

# TOPOGRAFİK-İZOSTATİK ÇEKÜL SAPMASI HESABI ÜZERİNE BİR DENEME

Celalettin KARAALI

## ÖZET

Çekül sapması, yeryüzünde yapılan ölçülerden jeodezik ürünlerin hesaplanması sırasında karşılaşılan bir kavramdır. Topografik-izostatik çekül sapmaları; gerçek çekül doğrultusu ile jeoid yerine alınan elipsoidin normali arasındaki doğrultu farkının kaynağı olarak jeoidin dışındaki kitlelerin düzensizliği ve yerkabوغunu oluşturan kitlelerin sabit kalınlıkta ve sabit yoğunlukta olmaması gösterilerek hesaplanırlar.

Bu çalışmada, Türkiye I. Derece Nirengi Ağının 7. Poligonuna ait 43 noktada hesaplanan topografik-izostatik çekül sapma bileşenlerine ve bunların hesabı ile ilgili araştırmalara yer verilmektedir. Bir nümerik integrasyon olan hesaplama işlemlerinde Pratt-Hayford izostasi sistemi ve ızgara yönetime göre birisi küresel diğer düzlem yaklaşımıyla geliştirilen iki çeşit formül kullanılmıştır. Bu iki formül birbiri ile karşılaştırılarak dikkate alınan topografik kitlelerin uzaklığına göre bazen birisi bazen diğer tercih edilmiştir. Hesaplarda dikkate alınması gereken kitlelerin uzaklıklarını tesbit edilerek oluşturulan 250 bin civarındaki blokun ortalaması yükseklikleri veri olarak kullanılmıştır. Verilerin elde edilmesinde blokların uzaklıklarına göre değişik ölçekli haritalardan yararlanılmıştır. Hesaplarda, verilerin elde edilmesi, bu verilerin bilgi kayıt ortamına aktarılması ve bilgisayarda veri yönetimi yönünden önemli zorluklarla karşılaşılmıştır.

## 1. GİRİŞ

Jeodezik problemlerin özelliğinden dolayı ölçüler yeryüzünde, hesaplar ise seçilen bir hesap yüzeyinde yapılır. Referans yüzeyinin seçiminde yapılacak faaliyetten amaçlanan doğruluk etkili olur. Ülke veya kıta düzeyindeki nirengi ağlarının hesabında yeryuvarının gerçek şekline (jeoide) olabildiğince uyan bir dönel elipsoid referans yüzeyi olarak seçilir.

Çekül sapması, yeryüzünde ölçülerin yapılmasında esas alınan gerçek çekül doğrultusu ile elipsoid yüzeyinde hesapların yapılmasında esas alınan elipsoid

normali arasındaki doğrultu farkıdır. Çekül sapması kavramı ile yeryüzünde yapılan ölçülerden istenen ürünlere giderken hesaplama işlemleri için doğanın modellendirilmesi nedeniyle karşılaşılır. Çekül sapmasının bu modellenmedeki yaygın kullanım yerleri kısaca şöyle özetlenebilir :

- \* Yeryüzünde yapılan ölçülerin hesap yüzeyine indirgenmesinde,
- \* En uygun elipsoid ve datum parametrelerinin seçiminde,
- \* Jeoidin belirlenmesinde.

Hesaplanmalarında kullanılan verilerin türüne göre çeşitli ön adlar alan çekül sapmalarının ana kaynağı olarak yeryuvarının kitle düzensizlikleri gösterilir. Burada söz konusu olan topografik-izostatik çekül sapmaları; yeryuvarının kitle düzensizlikleri,

1. Jeoidin dışındaki kitlelerin dağılımının düzensizliği (topografik),
2. Yerkabوغunu oluşturan kitlelerin sabit kalınlık ve sabit yoğunlukta olmaması (izostatik)

şeklinde özelleştirilerek hesaplanırlar (Gürkan, 1977). Topografik-izostatik çekül sapmalarının hesaplanması demek, yukarıda açıklanan ve yerkabوغunun kitle düzensizliklerinin yapay olarak giderilmesi durumunda gerçek çekül doğrultusunda oluşacak değişim miktarlarının hesaplanmasıdır.

Kitle düzensizliklerini yapay olarak ortadan kaldırmak, önce kitle düzensizliklerini açıklayan bir izostazi modelini ortaya koymak ve buna uygun olarak yerkabوغuna ait kitleleri, kitle düzensizliklerini giderecek şekilde yer değiştirmekle başarılır.

Yerkabوغuna ait kitlelerin yapay olarak yer değiştirmesi Newton çekim yasasına göre gerçek çekül doğrultusunun yönünün değişmesine yol açar. Çekül doğrultusunda oluşacak değişim miktarı, teorik olarak yerleri değiştirilen yerkabوغuna ait tüm kitle elemanlarının ( $dm$ ) çekül doğrultusunda oluşturacağı değişimlerin ayrı ayrı hesaplanıp toplamlarının alınmasıyla bulunabilir. Özde bir integrasyon işlemi olan bu hesaplama, pratikte jeoid yüzeyi (veya yeryüzü) benimsenen bir koordinat sistemi yardımıyla uygun büyülükte ve biçimde sonlu  $q$  bölmelerine ayrılarak becerilir. Her bölme için arazinin yüksekliği veya denizin derinliği sabit kabul edilerek uygun ölçekli topografik haritalardan ortalama bölme yükseklikleri herhangi bir yolla tahmin edilir. İntegral formülleri sonlu bölmelere ait sınır değerlerine göre integre edilerek her  $q$  bölmesindeki yapay kitle değişiminin çekül dorultusuna et-

kisinin kuzey-güney ve doğu-batı doğrultusundaki bileşenleri ( $\Delta q \xi$ ,  $\Delta q \eta$ ) ayrı ayrı hesaplanır. Bunların toplanmasıyla topografik-izostatik çekül sapmasının kuzey-güney ve doğu-batı bileşenleri ( $\xi$ ,  $\eta$ ) bulunur.

