Nirengi ve Nivelman:

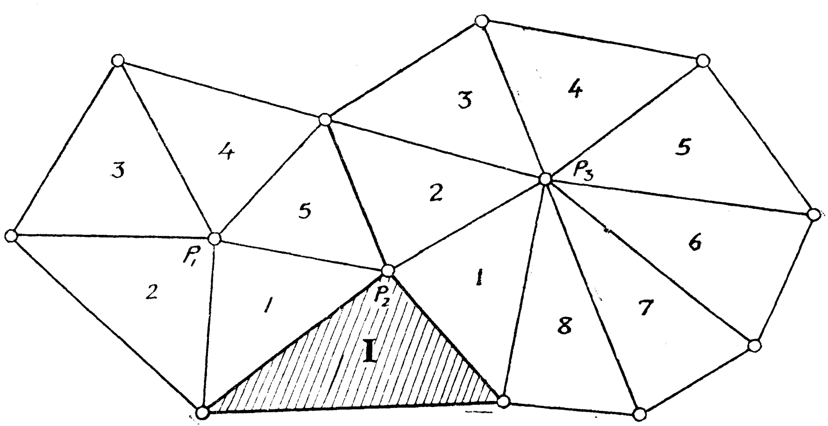
Tebdil edilmiş şart muadeleleri vasıtasile bir Şebekenin gurup gurup muvazenesi

Yazan : Albay
A. Nuri

Baş tarafı 14 ve 15 inci sayıdadır.

§ 7 — Birkaç santraldan mürekkep bir şebekede müselles muadelelerine ait kordelâtların halli

Yukarda yazdığımız kaide ve düsturlar faraza üç santraldan (Şekil - 1) mürekkeb bir şebekenin muvazenesi hesabına



(Şekil - 1)

tatbik olunabilir. P_1 etrafında teşekkül eden santral sistemine ait korelâtlar x_1, x_2, ... x_5 müselleslerin kapanma hataları (bittabi işaretleri tebdil edilmiş) w_1, w_2, ... w_5, P_3 etrafında teşekkül eden santral sistemine ait korelâtlar y_1, y_2, ... y_8 (Bu hesaba kolaylık için müselllesleri daima soldan sağa

doğru gitmek üzere numara verilmelidir) ve kapanma hatalarıda $w'_1, w'_2, \ldots w'_8$ ve geriye kalan ve p_2 etrafında teşekkül edüp haricinde kalan I müsellesine ait korelât da z ve kapanma hatası w_1 olsun.

Bu santrallara ait normal muadele şöyle olur:

p_1 santralı

$$\left.\begin{array}{rcl}
6x_1 - 2x_2 \quad . \quad . \quad - 2x_6 & = & w_1 + 2z \\
-2x_1 + 6x_2 - 2x_3 \quad . \quad . & = & w_2 \\
. \quad -2x_2 + 6x_3 - 2x_4 \quad . & = & w_3 \\
. \quad . \quad -2x_3 + 6x_4 - 2x_5 & = & w_4 \\
. \quad . \quad . \quad -2x_4 + 6x_5 & = & w_5 + 2y_2
\end{array}\right| \quad (1)$$

p_3 santralı

$$\left.\begin{array}{rcl}
6y_1 - 2y_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad -2k_8 & = & w_1 + 2z \\
-2y_1 + 6y_2 - 2y_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & = & w_2 + 2x \\
. \quad -2y_2 + 6y_3 - 2y_4 \quad . \quad . \quad . \quad . & = & w_3 \\
. \quad . \quad -2y_3 + 6y_4 - 2y_5 \quad . \quad . \quad . & = & w_4 \\
. \quad . \quad . \quad -2y_4 + 6y_5 - 2y_6 \quad . \quad . & = & w_5 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad -2y_5 + 6y_6 - 2y_7 \quad . & = & w_6 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad -2y_6 + 6y_7 - 2y_8 & = & w_7 \\
-2k_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad - 2y_7 + 6k_8 & = & w_8
\end{array}\right| \quad (2)$$

1 müsellesi $\quad -2x_1 - 2y_1 + 6z = w_1 \qquad (3)$

(1) ve (2) normal muadele sistemleri hal olunur ise:

p_1 santralı için:

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
22 $x'_{1,2}$	5	2	1	1	2
22 $x'_{1,2}$	2	5	2	1	1
22 $x_{1,2}$	1	2	5	2	1
22 $x'_{1,2}$	1	1	2	5	2
22 $x'_{1,2}$	2	1	1	2	5

(4) bulunur.

Bu santralı, I müsellesi ve 1 ve 5 müsellesi ile p_3 santralının 2 müsellesine irtibatı vardır. Buna göre $w_1 = 2$, $w_5 = 2$ olup diğer w ler sıfır olacağından:

$$22\,(x_1 - x_1') = 2.\,5z + 2.2\,y_2$$

$$\left.\begin{array}{l} 11\,(x_1 - x_1) = 5\,z \quad + 2\,y_2 \\ 11\,(x_2 - x_2') = 2\,z \quad + 1\,y_2 \\ 11\,(x_3 - x_3') = 1\,z \quad + 1\,y_2 \\ 11\,(x_4 - x_4') = 1\,z \quad + 2\,y_2 \\ 11\,(x_5 - x_5') = 2\,z \quad + 5\,y_2 \end{array}\right| \quad (5)$$

Aynı veçhile p_3 etrafında müteşekkil santrala ait normal muadele halli ile k ve k arasındaki münasibet şöyle olur:

	w_1'	w_2	w_3'	w_4'	w_5'	w_6'	w_7	w_8'
$210\,y_1'$	47	18	7	3	2	3	7	18
$210\,y_2'$	18	47	18	7	3	2	3	7
$210\,y_3'$	7	18	47	18	7	3	2	3
$210\,y_4$	3	7	18	47	18	7	3	2
$210\,y_5$	2	3	7	18	47	18	7	3
$210\,y_6'$	3	2	3	7	18	47	18	7
$210\,y_7'$	7	3	2	3	7	18	47	18
$210\,y_8'$	18	7	3	2	3	7	18	47

(6)

$w_1 = 2$ ve $w_2 = 2$ olmak üzere:

$$\left.\begin{array}{l} 105\,(y_1 - y_1') = 47\,z + 18\,x_5 \\ 105\,(y_2 - y_2') = 18\,z + 47\,x_5 \\ 105\,(y_3 - y_3) = 7\,z + 18\,x_5 \\ 105\,(y_4 - y_4') = 3\,z + 7\,x_5 \\ 105\,(y_5 - y_5) = 2\,z + 3\,x_5 \\ 105\,(y_6 - y_6) = 3\,z + 2\,x_5 \\ 105\,(y_7 - y_7') = 7\,z + 3\,x_5 \\ 105\,(y_8 - y_8) = 18\,z + 7\,x_5 \end{array}\right| \quad (7)$$

olur.

