + dT) + c.d \quad (3.3)$$

yazılır (Beck, v.d. 1986). Burada  $\bar{S}$  pseudo-range ölçüsü, S uydu-alıcı arasında geometrik uzaklık ve c.d değişik etkenlerden kaynaklanan gecikmeye karşılık uzaklık değişimidir.  $X_U(t_i)$ ,  $Y_U(t_i)$ ,  $Z_U(t_i)$   $t_i$  anında uydu koordinatları ve  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  alıcı koordinatları olmak üzere geometrik uzaklık,

$$S = ((X_A - X_U(t_i))^2 + (Y_A - Y_U(t_i))^2 + (Z_A - Z_U(t_i))^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4)$$

ile formülüze edilebilir. Uydunun  $t_i$  anındaki koordinatları ölçü anında uydu yayındığı yayın efemerisinden veya ölçü sonrası temin edilecek duyarlı efemeristen alınır. Ayrıca gerek dt zaman farkı ve gerekse c.d değeri uydu mesaj bilgilerinden ve ek ölçülerle bilinebilir. Böylece ; (3.4) göz önünde tutularak (3.3) eşitliğinde üç tanesi alıcı koordinatları biri de alıcı zaman kayıklığı olmak üzere toplam dört bilinmeyenin olduğu görüllür. Bilinmeyenlere göre doğrusal olmayan (3.3) eşitliği alıcının yaklaşık koordinatları  $X_{A_o}$ ,  $Y_{A_o}$ ,  $Z_{A_o}$  ve dT nin sıfır değeri için Taylor serisine açılıp doğrusallaştırılırsa ;

$$\lambda = c d T + \alpha \Delta X_A + \beta \Delta Y_A + \gamma \Delta Z_A \quad (3.5)$$

olur.

Burada ;

$$\ell = \bar{s} - s_o - c.d - c.dt$$

$$s_o = ( (x_{A_o} - x_U(t_i))^2 + (y_{A_o} - y_U(t_i))^2 + (z_{A_o} - z_U(t_i))^2 )^{1/2}$$

$$x_A = x_{A_o} + \Delta x_A, y_A = y_{A_o} + \Delta y_A, z_A = z_{A_o} + \Delta z_A$$

$$\alpha = \frac{x_{A_o} - x_U(t_i)}{s_o}, \beta = \frac{y_{A_o} - y_U(t_i)}{s_o}, \gamma = \frac{z_{A_o} - z_U(t_i)}{s_o}$$

Dört ayrı uyduya bir GPS alıcısı ile eşzamanlı pseudo-range ölçüsü yapıldığında (3.5) formundaki düzeltme denklemleri matris notasyonu ile,

$$\begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \ell_3 \\ \ell_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & 1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \gamma_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_A \\ \Delta y_A \\ \Delta z_A \\ c.dt \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\text{veya } \ell = C X \quad (3.6a)$$

olur.  $C$  nin düzenli olması durumunda (3.6a) eşitliğinde ölçü sayısı bilinmeyeen sayısına eşit olduğundan  $X$  bilinmeyeenlerinin çözümü ;

$$\hat{X} = (C^T C)^{-1} C^T \ell \quad (3.7)$$

ve varyans kovaryans matrisi ;

$$\Sigma_{\hat{X}\hat{X}} = Q_{\hat{X}\hat{X}} = (C^T C)^{-1} \quad (3.8)$$

ile bulunur (Wei, 1986). Birbiri ardısırı  $t_i$  anlarında dört uyduya eşzamanlı pseudo-range ölçüsü yapıldığında, bir  $t_i$  anında bulunan çözüm  $t_{i+1}$  anındaki çözümde yaklaşık değer alınır ve nokta konumlama yöntemiyle alıcının koordinatları hesaplanır.

Alici ile uyduların birbirlerine göre konumlarının, bilinmeyeenlerin duyarlığını etkilediği (3.8) eşitliğinden açıkça görülmektedir. Bilinmeyeenlerin

uygun duyarlılıkta hesaplanması için  $\Sigma_{\hat{x}\hat{x}}$  den yararla aşağıda tanımlanan ölçütler geliştirilmiştir (Hartl v.d. 1985).

