

TOPOGRAFİK - İSOSTATİK ÇEKÜL SAPMASI
VE İSOSTATİK ANOMALİ

Y.Müh.Yzb. Emin AYHAN

1. GİRİŞ

Yatay ve düşey kontrol ağları, başlangıçtaki bilgi eksikliği nedeniyle, geliştirme (Yineleme) yöntemi ile oluşturulurlar /11/, /20/. Kurulan tüm yatay ve düşey kontrol ağlarında geliştirme yönteminin ilk aşaması tamamlanıp elde edilen değerler kullanıma sunulmuş bulunmaktadır. Bu değerler, başlangıçtaki belirsizlikler nedeniyle yapılan yaklaşımların etkilerini taşırlar. Kullanıma sunulan bu değerler belirli amaçlarla (Askeri, v.b.) kullanıma uygundur. Günümüzde Jeodeziden beklenenin nitelik ve niceliklerini gitgide değiştirmeleri bu değerlerin iyileştirilmelerini gerektirmektedir. İyileştirme değişik yollar izlenerek becerilebilir. İyileştirme amacıyla Topografik - İsostatik çekül sapması ve isostatik anomalilerden yararlanılma, gelişme sürecindeki ülke kontrol ağları için önerilmektedir. Her iki kavramın jeodezik kullanım alanları konusunda öz bilgi vermek bu öneriyi daha da aydınlatacaktır.

Topografik-İsostatik çekül sapmasının Jeodezik amaçlı kullanımları :

- Vening Meinesz eşitliği ile bulunan gravimetrik çekül sapması üzerinde dolaylı etki olduğundan, belirlenen gravimetrik çekül sapmalarına eklenmelidir. /14/

- Astrojeodezik çekül sapması sıklaştırmasında ara veridir /14/, 18/.

- En uygun elipsoid ve datum parametrelerinin araştırılmasında veri kümesini oluşturur/20/.

İsostatik anomalilerinin jeodezik amaçlı kullanımları ;

- Gravite anomalisi sıklaştırma işleminde ara veridirler /14/.

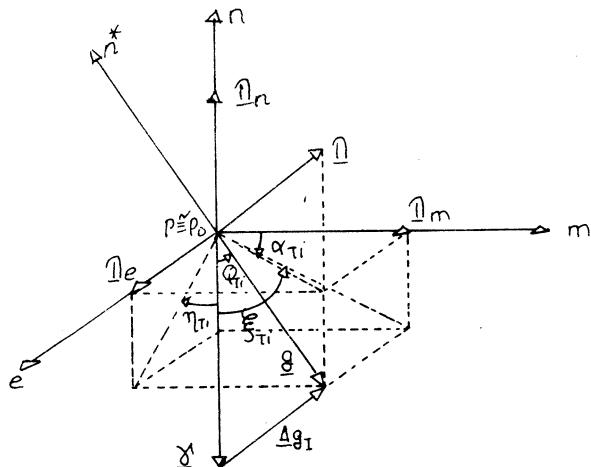
- Gravimetrik jeoid yüksekliği ve çekül sapması hesabında veri kümesini oluştururlar /14/.

İyileştirme amacıyla bu yolun benimsenmesinin uygulamaya dönük nedenleri de vardır. Bu iki kavramın belirlenmesi için, yapılmış olanların dışında fazladan ölçü yapılmasına gerek yoktur. Sayısal işlemler için gerekli tek veri, topografik ve hidrografik haritalardan bir bölümleme sistemi aracılığı ile okunan yükseklik ve derinlik değerleridir.

Büyük boyutlu ve bilgisayara dönük seri uygulamalarda bölüme sistemi olarak, coğrafi koordinat çizgileri (λ, ϕ) ile oluşturulan kareleme sistemi kullanılır. Bu çalışma içinde kareleme sistemi "bölümleme sistemi" ismi ile anılmaktadır.

Bu çalışmada iyileştirme amacıyla ara veri olarak kullanılan topografik - isostatik çekül sapması ve isostatik anomalinin hesaplanması konu edilmektedir. Aşağıda bu iki kavramı tanımlayıcı özlü bilgi verilmektedir.

Jeoid dışında kitle olmadığı, yerkabuğunun standart kalınlık ve yoğunlukta olduğu, yerkabuğu içindeki kitlelerin uygun dağılımda ve jeoidin dönel elipsoid olduğu varsayılsa, yerin gerçek ve kuramsal gravite alanlarının özdeşliklerinden söz edilebilir. Ancak görünen topografik kitlelerin varlığının yadsınaması ve isostasi kuramlarına göre yerkabuğunun standart kalınlık ve yoğunlukta olmadığı gerçeği, gerçek ve kuramsal gravite alanlarının farklılaşmasına neden olur. Bu farklılaşma jeoid üzerindeki P ve elipsoid üzerindeki karşıtı P_o noktalarındaki yerel dik koordinat (Doğal ve Referans) sistemlerine özelleştirilerek şekil : 1 ' de gösterilmektedir. /1/, /9/, /10/.



Şekil : 1

\tilde{P} ... Farklılaşmanın \tilde{P}_0 noktasındaki etkisi olup, $\tilde{P} \tilde{P}_0$ noktasında topografik $_$ isostatik kitle çekim kuvveti ismi ile anılır.

n^* ve n eksenleri arasındaki açı "topografik_isostatik çekül sapması" ($Q_{T\ddot{l}}$) ismi ile anılır. Topografik $_$ isostatik çekül sapması ve bileşenlerinin

$$\eta_{T\ddot{l}} = \frac{\eta_e}{g} \quad , \quad \xi_{T\ddot{l}} = \frac{\eta_m}{g} \quad (1.a)$$

$$Q_{T\ddot{l}} = \frac{(\eta_e + \eta_m)^{1/2}}{g} \quad \text{yada} \quad Q_{T\ddot{l}} = \frac{\eta_e}{g} \cdot \sin \alpha_{T\ddot{l}} + \frac{\eta_m}{g} \cdot \cos \alpha_{T\ddot{l}} \quad (1.b)$$

eşitlikleri ile bulunabileceği şekilde : 1'den kolayca görülmektedir/1/,/2/.

$$\Delta g_I = g - \gamma$$

ile belirlenen Δg_I , "isostatik anomali vektörü" ismi ile anılır. Δg_I 'nın büyüklüğü,

$$\Delta g_I = g^p + \eta_n + A_F - \gamma$$

ile bulunur /1/,/2/,/9/. Bu eşitlikte geçen η_n , ölçü noktası için hesaplanmalıdır. Şekil : 1'deki Δg_I , ölçü noktası jeoid üzerinde varsayılarak çizilmişdir. Yukarıdaki eşitliklerde geçen gösterimlerin anlamları ;

$\eta_{T\ddot{l}}$, $\xi_{T\ddot{l}}$... Topografik_isostatik çekül sapmasının sırası ile doğu-batı ve kuzey-güney bileşenleri

η_e , η_m , η_n ... Topografik_isostatik çekim vektörü bileşen büyüklükleri.

$\alpha_{T\ddot{l}}$... n ekseninin azimutu

g, γ ... Gerçek ve kuramsal gravite.

g^p ... Ölçü noktasıda ölçülen gravite

A_F ... Serbest hava indirgemesi

İşlemler /8/, /11/ ve /20/ verilen referans koordinat sistemlerinde yürütüleceğinden, sözü edilen kavramlar (e, m, n) sisteminde ele alınıp (1.a,b) ve (2) eşitlikleri oluşturulmuştur.

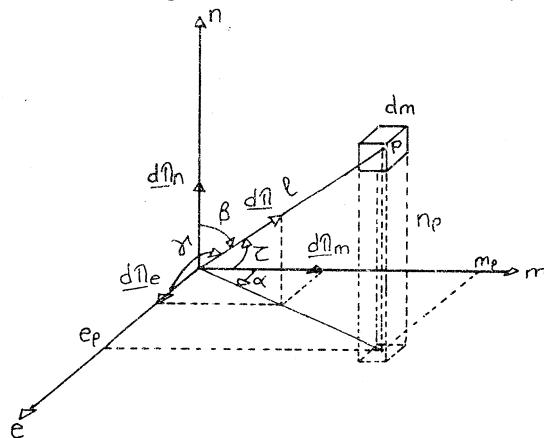
Bu eşitliklerde $g \equiv \gamma$ alınarak da işlemler yürütülebilir.