(1) ve (7) sistemlerinin birinci muadelelerinden x_1 ve y_1 hal olunup (3) cü muadelede mahalline konur ise:

$$-2x_1' - \frac{10}{11}z - \frac{4}{11}y_2 - 2y_1 - \frac{94}{105}z - \frac{36}{105}\times 5 + 6z = w_1$$

Veya

$$2423z - 198x_5 - 210y_2 = 1155\left(\frac{w}{2} + x_1' + y_1'\right) \qquad (8)$$

(5) muadele sisteminde son ve (7) sisteminin 2 ci muadelelerini alalım:

$$\begin{aligned} 11x_5 - 5y_2 &= 2z + 11x_5 \\ -49x_5 + 105y_2 &= 18z + 105x_5' \end{aligned}$$

Bu iki muadeleden x_5 ve y_2 hal olunup (8) de mahalline konur ise z mechuli hal olunmuş olur:

$$\left|\begin{array}{c} -\frac{198.60}{184} \\ -\frac{210.292}{920} \\ +2423 \end{array}\right| z + \left|\begin{array}{c} -\frac{189.231}{184} \\ \\ -\frac{210.517}{920} \end{array}\right| x_5 \left|\begin{array}{c} -\frac{210.105}{184} \\ \\ -\frac{210.1155}{920} \end{array}\right| y_1' = 1155\left(\frac{w_1}{2} + x_1' + y_1\right)$$

Islah ve tanzim olunursa:

$$\left.\begin{aligned} z &= 0.50397\left(\frac{w_1}{2} + x_1' + y_1'\right) + 0.15995\,x_1' + 0.16434\,y_2' \\ x_5 &= 0.16434\left(\quad "\quad\right) + 1.30759\ " + 0.62424\ " \\ y_2 &= 0.15995\left(\quad "\quad\right) + 0.61272\ " + 1.30759\ " \end{aligned}\right| \quad (9)$$

Bundan sonraki hesaplar cedvel halinde yapılmıştır. İşte bu suretle p_1 p_2 p_3 santrallarından mürekkep olan bir nirengi şebekesinin müselles muadelelerine ait normal muadele sistemi, yalnız üç muadele hal etmek suretile bulunmuştur.

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
x'_1	0.22727	0.09091	0.04545	0.04545	0.09091
x'_2	0.09091	0.22727	0.09091	0.04545	0.45450
x'_3	0 04545	0.09091	0 22727	0.09091	0.04545
x'_4	0.04545	0.04545	0 09091	0.22727	0.09091
x'_5	0.09091	0 04545	0.04545	0.09091	0 22727

(6)

$$x_1 = x'_1 + 0.45454\,z + 0.18182\,y_2$$
$$x_2 = x'_2 + 0.18182\,z + 0.09091\,y_2$$
$$x_3 = x'_3 + 0.09091\,z + 0.09091\,y_2$$
$$x_4 = x'_4 + 0.09091\,z + 0.18182\,y_2$$
$$x_5 = x'_5 + 0.18182\,z + 0.45454\,y_2$$

	w'_1	w'_2	w'_3	w'_4	w'_5	w'_6	w'_7	w'_8
y'_1	0.2238I	0.0857I	0.03333	0.0I429	0.00952	0.0I429	0.03333	0.0857I
y'_2	0.0857I	0.2238I	587I	3333	I429	952	I429	3333
y'_3	0.03333	0.0857I	2238I	857I	3333	I429	952	I429
y'_4	0.0I429	0.03333	857I	2238I	857I	3333	I429	952
y'_5	0.00952	0.0I429	3333	857I	2238I	857I	3333	I429
y'_6	0.0I429	0.00952	I429	3333	857I	2238I	857I	3333
y'_7	0.03333	0.03333	952	I429	3333	857I	2238I	857I
y'_8	0.0857I	0.0857I	I429	952	I429	3333	857I	2238I

(7*)

$$y_1 = y'_1 + 0.44762\,z + 0.I7I42\ x_5$$
$$y_2 = y'_2 + 0.I7I42\,z + 0.44762\ x_5$$
$$y_3 = y'_3 + 0.06666\,z + 0.I7I42\ x_5$$
$$y_4 = y'_4 + 0.02858\,z + 0.06666\ x_5$$
$$y_5 = y'_5 + 0.0I904\,z + 0.02858\ x_5$$
$$y_6 = y'_6 + 0.02858\,z + 0.0I904\ x_5$$
$$y_7 = y'_7 + 0.06666\,z + 0.02858\ x_5$$
$$y_8 = y'_8 + 0.I7I42\,z + 0.06666\ x_5$$

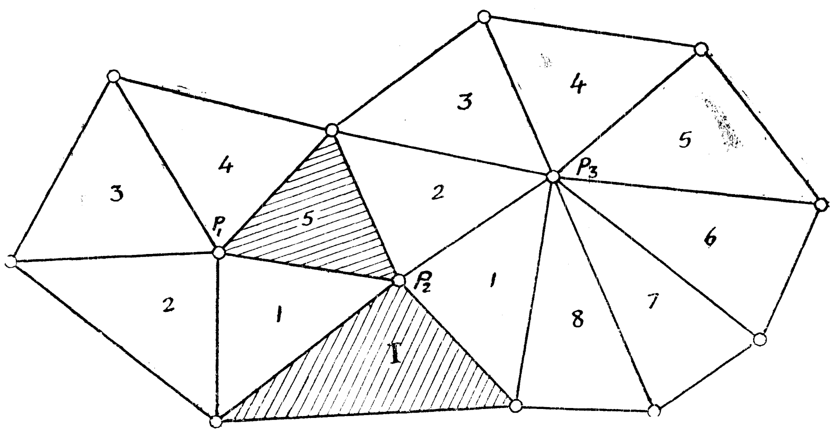
	w_I	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w'_1	w'_2	w'_3	w'_4	w'_5	w'_6	w'_7	w'_8
0.50397 x'_1	.	0.II454	0.0458I	0.02290	0.02290	0.0458I								
0.50397 y'_1	.	.	.	.	.	.	0.II279	0.04320	0.0I680	0.00720	0.00480	0.00720	0.0I680	0.04320
0.I5995 x'_5	.	0.0I454	0.00727	0.00727	0.0I454	0.03635	.	.	.	.	.	.	.	.
0.I6434 y'_2	.	.	.	.	.	.	0.0I409	0.03678	0.0I409	0.00548	0.00235	0.00I56	0.00235	0.00548
	0.25I98													
8 z	0.25I98	0.I2908	0.05308	0.030I7	0.03744	0.082I6	0.I2688	0.07998	0.03089	0.0I268	0.007I5	0.00876	0.0I9I5	0.04868
0.I6434 x'_1	.	0.03735	0.0I494	0.00747	0.00747	0.0I494	.	.	.	.	.	.	.	.
0.I6434 y'_1	.	.	.	.	.	.	0.03678	0.0I409	0.00548	0.00235	0.00I56	0.00235	0.00548	0.0I409
I.30759 x'_5	.	0.II887	0.05944	0.05944	0.II887	0.297I8	.	.	.	.	.	.	.	.
0.62424 y'_2	.	.	.	.	.	.	0.05350	0.I397I	0.05350	0.0208I	0.00892	0.00594	0.00892	0.0208I
	0.082I7													
x_5	0.082I7	0.I5622	0.07438	0.0669I	0.I2624	0.3I2I2	0.09028	0.I5380	0.05898	0.023I6	0.0I048	0.00829	0.0I440	0.03490
0.I5995 x'_1	.	0.03635	0.0I454	0.00727	0.00727	0.0I454	.	.	.	.	.	.	.	.
0.I5995 y'_1	.	.	.	.	.	.	0.03580	0.0I37I	0.00533	0.00229	0.00I52	0.00229	0.00533	0.0I37I
0.6I272 x'_5	.	0.05570	0.02785	0.02785	0.05570	0.I3925	.	.	.	.	.	.	.	.
I.30759 y'_2	.	.	.	.	.	.	0.II207	0.29265	0.II207	0.04358	0.0I868	0.0I245	0.0I868	0.04358
	0.07998													
y_2	0.07998	0.09205	0.04239	0.035I2	0.06297	0.I5379	0.I4787	0.30636	0.II740	0.04587	0.02020	0.0I474	0.0240I	0.05709