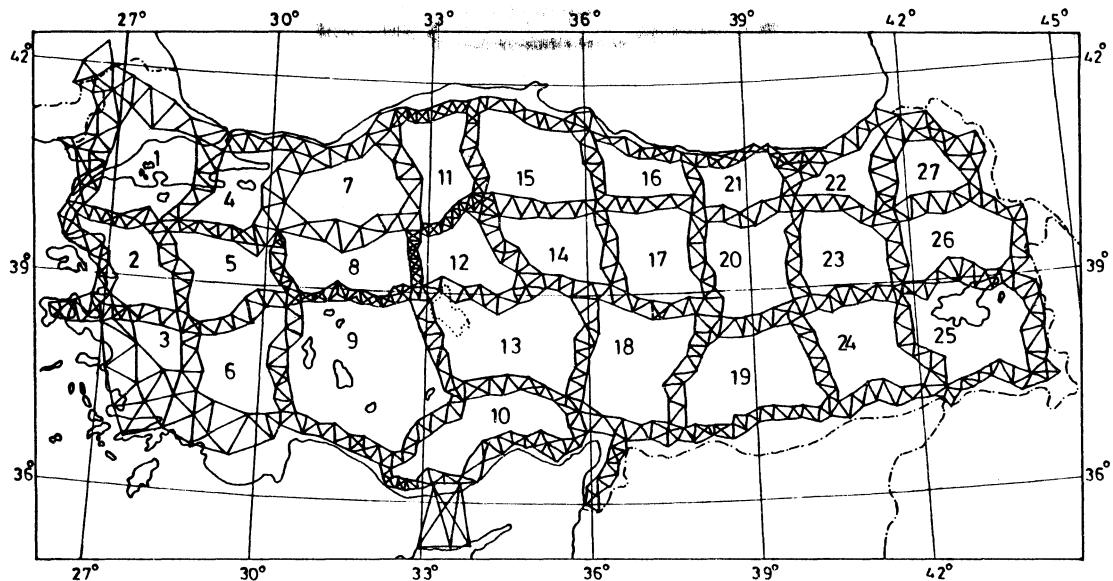
Topografik-izostatik çekül sapmalarının hesabında kullanılan integral formülleri benimsenen izostatik modele ve jeoid yüzeyindeki bölmelerin elde edilmesine uygun olarak geliştirilir. Bu çalışmada kullanılan integral formüllerinin geliştirilmesinde izostazi modeli olarak Pratt-Hayford modeli, bölümleme yöntemi olarak izgara yöntemi işlemlerdeki kolaylıklarını nedeniyle tercih edilmiştir.

Pratt-Hayford izostazi modeline göre, deniz seviyesi ile denge yüzeyi (yerkabuğunun alt sınırı) arasındaki tüm kitlelerin yoğunluğu sabit olacak şekilde ;

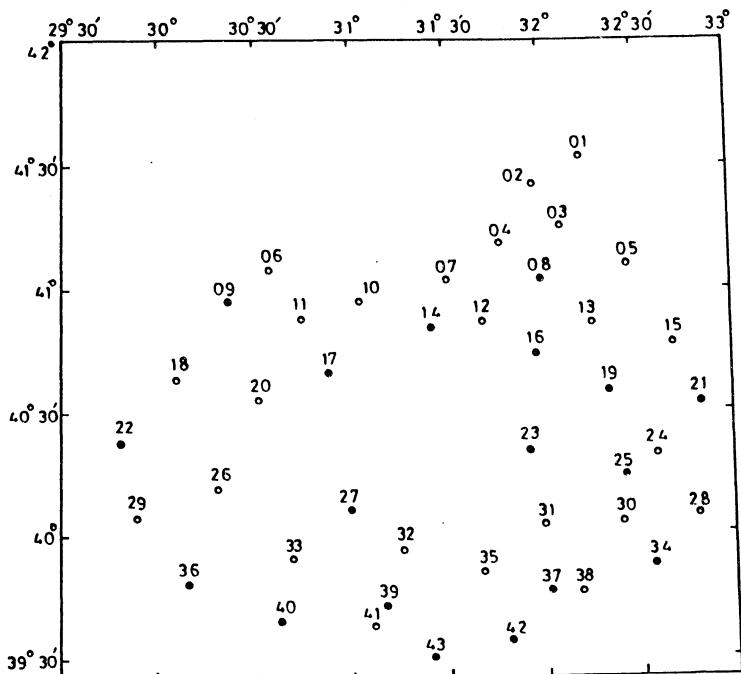
- a) Denizlerde, deniz dibi ile denge yüzeyi arasındaki kitleler gevşetilerek denizler doldurulur,
- b) Karalarda, deniz seviyesinin üstündeki kitlelerin tamamı kaldırılarak hemen altlarındaki deniz seviyesi ile denge yüzeyi arasına sıkıştırılır.

Izgara yöntemine göre jeoid yüzeyi genel olarak coğrafi koordinat çizgileri ile bölgelere ayrılır. Özel olarak düzlem yaklaşım gereken durumlarda jeoid yüzeyi düzlem kabul edilerek bölümleme dik koordinat sisteminin koordinat doğrularıyla da yapılabilir. Izgara yöntemine göre bölümlemenin üstünlüğü bölmelerin ortalama yükseklik tahminlerinin bütün hesap noktaları için yalnızca bir defa yapılmasıdır.

Bu çalışmada topografik-izostatik çekül sapması hesabı üzerine yapılan bir denemeye ve elde edilen sonuçlarla ilgili yorumlara yer verilecektir. Deneme alanı olarak seçilen bölge Türkiye`I. Derece nirengi ağı 7. poligonudur (Şekil-1). Bu bölgede topografik-izostatik çekül sapması hesaplanan nirengi noktaları 43 adettir (Şekil-2). Hesaplar için gerekli olan 250 bin civarındaki yükseklik verisi, hesaba dahil edilen kitlelerin hesap noktasına olan uzaklıklarını dikkate alınarak 1/25.000, 1/100.000, 1/250.000, 1/500.000, 1/2.500.000 ve 1/5.000.000 ölçekli haritalardan bizzat okunarak elde edilmiştir. Hesaplama işlemleri KTÜ`de IBM 370/125 bilgisayarında yapılmışlardır.



Şekil-1 : Türkiye I. derece nirengi ağı.

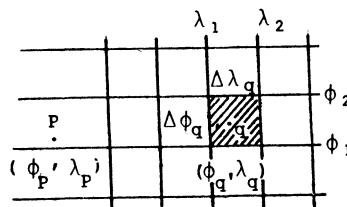


Şekil-2

## 2. HESAP FORMOLLERİ

Hesaplar için, P hesap noktası jeoid yüzeyinde ( $H_p = 0$ ) kabul edilerek birisi küresel diğer düzlem yaklaşımıyla iki çeşit formül geliştirilmiştir.