- Duyarlığın Geometrik Zayıflığı (Geometric Dilution of Precision, GDOP) :

$$GDOP = (\operatorname{tiz}(\Sigma_{\hat{x}\hat{x}}))^{1/2} = (\hat{\sigma}_{\Delta X \Delta X}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta Y \Delta Y}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta Z \Delta Z}^2 + \hat{\sigma}_{dT \ dT}^2)^{1/2} \quad (3.9)$$

- Duyarlığın Konum Zayıflığı (Position Dilution of Precision, PDOP) :

$$PDOP = (\hat{\sigma}_{\Delta X \Delta X}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta Y \Delta Y}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta Z \Delta Z}^2)^{1/2} \quad (3.10)$$

- Duyarlığın Zaman Zayıflığı (Time Dilution of Precision, TDOP) :

$$TDOP = \hat{\sigma}_{dT \ dT} \quad (3.11)$$

- Duyarlığın Yatay Zayıflığı (Horizontal Dilution of Precision, HDOP) :

$$HDOP = (\hat{\sigma}_{\Delta X \Delta X}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta Y \Delta Y}^2)^{1/2} \quad (3.12)$$

- Duyarlığın Düşey Zayıflığı (Vertical Dilution of Precision, VDOP) :

$$VDOP = \hat{\sigma}_{\Delta Z \Delta Z} \quad (3.13)$$

Bu ölçütlerden en çok kullanılanları PDOP ve GDOP dur. Uygulamada, benimsenen ölçüyü sağlamayan ölçüler değerlendirilmmez.

Birden fazla  $t_i$  zamanlarında dört uyduya eşzamanlı pseudo-range ölçüleri yukarıdaki gibi değerlendirilmesine ek olarak, ölçü sayısı bilinmeyen sayılarından fazla olduğundan bilinmeyenlerin en küçük karelerle dengelenmeli çözümü de yapılabilir (Beck v.d. 1986 ; Wei 1986). (3.6) eşitliğinden yararlanı adet  $t_i$  anındaki eşzamanlı pseudo-range ölçüleri için fonksiyonel model ;

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & \dots & 0 \\ A_2 & 0 & B_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ A_n & 0 & 0 & \dots & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \vdots \\ \ell_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

yazılır.

Burada ;

$$A_i = \begin{bmatrix} \alpha_1^i & \beta_1^i & \gamma_1^i \\ \alpha_2^i & \beta_2^i & \gamma_2^i \\ \alpha_3^i & \beta_3^i & \gamma_3^i \\ \alpha_4^i & \beta_4^i & \gamma_4^i \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X = [\Delta X_A \quad \Delta Y_A \quad \Delta Z_A]^T$$

$$T = [c \cdot dT_1 \quad c \cdot dT_2 \quad \dots \quad c \cdot dT_n]^T$$

$\ell_i \dots t_i$  anında ölçüler

$v_i \dots t_i$  anında düzeltmeler

Ölçülerin eş ağırlıkta olduğu düşünülüp birim ağırlık matrisi alınarak  $X$  bilinmeyenlerinin bir çözümü

$$X = \left( \sum_{i=1}^n (A_i^T A_i - A_i^T B_i (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T A_i) \right)^{-1} \cdot \left( \sum_{i=1}^n (A_i^T \ell_i - A_i^T B_i (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T \ell_i) \right)$$

(3.15)

ve varyans kovaryans matrisi

$$\hat{\Sigma}_{XX} = \sigma_o^2 \left( \sum_{i=1}^n (A_i^T A_i - A_i^T B_i (B_i^T B_i)^{-1} B_i^T A_i) \right)^{-1} \quad (3.16)$$

bulunur. Burada

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{v^T v}{3(n-1)} \quad (3.17)$$

olur (Wei, 1986).

#### 4. UYGULAMA

Bu bölümde TRANSIT doppler ve NAVSTAR-GPS pseudo-range ölçüleriyle ME-LENÇİLİK (KONYA) noktası için hesaplanan koordinatların birbirine uyumu incelenecektir.

Söz konusu noktada hem MX 1502 TRANSIT doppler alıcısı ve hem de FTS 8400

NAVSTAR-GPS alıcısı ile merkezdişi ölçü yapılmıştır. Ölçüler her iki alıcıda da bulunan mikroişlemci ile ölçüden hemen sonra nokta konumlama yöntemiyle değerlendirilmiş ve hesaplanan merkezdişi nokta koordinatları merkeze döndürülmüştür.