(1.a,b) ve (2) eşitlikleri incelendiğinde, topografik-isostatik çekül sapması ve isostatik anomalinin belirlenmesi ile topografik-isostatik kitle çekim kuvvetinin (\mathbf{f}) belirlenmesinin aynı anlama geldiği görülmektedir. Bu nedenle tartışmalar topografik-isostatik kitle çekim kuvvetinin belirlenmesi üzerinde yoğunlaşmaktadır.

Bölüm 2' de, \mathbf{f} 'nin dik koordinatlarda oluşturulan formüller kullanılarak elipsoidik yaklaşımla belirlenmesi ele alınmaktadır. Bölüm 3'de, 2nci bölümde kuramsal ilkeleri verilen yöntem uygulamaya dönük olarak olgunlaştırılmıştır. Bölüm 4' de ise, sözü edilen çekim kuvvetinin küresel yaklaşımla belirlenmesi konu edilmektedir.

2. TOPOGRAFİK-ISOSTATİK KİLELERİN ÇEKİM KUVVETİ

Topografik-isostatik kitle çekim kuvvetini belirlemek amacıyla yapılan çalışmalarında, elipsoidik, küresel yada dik koordinatlarda oluşturulan uygulama eşitlikleri kullanılır. Bu bölümde, dik koordinatlarda oluşturulan eşitliklerin elipsoid üzerinde uygulaması konu edilmektedir.



Şekil :2.

Not: Matris altı çizgili büyük harf ve vektör altı çizgili küçük harf ile gösterilmektedir.

2.1. DİK KOORDİNALarda

Burada /1/' de verilen yöntem izlenmektedir. Bir P noktasındaki kitle elemanı, Newton çekim yasasına göre, 1 kadar uzağındaki nokta kitle üzerinde,

$$d\pi = k \cdot \frac{dm}{r^2} \quad (3)$$

büyükliğinde çekim kuvveti yaratır; (k ... Newton çekim sabiti).

$dm = \rho \cdot de \cdot dm \cdot dn$, ρ ... yoğunluk, $r^2 = e^2 + m^2 + n^2$, (3) eşitliğinde konulup her iki tarafın integrali alınırsa,

$$\pi = k \iiint_v \frac{\rho}{(e^2 + m^2 + n^2)^{3/2}} \cdot [e \ m \ n]^T \cdot de \cdot dm \cdot dn \quad (4)$$

ile v hacimli topografik - isostatik kitlelerin başlangıç noktasında (0) yarattığı çekim kuvveti elde edilir. π ' nin açık eşitliğinin belirlenebilmesi için eşitliğin sağındaki integral açılımının yapılması gereklidir. Pratt-Hayford isostasi sisteminde, topografik ve isostatik kitleler, (e, m, n) . sistemindeki koordinat çizgileri ile bölmelere ayrılarak integral açılımı bölmeler için yapılarak, integral toplama dönüştürülebilir. Böylece π , Pratt - Hayford isostasi sisteminde ;

$$\pi = k \sum_{i=1}^n \rho_i \iiint_{\text{Top.Böl.}} (e^2 + m^2 + n^2)^{-3/2} [e \ m \ n]^T de \ dm \ dn \quad (5)$$

$$+ k \sum_{j=1}^n \rho_j \iiint_{\text{Isos.Böl.}} (e^2 + m^2 + n^2)^{-3/2} [e \ m \ n]^T de \ dm \ dn$$

olarak elde edilir. Bu eşitlik ,

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix} = \frac{n_2 m_2 e_2}{\int_{n_1}^{\infty} \int_{m_1}^{\infty} \int_{e_1}^{\infty} (e^2 + m^2 + n^2)^{-3/2}} \begin{Bmatrix} e \\ m \\ n \end{Bmatrix} \quad \text{de. dm. dn} \quad (6)$$

kısaltmaları ile,

$$\Psi = k \sum_{i=1}^n p_i [A \ B \ C]^T + k \sum_{j=1}^n p_j [A \ B \ C]^T \quad \text{Top. Böl. Isos. Böl.} \quad (7)$$

Ψ 'nın açık eşitliğinin bulunabilmesi A,B,C integrallerinin açılımlarını gerektirmektedir.

A 'nın integral açılımı ;

$$\begin{aligned} A = & m_2 \cdot \ln \frac{n_1 + T1}{n_1 + T2} + m_1 \cdot \ln \frac{n_2 + T3}{n_2 + T4} + m_2 \cdot \ln \frac{n_2 + T5}{n_2 + T6} + m_1 \cdot \ln \frac{n_1 + T7}{n_1 + T8} \\ & + n_2 \cdot \ln \frac{m_2 - T6}{m_2 - T5} + n_1 \cdot \ln \frac{m_2 - T2}{m_2 - T1} + n_2 \cdot \ln \frac{m_1 - T4}{m_1 - T3} + n_1 \cdot \ln \frac{m_1 - T8}{m_1 - T7} \quad (8) \\ & + 2 e_2 (\tan^{-1} \frac{m_1 + n_2 + T3}{e_2} + \tan^{-1} \frac{m_2 + n_2 + T1}{e_2} - \tan^{-1} \frac{m_2 + n_2 + T6}{e_2} - \tan^{-1} \frac{m_1 + n_1 + T8}{e_2}) \\ & + 2 e_1 (\tan^{-1} \frac{m_2 + n_2 + T3}{e_1} + \tan^{-1} \frac{m_1 + n_1 + T7}{e_1} - \tan^{-1} \frac{m_1 + n_2 + T4}{e_1} - \tan^{-1} \frac{m_2 + n_1 + T2}{e_1}) \end{aligned}$$

B' nin integral açılımı ;

$$\begin{aligned}
 B &= e_2 \ln \frac{n_2 + T3}{n_2 + T6} + e_1 \ln \frac{n_2 + T5}{n_2 + T4} + e_2 \ln \frac{n_1 + T1}{n_1 + T8} + e_1 \ln \frac{n_1 + T7}{n_1 + T2} \\
 &+ n_2 \ln \frac{e_2 - T6}{e_2 - T3} + n_1 \ln \frac{e_2 - T8}{e_2 - T1} + n_2 \ln \frac{e_1 - T4}{e_1 - T5} + n_1 \ln \frac{e_1 - T2}{e_1 - T7} \quad (9) \\
 &+ 2 \frac{m_1}{m_1} (\tan^{-1} \frac{e_2 + n_2 + T3}{m_1} + \tan^{-1} \frac{e_1 + n_1 + T7}{m_1} - \tan^{-1} \frac{e_1 + n_2 + T4}{m_1} - \tan^{-1} \frac{e_2 + n_1 + T8}{m_1}) \\
 &+ 2 \frac{m_2}{m_2} (\tan^{-1} \frac{e_1 + n_2 + T5}{m_2} + \tan^{-1} \frac{e_2 + n_1 + T1}{m_2} - \tan^{-1} \frac{e_2 + n_2 + T6}{m_2} - \tan^{-1} \frac{e_1 + n_1 + T2}{m_2})
 \end{aligned}$$

C'nin integral açılımı ;

$$\begin{aligned}
 C &= m_2 \cdot \ln \frac{e_2 + T1}{e_2 + T6} + m_1 \cdot \ln \frac{e_2 + T3}{e_2 + T8} + m_2 \cdot \ln \frac{e_1 + T5}{e_1 + T2} + m_1 \cdot \ln \frac{e_1 + T7}{e_1 + T4} \\
 &+ e_2 \cdot \ln \frac{m_2 - T6}{m_2 - T1} + e_1 \cdot \ln \frac{m_2 - T2}{m_2 - T5} + e_2 \cdot \ln \frac{m_1 - T8}{m_1 - T3} + e_1 \cdot \ln \frac{m_1 - T4}{m_1 - T7} \quad (10) \\
 &+ 2n_2 (\tan^{-1} \frac{m_1 + e_2 + T3}{n_2} + \tan^{-1} \frac{m_2 + e_1 + T5}{n_2} - \tan^{-1} \frac{m_2 + n_2 + T6}{n_2} - \tan^{-1} \frac{m_1 + e_1 + T4}{n_2}) \\
 &+ 2n_1 (\tan^{-1} \frac{m_2 + e_2 + T1}{n_1} + \tan^{-1} \frac{m_1 + e_1 + T7}{n_1} - \tan^{-1} \frac{m_1 + e_2 + T8}{n_1} - \tan^{-1} \frac{m_2 + e_1 + T2}{n_1})
 \end{aligned}$$

u eşitliklerde kullanılan T_i ($i = 1, \dots, 8$) kısaltmaları ;