**Küresel Yaklaşım Formülü :** Bu formül jeoid yüzeyindeki bölmelerin  $\phi$ ,  $\lambda$  coğrafi koordinat çizgileri ile elde edildiği ve blok (bölme) kitlesinin blok orta noktasından geçen düşey çizgi boyunca yoğunlaştığı (yani sıkıştırıldığı) varsayılarak nümerik integrasyonla türetilmiştir. Blok kitesi için böylesi varsayımla, integral formüllerinin sadece h blok yüksekliğine göre integre edilmesini gerektirir. Şekil-3'te görülen  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  coğrafi koordinat çizgileri ile sınırlı q sayılı bloktaki yapay kitle değişiminin  $P(\phi_p, \lambda_p, H_p = 0)$  noktasındaki çekül doğrultusunda yaratacağı değişimin doğu-batı ve kuzey-güney bileşenleri  $\Delta q\eta$ ,  $\Delta q\xi$



Şekil-3

$$\left\{ \frac{\Delta q\eta}{\Delta q\xi} \right\} = \frac{K}{G} \Delta \rho \cos \phi_q \frac{\Delta \sigma_q}{C} \left\{ \frac{S}{C} \right\} [ Q_1 (U(z=z_2) - U(z=z_1)) - Q_2 (U(z=z_4) - U(z=z_3)) ] \quad (1)$$

küresel yaklaşım formülü ile hesaplanabilir (Karaali, 1985). Formüldeki sembollerin anlamları aşağıdaki gibidir;

- K : Newton çekim sabiti,
- G : Hesap bölgesi için ortalama gravite değeri,
- $\rho_o$  : Yeryuvarının kabuk yoğunluğu,
- $\rho_w$  : Suyun yoğunluğu,
- $H_q$  : Blok ortalama yüksekliği veya derinliği,
- D : İzostatik denge derinliği,
- R : Yeryuvarının ortalama yarıçapı,

$\phi_p$ ,  $\lambda_p$  : P hesap noktasının coğrafi koordinatları,

$\phi_q$ ,  $\lambda_q$  : Blok orta noktasının coğrafi koordinatları,

$\Delta\phi_q$ ,  $\Delta\lambda_q$  : Blok boyutları

olmak üzere

$$\bar{D} = D \left( 1 - \frac{D}{R} + \frac{D^2}{3R^2} \right)$$

$$\cos\psi = \sin\phi_q \sin\phi_p + \cos\phi_q \cos\phi_p \cos(\lambda_q - \lambda_p)$$

kısaltmalarıyla,

$$\Delta\sigma_q = \Delta\phi_q \Delta\lambda_q$$

$$S = \cos\phi_q \sin(\lambda_q - \lambda_p)$$

$$C = \sin\phi_q \cos\phi_p - \cos\phi_q \sin\phi_p \cos(\lambda_q - \lambda_p)$$

Denize Ait Bir Blok İçin

$$\Delta\rho = \rho_w - \rho_o$$

$$Q_1 = 1$$

$$Q_2 = H_q / (\bar{D} - H_q)$$

$$z_1 = -H_q$$

$$z_2 = 0$$

$$z_3 = -\bar{D}$$

$$z_4 = -H_q$$

Karaya Ait Bir Blok İçin

$$\Delta\rho = \rho_o - \rho_i$$

$$Q_1 = \bar{D} / (\bar{D} + H_q)$$

$$Q_2 = H_q / (\bar{D} + H_q)$$

$$z_1 = 0$$

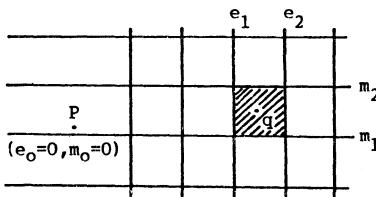
$$z_2 = H_q$$

$$z_3 = -\bar{D}$$

$$z_4 = 0$$

$$U(z) = R \left[ \frac{(1+\frac{z}{R})^2}{\sqrt{(1+\frac{z}{R})^2 - 2(1+\frac{z}{R}) \cos \psi + 1}} + \frac{(1+\frac{z}{R})^2 (6 \cos^3 \psi - 5 \cos \psi) - 3 \cos^2 \psi + 2}{(1-\cos^2 \psi) \sqrt{(1+\frac{z}{R})^2 - 2(1+\frac{z}{R}) \cos \psi + 1}} \right. \\ \left. + 3 \cos \psi \ln \{ 2( \sqrt{(1+\frac{z}{R})^2 - 2(1+\frac{z}{R}) \cos \psi + 1} + (1+\frac{z}{R}) - \cos \psi ) \} \right]$$

**Düzlem Yaklaşım Formülü :** Bu formül, jeoid yüzeyindeki bölmelerin, orijini P hesap noktasında bulunan ( $e$ ,  $m$ ) dik koordinat sisteminin koordinat doğrularıyla elde edildiği varsayılarak geliştirilen integral formüllerinin bölmeye (blok) sınır değerlerine göre integre edilmesiyle üretilmiştir. Buna göre, Şekil-4'de görülen  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  koordinat doğrularıyla sınırlı  $q$  sayılı bloktaki yapay kitle değişiminin  $P(e_p=0, m_p=0, H_p=0)$  noktasındaki çeküllü doğrultusuna etkisinin doğu-batı ve kuzey-güney doğrultusundaki bileşenlerinin ( $\Delta q_n$ ,  $\Delta q_\xi$ ) hesabı için, kesin integrasyonla geliştirilen



Şekil-4

$$\begin{Bmatrix} \Delta q_n \\ \Delta q_\xi \end{Bmatrix} = \frac{K}{G} \Delta \rho \left[ Q_1 \{ \begin{array}{l} A(n_1 = z_1, n_2 = z_2) \\ B(n_1 = z_1, n_2 = z_2) \end{array} \} - Q_2 \{ \begin{array}{l} A(n_1 = z_3, n_2 = z_4) \\ B(n_1 = z_3, n_2 = z_4) \end{array} \} \right] \quad (2)$$