(10)

x'_1	.	0.22727	0.0909I	0.04545	0.04545	0.0909I	.	.	.	.	.	.	.	.
0.45454 z	0.II453	0.05867	0.024I3	0.0I37I	0.0I702	0.03734	0.05767	0.03635	0.0I404	0.00576	0.00325	0.00398	0.00870	0.022I3
0.I8I82 y_2	0.0I454	0.0I674	0.0077I	0.00639	0.0II45	0.02796	0.02689	0.05570	0.002I3	0.00834	0.00038	0.00268	0.00I09	0.0I038
x_1	0.I2907	0.30268	0.I2275	0.06555	0.07392	0.I562I	0.08456	0.09205	0.0I6I7	0.0I4I0	0.00363	0.00666	0.00979	0.0325I
x'_2	.	0.0909I	0.22727	0.0909I	0.04545	0.04545	.	.	.	.	.	.	.	.
0.I8I82 z	0.0458I	0.02347	0.00965	0.00548	0.00680	0.0I493	0.02307	0.0I454	0.0056I	0.00230	0.00I30	0.00I59	0.00348	0.00885
0.0909I y_2	0.00727	0.00837	0.00386	320	572	I398	I344	2785	I06	4I7	I9	I34	55	5I9
88 X_2	0.05608	0.I2275	0.24078	0.09959	0.05797	0.07436	0.0365I	0.04239	0.00667	0.00647	0.00I49	0.00293	0.00403	0.00404
x'_3	.	0.04545	0.0909I	0.22727	0.0909I	0.04545								
0.0909I z	0.02290	II74	482	274	340	746	0.0II54	0.00727	0.00280	0.00II5	0.00065	0.00080	0.00I74	0.00442
0.0909I y_2	727	838	386	320	572	I398	I344	2785	I06	4I7	I9	I34	55	5I9
X_3	0.030I7	0.06557	0.09959	0.2332I	0.I0003	0.06689	0.02498	0.035I2	0.00386	0.00532	0.00074	0.002I4	0.00229	0.0096I

Bunun gibi diğer mechullerde bulunur.

Yukardaki sureti hal, atideki gibi düşünülerek, daha basit şekle konulabilir: (Şekil — 2) de görüldüğü üzere şebekenin p_3 santralından ve p_1 santralına ait 1, 2, 3, 4 müselleslerinden mürekkep bir zincirden teşekkül ettiği ve bu şebeke ile zincirin p_2 santralına ait 1 ve 5 müselleslerile merbut olduğu farz olunabilir.



(Şekil — 2)

Bu faraziyeye göre (1) ve (3) muadeleleri şu hale girerler:

$$\left.\begin{aligned} 6x_1 - 2x_2 \qquad\qquad &= w_1 + 2\,x_5 + 2\,z \\ -\;2x_1 + 6x_2 - 2\,x_3 \qquad &= w_2 \\ -\;2x_2 + 6x_3 - 2x_4 &= w_3 \\ -\;2x_3 + 6x_4 &= w_4 + 2\,x_5 \end{aligned}\right| \quad (1^*)$$

$$\left.\begin{aligned} -\;2\,x_1 - 2\,x_4 - 2\,y_2 + 6\,x_5 &= w_5 \\ -\;2\,x_1 - 2\,y_1 + 6\,z &= w_1 \end{aligned}\right| \quad (3^*)$$

P_3 santralına ait normal muadele sistemi aynı kalır.

4 müsellesden mürekkep müselles zincirinin (1*) deki normal muadele sistemi hal olunursa:

	w_1	w_2	w_3	w_4
$110\, x'_1$	21	8	3	1
$110\, x'_2$	8	24	9	3
$110\, x'_3$	3	9	24	8
$110\, x'_4$	1	3	8	21

veya

	w_1	w_2	w_3	w_4
x'_1	0.19091	0.07273	0.02727	0.00909
x'_2	0.07273	0 21818	0 08182	0.02727
x_3	0.02727	0.08182	0.21818	0.07273
x'_4	0.00909	0.02727	0.07273	0.19081

(11)

(3*) Yazdığımız birinci muadelenin müsellesi, yani zinciri şebekeye rapteden 5 müsellesi zincirle 1 ve 4 müselleslerile irtibatı olduğu için (11) de $w_1 = 2$ ve $w_4 = 2$, aynı veçhile 1 müsellesi zincirle yalnız 1 müsellesile irtibatı olduğundan (11) de $w_1 = 2$ farz olunup diğer w le sıfır olur.

Buna göre:

$$55\ (x_1 - x'_1) = (21 + 1)\ x_5 + 21\ z$$
$$55\ (x_2 - x'_2) = (\ 8 + 3)\ x_5 + \ 8\ z$$
$$55\ (x_3 - x_3) = (\ 3 + 8)\ x_5 + \ 3\ z$$
$$55\ (x_4 - x'_4) = (21 + 1)\ x_5 + \ 1\ z$$

veya

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1 + 0.4\ x_5 + 0.38182\ z \\ x_2 &= x_2 + 0.2\ x_5 + 0.14546\ z \\ x_3 &= x_3 + 0.2\ x_5 + 0.05454\ z \\ x_4 &= x_4 + 0.4\ x_5 + 0.01818\ z \end{aligned} \qquad (12)$$

olur.

(12) ve (7) den x_1, x_4 ve y_1, y_2 kıymetleri bulunup (3*) de mahalline konur ve tanzim olunursa:

$$1.75238\ x_5 - 0.57142\ z = \frac{w_5}{2} + x_1 + x_4 + y_2$$

$$-0.57142\ x_5 + 2.17056\ z = \frac{w_1}{2} + x_1 + y_1$$

ve bu iki muadele hal olunursa:

$$\left.\begin{array}{l} z = 0.50397\left(\frac{w_5}{2} + x_1 + y'_1\right) + 0.16434\left(\frac{w_5}{2} + x_1 + x_4 + y_1\right) \\ x_5 = 0.16434\left(\quad " \quad\right) + 0.62424\left(\quad " \quad\right) \end{array}\right| (13)$$

bulunur. Burada x_1, x_4, y_1, y'_2 kıymetlerini (7) ve (12) de alup yerlerine koyar ve ıslah edersek (10) da z ve x_6 için bulduğumuz kıymetlerin aynını bulmuş oluruz.

§ 8 — Normal muadelelerin hallinde tesadüf edilen 2 ve 3 meçhulli birinci derece muaelelerinin sureti halli.

Bir santral şebekesine ait muadele sistemine idhal olunacak müselles muadelelerinin halli esnasında birinci dereceden ekseriyetle 2 ve bazen 3 meçhulli muadelelerin halli icap eder. Koyacağımız kaidelerle bu muadeleler kolayca hal olunabilir.

1 — İki meçhulli muadelelerin halli.

Böyle bir muadele sureti umumiyede:

$$a\,x + b\,y = c$$

$$a'\,x + b'\,y = c'$$ şeklinde olup her hangi bir usul ile hal olunur ise:

$$\left.\begin{array}{l} (a\,b' - a\,b')\,x\,b'\,c - b\,c \\ (a\,b - a\,b)\,y\,a\,c' - b\,c \end{array}\right| \quad (1)$$

Akalli murabbaat usulile muvazenede ekseriya vaki olduğu üzere $a = b$ olacağından (1) muadelesi:

$$\left.\begin{aligned} (a\,b' - b^2)\,x &= b'\,c - b\,c' \\ (a\,b' - b^2)\,y &= a\,c' - b\,c \end{aligned}\right| \quad (2)$$

şekline girer.