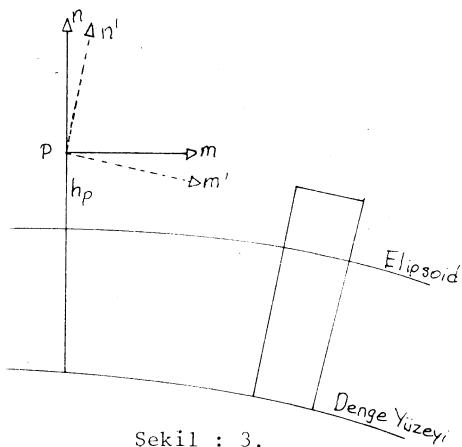
$$T1 = (e_2^2 + m_2^2 + n_1^2)^{1/2}, \quad T2 = (e_1^2 + n_1^2 + m_2^2)^{1/2}, \quad T3 = (e_2^2 + n_2^2 + m_1^2)^{1/2}$$

$$T4 = (e_1^2 + n_2^2 + m_1^2)^{1/2}, \quad T5 = (e_1^2 + n_2^2 + m_2^2)^{1/2}, \quad T6 = (e_2^2 + n_2^2 + m_2^2)^{1/2} \quad (11)$$

$$T7 = (e_1^2 + n_1^2 + m_1^2)^{1/2}, \quad T8 = (e_2^2 + n_1^2 + m_1^2)^{1/2}$$

2.2. ELİPSOİD ÜZERİNDE

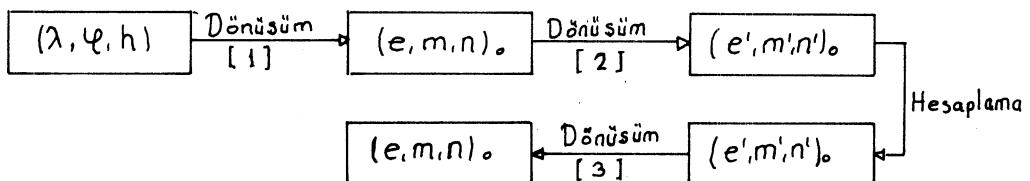
Topografik-isostatik kitlelerin çekim etkileri elipsoidik koordinatlar- da belirli yaklaşımlarla belirlenebilir. Ancak burada dik koordinatlarda o - luşturulan eşitliklerin elipsoid üzerinde uygulanabilirliği gösterilecektir. Genelde /1/' de verilen yöntem izlenecektir. Elipsoid üzerindeki bölümleme sistemi λ, ϕ koordinat çizgileri ile oluşturulur. Bölümleme ile biçimlenen bölmeler, çekim etkisinin belirleneceği noktadaki $(e, m, n)_o$ yerel dik koordinat sistemine göre eğik olarak oluşurlar. Bu nedenle, bölüm 2'de oluşturulan eşitlikler eğik bölmeler için kullanılamazlar. Bu durumda yapılacak iş ; hesap noktasındaki $(e, m, n)_o$ sistemini, eğik bölmeyi uygun bölme kabul eden (e', m', n') sistemini ile çakışacak biçimde döndürmektir. Eğik bölmenin, (e', m', n') sisteminin başlangıç noktasında yarattığı çekim kuvveti (7), (8), (9), (10) ve (11) eşitlikleri ile belirlenir. (e', m', n') sisteminde belirlenen bölme çekim vektörü $(e, m, n)_o$ sistemine dönüştürüülerek, eğik bir bölmenin $(e, m, n)_o$ sistemi- nin başlangıç noktasında yarattığı çekim etkisi belirlenebilir (şekil :3).



Şekil : 3.

Dik koordinatlarda oluşturulan eşitliklerin kullanılabilmesi için, elipsoidik bölmelerin (e, m, n) sisteminde köşe nokta koordinatlarının belirlenmesi gereklidir. Bu değerlerin dolaysız olarak elde edilmesi olanaklı değildir.

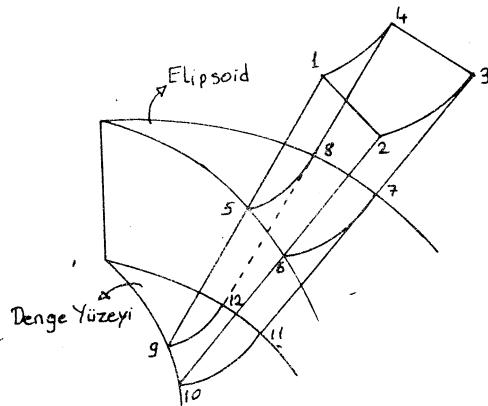
Bir bölmenin çekim kuvvetini hesaplamak için yapılması gereklili işler özde ;



ile şematik olarak gösterilebilir.

[1] ve [2] dönüşümleri bölge köşe nokta koordinatlarını dönüştürmek, [3] dönüşümü ise eğik bölmenin (e', m', n') sisteminde belirlenen çekim vektörünü (e, m, n) sistemine dönüştürmek amacıyla uygulanmaktadır.

Bu işin becerilebilmesi için öncelikle bölge noktalarının $(λ, φ, h)$ sisteminde koordinatlarının belirlenmesi gereklidir. Pratt_Hayford isostasi sisteminde topografik_isostatik bir bölge, topografik ve isostatik bölmelerden oluşur. Şekil:4 'den de görüldüğü gibi topografik-isostatik bölge, denge yüzeyi, elipsoid ve fiziksel yeryüzü ile topografik ve isostatik bölmelere ayrılmaktadır. Elipsoid ile sınırlı yüzey üzerindeki köşe noktaları (5, 6, 7, 8) için $h=0$ ve denge yüzeyi üzerindeki köşe noktaları (9, 10, 11, 12) için $h=100\ 000\ m$ dir. Fiziksel yeryüzü üzerindeki köşe noktalarının (1, 2, 3, 4) yük seklikleri ise oluşturulan temel bölgüleme ile topografik ve hidrografik haritalar üzerinden okunarak elde edilir. Temel bölge köşe noktalarının $λ, φ$ koordinatları da temel bölgüleme ile belirli durumdadır. Açıkça görüldüğü gibi çaba gerektiren tek veri fiziksel yeryüzündeki köşe nokta yükseklikleridir.



Şekil : 4

(e', m', n') sisteminde bölmeler tepeleri elipsoidin merkezine doğru uzanan kesik piramit biçimindedir. Dik koordinatlarda oluşturulan eşitlikler ise dikdörtgen pirizma biçimli bölmeler için geçerlidir. Bu eşitliklerin kesik pramit biçimli bölmelere uygulanamaması, bölmelerin kitle konumlarıyla oynanarak dikdörtgen prizma biçimine dönüştürmelerini gerektirir. Kitle konumlarıyla oynamak, kesik pramit biçimli bölmelerin yarattığı çekim alanını değiştirdiğinden bu değişimlerin hesaplanması gereklidir. Bu değişim, topografik bölme için gözardı edilebilmesine karşın isostatik bölme için gözönünde bulundurulması gereklili boyutlara ulaşmaktadır. (e', m', n') sisteminde bölme çekim vektörü ($\underline{\underline{I}}_B'$) :

$$\underline{\underline{I}}_B' = k \left(\rho_T [A' \ B' \ C']^T + \rho_I [A' \ B' \ C'] \right) \quad (12)$$

Top. Böl. Isos. Böl.