düzlem yaklaşım formülü kullanılır. Burada,

$$T_{ijk} = \sqrt{e_i^2 + m_j^2 + n_k^2}, \quad (i, j, k = 1, 2)$$

$$F_{ik} = \sqrt{e_i^2 + n_k^2}, \quad (i, k = 1, 2)$$

$$K_{jk} = \sqrt{m_j^2 + n_k^2}, \quad (j, k = 1, 2)$$

kısaltmalarıyla,

$$\begin{aligned}
A(n_1, n_2) = & \quad n_1 \ln \left[ \frac{(m_1 + T_{111})(m_2 + T_{221})}{(m_1 + T_{211})(m_2 + T_{121})} \right] + n_2 \ln \left[ \frac{(m_1 + T_{212})(m_2 + T_{122})}{(m_1 + T_{112})(m_2 + T_{222})} \right] \\
& + m_1 \ln \left[ \frac{(n_1 + T_{111})(n_2 + T_{212})}{(n_1 + T_{211})(n_2 + T_{112})} \right] + m_2 \ln \left[ \frac{(n_1 + T_{221})(n_2 + T_{122})}{(n_1 + T_{121})(n_2 + T_{222})} \right] \\
& + 2 e_1 \left[ \tan^{-1} \frac{e_1(T_{122} - F_{12})}{m_2(F_{12} + n_2)} - \tan^{-1} \frac{e_1(T_{121} - F_{11})}{m_2(F_{11} + n_1)} \right. \\
& \quad \left. + \tan^{-1} \frac{e_1(T_{111} - F_{11})}{m_1(F_{11} + n_1)} - \tan^{-1} \frac{e_1(T_{112} - F_{12})}{m_1(F_{12} + n_2)} \right] \\
& + 2 e_2 \left[ \tan^{-1} \frac{e_2(T_{221} - F_{21})}{m_2(F_{21} + n_1)} - \tan^{-1} \frac{e_2(T_{222} - F_{22})}{m_2(F_{22} + n_2)} \right. \\
& \quad \left. + \tan^{-1} \frac{e_2(T_{212} - F_{22})}{m_1(F_{22} + n_2)} - \tan^{-1} \frac{e_2(T_{211} - F_{21})}{m_1(F_{21} + n_1)} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(n_1, n_2) = & \quad n_1 \ln \left[ \frac{(e_1 + T_{111})(e_2 + T_{221})}{(e_1 + T_{121})(e_2 + T_{211})} \right] + n_2 \ln \left[ \frac{(e_1 + T_{122})(e_2 + T_{212})}{(e_1 + T_{112})(e_2 + T_{222})} \right] \\
& + e_1 \ln \left[ \frac{(n_1 + T_{111})(n_2 + T_{122})}{(n_1 + T_{121})(n_2 + T_{112})} \right] + e_2 \ln \left[ \frac{(n_1 + T_{221})(n_2 + T_{212})}{(n_1 + T_{211})(n_2 + T_{222})} \right] \\
& + 2 m_1 \left[ \tan^{-1} \frac{m_1(T_{212} - K_{12})}{e_2(K_{12} + n_2)} - \tan^{-1} \frac{m_1(T_{211} - K_{11})}{e_2(K_{11} + n_1)} \right. \\
& \quad \left. + \tan^{-1} \frac{m_1(T_{111} - K_{11})}{e_1(K_{11} + n_1)} - \tan^{-1} \frac{m_1(T_{112} - K_{12})}{e_1(K_{12} + n_2)} \right] \\
& + 2 m_2 \left[ \tan^{-1} \frac{m_2(T_{221} - K_{21})}{e_2(K_{21} + n_1)} - \tan^{-1} \frac{m_2(T_{222} - K_{22})}{e_2(K_{22} + n_2)} \right. \\
& \quad \left. + \tan^{-1} \frac{m_2(T_{122} - K_{22})}{e_1(K_{22} + n_2)} - \tan^{-1} \frac{m_2(T_{121} - K_{21})}{e_1(K_{21} + n_1)} \right]
\end{aligned}$$

olmak üzere, diğer sembollerin anımları  $\bar{D}$  yerine D alınmak koşuluyla daha önce açıklanan anımlarının aynısıdır.

Bu çalışmada yapıldığı gibi jeoid yüzeyinin bölümlemesi  $\phi$ ,  $\lambda$  coğrafi koordinat çizgileriyle yapılması ve buna uygun olarak yükseklik verilerinin elde edilmesi durumunda çeşitli nedenlerle P hesap noktasının yakınında kesin integrasyonla türetilen düzlem yaklaşım formülünün uygulanması istenebilir. Bu durumda  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  coğrafi koordinat çizgileriyle sınırlı ( $\phi_1 < \phi_2$ ,  $\lambda_1 < \lambda_2$ ) bir blokun yanal yüzlerinin, başlangıcı P( $\phi_p$ ,  $\lambda_p$ ) noktasında bulunan dik koordinat sistemindeki koordinatları ( $e_1, e_2, m_1, m_2$ ) yeterli yaklaşıklıkla ;

$$\begin{aligned} e_1 &= R \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) (\lambda_1 - \lambda_p) & m_1 &= R (\phi_1 - \phi_p) \\ e_2 &= R \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) (\lambda_2 - \lambda_p) & m_2 &= R (\phi_2 - \phi_p) \end{aligned} \quad (3)$$

bağıntılarından hesaplanabilir.

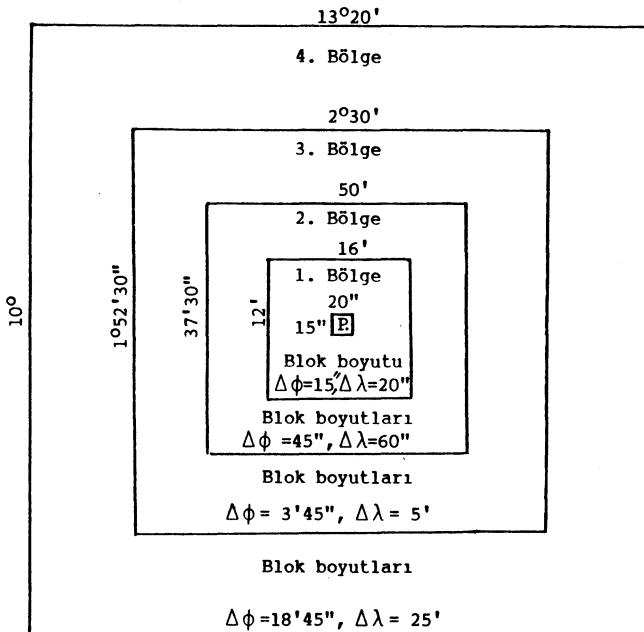
### 3. VERİLERİN ELDE EDİLMESİ

Topografik-izostatik çekül sapmalarının hesaplanması veri olarak sadece topografik yüksekliklere ve/veya derinliklere ihtiyaç duyulur. Newton çekim yasasına göre kitlelerin çekim etkileri uzaklıkla ters orantılı olarak artar. Bu nedenle tüm yeryüzü yerine, topografik-izostatik çekül sapmalarına pratik anlamda etkili olan yeryüzü parçalarının hesap formüllerine uygun olarak bölmelere (bloklara) ayrılması ve bu blokların ortalama yüksekliklerinin topografik haritalardan herhangi bir biçimde tahmin edilmesi gerekir.

