

# SAYISAL ARAZİ MODELLERİNDE YÜKSEKLİK ENTERPOLASYONU (HEIGHT INTERPOLATION IN DIGITAL TERRAIN MODELS)

Mustafa YANALAK

## ÖZET

Konuma bağılı bilginin modellenmesi ve ara değer üretilmesi yer bilimciler için kaçınılmaz uygulamalardır. Sayısal arazi modellemesi ölçmecilerin arazi yüksekliklerini modellemede kullandıkları yaygın bir yöntemdir. Enterpolasyon yöntemi Sayısal Arazi Modelinin (SAM) doğruluğunu etkileyen önemli bir etkidir. Bu çalışmada En yakın komşu, Ağırlıklı ortalama, Polinom, Multikuadrik, En küçük eğrilikli yüzey ve Üçgenlerde lineer enterpolasyon yöntemleri 5 teorik test yüzeyi üzerinde test edilmiş ve doğrulukları karşılaştırılmıştır.

## ABSTRACT

Modeling of positional data and interpolation of intermediate values are inevitable applications for geoscientist. Digital terrain modeling is a common method, which is used for modeling of terrain elevation for surveyors. Interpolation method is an important factor affecting the accuracy of digital terrain model (DTM). In this study, interpolations of nearest neighbor, weighted average, polynomial, minimum curvature, multiquadric and linear in triangles were tested on five theoretical test surfaces and accuracies of them were compared.

## 1. GİRİŞ

Konuma bağılı bilginin modellenmesi ve gerektiğinde enterpolasyonla ara değer üretilmesi yer bilimciler için kaçınılmaz bir uygulamadır /15/. Gelişen bilgisayar olanakları bu ihtiyacı daha kolay karşılanır hale getirmiştir. Fiziksel yeryüzü gibi düzgün olmayan yüzeylerin matematiksel olarak ifadesinde zorluklar vardır. Tam olarak ifade edilebilmesi için yüzeydeki tüm noktaların tanımlı olması gerekir ki bu da pratik olarak mümkün değildir. Uygulamada, yüzeyler örnekleme noktaları yardımıyla modellenir. “Dayanak noktası” veya “referans noktası” olarak adlandırılan. örnekleme noktaları elde edilme veya seçilme yöntemine bağılı olarak farklı konumsal dağılım gösterirler. Dayanak noktalarının düzensiz bir dağılım göstermesi yüzey modellemesinde sıkça karşılaşılan bir durumdur. Yüzey modellemesi yüzeyin tek bir fonksiyonla bütün olarak ifade edilmesiyle yapılabileceği gibi üçgen, kare, dikdörtgen ve benzeri geometrik şekillere bölünerek parça parça ifade edilmesiyle de yapılabilmektedir. Özellikle sayısal arazi modellemesi mühendislerimiz için önemli olan konulardan biridir.

Sayısal Arazi Modeli (SAM) iki farklı yöntemle oluşturulabilir /9/. Bunlardan ilki olan Grid (Raster) yönteminde arazi yüzeyi kare veya dikdörtgen gridlere bölünür. Dayanak noktaları grid köşelerinde yer alabileceği gibi, rastgele konumda da bulunabilir. Grid köşe noktalarındaki yükseklik değerleri, kullanılacak bir enterpolasyon yöntemi ile belirlenir. Her bir grid, köşe noktalarındaki yükseklik değerleri ve gerekirse eğim değerlerine dayanan bir fonksiyon ile ifade edilir. Üçgenleme yönteminde ise, arazi yüzeyi üçgen yüzeylerinin toplamı şeklinde (Polihedron) ifade edilir. Rastgele veya düzgün şekilde dağılmış olan dayanak noktaları üçgenlerin köşe noktalarını oluşturur. Birbirleri üzerine binmeyen bu üçgenlerin her biri lineer veya lineer olmayan bir fonksiyonla ifade edilir. Enterpolasyon yöntemi sayısal

arazi modelinin doğruluğunu etkileyen önemli bir etkidir. Bu çalışmada En yakın komşu, Ağırlıklı ortalama, Polinom, Multikvadrik, En küçük eğrilikli yüzey ve üçgenlerde lineer enterpolasyon yöntemleri 5 teorik test yüzeyi üzerinde test edilmiş ve doğrulukları karşılaştırılmıştır.

## 2. ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Sayısal yükseklik modellemesinde kullanılan enterpolasyon yöntemleri ve yapılan sınıflandırmalar bir çok kaynakta ayrıntılı olarak açıklanmaktadır. Bu çalışmada kullanılan enterpolasyon yöntemleri aşağıdaki başlıklar altında ele alınmıştır.