ρ_T ... Topografik bölge yoğunluğu

ρ_I ... İsostatik bölge yoğunluğu

$A', B', C' \dots (e', m', n')$ sisteminde hesaplanan A, B, C katsayıları

İsostatik bölme değişim etkisi eklenerek iyileştirilmiş bölme çekim kuvveti

$$\underline{\underline{I}}_B'' = \underline{\underline{I}}_B' + \underline{d} \quad (13)$$

$\underline{\underline{I}}_B''$... İyileştirilmiş bölme çekim kuvveti

\underline{d} ... İsostatik bölme değişim etkisi

(e, m, n), sisteminde, eğik bölme çekim vektörü ($\underline{\underline{I}}_B$)

$$\underline{\underline{I}}_B'' = \underline{\underline{M}}^T \cdot \underline{\underline{I}}_B \quad (14)$$

ile elde edilir.

$\underline{\underline{M}}^T$... [3] dönüşümünü sağlayan dönüşüm matrisi.

Topografik isostatik kitlelerin başlangıç noktasında yarattığı toplam çekim kuvveti,

$$\underline{\underline{I}} = \sum_{i=1}^n \underline{\underline{I}}_{B,i} \quad (15)$$

$\underline{\underline{I}}$... Topografik-isostatik kitlelerin toplam çekim etkisi

n ... Topografik-isostatik bölme sayısı.

3. UYGULAMA

Bölüm 2'de sözü edilen yöntemin veri kümesini oluşturan yüksekliklerin okunabilmesi için öncelikle bölümleme sisteminin oluşturulması gereklidir. Başlangıç noktasının yakınında ve uzağında bulunan kitleler farklı özellikler gösterdiğinden, hesaplaşma yöntemi de farklı biçimde uygulanmaktadır.

3.1. TEMEL BÖLÜMLEME

Yüksekliklerin tek bir bölümleme sistemiyle haritalardan okunması işlemelerde tekdüzelik yaratır. Ayrıca bölüm 3.3' de sözü edilen uzak bölgdedeki büyük ve değişken boyutlu bölmelerin tek bir bölmenden katlarıyla elde edilmesi, bölge boyutu belirleme ve bilgisayar çalışmalarında kolaylık sağlama maktadır.

Bu nedenlerle, öncelikle ülke koşullarına uygun tek bir bölümleme sisteminin oluşturulması gereklidir. Bu bölümleme " temel bölümleme" ve oluşan bölmeler "temel bölge" ismi ile anılmaktadır /2/. Temel bölümlemenin aşağıdaki istemleri karşılaması beklenir /2/, /22/.

_ Temel bölmeler yaklaşık kare olmalıdır.

_ Türkiye'nin 1 /25 000 ölçekli haritaları tamamlanmış olduğundan yükseklik okumaları bu haritalar üzerinden yapılmalıdır. Temel bölümleme de, yükseklik okumalarının 1/25 000 'lik haritalar üzerinden yapılacağı gözönünde tutularak oluşturulmalıdır.

_ Temel ölçek ismi ile anılan 1/25 000 dışında daha büyük yada küçük ölçekli haritalardan yapılan yükseklik okumaları temel bölümleme içine yerleştirilebilmelidir.

_ Temel bölümleme içinde yapılan yükseklik ve derinlik okumaları ile fiziksel yeryüzü yeterince incelikte temsil edilebilir.

/2/ de yapılan sayısal inceleme sonucunda, yukarıdaki istemleri karşılayan ülke koşullarına uygun temel bölümlemenin, meridyen boyunca 15["], paralel boyunca 20['] alınarak oluşturulabileceği bulunmuştur.

3.2. YAKIN BÖLGE

Newton çekim yasasına göre başlangıç noktası yakınındaki kitlelerin çekim etkileri daha büyüktür. Bu nedenle, yakın bölgede fiziksel yeryüzü ayrıntılı belirlenip topografik_isostatik kitlelerin çekim etkileri daha doğru hesaplanmalıdır.

Topografik isostatik kitle çekim etkisini veren eşitliklerdeki integralerlerin integrandları başlangıç noktası için belirsiz olmaktadır. Bu tür integraler matematikte uygunsuz (improper) integral ismi ile anılır. Uygunsuz integralerin açılımı, belirsizlik olan noktanın sonsuz küçük yakınına kadar yapılır ve noktanın çok yakın çevresi gözardı edilir. Jeodezi uygulamalarında ise, başlangıç noktasından sonlu bir uzaklığa kadar açılım yapılır ve yakın bölgede integral açılımı özel bir yöntemle becerilir.

Yakın bölgede topografik-isostatik kitlelerin çekim etkilerini belirlemeye yönelik uygulamalar genel çizgileri ile iki grupta toplanır /2/.

1. Geometrik uygulamalar .
 2. Analitik uygulamalar .

Bu çalışmada analitik bir uygulama yolu benimsenmektedir. Yakın bölge topografik_isostatik kitle çekim etkisi özde bölüm 2'deki yöntemle belirlenmektektir. Kitle çekim etkilerini sağlıklı belirlemek için bölmeye boyutları küçük tutulmak istenir. Bölmeye boyutlarını küçültmek istemi, yeni oluşturulan bölmeye köşe nokta yüksekliklerinin belirlenmesini gerektirir. Bu aşamada ise, elde temel böülüme ile haritalardan okunan yükseklikler bulunmaktadır. Hem alt böülüme ile oluşturulan alt bölmeye köşe nokta yüksekliklerini, hem de yakın bölgelerde fiziksel yeryüzüne daha ayrıntılı belirlemek amacıyla, fiziksel yeryüzü $h(e,m)$ biçiminde bir fonksiyon ile temsil edilebilir /7/. Bu fonksiyon değişik türlerde olabilmesine karşın bu çalışmada,

$$h = h(e, m) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^1 b_{ij} \phi_{ij}(e, m) \quad (16)$$

$$\phi_{ij}(e,m) = e^i \cdot m^j$$

birimde iki boyutlu, $(k+1)$ inci dereceden bir polinom kullanılmaktadır/2/

ϕ_{ij} (e,m) ... Temel (base) fonksiyon

b_{ij} ... Bilinmeyen katsayılar.

Fonksiyonun belirlenebilmesi için yakın bölgede, dayanak noktası ismi verilen yüksekliği belirli noktalara gerek vardır. Dayanak noktalarından oluşan veri kümesi (dayanak uzayı) değişik biçimlerde oluşturulabilir. Bu çalışmada veri kümesi, başlangıç noktasını içeren temel bölümlemedeki içiçe ilk dört kare üzerindeki yükseklikler ile başlangıç nokta yüksekliğinden oluşmaktadır. Veri kümesi toplam 65 veri içermektedir. Temel bölümlemedeki yüksekliklerin haritalardan okunarak elde edilmesine karşın başlangıç nokta yüksekliği değişik yollarla belirlenir. Uygulamada geometrik nivelman, trigonometrik nivelman, baz latası yada elektromagnetik uzunluk ölçerler /3/ kullanmasının yanısıra haritadan okunarak da yükseklik belirlenmektedir. Gündümüzde gravimetreler ile 0.02 mgal duyarlığında görelî gravite ölçüleri yapılmaktadır. Hesaplamalarda bu ölçü duyarlığı altında kalmak istendiginde, serbest hava ve Bouguer anomali hesaplarında, başlangıç nokta yüksekliğinin $\pm 0.1 m$ duyarlığında bilinmesi gerekmektedir. Bu duyarlık ancak yukarıdaki ilk dört yöntem ile sağlanabilir ama haritadan okumayla kesinlikle sağlanamaz. Uygulanan yönteme bağlı olarak, başlangıç nokta yüksekliğinin temel bölümlemede okunan yüksekliklere göre daha duyarlı olduğu görülmektedir. Fonksiyonun başlangıç noktasından geçme koşulu konularak bu duyarlık farkı gözönünde bulundurulabilir.