Hesaplarda kullanılan formüllere uygun olarak etki alanlarına giren yeryüzü parçalarının bölümlemesi coğrafi koordinat çizgileriyle yapılmıştır. Deneme bölgesinde yapılan araştırmalar her bir hesap noktası etrafında meridyen boyunca  $10^\circ$ , paralel boyunca  $13^\circ 20'$  büyüğünde bir etki alanını dikkate almanın fazlasıyla yeterli olduğunu, bunun dışındaki kitlelerin çekül sapma bileşenlerine etkileri toplamının  $0.01''$  den küçük olduğunu göstermiştir.

Etki alanlarına giren yeryüzü parçalarının bölmelere ayrılması, etkilerin uzaklıkla azalmasından ötürü P hesap noktasından uzaklaşıkça bölme bo-

yutları büyüyecek şekilde yapılmıştır. Buna göre, her bir hesap noktası için  $10^\circ \times 13^\circ 20'$  boyutlarında belirlenen etki alanı, içtekilerin dış sınırları dıştakilerin iç sınırlarıyla çakışacak şekilde, içiçe beş alt etki bölgесine ayrılmıştır (Şekil-5).



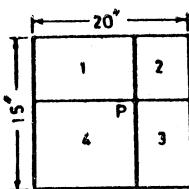
Şekil-5

Etki bölgelerinin dış sınırlarının boyutları,

- \* 0. bölge (en iç bölge) için  $15'' \times 20''$
- \* 1. bölge için  $12' \times 16'$
- \* 2. bölge için  $37'30'' \times 50''$
- \* 3. bölge için  $1^\circ 52' 30'' \times 2^\circ 30'$
- \* 4. bölge için  $10^\circ \times 13^\circ 20'$

olacak biçimde seçilmiştir.

Deneme alanındaki hesap noktalarına ait etki alanlarını içine alan yüzü parçaları; 1. bölgeler  $15'' \times 20''$ , 2. bölgeler  $45'' \times 60''$ , 3. bölgeler  $3'45'' \times 5'$ , 4. bölgeler  $18'45'' \times 25'$  boyutlarındaki bloklardan oluşan şekilde bölmelere ayrılmıştır. Bu arımda; blokların yaklaşık kare şeklinde ve boyutlarının tam sayı katları olmalarına ve 1. bölgelere ait  $1/50.000$  ölçekli paftaları sınırlayan coğrafi koordinat çizgilerinin  $15'' \times 20''$ , 2. bölgelere ait  $1/100.000$  ölçekli paftaları sınırlayan coğrafi koordinat çizgilerinin  $45'' \times 60''$ , 3. bölgelere ait  $1/250.000$  ölçekli paftaları sınırlayan coğrafi koordinat çizgilerinin  $3'45'' \times 5'$  boyutlarındaki blokların orta noktalarından geçmelerine dikkat edilmiştir. Bu şekilde pafta esasına göre böülüme yapılması sonucu P hesap noktaları  $15'' \times 20''$  boyutlu blokların içinde herhangi bir yere rastlar. Bu nedenle P hesap noktasını içinde bulunduran  $15'' \times 20''$  boyutlarındaki en iç bölge ( 0. bölge ) standart böülüme yerine P hesap noktasından geçen coğrafi koordinat çizgileriyle değişik boyutlu dört bloka ayrılmıştır ( Şekil-6 ).



Şekil-6

Yukarıda anlatılan böülümemeye göre, herhangi bir P noktasındaki topografik izostatik çekül sapmasının hesabında 4 adedi 0. bölgede, 2303 adedi 1. bölgede, 2244 adedi 2. bölgede, 800 adedi 3. bölgede, 988 adedi 4. bölgede olmak üzere toplam 6339 blokun etkisi dikkate alınmış olmaktadır.

Blokların ortalama yüksekliklerinin elde edilmesinde; 0. bölgelerdeki değişik boyutlu bloklar ve  $15'' \times 20''$  boyutlu bloklar için  $1/25.000$ , boyutları  $45'' \times 60''$  olan bloklar için  $1/100.000$ , boyutları  $3'45'' \times 5'$  olan bloklar için  $1/250.000$ , boyutları  $18'45'' \times 25'$  olan bloklar için de yerine göre  $1/1.000.000$ ,  $1/1.500.000$ ,  $1/2.500.000$ ,  $1/5.000.000$  ölçekli topografik haritalar kullanılmıştır. Deniz ve göllere ait blokların derinlikleri için değişik ölçekli deniz ve göl haritalarından yararlanılmıştır.

0. bölgelerdeki blokların ortalama yükseklikleri, hesaba daha etkili olduklarılarından ortalama yükseklik tahminleriyle, diğer bütün blokların ortalama yükseklikleri ise blok yüzeyinin yüksekliğinin doğrusal olarak değiştiği varsayılarak blok orta noktalarının yükseklikleriyle temsil edilmiştir. Blokların orta noktalarının yükseklikleri yukarıda belirtilen haritalar üzerinden, pafta ve blok boyutlarına uygun olarak çizilen şeffaf şablonlar yardımıyla okunmuştur.

Deneme alanındaki 43 nirengi noktasına ait topografik-izostatik çekül sapmalarının hesabında kullanılmak üzere yüksekliği ve/veya derinliği okunan toplam blok sayısı 248 725 dir. Bunların dağılımları şöyledir :

- \* 0. bölge etki alanlarına giren değişik boyutlu 172 blok,
- \* 1. bölge etki alanlarına giren 15" x 20" boyutlu 185 625 blok,
- \* 2. bölge etki alanlarına giren 45" x 60" boyutlu 54 000 blok,
- \* 3. bölge etki alanlarına giren 3'45" x 5' boyutlu 6624 blok,
- \* 4. bölge etki alanlarına giren 18'45" x 25' boyutlu 2304 blok.