### a. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon

Bu yöntemde enterpolasyon noktasının yüksekliği, çevresinde bulunan dayanak noktalarının yüksekliklerinden ağırlıklı olarak hesaplanır. Her bir dayanak noktasının yüksekliğine verilecek olan ağırlık değeri o noktanın enterpolasyon noktasına olan uzaklığın bir fonksiyonudur  $1/3$ . Bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = \sum_{i=1}^m p_i \cdot z_i / \sum_{i=1}^m p_i \quad (1)$$

eşitliği ile bulunur. Ağırlık fonksiyonu olarak,  $(x_i, y_i)$  herhangi bir dayanak noktasının,  $(x_0, y_0)$  yüksekliği belirlenecek enterpolasyon noktasının koordinatları olduğuna göre;

$$p_i = \left[ (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^{-k} = (s_i^2)^{-k}, \quad i=1,2,\dots,m \quad 2k=1,2,3 \quad (2)$$

eşitliği kullanılabilir gibi,

$$p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}, \quad i=1,2,\dots,m \quad k=3,4,5 \quad (3)$$

şeklindeki Gauss fonksiyonu da kullanılabilir.

### b. Polinom Enterpolasyonu

Bu yöntemin ana fikri arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir.  $x, y, z$  koordinatları ile bilinen dayanak noktalarının oluşturduğu arazi yüzeyinin,  $n$ 'inci dereceden bir polinomla matematiksel ifadesi,

$$z(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^k a_{ij} x^i y^j \quad (4)$$

şekindedir.

İkinci derece polinomun açık ifadesi,

$$z(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 \quad (5)$$

olur.

(x, y, z) koordinatları bilinen 6 dayanak noktası ile bu problem çözülebilir. 6 dan fazla dayanak noktası olması durumunda, çözüm için yeterli olandan fazla denklem oluşacağı için katsayılar dengelemeyle bulunur. Bu durumda yüzey dayanak noktalarından geçmez.

m, dayanak noktası sayısını göstermek üzere, 2. derece polinomun düzeltme denklemleri;  $L=1,2,\dots,m$  için

$$\Delta z_L = a_{00} + a_{01}y_L + a_{10}x_L + a_{20}x_L^2 + a_{11}x_L y_L + a_{02}y_L^2 - z_L \quad (6)$$

olur.

$$\sum_{L=1}^m \Delta z_L^2 = \min. \quad (7)$$

koşulundan yararlanarak dengelenmiş yüzeyin katsayıları belirlenir. Yüksekliği istenen bir noktanın  $(x_0, y_0)$  koordinatları polinomda yerine konulduğunda o noktanın  $z_0$  yüksekliği bulunabilir..

### c. Multikvadrik Enterpolasyon

Bu enterpolasyon yönteminin amacı dayanak noktalarının tümünü aynı anda kullanarak araziye tek bir fonksiyonla ifade etmektir. Yöntemin uygulanmasında öncelikle, m sayıdaki dayanak noktası kullanılarak bir trend yüzeyi geçirilir. Bu yüzey için polinom, harmonik seri veya trigonometrik fonksiyonlar kullanılabilir. Şimdiye kadar yapılan uygulamalar 1. veya 2. dereceden bir polinomun yeterli olduğunu göstermiştir/4,5,6,7/.

Trend yüzeyi olarak n. dereceden bir polinom kararlaştırılması durumunda, önceki bölümde açıklandığı şekilde  $z(x_j, y_j)$  polinomunun katsayıları ve dayanak noktalarındaki  $\Delta z_j$  artık yükseklik değerleri (düzeltmeler) hesaplanır.

$$\Delta z_j = z_j - z(x_j, y_j) \quad j=1,2,\dots,m \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^m C_j [Q(x_j, y_j, x, y)] = \Delta z \quad (9)$$

genel ifadesi ile verilen multikvadrik yüzey, m sayıda aynı türden  $Q$  yüzeyinin toplamından oluşur.  $C_j$  katsayıları her bir  $Q$  yüzeyinin eğimini ve işaretini belirler ve  $\Delta z_j$  artık yükseklik değerleri yardımıyla hesaplanır. Literatürde, her bir  $Q$  yüzeyinin simetri eksenini bir dayanak noktasından geçecek şekilde aşağıdaki multikvadrik yüzeyler önerilmiştir:

- İki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı (k, sabit bir katsayıdır)

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k]^{1/2} = \Delta z \quad (10)$$

- Dairesel paraboloid serilerinin toplamı,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k] = \Delta z \quad (11)$$

- Dairesel dik konilerin toplamı,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2]^{1/2} = \Delta z \quad (12)$$

$C_j$  katsayılarının belirlenmesinde, dayanak noktalarının bilinen  $(x_j, y_j, \Delta z_j)$  değerlerinden yararlanılır. Multikvadrik yüzey olarak dairesel dik konilerin seçildiği kabulü ve herhangi iki dayanak noktası için,

$$[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} = a_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

kısaltması ile (12) eşitliği,

$$\sum_{j=1}^m C_j a_{ij} = \Delta z_i \quad i=1, 2, \dots, m \quad (14)$$

şeklini alır.

(14) bağıntısından,

$$\begin{aligned} C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + C_3 a_{13} + \Lambda + C_m a_{1m} &= \Delta z_1 \\ C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + C_3 a_{23} + \Lambda + C_m a_{2m} &= \Delta z_2 \\ C_1 a_{31} + C_2 a_{32} + C_3 a_{33} + \Lambda + C_m a_{3m} &= \Delta z_3 \\ \text{M} \quad \text{M} \quad \text{M} \quad \text{M} \quad \text{M} & \\ C_1 a_{m1} + C_2 a_{m2} + C_3 a_{m3} + K + C_m a_{mm} &= \Delta z_m \end{aligned} \quad (15)$$

denklem sistemi elde edilir. Matris gösterimi ile,

$$\underline{A} \cdot \underline{c} = \underline{\Delta z} \quad (16)$$

yazılabilir. Burada  $\underline{A}(m \times m)$  lik katsayılar matrisini,  $\underline{c}(m \times 1)$  lik bilinmeyenler matrisini ve  $\underline{\Delta z}(m \times 1)$  lik artık yükseklik matrisini göstermektedir. Bilinmeyen  $C_j$  katsayıları ,

$$\underline{c} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{\Delta z} \quad (17)$$

şeklinde belirlenir.  $C_j$  katsayılarının belirlenmesi ile multikvadrik yüzey oluşmuş demektir.  $(x_0, y_0)$  koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = z(x_0, y_0) + \Delta z_0 = z(x_0, y_0) + \sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2]^{1/2} \quad (18)$$

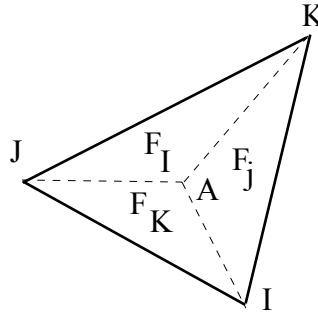
eşitliği ile hesaplanır. Dayanak nokta sayısı arttıkça yöntemin hesap yükü artar. Bu yük özellikle  $C_j$  katsayıları belirlenirken alınacak invers işleminden kaynaklanmaktadır.

#### d. Üçgenler Ağında Linear Enterpolasyon

Üçgenler ağında yaygın olarak kullanılan enterpolasyon yöntemi, lineer enterpolasyondur. Her bir üçgen eğik düzlem olarak kabul edilir/14/. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın içine düştüğü üçgende lineer enterpolasyon uygulanır. Bir eğik düzlemin,

$$z = a_{00} + a_{10} x + a_{01} y \quad (19)$$

şeklinde ifade edildiği düşünülürse, her bir üçgen için  $a_{00}, a_{10}$  ve  $a_{01}$  katsayıları üçgene ait 3 köşe noktası için yazılacak 3 denklemlerle belirlenir. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın  $x_0, y_0$  koordinatları (19)'da yerine konulduğunda  $z_0$  değeri elde edilir. Üçgen elemanlarda yapılan lineer enterpolasyon, aslında ağırlıklı ortalamadan farklı bir işlem değildir. Üçgenin 3 köşe noktasına ait  $z$  değerlerinin ağırlıklı ortalaması alınmaktadır. Herhangi bir köşe noktasına ait  $z$  değerinin ağırlığı ise enterpolasyon noktasının o köşeye göre lokal barisentrik koordinatıdır. Barisentrik koordinatlar Şekil 1' de gösterilmiştir.