Başlangıç noktasından geçen $h(e,m)$ fonksiyonunu belirlemek amacıyla, her dayanak noktasında (16) polinomu yazılıarak bilinmeyenler arasında koşul bulunan dolaylı ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli oluşturulur.

$$\underline{h}^g + \underline{v} = \underline{A} \underline{b}$$

$$\underline{h}_{BN} = \underline{b}_{oo} \quad (17)$$

\underline{h}^g ... Dayanak nokta yükseklikleri

\underline{h}_{BN} .. Başlangıç nokta yüksekliği

\underline{A} ... Katsayılar Matrisi

\underline{b} ... Bilinmeyen katsayılar

\underline{b}_{oo} Bilinmeyen katsayı ($i=j=o$)

Dayanak nokta yükseklikleri aynı doğrulukta varsayılarak ($P = I$) matematik model oluşturulup, koşulların yok edilmesi ile \underline{b} (17)'den çözülür /19/.

$$\underline{b}_2 = (\underline{A}_2^T \underline{A}_2)^{-1} \underline{A}_2^T \underline{h}^g \quad (18)$$

$$\underline{b}_1 = \underline{h}_{BN} = \underline{b}_{oo}$$

$$\underline{b}_2^T = [b_{o1} \ b_{o2} \ \dots \ b_{kl}]$$

$$\underline{h}^g = \underline{h}^g - \underline{A}_1 \underline{h}_{BN}$$

$$\underline{A}_1 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T_{N,1}$$

N = Dayanak nokta sayısı ~ 1 , (64).

$$\underline{A}_2 = \begin{bmatrix} e_1 & e_1^2 & \dots & e_1^k & m_1 \\ e_2 & e_2^2 & \dots & e_2^k & m_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_N & e_N^2 & \dots & e_N^k & m_N \end{bmatrix}_{(N, k \cdot 1-1)}$$

Bulunan bilinmeyen katsayılar (16) da konulup düzenlenirse ;

$$\underline{h} = h(\underline{e}, \underline{m}) = \underline{e}^T \quad \underline{B} \quad \underline{m} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}\underline{e} &= \begin{bmatrix} 1 & e & \dots & e^k \end{bmatrix}^T \\ \underline{m} &= \begin{bmatrix} 1 & m & \dots & m^l \end{bmatrix}^T \\ \underline{B} &= \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & \dots & b_{0l} \\ b_{10} & b_{11} & \dots & b_{1l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{ko} & b_{ki} & \dots & b_{kl} \end{bmatrix}\end{aligned} \quad (20)$$

ile fiziksel yeryüzü matematiksel bir fonksiyon ile temsil edilmiş olur /2/.

Sayısal incelemeler sonucunda $h(\underline{e}, \underline{m})$ fonksiyonunun $k=1=4$ alınmasının yeterli olduğu görülmektedir. Gerçekte yereyin engebeliliğine bağlı olarak fonksiyonun derecesi değişmektedir. Yerey engebeliliğine göre değişik biçimlerde sınıflandırılmaktadır /19/. Her yerey sınıfı için farklı dereceden bir fonksiyonun kullanılması gerekmesine karşın bu çalışmada her yerey sınıfı için $k=1=4$ alınmaktadır.

(12) eşitliği;

-Bölme köşelerinden birinin (e', m', n') sisteminin başlangıç noktası olması,
-Bölme yanal yüzeylerinden birinin (e', n') yada (m', n') düzlemi ile çakışması ve

-Bölme taban yada tavanının (e', m') düzlemi ile çakışması,
durumlarında belirsizlik verir /1/. Yakın bölgede uygun bir alt böülüme ile bu belirsizliklerin oluşma olasılığı büyük ölçüde yok edilebilir. Bu amaçla alt böülüme, başlangıç noktasını, içinde bulunduğu alt bölmenin orta noktasını olmasını sağlayacak biçimde oluşturur /2/. Şekil 5.

- Uzak bölgede küçük boyutlu bölmeler küçük çekim etkisi verdiğinden sayısal işlemlerde anlamlı rakam kaybına neden olurlar.

- Uzak bölge kitleleri çekim etkisi küçük olduğundan, fiziksel yeryüzünün ayrıntılı belirlenmesi için ayrı bir çabaya gerek yoktur.

- Çekim etkisi her bölme için ayrı ayrı belirlendiğinden bölme sayısının çok olması işlem zamanını artırır. İşlemlerin bir bilgisayar program akışı içinde çok sayıda nokta için yineleneceği düşünülürse, bölme sayısının en uygun sayıya indirilmesi gereği doğar.

Bu gerçekler uzak bölge uygulamasında bölme boyutlarının uzaklığa oranlı olarak büyütülmesini gerektirir. Uzak bölge bölme boyutları uzaklığın yanısıra yereyin engebeline ve uygulama bölgesinin enlemine de bağlıdır. /24/ den alınan çizelge 1, bölme boyutlarının enlemle ve uzaklığa değişimini göstermektedir.

Çizelge 1. Değişik enlemler için bölme boyutları

ϕ	$\Delta \phi \times \Delta \lambda$	$\Delta \phi \times \Delta \lambda$	$\Delta \phi \times \Delta \lambda$	$\Delta \phi \times \Delta \lambda$	$\Delta \phi \times \Delta \lambda$	$\Delta \phi \times \Delta \lambda$
$0^\circ - 30^\circ$	15 x 15	30 x 30	1.5x1.5	3 x 3	6 x 6	12 x 12
$30^\circ - 48^\circ$	15 x 20	30 x 40	1.5x 2	3 x 4	6 x 8	12 x 16
$48^\circ - 57^\circ$	15 x 25	30 x 50	1.5x2.5	3 x 5	6 x10	12 x 20
$57^\circ - 70^\circ$	15 x 30	30 x 60	1.5x 3	3 x 6	6 x12	12 x 24

Bu çalışmada, uzak bölge kitle çekim etkisini belirlemek amacıyla, temel bölme boyutu ilk bölme boyutu (yakın bölgeye komşu) olarak alınmaktadır. Daha büyük boyutlu bölmeler ise temel bölmenin tam katları ile belirlenir.

Temel bölme ve katları başlangıç noktasından hangi uzaklığı kadar uygulanmalıdır? Bu soruyu yanıtlamak amacıyla $h = 1000$ m. yüksekliğinde elipsoid üzerindeki bir topografik tabakada, $h_{BN} = 1000$ m olan başlangıç noktasını içeren doğu-batı bölge kolonunda sayısal inceleme yapılmıştır. Bu incelemenin sonuçları çizelge 2'de verilmektedir /2/.

Çizelge 2: Temel bölge katlarının uygulama sınırları

$$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0 \quad (\lambda, \text{başlangıç nokta boylamı})$$

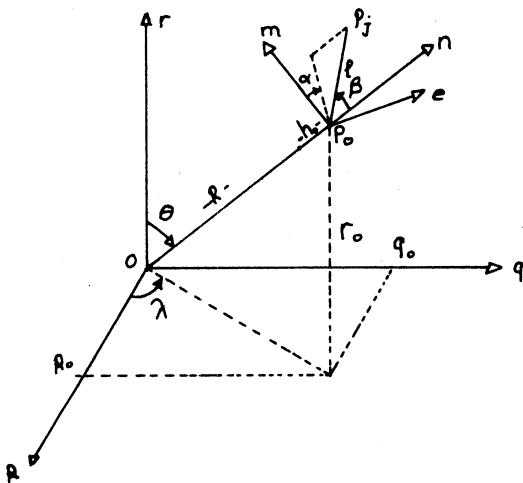
Temel Bölge		Temel Bölge		Temel Bölge	
Katları	$\Delta \lambda$	Katları	$\Delta \lambda$	Katları	$\Delta \lambda$
1	8' 20"	11	1' 18'40"	21	2° 12' 40"
2	16'	12	1 24	22	2 17 20
3	24' 40	13	1 30	23	2 21 20
4	31 40	14	1 35	24	2 26 40
5	39 40	15	1 40 20	25	2 32 20
6	46 40	16	1 45 40	26	2 36 40
7	53 20	17	1 51 40	27	2 41 20
8	59	18	1 57	28	2 45 40
9	1° 05' 40"	19	2 02 20	29	2 51
10	1 12	20	2 08	30	2 55 40

Uzak bölge iç sınırı yakın bölge dış sınırı ile özdeşdir. Buna karşın dış sınırın ne olduğu, başka bir deyişle hangi uzaklıktan sonra topografik - isostatik kitle etkisinin gözardı edilebileceği konusu bu çalışma içinde ele alınmamıştır.

Uzak bölgedeki topografik-isostatik kitlelerin çekim etkileri, temel lame katlarının değişik kombinasyonları ile belirlenebilir. Çizelge 1' de -48° enlemleri için 1,2,6,12,24,48 kombinasyon önerilmektedir. Bunun gibi daha çok sayıda uygun kombinasyon oluşturulabilir. Bunlar arasından uyrama alanı koşullarına en uygun olanını seçmek gereklidir.