MX 1502 TRANSIT doppler alıcısında her uydu geçisi sonrası o geçişteki doppler ölçüleriyle noktanın iki boyutlu (enlem, boylam) ve o ana kadar kaydedilen kabul edilebilir uydu geçişlerindeki doppler ölçülerinden yararla noktanın üç boyutlu (enlem, boylam, elipsoid yüksekliği) koordinatları hesaplanır. Hesaplanan koordinatlar yayın efemerisi koordinat sisteminde olup daha sonra istenen sisteme (ED50, WGS72) dönüştürülür (Hatch v.d. 1979 ; Chamberlain 1980, 1981 ; Ross 1982). MELENGİCLİK (KONYA) noktasında 4.5 gün boyunca ortalama her saatte bir olmak üzere 83 uydu geçisi izlenmiştir. İzlenen uydu geçişlerinden kabul edilebilir 43 uydu geçişinde ölçülen doppler ölçüleri ile nokta koordinatları hesaplanmıştır.

Navigasyon amacıyla kullanılan L1 frekans ve C/A kodlu FTS 8400 NAVSTAR-GPS alıcısı ile C/A koduna yapılan pseudo-range ölçüleri bölüm 3 de verilen matematik modelle değerlendirilip noktanın üç boyutlu koordinatları hesaplanmıştır. Hesaplama yapılabilmesi için en az dört uyduya eşzamanlı pseudo-range ölçüyü yapılması gereği bölüm 3 de belirtilmiştir. MELENGİCLİK noktasında uydu konumlarının gösterildiği Şekil-1 den de görüldüğü gibi bir gün boyunca 14.30-18.45 saatleri arasında toplam 4 saat 15 dakika süreyle dört NAVSTAR uydusu eşzamanlı gözlenebilmektedir. Ölçü anında 6 NAVSTAR uydusu çalışır durumda olup PDOP'un 10 dan küçük olduğu anlarda 6, 9, 11 ve 13 nolu uydulara ölçü yapılmıştır. Toplam 13 dakika boyunca ortalama her 15 saniyede bir 50 zaman noktasında ölçü ( $4*50=200$ ) yapılmış ve alıcıda değerlendirilecek MELENGİCLİK noktasının WGS 72 sisteminde enlem boylam ve elipsoid yüksekliği hesaplanmıştır. Hesaplanan koordinatlar ile standart sapmalarının zamanla değişimleri Şekil-2 de sunulmuştur.

TRANSIT doppler ve NAVSTAR-GPS alıcıları ile hesaplanan koordinat ve standart sapmaların zamanla değişimlerini karşılaştırmak için, bir başka doppler noktasında kaydedilen 25 kabul edilebilir uydu geçisine ait koordinat ve standart sapmaların zamanla değişimleri Şekil-3 de verilmiştir.

Her iki alıcı ile MELENGİCLİK noktasının hesaplanan koordinatları arasındaki farklar Tablo-1 de ve ölçülere ilişkin bazı özellikler Tablo-2 de sunulmaktadır.

$\phi_{DOPP} - \phi_{GPS}$	$\lambda_{DOPP} - \lambda_{GPS}$	$h_{DOPP} - h_{GPS}$
- 0''.162 (- 5.0 m)	- 0''.059 (- 1.45 m)	+ 4.97 m
$\sigma_{\phi_{DOPP}}$	$\sigma_{\lambda_{DOPP}}$	$\sigma_{h_{DOPP}}$
± 2.6 m    ± 3.9 m	± 1.2 m    ± 2.6 m	± 1.2 m    ± 13.7 m

TABLO-1 : TRANSIT-Doppler ve NAVSTAR-GPS ile Hesaplanan Koordinatların Karşılaştırılması.

ÖZELLİK	TRANSIT-Doppler	NAVSTAR-GPS
Ölçü Süresi	4.5 Gün	13 Dakika
Ölçü Sayısı	43 Geçiş	50 ölçü
Ölçü Sıklığı	1 Saat/Geçiş	15 Saniye/Ölçü

TABLO-2 : Ölçülerin Bazı Özellikleri.

## 5. SONUÇLAR

TRANSIT doppler ve NAVSTAR-GPS pseudo-range ölçüleri için verilen düzeltme denklemleri birbirine çok benzemektedir. Her ikisinde üç koordinat bilinmeyeni ortaktır ve aralarında matematiksel bağıntı olan ya GPS alıcı saat kayıklığı yada doppler alıcı frekans kayıklığı bilinmemektedir. TRANSIT doppler ölçüleriyle nokta konumlamada ölçü anında tek bir uyduyun gözlenmesi yeterli olmasına karşılık NAVSTAR-GPS pseudo-range ölçüleriyle nokta konumlamada eşzamanlı dört uyduyun gözlenmesi gereklidir.