#### 4. VERİLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Topografik-izostatik çekül sapma bileşenlerinin hesabı KTÜ'deki IBM 370/125 bilgisayarında yapılmıştır. Hesaplarda veri yönetimi yönünden zorlukla karşılaşıldığından, her bölge için ayrı bir hesap programı yazılarak bölge esasına göre hesaplama yoluna gidilmiştir.

0. bölgede ve 1. bölgede yer alan blokların etkileri kesin integrasyonla türetilen düzlem yaklaşım formülüne göre, diğer bölgelerde yer alan blokların etkileri küresel yaklaşım formülüne göre hesaplanmıştır. Yeryüzünün bölgülemesi coğrafi koordinat çizgileriyle yapıldığından, düzlem yaklaşım formülü için gerekli e, m dik koordinatları (3) bağıntısı yardımıyla bulunmuştur. Ancak 0. bölgedeki dört blokun hesabında (Şekil-6) ;

- \* 1. blok için  $e_2 = e_p = 0$ ,  $m = m_p = 0$
- \* 2. blok için  $e_1 = e_p = 0$ ,  $m = m_p = 0$
- \* 3. blok için  $e_1 = e_p = 0$ ,  $m = m_p = 0$
- \* 4. blok için  $e_2 = e_p = 0$ ,  $m = m_p = 0$

olmakta ve bu nedenle düzlem yaklaşım formülü ile yapılan hesapta belirsizlikler meydana gelmektedir. Bunu gidermek için, hesap sonucunu etkilemeyecek tarzda  $\Delta e = \Delta m = 1 \text{ cm}$ . seçilerek blok yanal yüzlerinin koordinatları,

- \* 1. blok için  $e_2 = -\Delta e$ ,  $m_1 = \Delta m$
- \* 2. blok için  $e_1 = \Delta e$ ,  $m_1 = \Delta m$
- \* 3. blok için  $e_1 = \Delta e$ ,  $m_2 = -\Delta m$
- \* 4. blok için  $e_2 = -\Delta e$ ,  $m_2 = -\Delta m$

olacak şekilde kaydırılmışlardır.

Çizelge-1'de  $R = 6370 \text{ km}$ ,  $D = 100 \text{ km}$ ,  $\rho_w = 1.027 \text{ gr cm}^{-3}$ ,  $\rho_o = 2.67 \text{ gr cm}^{-3}$ ,  $K = 66.7 \times 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ san}^{-2}$  ve  $g = 980 \text{ gal}$  alınarak deneme alanındaki 43 nirengi noktasında hesaplanan toplam topografik-izostatik çekül sapma bileşenleri (15. ve 16. sütunda) ve her bölgedeki blokların bunlara etkileri (5. sütundan 14. sütuna kadar) görülmektedir.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Topografik-izostatik çekül sapması hesabının en çok zaman gerektiren kısmı yükseklik verilerinin elde edilmesi ve bunların bilgisayar kayıt ortamına aktarılmasıdır. Ayrıca bilgisayarda veri yönetimi açısından zorluklarla karşılaşılmıştır. Bu zorluklar, her bir hesap noktası için ayrı bir etki alanını belirlemek yerine tüm hesap noktalarının etki alanlarını içine alan tek ve sabit bir etki belirlenip, bu sabit etki alanının, hesap noktalarının konumunu dikkate alarak uygun şekilde ve büyülüklüklerde bloklara ayrılmasıyla giderilebilir. Bunun diğer bir yararı da noktaların kaçınıcı bölge etki alanlarına girdigine bakılmaksızın tüm hesap noktaları için aynı blokların kullanılmasıdır.

Etki alanının genişliği üzerine yapılan inceleme sonucunda; hesap noktalarından yaklaşık 400 km'den daha uzaktaki kitlelerin topografik-izostatik çekül sapma bileşenlerine etkileri toplamının  $0''.05$ , yaklaşık 550 km'den daha uzaktaki kitlelerin etkileri toplamının  $0''.01$  civarında olduğu görülmüştür.

Kesin integrasyonla geliştirilen düzlem yaklaşım formülü ile yaklaşık nümerik integrasyonla geliştirilen küresel yaklaşım formülünün yapılan karşılaştırılması sonunda, her iki formül arasındaki farkın hesap noktasının

çok yakınında ortaya çıktıgı anlaşılmıştır. Buna göre, düzlem yaklaşım formülünün 12' x 16' boyutlarındaki 1. bölge alanının tüm 15" x 20" boyutlu bloklarına (her bir hesap noktası için 2303 adet) uygulanması yerine, hesap noktasının hemen etrafındaki 1'30" x 2' boyutlu bölgedeki 35 adet blok ile 0. bölgedeki bloklara uygulanması yeterli olmaktadır.

En iç bölgedeki (0. bölge) 15" x 20" boyutlu dört blokun topografik-izostatik çeküller sapma bileşenlerine etkisi, diğer bölgelerin her birinin etkilerine eşdeğer büyüklükte çıkmaktadır. Bu nedenle en iç bölgenin bölümlenmesinde ve bu bölgedeki bloklar ile hesap noktasının çok yakınındaki 15" x 20" boyutlu blokların yüksekliklerinin elde edilmesinde daha dikkatli davranışılması gerekmektedir.