4. KÜRESEL YAKLAŞIMLA TOPOGRAFİK - İSOSTATİK KİTLE ÇEKİM ETKİSİ

(e, m, n) . sisteminde topografik-isostatik kitlelerin çekim etkilerini resel yaklaşımıla belirlemek için, öncelikle işlemlerin yürütüleceği küreli koordinat sistemleri tanımlanmalıdır. Bu tanımlamalarda, başlangıç noktası adakı elipsoid normalini normal, elipsoidik meridyen düzlemini meridyen düzlemi edinen Gauss külesi (R) kullanılmaktadır /2/, /22/. O , Gauss küresinin merkezi olmak üzere küresel koordinat sistemleri şekil 6 da gösterilmektedir.



Şekil : 6

Topografik-isostatik kitlelerin (e, m, n)_o sistemi başlangıç noktasında yaratığı çekim kuvveti;

$$\mathbb{F} = k \cdot \underline{M}_o \iiint_v \rho ((R+h)^2 + (R+h_o)^2 - 2(R+h)(R+h_o) \cos\psi)^{-3/2} (R+h)^3 \begin{bmatrix} \sin^2\theta \cos\lambda \\ \sin^2\theta \sin\lambda \\ \sin\theta \cos\theta \end{bmatrix} d\theta d\lambda dh \quad (25)$$

$$= k \underline{M}_o \underline{p}_o \iiint_v \rho ((R+h)^2 + (R+h_o)^2 - 2(R+h)(R+h_o) \cos\psi)^{-3/2} (R+h)^2 \sin\theta d\theta d\lambda dh$$

$$\cos\psi = \sin\theta \sin\theta_o \cos(\lambda - \lambda_o) + \cos\theta \cos\theta_o$$

$\underline{M}_o \dots P_o$ noktasındaki dönüşüm matrisi

$\underline{p}_o \dots P_o$ noktasındaki konum vektörü

$v \dots$ Topografik-isostatik kitlelerin hacmi.

(25) eşitliği Pratt-Hayford isostasi sisteminde, topografik ve isostatik kitlelerde oluşturulan bölmeler için düzenlenerek,

$$\begin{aligned} \mathbb{F} &= k \sum_{i=1}^n \underline{M}_o \rho_i \begin{bmatrix} D & E & F \end{bmatrix}_i^T - k \underline{M}_o \underline{p}_o \sum_{i=1}^n \rho_i G_i & \text{Top. Böl.} \\ &+ k \underline{M}_o \sum_{j=1}^n \rho_j \begin{bmatrix} D & E & F \end{bmatrix}_j^T - k \underline{M}_o \underline{p}_o \sum_{j=1}^n \rho_j G_j & \text{Isos. Böl.} \end{aligned} \quad (26)$$

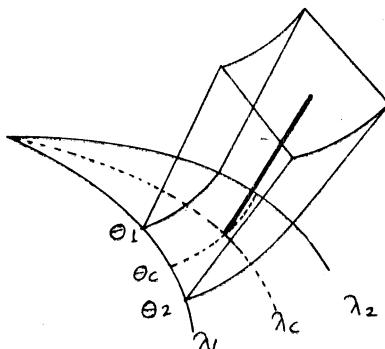
n ... Bölme sayısı

$$\left\{ \begin{array}{l} D \\ E \\ F \\ G \end{array} \right\} = \iiint \frac{\left((R+h)^2 + (R+h_0)^2 - 2(R+h)(R+h_0) \cos\psi \right)^{-3/2}}{\text{Bölme}} \left\{ \begin{array}{l} (R+h)^3 \sin^2\theta \cos\lambda \\ (R+h)^3 \sin^2\theta \sin\lambda \\ (R+h)^3 \sin^2\theta \cos\theta \\ (R+h)^2 \sin\theta \end{array} \right\} d\theta d\lambda dh \quad (27)$$

(27) eşitliğindeki integrallerin açılımlarında uygulama yönünden matematik rboğazlar oluşur. Bu nedenle sorunun çözümü daha çok dolaylı ve yaklaşık yolla yapılır. Bu yaklaşık yollardan biri "çizgi kitle yöntemi" dir /12/, /13/, /7/, /22/, /23/.

4.1. ÇİZGİ KİTLE YÖNTEMİ

Öz olarak izlenen düşünce, (27)'deki integral açılımlarını bölmelerde yapık yerine bölme kitleleri bölme ortasından geçen küre anomalî boyunca yoğunlaşrularak yalnızca h için yapmaktadır /2/, /12/, /13/.



Şekil : 7

Bu amaçla öncelikle bölmeyi temsil eden küre normalinin doğrultusu (λ_c, θ_c) ve çizgi kitle yoğunluğu belirlenmelidir.

Küre normalinin doğrultusu ;

$$\theta_c = \frac{\sin \theta_2 - \theta_2 \cdot \cos \theta_2 - \sin \theta_1 + \theta_1 \cdot \cos \theta_1}{\cos \theta_1 - \cos \theta_2} \quad (28)$$

$$\lambda_c = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$$

Pratt-Hayford isostasi sisteminde çizgi kitle yoğunluğu ;

$$\rho(h) = \rho(R+h)^2 (\lambda_2 - \lambda_1) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (29)$$

ρ ... Pratt-Hayford isostasi sisteminde küresel eşitliklerle belirlenen bölme yoğunluğu. Topografik - isostatik kitlelerin başlangıç noktasında yaratıkları çekim kuvveti,

$$\frac{F}{v} = k \iiint \frac{\rho(h)}{1^3} \cdot e \cdot dh \quad (30)$$

e ... $(e, m, n)_o$ sisteminde konum vektörü

$$1^3 = ((R+h)^2 + (R+h_o)^2 - 2(R+h)(R+h_o) \cos \psi_c)^{3/2} \quad (31)$$

(30)' da, (29), (31) ve e konulursa,

$$\mathbf{F} = k \cdot \rho \cdot (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \cdot \underline{\underline{M}}_O \begin{bmatrix} \sin \theta_c & \cos \lambda_c \\ \sin \theta_c & \sin \lambda_c \\ \cos \theta_c \end{bmatrix} \cdot \mathbf{K} \quad (32)$$

$$-k \cdot \rho \cdot (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \begin{bmatrix} 0 & 0 & R+h_o \end{bmatrix}^T \cdot \mathbf{L}$$

$$\begin{Bmatrix} K \\ L \end{Bmatrix} = \frac{h_2}{h_1} \left((R+h)^2 + (R+h_o)^2 - 2(R+h)(R+h_o) \cos \psi_c \right)^{-3/2} \begin{Bmatrix} (R+h)^3 \\ (R+h)^2 \end{Bmatrix} d h \quad (33)$$

' nin açık bir eşitliğinin bulunabilmesi için (33)' deki integral açılımlarının yapılması gereklidir. K'nın integral açılımı ;

$$\begin{aligned} K = & \left(\frac{U^4}{A^2(1-\cos^2\psi_c)(U^2-2A\cos\psi_c U+A^2)^{1/2}} - \frac{U^3 \cdot \cos \psi_c}{A(1-\cos^2\psi_c)(U^2-2A\cos\psi_c U+A^2)^{1/2}} \right) \Big|_{U_1}^{U_2} \\ & - \left(\left(\frac{U^2}{A^2(1-\cos^2\psi_c)} + \frac{5U \cos \psi_c}{2A(1-\cos^2\psi_c)} + \frac{15\cos^2\psi_c - 4}{2(1-\cos^2\psi_c)} \right) (U^2-2A\cos\psi_c U+A^2)^{1/2} \right) \Big|_{U_1}^{U_2} \\ & + \frac{3A\cos\psi_c(3\cos^2\psi_c - 1)}{1-\cos^2\psi_c} \left(\frac{t_2}{1-t_2^2} - \frac{t_1}{1-t_1^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{(1+t_2)(1-t_1)}{(1-t_2)(1+t_1)} \right) \Big|_{U_1}^{U_2} \\ & + \frac{6A\cos\psi_c(1+\cos^2\psi_c)}{1-\cos^2\psi_c} \left(\frac{t_2}{(1-t_2^2)^2} - \frac{t_1}{(1-t_1^2)^2} + \frac{12A\cos^2\psi_c}{1-\cos^2\psi_c} \left(\frac{1}{(1-t_2^2)^2} - \frac{1}{(1-t_1^2)^2} \right) \right) \Big|_{U_1}^{U_2} \end{aligned} \quad (34)$$