Her iki sistemde hesaplanan nokta koordinatları, değerlendirmede kullanılan efemeris koordinat sistemindedir. Bu nedenle hesaplanan koordinatları karşılaştırmak için aynı datuma (WGS72) dönüştürmek gereği duyulmuştur. Dönüşümde kullanılan dönüşüm parametrelerinin doğruluğu Tablo-1 de verilen koordinat farklarının oluşmasına neden olan etkenlerden önemli bir tanesidir.

Şekil-2 de, NAVSTAR-GPS ile hesaplanan enlem ve boyamların zamana göre değişimini gösteren eğrilerin birbiriyle çok uyumlu oldukları ancak her ikisinin elipsoid yükseklik değişimini belirten eğriden farklı karakterde olduğu görülmektedir. Aynı özellik koordinatların standart sapmalarındaki zamanla değişimini gösteren eğrilerde de görülmekte ve elipsoid yüksekliğinin duyarlığının enlem ve boylama göre yüksek olmadığı gözlenmektedir. Her üç koordinatın değişimini gösteren eğrilerin, yaklaşık on dakikalık ölçü sonunda yarasadığı ve değişimin azalma eğiliminde olduğu söylenebilir.

TRANSIT doppler ölçüleriyle hesaplanan koordinatların zamanla değişimini gösteren Şekil-3 deki eğrilerde, yaklaşık 15 ncı geçişten sonra değişimin azalduğu ve enlem ile boyamın elipsoid yüksekliğine göre daha duyarlı hesaplandığı anlaşılmaktadır.

MELENGİCLİK noktasında NAVSTAR uydu konumlarının gösterildiği Şekil-1 incelendiğinde, öğleden sonra yaklaşık 4 saat süre ile 4 NAVSTAR uydusunu eşzamanlı izlemenin mümkün olduğu görülmektedir. Bu izleme zamanı 24 saatte çıkarıldığında her amaçla konumlama için (özellikle navigasyon) TRANSIT sisteme göre çok daha uygun bir olsan sağlanacaktır. GPS alıcıları ile 13 dakika, doppler alıcıları ile 4.5 gün boyunca yapılan ölçü sonucu enlemede 5 m, boyamda 1.45 m ve elipsoid yüksekliğinde 4.97 m fark bulunması GPS'in uygulamada sağlayacağı kolaylıklarını açıkça göstermektedir.