Akalli murabbaat usulile muvazene hesabında tesadüf edilen iki meçhulli muadelelerin diğer bir hususiyeti daha vardır: Alelekser $a' = b$ ve $b = a$ olur. Bu halde $c = A, c' = b$ ve santral şebekesinde r kadar normal muadele bulunduğuna ve idhal olunacak müsellesler için hal olunacak k lar k_{r+1} ve k_{r+2} olduğuna göre şekli umumisi:

$$a\,k_{r+1} + b\,k_{r+2} = A$$
$$b\,k_{r+1} + a\,k_{r+2} = B$$

olup (2) ye göre hal olunursa:

$$\left.\begin{aligned} (a^2 - b^2)\,k_{r+1} &= a\,A - b\,B \\ (a^2 - b^2)\,k_{r+2} &= a\,B - b\,A \end{aligned}\right| \quad (3)$$

Bir misal yapalım:

$$140\,k_7 + 10\,k_8 = -40\,g + R_1$$
$$10\,k_7 + 140\,k_8 = -40\,h + R_2$$

$a = 140, b = 10 \quad A = -40\,g + R_1, \; B = -40\,h + R_2$ olduğundan:

$$(140^2 - 10^2)\,k_7 = 140\,(-40\,g + R_1) - 10\,(-40\,h + R_2)$$

veya

$$\left.\begin{aligned} 1950\,k_7 &= 560\,g + 40\,h + 14\,R - R \\ 1950\,k_8 &= 40\,g - 560\,h - R_1 + 14\,R_2 \end{aligned}\right| \quad (4)$$

olur.

2 — Üç meçhulli muadelelerin halli:

Hal olunacak muadelenin şekli umumisi yukarda yazdığımız faraziyelere göre şöyledir:

$$\left.\begin{aligned} a_1\,k_{r+1} + b_1\,k_{r+2} + c_1\,k_{r+3} &= A \\ a_2\,k_{r+1} + b_2\,k_{r+2} + c_2\,k_{r+3} &= B \\ a_3\,k_{r+1} + b_3\,k_{r+2} + c_3\,k_{r+3} &= C \end{aligned}\right| \quad (5)$$

Bu muadelenin en kolay ve en pratik halli Determinant = Dalle usulidir. Bunu muhtasaran Δ ile göstereceğiz.

Evvelâ mechullerin emsallerinden bir Δ teşkil olunurki bu hal olunacak beher mechulin emsalidir. Beher mechul emsal dallesine Δ ve beher mechule ait dallelere de Δ_{r+1}, Δ_{r+2}, Δ_{r+3} der isek muadelenin halli:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\, k_{r+1} = \Delta_{r+1} \\ \Delta\, k_{r+2} = \Delta_{r+2} \\ \Delta\, k_{r+3} = \Delta_{r+3} \end{array}\right| \quad (6)$$

olur.

Bu Δ lerin kıymetleri şunlardır: Mechullerin müşterek emsalleri:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad (7)$$

Mechullere ait dallelerin teşkilinde şu kaide tatbik olunur: Her yeni mechule ait dalle teşkil olunacaksa (7) deki Δ de o mechule ait kolonlardaki emsaller yerine A, B, C hattı mutlakları konur. Bu halde :

$$\Delta_{r+1} = \begin{vmatrix} A & b_1 & c_1 \\ B & b_2 & c_2 \\ C & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \Delta_{r+2} = \begin{vmatrix} a_1 & A & c_1 \\ a_2 & B & c_2 \\ a_3 & C & c_3 \end{vmatrix} \quad \Delta_{r+3} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & A \\ a_2 & b_2 & B \\ a_3 & b_3 & C \end{vmatrix} \quad (8)$$

Bu dallelerin tevsiinde ve kıymetlerinin tayininde muhtelif usuller vardır. En pratiği şudur:

Tevsi edilecek Δ nin altına bu Δ nin ilk iki sırası yazılır ve kuturlara tesadüf eden harf veya rakkamlar zarb olunur. Dolu çizgi ile vasloluncan kuturlara + işareti ve kesik hatlarla vaslolnan kuturlara — işareti verilir.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix} = a_1 b_2 c_3 + a_3 b_2 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_3 c_1 \qquad (9)$$

Bir Δ nin tevsii ve kıymetinin bulunması için diğer bir usulde fer'i Δ kullanılmasıdır. Üçüncü dereceden bir Δ de 9 tane fer'i Δ teşkil olunabilir. İkinci dereceden olan bu Δ lerin tevsii gayet kolaydır.

Faraza ikinci dereceden bir fer'i Δ nin tevsii:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a\, b_1 - b\, a_1$$

Ve buna göre 9 unsurlu üçüncü dereceden bir Δ nin tevsii de:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ \alpha & \beta & \gamma \\ x & y & z \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ y & z \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} \alpha & \gamma \\ x & z \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ x & z \end{vmatrix} \qquad (10)$$

Bu Δ nin kıymeti sekiz türlü daha bulunur. Her satır veya her kolonda bulunan üç unsura göre fer'i dale teşkil olunur. Bu üç unsurdan hangisi alınırsa ona o unsurun sütun ve satırında bulunmayan unsurlardan müteşekkil bir fer'i Δ emsal olarak verilir.

Δ lerin kıymetlerinin tayininde, o Δ, tabii bir muadele gibi, bir adetle zarb ve taksim olunabilir. Bunun için şu davaları muhtasaran zikredebiliriz:

1 — Bir Δ de bir satır veya kolon yerini değiştirir ise o Δ kıymetini değiştirmez, yalnız işareti değişir. Eğer bu değiştirme ikinci defa olursa, ne Δ nin kıymeti ve ne de işareti değişmez.

2 — Bir Δ de iki satır veya iki kolon bir birinin aynı olursa o Δ nin kıymeti sıfır olur.

3 — Bir Δ de bir satır veya kolonun tekmil unsurları aynı adetle zarp veya taksim olunursa o Δ nın kıymeti de aynı adetle zarp veya taksim olunmuş olur.

4 — Bir Δ de bir satır veya kolonun unsurları vahide irca olunabilir.

5 — Bir Δ de bir kolon veya satırın, yalnız biri müstesna olmak üzere diğer tekmil nnsurları sıfıra irca olunabilir.

Şimdi bütün kaide ve davalardan istifade ederek iki misal hal edelim.

Birinci misal:

$$2x + 3y + 4z = 53$$
$$3x + 5y - 4z = 2$$
$$4x + 7y - 2z = 31$$ Muadelesini halli matluptur.

Mechullere emsal olacak kıymeti şudur:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & -4 \\ 4 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 4 & 7 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 5 & 8 & 0 \\ 4 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 2\left[2 \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} \right]$$

$$= 2\,[\,2\,(35 - 32) - (16 - 11)\,] = 10$$

İlk Δ de üçüncü sütunda müşterek mazrub olarak 2 bulunduğundan bu dışarı çıkarılır.