Şekil 1. Üçgende lokal barisentrik koordinatlar

Şekil 1' de I, J, K noktaları üçgenin 3 köşe noktasını göstermektedir. A enterpolasyon noktasının 3 köşeye göre 3 ayrı lokal barisentrik koordinatı vardır. Bu 3 koordinatın toplamı 1'dir. A noktasının köşe noktalarına birleştirilmesiyle elde edilen 3 alt üçgenin alanlarının IJK üçgeninin alanına bölünmesiyle lokal barisentrik koordinatlar elde edilir. Alt üçgenlerin alanları  $F_I, F_J, F_K$  ile, toplam alan  $F$  ile gösterilirse, A noktasının lokal barisentrik koordinatları,

$$P_I = F_I / F, \quad P_J = F_J / F, \quad P_K = F_K / F \quad (20)$$

olur. Lokal barisentrik koordinatlar noktaların kartezyen dik koordinatları ile ifade edilirse,

$$\begin{aligned} P_I &= ((x_J - x_A)(y_K - y_A) - (x_K - x_A)(y_J - y_A)) / B \\ P_J &= ((x_K - x_A)(y_I - y_A) - (x_I - x_A)(y_K - y_A)) / B \\ P_K &= ((x_I - x_A)(y_J - y_A) - (x_J - x_A)(y_I - y_A)) / B \\ B &= (x_J - x_I)(y_K - y_I) - (x_K - x_I)(y_J - y_I) \end{aligned} \quad (21)$$

yazılabilir. Enterpolasyon noktasının  $z_0$  değeri,

$$z_0 = P_I z_I + P_J z_J + P_K z_K \quad (22)$$

şeklinde belirlenir /12/.

### e. En Küçük Eğrilikli Yüzey Enterpolasyonu

Yöntem, grid köşe noktalarındaki  $C_{ij}$  eğrilik değerlerinin kareleri toplamı minimum olacak şekilde grid köşe noktalarının yüksekliklerini enterpole etmek amacıyla geliştirilmiştir. İlk olarak grid köşelerindeki gravite değerlerini enterpole ederek eş gravite eğrilerinin oluşturulması amacıyla kullanılmıştır/2/.

$$C = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^j (C_{ij})^2 \longrightarrow \text{minimum} \quad (23)$$

Bir yüzeydeki eğriliklerin kareleri toplamı (toplam karesel eğrilik)

$$C(z) = \iint \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (24)$$

ile ifade edilir. C değerini ekstremum (minimum) yapan z fonksiyonun

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial y^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0 \quad (25)$$

differansiyel denklemini sağlaması gerektiği ve benzer şekilde (25) eşitliğini sağlayan z fonksiyonunun toplam karesel eğriliği minimum yaptığı /2/' de kanıtlanmıştır. (25)' de verilen differansiyel denklemin çözümü "sınır koşulları" kullanılarak yapılabilmektedir. Kullanılacak sınır koşulları yüzeyin sınır normali (n) boyunca

$$\frac{\partial^2 z}{\partial n^2} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (26)$$

olması ve yüzeyin sınır köşelerinde

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0 \quad (27)$$

olması koşuludur/1,2,11/.

(25) eşitliğinin çözümü /2/' de ayrıntılı bir şekilde verilmektedir. Çözüm matris hesabıyla doğrudan yapılabileceği gibi iterasyonla da yapılabilmektedir. Matris hesabında nümerik

bağımlılık söz konusu olabileceği için iterasyonla çözüm tavsiye edilmektedir. İteratif Çözüm 4 adımda özetlenebilir:

1.Adım: Multiküadrik enterpolasyona benzer bir şekilde trend yüzeyi geçirilir. Trend yüzeyinden arta kalan değerler her bir noktadaki  $\Delta z_i$  artık yükseklik değerini gösterir.

2.Adım: Rastgele dağılmış konumdaki dayanak noktalarına ait noktadaki  $\Delta z_i$  artık yükseklik değerlerinden yararlanarak grid köşe noktalarındaki  $\Delta z_{i,j}$  yaklaşık artık yükseklik değerleri, ağırlıklı ortalama ile hesaplanır.