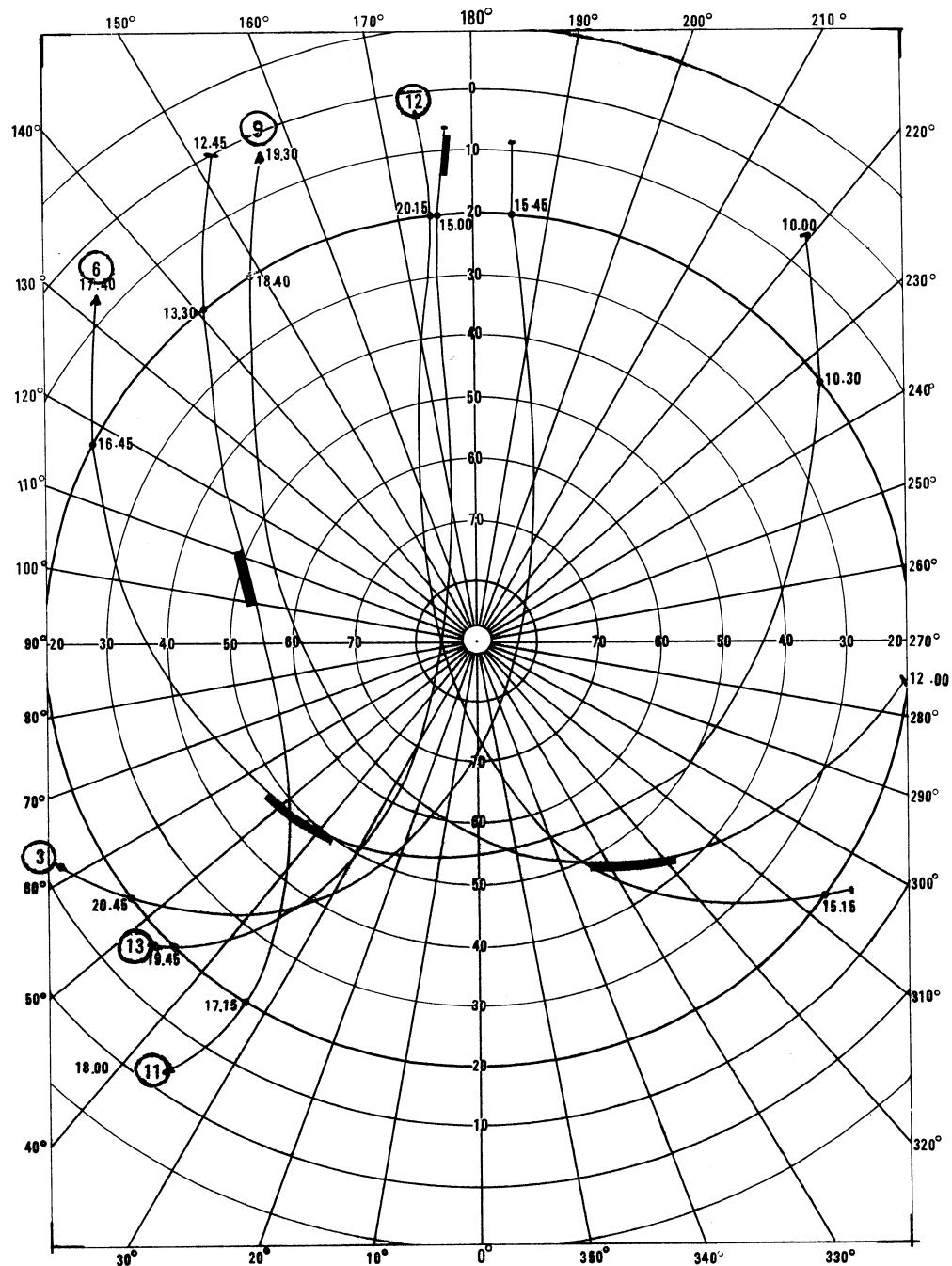
MELENGİCLİK noktası için TRANSIT doppler ve NAVSTAR-GPS ile hesaplanan

koordinatların doğruluğu konusunda bir yargıya varmak için nokta koordinatlarının başka yollarla belirlenmesi gereklidir. Aynı noktada uydu laser ölçüleri (Satellite Laser Ranging, SLR) yapılmış ancak bu ölçülerle hesaplanan koordinatlar henüz yayımlanmamıştır. Ayrıca söz konusu nokta yersel ölçülerle temel kontrol ağlarına da bağlı olmadığından karşılaştırma yapmak mümkün olmamıştır.