L' nin integral açılımı :

$$L = \left(\frac{U^3}{A^2(1-\cos^2\psi_c) (U^2 - 2 A \cos\psi_c U + A^2)^{1/2}} - \frac{U^2 \cos\psi_c}{A (1-\cos\psi_c) (U^2 - 2 A \cos\psi_c U + A^2)^{1/2}} \right) \Bigg|_{U_1}^{U_2}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{4 (1+\cos\psi_c)}{1-\cos^2\psi_c} \left(\frac{t_2}{(1-t_2^2)^2} - \frac{t_1}{(1-t_1^2)^2} \right) + 2 \left(\frac{t_2}{1-t_2^2} - \frac{t_1}{1-t_1^2} \right) \quad (35) \\ & - \frac{8 \cos\psi_c}{1-\cos^2\psi} \left(\frac{1}{(1-t_2^2)^2} - \frac{1}{(1-t_1^2)^2} \right) + \frac{4 \cos\psi_c}{1-\cos^2\psi_c} \left(\frac{1}{1-t_2^2} - \frac{1}{1-t_1^2} \right) \\ & + \ln \frac{(1+t_2)(1-t_1)}{(1-t_2)(1+t_1)} \end{aligned}$$

$$U = R+h, \quad U_1 = R+h_1, \quad U_2 = R+h_2, \quad A = R+h_0$$

$$t_1 = (U_1^2 + A^2 - 2 A \cos\psi_c U_1)^{1/2}, \quad t_2 = (U_2^2 + A^2 - 2 A \cos\psi_c U_2)^{1/2} \quad (36)$$

Bölüm 2.2' de sözü edilen yöntem oluşturulurken yapılan yaklaşımalar ile çizgi kitle yönteminin yaklaşımıları karşılaştırıldığında, bölüm 2.2'deki yöntemin çizgi kitle yöntemine göre gerçek model varsayılabileceği görülür. Bu varsayımdan yararla çizgi kitle yönteminde yapılan yaklaşımaların etkileri incelenebilir. Bölüm 3.3' de sayısal inceleme amacıyla oluşturulan model de, başlangıç noktasını içeren doğu-batı bölme kolonundaki topografik-isostatik bölmelerin çekim etkileri bir de çizgi kitle yöntemiyle hesaplanmıştır. Her bölme için belirlenen,

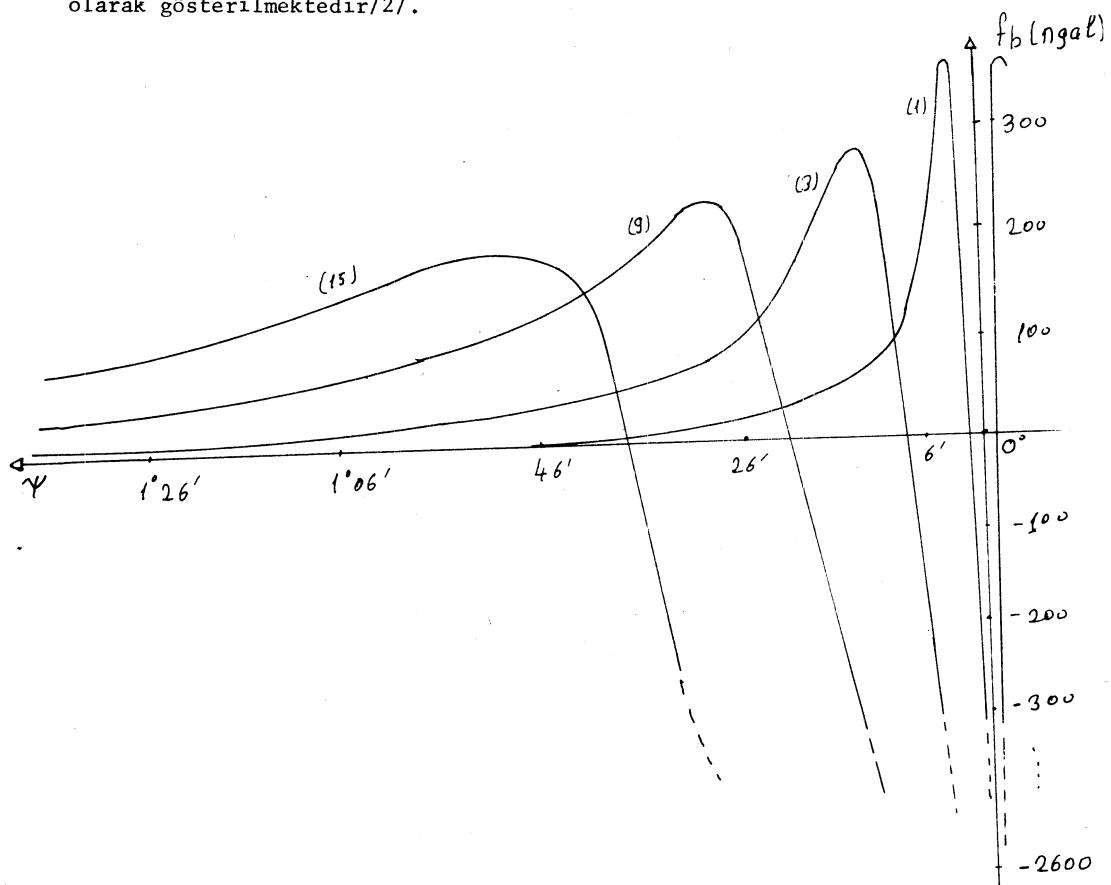
$$f_b = f_{\text{ek}} - f_{\text{ed}} \quad (37)$$

tarkları çizgi kitle yöntemindeki yaklaşım konusunda bilgi vermektedir.

¶_{şk}... Topografik-isostatik bölmenin çizgi kitle yöntemiyle bulunan çekim kuvveti.

¶_{ed}... Topografik-isostatik bölmenin bölüm 2.2'deki yöntemle bulunan çekim kuvveti.

Temel bölmenin 1,3,9 ve 15 nci katları için belirlenen f_b değerleri, bölmelerin başlangıç noktasından uzaklıklarına göre şekil:8'de çizgisel olarak gösterilmektedir/2/.



Şekil:8

Şekilden de açıkça görüldüğü gibi çizgi kitle yöntemindeki yaklaşımlar başlangıç noktası yakınında anlamsız olmaktadır. Bu nedenle temel bölme katları ile çizgi kitle yöntemi, ilgili eğrinin sıfır noktası ile başlangıç noktasıarasında kullanılmamalıdır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Varsayımlı ve ölçü doğruluğu içinde $\approx \Delta g_I$ olduğu görülmektedir. Bu özel - likten yararla, ölçü yapılmamış bölgelerde Δg_I yalnız hesaplama ile belirlenebilir.

Dik koordinatlarda verilen eşitlikler ile yakın bölgelerde topografik bölmelerin çekim etkileri dolaylı olarak belirlenebilir. Ancak uzak bölgelerde topografik bölmeler ile çok yakındakiler dışında kalan isostatik bölgelerin çekim etkileri bu eşitlikler ile belirlenemez. Bu bölgelerin çekim etkileri bölüm 2.2.'de sözü edilen yöntem ile belirlenmelidir.

Yazının başlığında "Isostatik Anomali" ismi kullanılmasına karşın, bir önceki paragraftaki özellik de gözönünde bulundurularak, bu çalışmadaki hesap yöntemleri yalnızca topografik bölgeler için yürütülen "Bouguer Anomalileri" (Δg_B) de hesaplanabilir.

Temel böülüme ile elde edilen verilerin, hesaplamlara başlamadan önce işlenerek uygun bir veri tabanının oluşturulması sayısal işlemler için harcanan zamanı büyük ölçüde azaltacaktır.

Cizgi kitle yöntemiyle yapılan yaklaşımların etkileri belirlenerek, bu yöntemle daha iyi sonuçlar alınabilir. Çok az zaman gerektiren çizgi kitle yönteminin uzak bölge çalışmalarında kullanılması anlamlı olmaktadır.