Çizelge-1

| Nokta |               | Koordinatlar |         | 0.bölge etkisi |               | 1.bölge etkisi |               | 2.bölge etkisi |               | 3.bölge etkisi |               | 4.bölge etkisi |               | Top-izostatik çekül sap.Bi. |      |
|-------|---------------|--------------|---------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|-----------------------------|------|
| No    | Adı           | φ            | λ       | $\Delta\eta_0$ | $\Delta\xi_0$ | $\Delta\eta_1$ | $\Delta\xi_1$ | $\Delta\eta_2$ | $\Delta\xi_2$ | $\Delta\eta_3$ | $\Delta\xi_3$ | $\Delta\eta_4$ | $\Delta\xi_4$ | η                           | ξ    |
| 1     | 2             | 3            | 4       | 5              | 6             | 7              | 8             | 9              | 10            | 11             | 12            | 13             | 14            | 15                          | 16   |
| 01    | Halimoğlu     | 41° 31'      | 32° 14' | -1.1           | -0.2          | 0.1            | 0.4           | -2.5           | 3.4           | -3.4           | 6.3           | -0.9           | 2.3           | -7.7                        | 12.6 |
| 02    | Göldağı       | 41 25        | 31 59   | 1.9            | 0.2           | 2.1            | 0.4           | -0.8           | 4.1           | -3.4           | 6.1           | -0.8           | 2.4           | -1.0                        | 13.1 |
| 03    | Akçaharman    | 41 15        | 32 07   | -1.0           | -1.1          | 1.2            | 5.3           | -1.0           | 3.4           | -2.6           | 5.8           | -0.9           | 2.1           | -4.3                        | 15.6 |
| 04    | Babatepe      | 41 11        | 31 48   | -1.0           | -2.0          | 3.4            | 2.6           | -0.7           | 2.6           | -3.0           | 6.1           | -0.7           | 2.1           | -1.9                        | 11.4 |
| 05    | Keltepe 1     | 41 05        | 32 27   | -0.8           | 2.6           | 2.2            | -0.1          | -0.1           | 3.2           | -1.8           | 3.9           | -0.8           | 2.2           | -1.2                        | 11.7 |
| 06    | Dibektaş      | 41 05        | 30 35   | 0.4            | -1.1          | 0.5            | 1.8           | 0.2            | 3.0           | -0.7           | 4.4           | -0.4           | 2.1           | 0.0                         | 10.2 |
| 07    | Kızıltepe     | 41 02        | 31 31   | -1.0           | -1.4          | -4.3           | 2.1           | -3.2           | 4.3           | -2.4           | 5.3           | -0.6           | 2.1           | -11.5                       | 12.4 |
| 08    | Soğukoluk     | 41 02        | 32 00   | 0.2            | -1.7          | -2.5           | 2.5           | -1.5           | 3.0           | -1.6           | 4.6           | -0.7           | 2.1           | -6.1                        | 10.4 |
| 09    | Oflak         | 40 57        | 32 23   | -0.3           | -0.6          | 0.8            | 0.5           | 0.3            | 0.6           | -0.5           | 4.1           | -0.5           | 2.0           | -0.2                        | 6.5  |
| 10    | Kaplandede    | 40 57        | 31 04   | -1.4           | -2.3          | 0.2            | -0.2          | -0.5           | 2.7           | -2.6           | 5.1           | -0.5           | 2.0           | -4.7                        | 7.4  |
| 11    | Çamdağ        | 40 53        | 30 45   | -0.4           | 0.0           | -3.9           | -1.5          | -2.0           | 1.8           | -1.3           | 4.5           | -0.5           | 2.0           | -8.1                        | 6.9  |
| 12    | Çileedoruğu 1 | 40 52        | 31 42   | 1.9            | -1.0          | -0.8           | -1.5          | -0.3           | 3.2           | -2.3           | 3.4           | -0.8           | 2.0           | -2.3                        | 6.1  |
| 13    | Naldöken      | 40 51        | 32 16   | 2.2            | 1.0           | -2.9           | -0.9          | -2.5           | 3.0           | -1.1           | 2.3           | -0.4           | 2.1           | -4.7                        | 7.6  |
| 14    | Dikmen 1      | 40 50        | 31 26   | 1.8            | 1.0           | -5.0           | 0.0           | -3.3           | 3.4           | -2.2           | 4.0           | -0.5           | 2.1           | -9.2                        | 10.4 |
| 15    | Karataş       | 40 46        | 32 41   | -2.6           | 0.5           | 4.2            | 1.8           | -0.1           | 1.9           | -0.4           | 1.9           | -0.3           | 1.5           | 0.8                         | 7.6  |
| 16    | Doruktepe     | 40 44        | 31 58   | 0.9            | -1.7          | 0.4            | 4.6           | -0.3           | 4.5           | -2.0           | 1.7           | -0.7           | 1.8           | -1.7                        | 10.8 |
| 17    | Dikmen 2      | 40 40        | 30 54   | -0.7           | 2.2           | -1.4           | 0.1           | -1.7           | 4.8           | -2.1           | 2.9           | -0.7           | 1.9           | -6.7                        | 11.7 |
| 18    | Keltepe 2     | 40 39        | 30 06   | 0.4            | 2.6           | -2.1           | 3.8           | 0.8            | 2.1           | -0.6           | 2.3           | -0.6           | 1.8           | -2.1                        | 12.6 |
| 19    | Erenler       | 40 34        | 32 22   | -1.3           | -1.8          | 1.6            | -0.3          | -0.1           | -1.5          | -0.6           | 0.7           | -0.4           | 1.7           | -0.8                        | -1.1 |
| 20    | Göktepe       | 40 33        | 30 32   | 0.0            | 0.7           | -0.9           | 4.1           | -2.3           | 3.8           | -1.1           | 2.0           | -0.8           | 1.8           | -5.1                        | 12.4 |
| 21    | Cezirdede     | 40 31        | 32 50   | -0.6           | 1.5           | -0.7           | -2.5          | -1.2           | -1.9          | 0.8            | -0.4          | -0.4           | 1.7           | -2.0                        | -1.6 |

Çizelge-1 (devam)