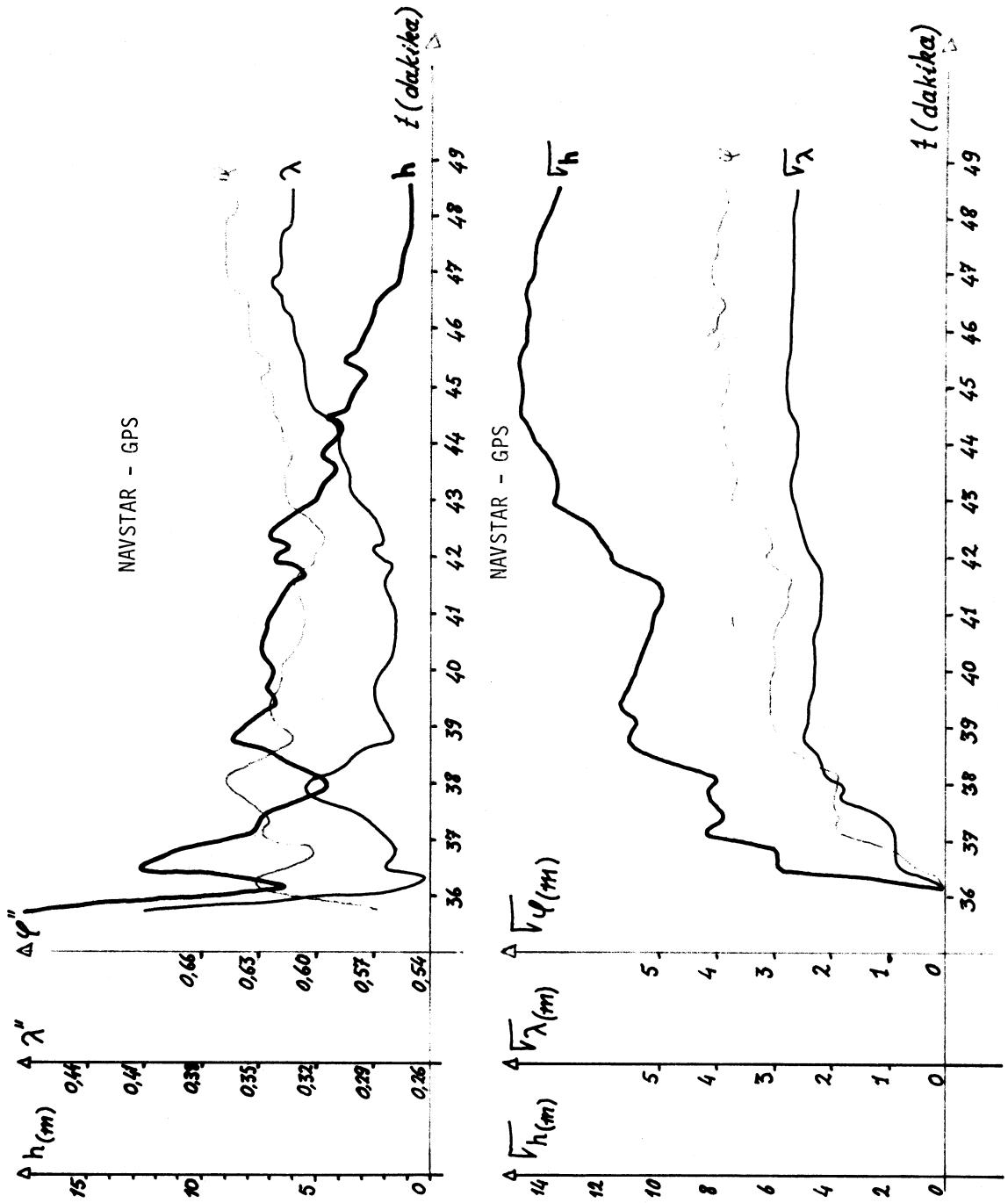
## K A Y N A K L A R

- /1/ Beck,N., Delikaraoglu, D. : Guide to GPS Positioning. Canadian GPS Kleusberg,A., Krakiwsky, Association.  
E.J., Lachapelle,G., Langley,R.B., Nakiboglu, M., Schwarz,K.P.,Tranquilla,J.M.  
Vanicek, P., Wells,D.
- /2/ Chen,J.Y. : Geodetic Datum and Doppler Positioning.  
Technical University of Graz No.39 Graz 1982
- /3/ Chamberlain, S.M. : The MX 1502 Satellite Surveyor-Description and Use. Magnavox Technical Paper, MX-TM-3283-78  
1980
- /4/ Chamberlain, S.M. : Sub-meter Positioning in the Field.  
Magnavox Technical Paper, MX-TM-3332-81  
1981
- /5/ Fell, P.J. : A Comparative Analysis of GPS Range,Doppler, and Interferometric Observations For Geodetic Positioning. Bull. Geod., 54,ss. 564-574  
1980
- /6/ Hartl,Ph., Schöller, W., Thiel, K.-H. : GPS-Technology and Methodology for Geodetic Applications. Proc. of Inertial, Doppler.., Universitat der Bundeswehr München,ss.209-226  
1985
- /7/ Hatch, R., Chamberlain,S.M: MX 1502 Doppler Survey Software. Magnavox Moore, J. Technical Paper, MX-TM-3292-79  
1979
- /8/ Knopp, T. : A Comparison of the African Doppler Survey Project Point Positioning Results Using Various Softwares. OSU, Dept. of Geod. Sci. and Surv., Rept. No. 374, Columbus, Ohio  
1987