Bölüm 2 ve 4' de oluşturulan yöntemler ile ilgili sayısal incelemeler modeller üzerinde yapılmıştır. Bu nedenle, sözü edilen yöntemlerin doğaya uygun olup olmadıklarının sınanması gereklidir. Bu doğadan elde edilen verilerle becerilebilir. Böylece bir incelemede tek ve en büyük darboğaz, $15^\circ \times 20^\circ$ lik temel böülüme köşe noktalarındaki yüksekliklerin haritalardan

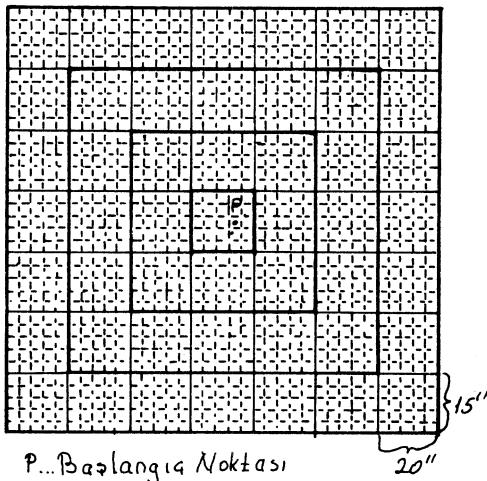
okunmasıdır. Yüksekliklerin okunması büyük boyutlu bir çalışma olduğundan kişisel çalışmanın ötesinde bir ekip çalışmasını gerektirmektedir. Sorun bu niteliği ile, uygulayıcı bir kurumun kendi içinde yada uygulayıcı kurumlar arasında organizasyonu zorunlu yapmaktadır.

KAYNAKLAR

- /1/Ayhan E. : Topografik-İsostatik Çekül sapması ve İsostatik Gravite Anomalisi 1. Seminer Çalışması. Trabzon 1981
- /2/Ayhan E. : Topografik-İsostatik Çekül Sapması ve İsostatik Gravite Anomalisi 2. Bitirme Çalışması. Trabzon 1981.
- /3/Bonasia V., Pingue F. : The Use of Geodimeter AGA Mod 700 in the Gravimetric Prospection. Bulletino Di Geodesia e Scienze Affine. No: 30. 1981
- /4/Budak B.M., Famin S.V. : Multiple Integrals, Field Theory and Series. Mir Publication Moscow 1973
- /5/Colic K. : The Terrain-Subdivision for the Computation of the Topographic Gravity-Correction by the Method of Weight-Factors. Zagrep.
- /6/Groten . E. : Geodesy and the Earths Gravity Field Vol. 1. Dummler Bonn. 1979
- /7/Güler A. : Sayısal Arazi Modelleri. Harita Dergisi Sayı 85. 1978
- /8/Gürkan O. : Üç boyutlu Benzeşim Dönüşümü ve Değişik Jeodezik (Elipsoid) Sistemler Arasındaki Bağıntılar. Trabzon 1977
- /9/Gürkan O. : Topografik-İsostatik Çekül Sapması. Trabzon. 1977
- /10/Gürkan O. : Astrojeodezik Ağların Deformasyonu ve Türkiye 1. Derece Triyangülasyon Ağı Trabzon. 1979.
- /11/ Gürkan O. : Çekül Sapması Kavramı ve Türleri. Harita Dergisi Sayı:86 1979.

- /12/ Heiskanen W.A. : Isostatic Reductions of the Gravity Anomalies by the aid of High-Speed Computing Machines. Isostatic Institute of IAG. No: 28. Helsinki. 1953.
- /13/ Heiskanen W.A., Vening Meinesz : The Earth and It's Gravity Field. Mc Graw_Hill.1958
- /14/ Heiskanen W-A., Moritz H. : Physical Geodesy. Reprinted by Institute of physical Geodesy, Technical University, Graz. 1979
- /15/ Heitz S. : Formeln zur Berechnung topographisch-isostatischer Reductionen von Lutabweichungen auf der Grundlage Geographischer Koordinaten DGK. Reih.A.Nr.47.1966
- /16/ Klerer M., Grossman F. : A new table of Indefinite Integrals. Computer Processed Dover. 1971.
- /17/ Kukkamaki I J. : Gravimetric reductions With Electronic Computer. Isostatic Intitute of IAG. No:30 Helsinki 1955.
- /18/Lachapelle G. : Determination of the Geoid Using Heterogeneous Data. Publ. Geod. Inst. Tech. Univ Graz, 19. 1975.
- /19/Mikhail E.M. : Observation and Least Squares. 1976
- /20/Noe H. : Numerical Investigations on the Problem of Molodensky. Publ. Geod. Inst. Tech. Univ Graz, 36, 1980
- /21/Rapp R.H. :Geometric Geodesy,Vol.II Ohio . 1976.
- /22/Reinhart E. : Lotabweichungen aus sichtbaren Massen-berechnet mit Hilfe einer Rechenanlage für das Basisvergrö erungsnetz Heerbrugg- DGK. Reihe C. Mr:114. 1968
- /23/Tuğluoğlu A. : Geodezik Ölülerin Elipsoid Yüzeyine İndirgenmesi. İstanbul 1975.
- /24/Watermann H. : Ein absolutes System mittlerer Getaende höhen als Varanssetsung für eine rationelle Berechnung topographischer Reduktionen Nach richten aus dem Korten und Vermessungswesen Nr. 20. 1961.

Yakın bölgede oluşturulan alt bölümleme boyutlarının ne olacağı, sorusunu yanıtlamak için sayısal bir inceleme yapılmıştır. Bunun sonucunda; alt bölmelerin kare olmasını sağlayan ve yapılan yaklaşım hatalarını olabildiğince küçültten 3" x 4" lik bir alt bölümleme benimsenmektedir /2/.



Şekil : 5.

Bölüm 2.2' deki eşitlikleri kullanabilmek için alt bölümleme köşe noktalarının (λ, ϕ, h) sistemindeki h yükseklikleri gereklidir. (19) eşitliğinden yararla,

$$h_i = e_i^T B m_i \quad i = 1, 2, \dots, J \quad (21)$$

h_i ... Yükseklik

e_i^T ... Yüksekliği aranan noktanın e koordinatından oluşturulur.

m_i ... Yüksekliği aranan noktanın m koordinatından oluşturulur.

J ... Alt bölümleme köşe noktası sayısı.

Alt bölge topografik kesimin fiziksel yeryüzündeki sınır değeri (SD_F), /2/.

$$SD_F = SD_E + h_{ORT} \quad (22)$$

$$h_{ORT} = \frac{\underline{e}^T \underline{B} \underline{m}}{\Delta e . \Delta m} \begin{vmatrix} e_2 & m_2 \\ e_1 & m_1 \end{vmatrix} \quad (23)$$

$$\underline{e}^T = \left[e \ \frac{e^2}{2} \ \dots \ \frac{e^{k+1}}{k+1} \right] \quad (24)$$

$$\underline{m}^T = \left[m \ \frac{m^2}{2} \ \dots \ \frac{m^{k+1}}{k+1} \right]$$

SD_E ... Topografik Bölmenin elipsoid üzerindeki sınır değeri .

3" x 4" 'lik alt bölümleme ve derecesi 8 olan yüzey fonksiyonu ile ku - rulan yakın bölge hesap modeli, başlangıç noktasından hangi uzaklık içinde kalan topografik_isostatik kitleler için kullanılabilir? Bu sorunun yanıtı yakın bölge dış sınırını verir. Bu amaçla yapılan incelemeler sonucunda,yakın bölge dış sınırının, başlangıç noktasını içeren temel bölümlemedeki işice karelerden üçüncüsünün alınması gerektiği bulunmuştur /2/

3.3. UZAK BÖLGE

Bölüm 3.2'de sözü edilen yakın bölgenin dışı uzak bölge ismi ile anılır Uzak bölgedeki kitlelerin çekim etkileri özde bölüm 2.2' deki yöntemle belir lenir. Ancak bu yöntem, uzak bölge kitlelerinin sahip olduğu gerçekler nede niyle düzenlemelerle uygulanır. Uzak bölgenin sözedilmeye değer gerçekleri şunlardır.