Üçüncü Δ de ikinci satır yerine ilk iki satır mecmuu konmuş. Bunların yapılması dallenin kıymetini değiştirmez. En son üçüncü kolona göre Δ en kolay tevsi olunur. O suretle bu kolonda bir unsur sıfırdır. Bu iki diğer Δ ler de şöyle bulunur:

$$10x = \begin{vmatrix} 53 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -4 \\ 31 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 53 & 3 & 3 \\ 55 & 8 & 0 \\ 31 & 7 & -7 \end{vmatrix} = 2 \left[\begin{vmatrix} 55 & 8 \\ 31 & 7 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 35 & 3 \\ 55 & 8 \end{vmatrix} \right] = 30$$

$$10y = \begin{vmatrix} 2 & 53 & 4 \\ 3 & 2 & -4 \\ 4 & 31 & -2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 53 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & 31 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 53 & 2 \\ 5 & 55 & 0 \\ 4 & 31 & -1 \end{vmatrix} = 2 \left[2 \begin{vmatrix} 5 & 55 \\ 4 & 31 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 53 \\ 5 & 55 \end{vmatrix} = 50 \right]$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 53 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 7 & 31 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 31 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 3 & 53 \\ 7 & 31 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 3 & 53 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 2(155-14) - 3(93-371) + 4(6-265) = 80$$

$$x = \frac{30}{10} = 3, \; y = \frac{50}{10} = 5, \; z = \frac{80}{10} = 8$$

İkinci misal:

Bu misal § 7 de yaptığımız misalden alınmış üç mechulli bir muadeledir.

$$2423\,z - 193\,x_5 - 210\,y_2 = 1155\left(\frac{m}{2} + x_1' + y_1\right) = A$$

$$-2\,z + 11\,x_5 - 5\,y_2 = 11\,x \qquad = B$$

$$-18\,z - 47\,x_5 - 105\,y_2 = 105\,y \qquad = C$$

Bu muadele sisteminde z, x_5, y_2 mechullerinin bulunması matluptur.

$$\begin{vmatrix} 2423 & -198 & -210 \\ -2 & +11 & -5 \\ -18 & -47 & +105 \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} 2423 & -198 & -42 \\ -2 & +11 & -1 \\ -18 & -47 & +21 \end{vmatrix} - 10 \begin{vmatrix} 1211.5 & -99 & -21 \\ -2 & +11 & -1 \\ -18 & -47 & +21 \end{vmatrix}$$

$$= 10 \begin{vmatrix} 1193.5 & -146 & 0 \\ -2 & +11 & -1 \\ -18 & -47 & +21 \end{vmatrix} = 10 \left[+1 \begin{vmatrix} 1193.5 & -146 \\ -18 & -47 \end{vmatrix} + 21 \begin{vmatrix} 1193.5 & -146 \\ -2 & +11 \end{vmatrix} \right]$$

$$= 10\,[((1193.5 \times -47) - (146 \times -18) + 21\,(1193.5 \times 11) - (-146 \times -2)]$$
$$= 10\,(-64854.5 + 275698.5) = 10 \times 210844$$

Diğer Δ ler de şöyle teşkil olunurlar ve mechuller şöyle bulunurlar:

$$10.210844\,z = 5 \begin{vmatrix} A & -198 & -42 \\ B & +11 & -1 \\ C & -47 & +21 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} \frac{A}{2} & -99 & -21 \\ B & +11 & -1 \\ C & -47 & +21 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} \frac{A}{2}+c & -146 & 0 \\ B & +11 & -1 \\ C & -47 & +21 \end{vmatrix}$$

$$10 \times 210844\,z = 10 \left[\begin{vmatrix} \frac{A}{2}+c & -146 \\ c & -47 \end{vmatrix} + 21 \begin{vmatrix} \frac{A}{2}+c & -146 \\ B & +11 \end{vmatrix} \right]$$

$$210844\,z = ((-47(\tfrac{A}{2}+c) - (C \times -146)) + 21(11\,(\tfrac{A}{2}+c) - (B \times -146)))$$
$$210944\,z = 92\,A + 3066\,B + 330\,C$$
$$52711\;\; z = 23\,A + 776.5\,B + 82.5$$

olup A, B, C yerine kıymetleri konupta ıslah ve tanzim olunursa;

$$z = 0.50398\,(\frac{m}{2} + x_1 + y'_1) + 0.15995\,x'_5 + 0.16434\,y'_2$$

bulunurki § 7 be (9) da bulduğumuz kıymetin aynıdır.

3.

Bunun gibi x_5 ve y_2 mechulleri şöyle bulunur:

$$=10\begin{vmatrix} 1211.5\frac{A}{2} & -21 & \\ -2 & B & -1 \\ -18 & C & +21 \end{vmatrix} -10\begin{vmatrix} 1193.6\frac{A}{2} & +c & 0 \\ -2 & B & -1 \\ -18 & C & +21 \end{vmatrix} = 10\left[+1\begin{vmatrix} 1193.5\frac{A}{2}+c \\ -18 \quad C \end{vmatrix} + 21\begin{vmatrix} 1193.5\frac{A}{2}+c \\ -2 \quad B \end{vmatrix}\right]$$

$$=[-1(1193.5\ C+1(\frac{A}{2}+c))+21(1193.5\ B+2(\frac{A}{2}+c))]$$

$$210844\ x_5 = 30\ A + 25063.5\ B + 1253.5\ C$$

$$52711\ x_5 = 7.5\ A + 6265.875\ B + 313\ 375\ C$$

$$x_5 = 0.16434\left(\frac{m}{2} + x_1' + y_1'\right) + 1.30759\ x_5' + 0.62424\ y_2'$$

Bunun gibi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2424 & -198 & A \\ -2 & +11 & B \\ -18 & -47 & C \\ 2423 & -198 & A \\ -1 & +11 & B \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 2423 \times 11\ C + A \times -47 \times -2 + B \times -18 \times -198 -$$
$$(-18 \times 11\ A - (2423 \times -47 - (-2 \times -198\ C)))$$

$$10 \times 210844\ y_2 = 292\ A + 117445\ B + 26257\ C$$

$$52711\ y_2 = 7.3\ A + 2936.125\ B + 656\ 425\ C$$

velhasıl:

$$y_2 = 0.15995\left(\frac{m}{2} + x_1' + y_1'\right) + 61272\ x_5' + 1.30759\ y_2'$$

olur.

§ 9 — Bir normal muadele sistemine dılı muadelesinin ithalile muvazenenin hesap ve ikmali.

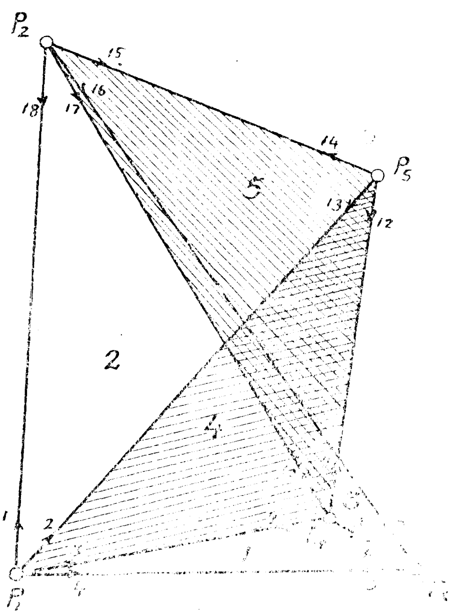
Tam bir santral sisteminden müselles muadelelerinden müteşekkil normal muadele sistemine nasıl bir veya bir kaç müselles muadelesi ithal olunur ise muadelenin icabı mevcut dılı muadeleleri de ayuı vechile ithal olunabilir. Bu surette iki mıktarı tashih elde edilir. Birincisi birinci gurup, yani müselles muadeleleri vasıtasile teşkil olunan normal muadeleden bulunan korelatlar vasıtasile bulunan v' mıktarı tashihidir. Diğeri dılı muadelelerinin ithalile bulunan v'' mıktarı tashihidirki, bu iki mıktarı tashih mecmuu asıl muvazeneye ait v mıktarı tashihini verir.