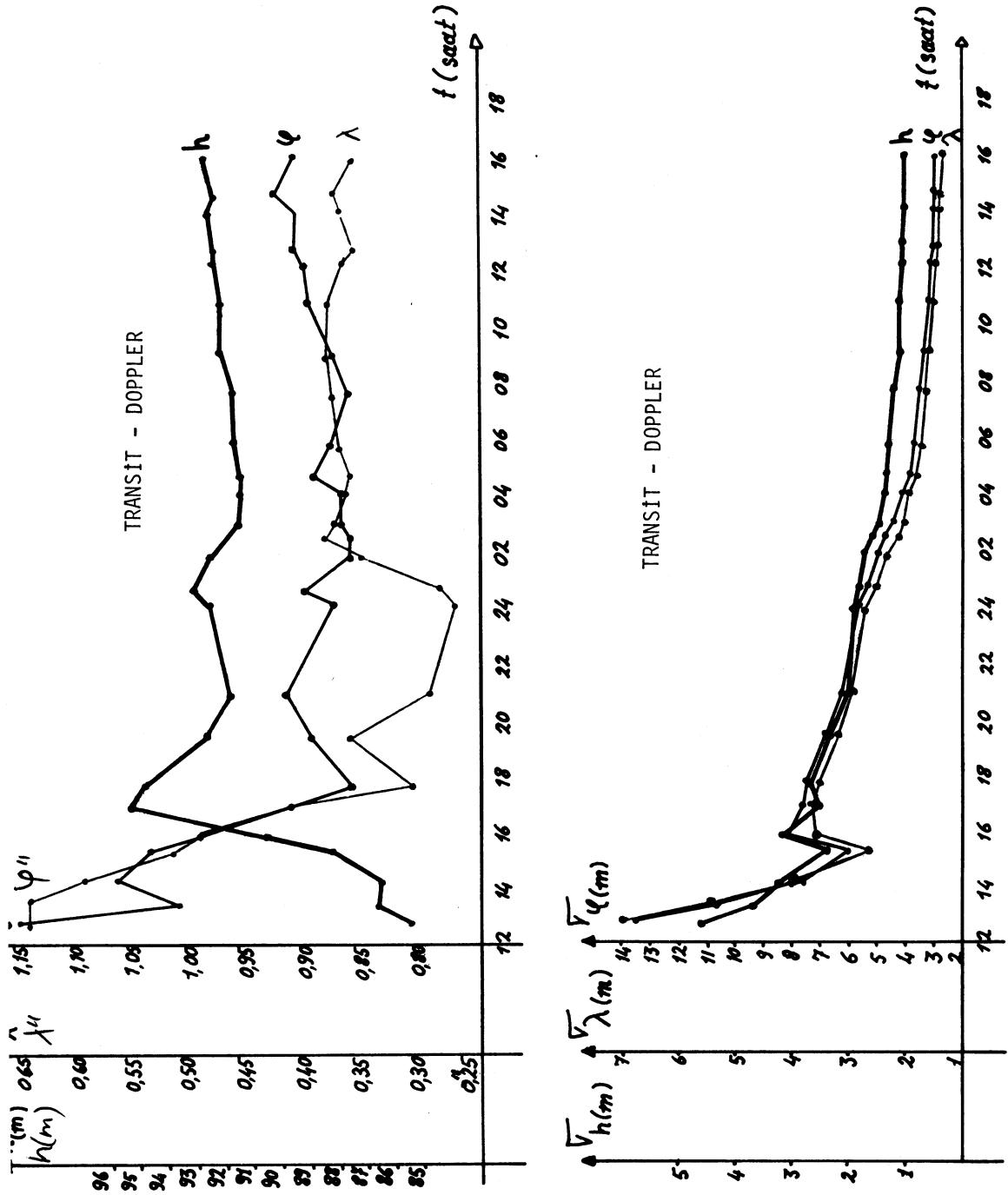
- /9/ Ross, W.T. : Magnet. Magnavox Network Adjustment Post Processing Software. Proc. of The Third Int. Geod. Sym. on Sat. Dopp.Pos., New Mexico 1982
- /10/ Stansell, T.A. : The TRANSIT Navigation Satellite System. Status, Theory, Performance, Applications. Magnavox. 1978
- /11/ Wei, Z. : Positioning with NAVSTAR, the Global Positioning System. OSU, Dept. of Geod. Sc. and Surv., Rept. No. 370, Columbus, Ohio 1986
- /12/ Wells, D.E. : Doppler Satellite Control. University of New Brunswick, Dept. of Surv. Eng., Tech. Rept. No. 29, Fredericton. 1974



Şekil-1



Sekil-2



Sekil-3