| Nokta |              | Koordinatlar |         | 0.bölge etkisi  |                 | 1.bölge etkisi  |                 | 2.bölge etkisi  |                 | 3.bölge etkisi  |                 | 4.bölge etkisi  |                 | Top-izostatik çekül sap.Bi. |       |
|-------|--------------|--------------|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------------------|-------|
| No    | Adı          | φ            | λ       | Δη <sub>0</sub> | Δξ <sub>0</sub> | Δη <sub>1</sub> | Δξ <sub>1</sub> | Δη <sub>2</sub> | Δξ <sub>2</sub> | Δη <sub>3</sub> | Δξ <sub>3</sub> | Δη <sub>4</sub> | Δξ <sub>4</sub> | η                           | ξ     |
| 1     | 2            | 3            | 4       | 5               | 6               | 7               | 8               | 9               | 10              | 11              | 12              | 13              | 14              | 15                          | 16    |
| 22    | Avdan        | 40° 22'      | 29° 48' | " 2.6           | " 0.0           | " -1.5          | " 0.1           | " -0.9          | " -0.6          | " -0.9          | " 3.1           | " -0.4          | " 1.5           | " -1.1                      | " 4.0 |
| 23    | Kıllık kaşı  | 40 20        | 31 56   | 0.4             | -2.2            | -2.3            | 2.8             | -0.8            | -4.1            | -0.6            | -0.3            | -0.4            | 1.4             | -3.6                        | -2.4  |
| 24    | Hızırtepe    | 40 19        | 32 57   | -0.6            | -0.4            | 1.4             | 0.6             | -1.1            | -2.2            | 0.4             | -0.3            | -0.7            | 1.2             | -0.6                        | -1.0  |
| 25    | Bakırcak     | 40 14        | 32 25   | -0.8            | -0.7            | 0.5             | 1.2             | -0.8            | -0.5            | 0.2             | -2.0            | -0.4            | 1.4             | -1.3                        | -0.6  |
| 26    | Enserkaya    | 40 11        | 30 19   | 0.3             | 0.2             | -1.5            | 1.2             | -2.0            | 0.1             | -1.0            | 2.0             | -0.5            | 1.7             | -4.7                        | 5.2   |
| 27    | Aktepe       | 40 06        | 31 00   | 1.3             | -1.0            | -3.9            | 0.7             | -2.1            | 1.5             | -0.4            | 0.3             | -0.1            | 1.3             | -5.3                        | 2.8   |
| 28    | Aktaş        | 40 04        | 32 49   | -0.3            | 0.0             | 0.6             | -1.4            | -0.9            | -1.5            | -0.5            | -0.2            | -0.2            | 0.7             | -1.4                        | -2.3  |
| 29    | Kapaklı      | 40 04        | 29 53   | 0.6             | 0.6             | 0.3             | -1.5            | 0.7             | 3.2             | -0.6            | 2.9             | -0.5            | 1.2             | 0.5                         | 6.3   |
| 30    | Ahmaşık      | 40 03        | 32 25   | -2.2            | -1.3            | 2.4             | 0.2             | -0.6            | 0.2             | 0.1             | -1.4            | -0.3            | 0.9             | -0.6                        | -1.4  |
| 31    | Kırktepeler  | 40 02        | 32 00   | 0.2             | 0.2             | -0.2            | 1.5             | -0.8            | -0.3            | -0.1            | -1.3            | -0.3            | 1.1             | -1.1                        | 3.0   |
| 32    | Uzunyatak    | 39 56        | 31 16   | 1.9             | -1.6            | -0.9            | 2.0             | -0.6            | 0.6             | 0.2             | 0.3             | -0.5            | 1.4             | 0.1                         | 2.6   |
| 33    | Türkmenbaba  | 39 55        | 30 42   | -1.1            | 0.4             | 2.1             | -1.2            | -0.5            | 1.0             | -0.4            | 0.7             | -0.3            | 1.5             | -0.3                        | 2.3   |
| 34    | Meşedağı     | 39 52        | 32 35   | -0.2            | -1.1            | 0.3             | 3.0             | -1.8            | -0.4            | 0.4             | -0.1            | -0.5            | 1.2             | -1.8                        | 2.6   |
| 35    | Yağarslan    | 39 51        | 31 41   | -2.0            | -1.0            | 3.6             | 1.1             | 1.0             | 1.0             | 0.3             | -1.1            | -0.5            | 1.4             | 2.3                         | 1.4   |
| 36    | Kozdoruğu    | 39 47        | 30 10   | 0.0             | 0.4             | 0.6             | 0.9             | 0.1             | 1.6             | 0.4             | 1.9             | -0.3            | 1.0             | 0.8                         | 5.7   |
| 37    | Koçarkoç     | 39 46        | 32 01   | 0.4             | 0.3             | -2.0            | 0.6             | -0.8            | -0.8            | -0.1            | 0.1             | -0.3            | 0.6             | -2.8                        | 0.9   |
| 38    | Çiledoruğu 2 | 39 46        | 32 11   | -1.1            | -2.4            | 1.4             | 2.6             | -0.8            | -0.2            | 0.0             | 0.2             | -0.6            | 0.6             | -1.1                        | 0.7   |
| 39    | Yulaktepe    | 39 43        | 31 11   | -1.6            | -0.5            | 1.3             | -0.3            | -0.7            | 0.2             | 0.5             | 0.6             | -0.3            | 1.0             | -0.8                        | 1.0   |
| 40    | Melemen      | 39 40        | 30 38   | -1.4            | 0.3             | 1.4             | 0.4             | 1.0             | 0.9             | -0.5            | 1.0             | -0.2            | 1.2             | 0.3                         | 3.8   |
| 41    | Burukluçalı  | 39 38        | 31 07   | -2.0            | 1.0             | 1.8             | 0.9             | -0.2            | -0.3            | 0.2             | 0.8             | -0.1            | 1.2             | -0.3                        | 3.5   |
| 42    | Üryantepе    | 39 34        | 31 49   | -2.1            | -1.5            | 1.6             | 1.8             | 2.2             | 0.4             | -1.1            | 0.1             | 0.2             | 1.1             | 0.9                         | 1.8   |
| 43    | Yediler      | 39 30        | 31 25   | 0.2             | 2.2             | -0.5            | -2.6            | -0.8            | -1.2            | 0.5             | 1.2             | 0.0             | 0.3             | -0.6                        | -0.1  |

## K A Y N A K L A R

- /1/ Ayhan, E. : Topografik-İzostatik Çekül Sapması ve İzostatik Anomali, Harita Dergisi, Sayı:89, s.55-84, Ankara. 1982
- /2/ Chovitz, B. : The Influence of the Distant Topography on the Deflection of the Verticale, Bull. Geod., No:54, s.37-43. Fischer, I. 1959
- /3/ Erokan, İ. : Untersuchungen zur Topographisch-Isostatischen Lotabweichungsinterpolation für Landesvermessungszwecke, Bonn. 1963
- /4/ Gürkan, O. : Topografik-İzostatik Çekül Sapması, KTÜ Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü, Trabzon. 1977
- /5/ Gürkan, O. : Çekül Sapması Kavramı Türleri. Harita Dergisi, Sayı:86, s.24-45, Ankara. 1979
- /6/ Heitz, S. : Formeln zur Berechnung topographisch-isostatischer Reduktionen von Lotabweichungen auf der Grundlage geographischer Koordinaten, DGK. Reihe A, Heft Nr.47 1966
- /7/ Heitz, S. : Geoidbestimmung durch Interpolation nach kleinsten Quadranten aufgrund gemessener und interpolierter Lotabweichungen, DGK. Reihe C, Heft Nr.124. 1968
- /8/ Karaali, C. : Türkiye'nin Bir Bölgesi İçin Astrojeodezik Jeoid Belirleme Denemesi, KTÜ Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü, Trabzon. 1985
- /9/ Reinhart, E. : Lotabweichungen aus sichtbaren Massen, DGK. Reihe C, Heft Nr.114 1968