Burada uzun uzadiye nazariyattan bahsetmeyerek bir misal ile usulin izahına çalışacağız.

Gausun Hanuverde yaptığı derece mesahasında teşkil ettiği 5 köşeli klasik şekilli gurup gurup muvazene edelim:

Birinci gurup müselles muadelelerinden mürekkep olup buna ait mıktarı tashihler v' ve ikinci gurup dılı muadelesinden mürekkep olup buna ait mıktarı tashihler de v'' olsun. Muvazene şartına göre:

$$v + v'' = v \qquad (1)$$ olacaktır.



(Şekil—1)

Birinci gurupa ait müselleslerin korelâtları k_1, k_2, ... k_5 ve işaretleri tepdil edilmiş kapanma hataları w_1, w_2, ... w_5 olsun. Bu müselleslere ait hata muameleleri şekle bakarak şöyle yazılır:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ (4)-(3)+(6)-(5)+(9)-(8)= \quad 1.368=w_1 \\ 2)\ (3)-(1)+(10)-(9)+(18)-(17)=-1.042=w_2 \\ 3)\ (7)-(6)+(8)-(10)+(17)-(16)=+0.813=w_3 \\ 4)\ (3)-(2)+(11)-(9)+(13)-(12)=-2.773=w_4 \\ 5)\ (11)-(10)+(14)-(12)+(17)-(15)=+0.750=w_5 \end{array}\right| \qquad (2)$$

İkinci gurupa ait korelâtlar k_6, k_7 ve kapanma hatalarıda $\alpha_\circ$, $\beta_\circ$ olduğuna göre bu gnrupa ait dılı muadeleleri şöyle bulunur:

$$+0.043\,(1)-1.539(3)+1.496(4)+0.391(5)-0.796(6)+0.405(7)$$
$$+2.754(16)-3.073(17)+0.319(18)+0.250=0 \qquad 0.250=\alpha_\circ$$
$$+0.086(1)-0.483(2)+0.397(3)+0.722(12)-0.572(13)-0.150(14)$$
$$+0.581(15-1.219(17)+0.638(18)-0.060=0, \quad -0.06=\beta_\circ \qquad (3)$$

(2) muadelesine göre daha kısaca (1′), (2′) .... (18′) ile gösterebileceğimiz mıktarı tashihler şöyle bulunur:

$$\begin{array}{lll} (1') = -k_2 & (5\ ) = -k_1 & (8\ ) = -k_1+k_3 \\ (2') = -k_4 & (6\ ) = +k_1-k_3 & (9') = +k_1-k_2-k_4 \\ (3') = -k_1+k_2+k_4 & (7\ ) = +k_3 & (10') = +k_2-k_3-k_5 \\ (4') = +k_1 & & (11') = +k_4+k_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (12') = -k_4-k_5 & (15') = -k_5 \\ (13') = +k_4 & (16') = -k_3 \\ (14\ ) = +k_5 & (17') = -k_2+k_3+k_5 \\ & (18') = +k_2 \end{array} \qquad (4)$$

Burada mütekabil istikametlerin mıktarı tashihleri aksi işaretle bir birine müsavi olduğu gibi bir mevkifde mıktarı tashihlar mecmuuda sıfıra müsavidir. Bu iki şart birer birer tahkik olunabilir.

(2) deki şart muadelelerinden § 3 de bahsettiğimiz kaidelere tevfikan veya (4) deki kıymetleri (2) muadelesinde yerlerine koyarak birinci gurupa ait normal muadele sistemi bulunur:

$$
\left.\begin{array}{rrrrrl}
\boxed{\begin{array}{rrr} 6\,k_1 & -\,2\,k_2 & -\,2\,k_3 \\ -\,2\,k_1 & +\,6\,k_2 & -\,2\,k_3 \\ -\,2\,k_1 & -\,2\,k_2 & +\,6\,k_3 \end{array}} & \begin{array}{r} -\,2\,k_4 \\ +\,2\,k_4 \\ . \end{array} & \begin{array}{r} \\ -\,2\,k_5 \\ +\,2\,k_5 \end{array} & \begin{array}{l} =w_1 \\ =w_2 \\ =w_3 \end{array} \\
-\,2\,k_1 \quad +\,2\,k_2 \qquad\quad . & +\,6\,k_4 & +\,2\,k_5 & =w_4 \\
. \quad -\,2\,k_2 \quad +\,2\,k_3 & +\,2\,k_4 & +\,6\,k_5 & =w_5
\end{array}\right| \qquad (5)
$$

Bu normal muadele sisteminin kolayca halli (Şekil — 1) şöyle düşünülebilir. p_4 etrafında p_1 p_2 p_3 noktalarından mürekkep bir santral sistemine p_1 p_4 ve p_2 p_4 dılılarile müşterek olmak üzere iki müselles ilâve olunmuştur. p_4 santral sistemine ait normal muadele sistemi (5) de çerçeve içine alınmıştır. Evvelâ bunu hal edelim, ve buna iki müselles ilâve edelim:

$$
\left.\begin{array}{l}
8\,k_1' = 2\,w_1 + w_2 + w_3 \\
8\,k_2' = w_1 + 2\,w_2 + w_3 \\
8\,k_3' = w_1 + w_1 + w_3
\end{array}\right| \qquad (6)
$$

4 üncü müselles için $w_1 = 2$, $w_2 = -\,2$ ve beşinci müselles için de $w_2 = 2$, $w_3 = -\,2$ olduğundan:

$$4\,(k_1 - k_1') = (2-1)\,k_4 + (1-1)k_5$$
$$4\,(k_2 - k_2') = (1-2)\,k_4 + (2-1)k_5$$
$$4\,(k_3 - k_3') = (1-1)\,k_4 + (1-2)k_5$$

veya

$$\left.\begin{aligned} 4\,k_1 &= 4\,k_1' + 1\,k_4 + 0 \\ 4\,k_2 &= 4\,k_2' - 1\,k_4 + k_5 \\ 4\,k_3 &= 4\,k_3' \quad 0 \quad - k_5 \end{aligned}\right| \qquad (7)$$

Bu kıymetler (5) muadele sistemini sondan iki muadelesine konup k_4, k_5 e göre tanzim olunursa:

$$\begin{aligned} 10\,k_4 + 5\,k_5 &= 2\,w_4 + 4\,k_1' - 2\,k_2' \\ 5\,k_4 + 10\,k_5 &= 2\,w_5 + 4\,k_2' - 4\,k_3' \end{aligned}$$

olup hal ve tanzim olunursa:

$$\begin{aligned} 30\,k_4 &= 8\,w_4 - 4\,w_5 + 16\,k_1 - 24\,k_2' + 8\,k_3' \\ 30\,k_5 &= 4\,w_4 + 8\,w_5 - 8\,k_1' - 24\,k_2' - 16\,k_3' \end{aligned}$$

k, k, k yerine (6) daki müsavileri konur ve ıslah olunursa:

	w_1 + 1.368	w_2 — 1.042	w_3 + 0 813	w_4 — 1.773	w_5 + 0.750
30 k_1	+ 8	+ 3	+ 4	+ 2	— 1
30 k_2	+ 3	+ 9	+ 3	— 3	+ 3
30 k_3	+ 4	+ 3	+ 8	+ 1	— 2
30 k_4	+ 2	— 3	+ 1	+ 8	— 4
30 k_5	— 1	+ 3	— 2	— 4	+ 8

(8)

w lerin altına yazdığımız müselleslerin aksi işaretli kapanma hataları olup cetveldeki emsallerle zarb olunursa k lar bulunmuş olur.

	1	2	3	4	5		
$30\,k_1$	$+10.944$	-3.126	$+3.252$	-3.546	-0.750	$k_1 = +0.2258$	(9)
$30\,k_2$	$+4.104$	-9.378	$+2.439$	$+5.319$	$+2.250$	$k_2 = +0.1578$	
$30\,k_3$	$+5.472$	-3.126	$+6.504$	-1.773	-1.500	$k_3 = +0.1859$	
$30\,k_4$	$+2.736$	$+3.126$	$+0.815$	-14.184	-3.000	$k_4 = +0.3503$	
$30\,k_5$	-1.868	-3.126	-1.626	$+7.092$	$+6\,000$	$k_5 = +0.2342$	

Bu kıymetler (4) de yerlerine konursa:

$(1') = -0.1578$	$(7') = +0.1859$	$(13') = -0.3503$	(10)
$(2') = +0.3503$	$(8') = -0.0399$	$(14') = +0.2324$	
$(3') = -0.4183$	$(9') = +0.4183$	$(15') = -0.2324$	
$(4') = +0.2258$	$(10') = -0.2605$	$(16') = -0.1859$	
$(5') = -0.2256$	$(11') = -0.1179$	$(17') = +0.2605$	
$(6') = +0.0399$	$(12') = +0.1179$	$(18) = +0.1578$	

Birinci gurupun müstakillen muvazenesi ikmal edilmiştir. Şimdi ikinci gurupu birinci gurupla münasibeti temin edilmek şartile muvazene edebilmek, yani (3) de yazdığımız dılı muadelelerini tebdil edebilmek için muvazene nazariyesine tevfikan (2) deki şart muadelelerini bir kerre $\rho_{6\cdot1}, \rho_{6\cdot2}, \ldots, \rho_{6\cdot5}$ ve bir kerrede $\rho_{7\cdot1}, \rho_{7\cdot2}, \ldots, \rho_{7\cdot5}$, emsallerile zarb edüp (3) deki dılı muadelerile cem etmek icabeder. Bundansonra bu veçhile tebdil edilmiş dılı muadelelerine ait korelatlar k_6 ve k_7 ve yeni bulunan mıkdarı tashihler de v'' ile gşsterilir ise evvel emirde atideki ifadeler elde edilir:

$$
\begin{aligned}
(1) &= (+0.043-\rho_{6\cdot2})k_6 &&+(+0.086-\rho_{7\cdot2})k_7\\
(2) &= (\quad . \quad -\rho_{6\cdot4})k_6 &&+(-0.483-\rho_{7\cdot4})k_7\\
(3) &= (-1.539-\rho_{6\cdot1}+\rho_{6\cdot2}+\rho_{6\cdot4})k &&+(+0.397-\rho_{7\cdot1}+\rho_{7\cdot2}+\rho_{7\cdot4})k_7\\
(4) &= (+1.496+\rho_{6\cdot1})k_6 &&+(\quad . \quad +\rho_{7\cdot1})k_7\\
\\
(5) &= (+0.391-\rho_{6\cdot1})k_6 &&+(\quad . \quad -\rho_{7\cdot1})k_7\\
(6) &= (-0.796+\rho_{6\cdot1}-\rho_{6\cdot3})k_6 &&+(\quad . \quad +\rho_{7\cdot1}-\rho_{7\cdot3})k_7\\
(7) &= (+0.405+\rho_{6\cdot3})k_6 &&+(\quad . \quad +\rho_{7\cdot3})k_7\\
\\
(8) &= (\quad . \quad -\rho_{6\cdot1}+\rho_{6\cdot3})k_6 &&+(\quad . \quad +\rho_{7\cdot1}-\rho_{7\cdot3})k_7\\
(9) &= (\quad . \quad +\rho_{6\cdot3}-\rho_{6\cdot2}-\rho_{6\cdot4})k_6 &&+(\quad . \quad +\rho_{7\cdot1}-\rho_{7\cdot2}-\rho_{7\cdot3})k_7\\
(10) &= (\quad . \quad +\rho_{6\cdot2}-\rho_{6\cdot3}-{}_{6\cdot5})k_6 &&+(\quad . \quad +\rho_{7\cdot2}-\rho_{7\cdot3}-\rho_{7\cdot5})k_7\\
(11) &= (\quad . \quad -\rho_{6\cdot4}+\rho_{6\cdot5})k_6 &&+(\quad . \quad -\rho_{7\cdot4}+\rho_{7\cdot5})k_7\\
\\
(12) &= (\quad . \quad -\rho_{6\cdot4}-\rho_{6\cdot5})k_6 &&+(+0.722-\rho_{7\cdot4}-\rho_{7\cdot5})k_7\\
(13) &= (\quad . \quad +\rho_{6\cdot4})k_6 &&+(-0.572+\rho_{7\cdot4})k_7\\
(14) &= (\quad . \quad +\rho_{6\cdot5})k_6 &&+(-0\ 150+\rho_{7\cdot5})k_7\\
\\
(15) &= (\quad . \quad -\rho_{6\cdot5})k_6 &&+(+0.581-\rho_{7\cdot5})k_7\\
(16) &= (+2.754-\rho_{6\cdot3})k_6 &&+(\quad . \quad -\rho_{7\cdot3})k_7\\
(17) &= (-3.073-\rho_{6\cdot2}+\rho_{6\cdot3}+\rho_{6\cdot5})k_6 &&+(-1.219-\rho_{7\cdot2}+\rho_{7\cdot3}+\rho_{7\cdot5})k_7\\
(18) &= (+0.319+\rho_{6\cdot2})k_6 &&+(+0.688+\rho_{7\cdot2})k_7
\end{aligned}
\qquad (11)
$$

Burada v ların istasyon istasyon mecmuu $=0$ olmalıdır. Burada görülürki (3) deki dılı muadelelerinde alınan sabit emsaller müstesna olmak üzere v'' mıkdarlarını (4) vasıtasile kolayca yazmak mümkündür.

k_6 ve k_7 korelâtlarının emsallerinin murabbaları mecmuunun asgarî olması lâzımdır. Bunu hesap edebilmek için evvelâ (11) deki $\rho_{6\cdot1}$, ... $\rho_{6\cdot5}$ ve $\rho_{7\cdot1}$, ... $\rho_{7\cdot5}$ ara korelâtlarını hesap etmek lâzımdır. Birinci gurup için k korelâtlarını veren (8) cetvelinde eğer w kapanma hataları yerine yine işareti değiştirilmiş olduğu halde bir kerre [a α] ve [b α].. [e α] ve bir kerrede [a β], ... [b β] .... [e β] mecmuları konursa ara korelâtları bulunmuş olur. (2) deki şart muadelesinde istikamet tashih mıkdarlarından ibaret olan v mecmularının emsalleri kâmilen +1 veya —1 dir. Bu emsalleri müselles numarasile a, b ... e ile gösterelim. Diğer cihetten (3) deki dılı muadelesinde ayni mechullerin emsalleri vahit olmayup bundan büyük veya küçüktür. Bu emsalleri de α ve β ile gösterelim. Şimdi bu emsallerin Gavs usuli muvazenede olduğu gibi hasılı zarplarının mecmuunu bulalım.

(13) veya (4) muadelelerinden.

$[a\,\alpha] = +\ 1.539 + 1.496 - 0.391 - 0.796 = +\ 1.848$

$[b\,\alpha] = -\ 0.397$ ve bunun gibi

$[b\alpha] = +\ 1.810, [c\alpha] = -\ 4.626, [d\alpha] = -\ 1.539, [e\alpha] = -\ 3.073$

$[b\beta] = +\ 2.168 \quad [c\beta] = -\ 1.219 \quad [d\beta] = -\ 0.414 \quad [e\beta] = -\ 2.672$

Şimdi (8) deki w ler yerine evvelâ [a α], ... [e α] yi ve bir kerre de [a β], ... [e β] yi işaretleri değiştirilmiş olduğu halde koyarsak birinci için $\rho_{6\cdot}$, ve ikinci için $\rho_{7\cdot}$ ara korelâtlarını bulmuş oluruz:

$\rho_{6\cdot1} = -\ 0.0568, \rho_{6\cdot2} = -\ 0.1118, \rho_{6\cdot3} = +\ 0.6526, \rho_{6\cdot4} = +\ 0.2127,$
$\rho_{6\cdot5} = +\ 0.1865$

$\rho_{7\cdot1} = -\ 0.0099 \quad \rho_{7\cdot2} = -\ 0.2630 \quad \rho_{7\cdot3} = -\ 0.0031 \quad \rho_{7\cdot4} = +\ 0.0380$
$\rho_{7\cdot5} = +\ 0.3460$

Bu kıymetler (11) de yerlerine konup ıslah olunur ise:

$(1'') = +0.1548\,k_6 + 0.3490\,k_7$ $\quad$ $(5'') = +0.4478\,k_6 + 0.0099\,k_7$
$(2'') = -0.2127$ „ -0.5210 „ $\quad$ $(6'') = -1.5054$ „ -0.0068 „
$(3'') = -1.3813$ „ $+1.1819$ „ $\quad$ $(7'') = +1.0576$ „ -0.0031 „
$(4'') = +1.4392$ „ -0.0090 „

$(8'') = -0.1577\,k_6 + 0.2151\,k_7$ $\quad$ $(12'') = -0.3992\,k_6 + 0.3380\,k_7$
$(9'') = -0.9509$ „ -0.6059 „ $\quad$ $(13'') = +0.2127$ „ -0.5340 „
$(10'') = +0.3992$ „ $+0.3840$ „ $\quad$ $(14'') = +0.1865$ „ $+0.1960$ „
$(11'') = +0.7095$ „ $+0.0068$ „

$(15'') = -0.1865\,k_6 + 0.2350\,k_7$ $\quad$ (12)
$(16'') = +2.1014$ „ $+0.0031$ „
$(17'') = -2.1221$ „ -0.6131 „
$(18'') = +0.2072$ „ $+0.3750$ „

k_6 ve k_7 nin (12) deki emsallerine A ve B der isek:

$[A\,B] = 0.1548 + 0.2127 + 1.3813 + \ldots = 18.4613$
$[B\,B] = 0.3490 + 0.5210 + 0.1819 + \ldots = 1.9971$
$[A\,B] = 0.1548 \times 0.3490 + 0.2127 \times 0.5210 - \ldots = +1.7405$

Bundanbaşka k_6 ve 7 korelâtlarını tayin edecek muadelelerde A ve B haddi mutlaklarını da tayin etmek, yani dılı muadelelerinin α_o ve β_o had dılılarını tebdil etmek lâzımdır. Bu tebdil şöyle yapılır:

$$A_o = \alpha_o + w_1\,\rho_{6\cdot1} + w_2\,\rho_{6\cdot2} + \ldots \quad w_5\,\rho_{6\cdot5} = -0.0822$$
$$B_o = \beta_o + w_1\,\rho_{7\cdot1} + w_2\,\rho_{7\cdot2} + \ldots \quad w_5\,\rho_{7\cdot5} = -0.5101$$

Bvradaki w lerin kıymeti işareti tebdil edilmiş kıymet olmayup doğrudan doğruya müselles kapanmasından alınan kıymettir.

Bu kıymetlere göre k_6 ve k_7 yı veren normal muadele sistemi:

$$18.4613\ k_6 + 1.7505\ k_7 - 0.0822 = 0$$
$$+1.7405\ k_6 + 1.9071\ k_7 - 0.5101 = 0$$

olup bundan:

$$\left.\begin{aligned} 1.8330\ k_7 - 0.5024 = 0,\quad k_7 &= +0.27409 \\ k_6 &= -0.02139 \end{aligned}\right| \quad (13)$$

Bu kıymetler (12) de yerlerine konup islâh olunursa:

$$\left.\begin{array}{lll} (1'') = +0.0924 & (5'') = -0.0060 & (8'') = +0.0624 \\ (2'') = -0.1383 & (6'') = +0.0303 & (9'') = -0.1458 \\ (3'') = +0.0794 & (7'') = -0.0235 & (10'') = +0.0968 \\ (4'') = -0.0335 & & (11'') = -0.0133 \\ & (12'') = +0.1011 & (15'') = +0.0684 \\ & (13'') = -0.1609 & (16'') = -0.0442 \\ & (14'') = +0.0497 & (17'') = -0.1226 \\ & & (18'') = +0.0984 \end{array}\right\} \quad (14)$$

O halde (14) ve (10) ifadeleri cem olunursa kat'î miktarı tashihler bulunmuş olur:

$$\left.\begin{array}{lll} (1) = -0''.0645 & (5) = -0''.2327 & (8) = +0''.4807 \\ (2) = +0.2120 & (6) = +0.0702 & (9) = -0.4063 \\ (3) = -0.3389 & (7) = +0.1625 & (10) = -0.0211 \\ & (12) = +0.2190 & (15) = -0.1640 \\ & (13) = -0.5012 & (16) = -0.2301 \\ & (14) = +0.2821 & (17) = +0.1379 \\ & & (18) = +0.2562 \end{array}\right\} \quad (15)$$

Tahkik olunmak üzere bu mıkdarı tashihler (2) ve (3) muadelelerinde yerlerine konursa 4 üncü hanede olmak üzere sıra ile şu farklar bulunur: 0, +1, —2, +4, +2, —3, 0 bu netice şayanı kabul olmakla mıktarı tashihlerin murabbaları alınır ve murabbala:

$$(v\,v) = (v\,v') + (y''\,v'') \qquad \text{olmalıdır filhakika}$$

$$1.2292 = 1.0910 + 0.1381 \qquad (16)$$

bulunurki hesap ve muvazene doğru yapılmış demektir.

İki gurup halinde muvazene hesabının şu misal ile ne kadar basit olduğu tezahur eder. Bir şebekede mevcut dılı muadelelerinin adedi 2 veya 3 ü geçmezse bu usulin kullanılması her zaman müreccahtır. Burada en mühim cihet birinci gurupu teşkil eden müselles muadeleleri vasıtasile teşekkül eden normal muadele sisteminin tertip edilen düsturlar vasıtasile kolaylıkla hal olunabilmesindedir.

(Devamı var)