3.Adım: Bir önceki adımda bulunan yaklaşık artık yükseklik değerleri ile iterasyona girilir. Bir iterasyon aşamasında, her bir grid köşe noktasındaki artık yükseklik değeri için komşu grid köşe noktalarındaki artık yükseklik değerlerinden yararlanılarak bir eşitlik yazılır. Yazılacak eşitlik normal bir grid köşesi için

$$\begin{aligned} & \Delta z_{i+2,j} + \Delta z_{i,j+2} + \Delta z_{i-2,j} + \Delta z_{i,j-2} \\ & + 2 ( \Delta z_{i+1,j+1} + \Delta z_{i-1,j+1} + \Delta z_{i+1,j-1} + \Delta z_{i-1,j-1} ) \\ & - 8 ( \Delta z_{i+1,j} + \Delta z_{i-1,j} + \Delta z_{i,j+1} + \Delta z_{i,j-1} ) \\ & + 20 \Delta z_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

şeklinde olacaktır. Yüzey sınırında ve köşelerinde bulunan grid köşe noktaları için yazılacak eşitlik normal bir nokta için yazılandan daha farklı olacaktır/2,11/. Tüm noktalar için eşitliklerde geçen son terim olan  $\Delta z_{i,j}$  değerleri hesaplandıktan sonra bir sonraki iterasyon aşamasına geçilir. Ardışık iki iterasyondan elde edilecek  $\Delta z_{i,j}$  değerleri arasındaki en büyük fark istenilen  $\epsilon$  değerinin altına ulaşana kadar iterasyon işlemine devam edilir.

4.Adım: Son iterasyondan elde edilen artık yükseklik değerine trend yüzeyindeki değeri eklenerek grid köşe noktasının kesin yükseklik değeri bulunur.

#### **f. En Yakın Komşu Enterpolasyonu**

Bu yöntemde yüksekliği belirlenecek olan noktaya çevresinde bulunan en yakın noktanın yükseklik değeri verilmektedir.

### **3. UYGULAMA ve YÖNTEMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI**

En yakın komşu, Ağırlıklı ortalama, Polinom, Multiküadrik, En küçük eğrilikli yüzey ve üçgenlerde lineer enterpolasyon yöntemleri (29)' da verilmiş 3 farklı fonksiyondan türetilmiş 5 teorik test yüzeyi (Tablo 1) üzerinde test edilmiştir. Teorik test yüzeyi kullanılmasının amacı gerçek elde edebilmektir. Test yüzeyleri  $100 \times 100 \text{ m}^2$  lik alanlar kaplayacak şekilde seçilmişlerdir. Kullanılan veri aralıkları ve her bir teorik test yüzeyi için kullanılan fonksiyon Tablo 1' de özetlenmiştir. Test yüzeylerinin Surfer programında çizilen perspektif görünüşleri Şekil 2-6' da verilmiştir. Her bir test yüzeyi için düzgün olmayan dağılımda 150 referans noktası ve düzgün dağılıma sahip 81 enterpolasyon noktası türetilmiştir. Referans ve enterpolasyon noktalarının gerçek yüzey yükseklikleri (29) 'da verilen fonksiyonlar kullanılarak hesaplanmıştır. Her bir test yüzeyi için kendisine ait 150 referans noktası kullanılarak yine kendisine ait 81 enterpolasyon noktasındaki yükseklik değerleri yukarıda isimleri sıralanan 6 farklı enterpolasyon yöntemiyle hesaplanmıştır. Üçgenleme için

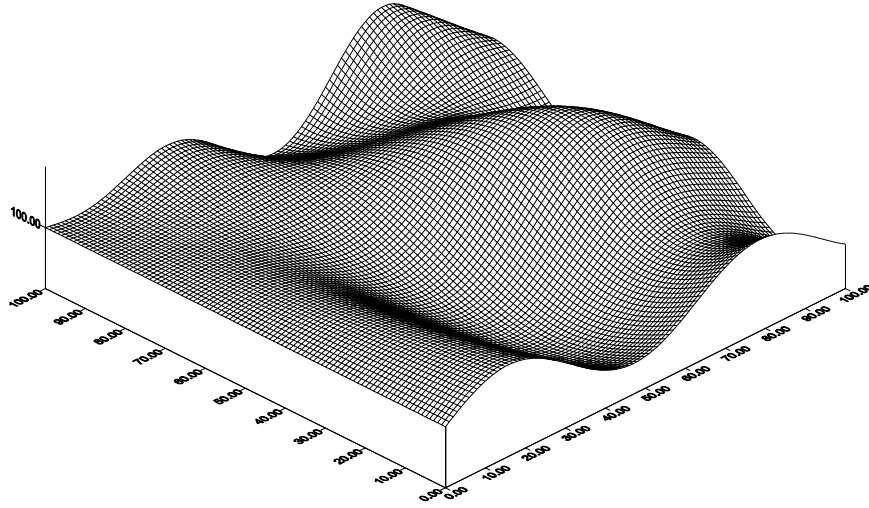
kullanılan algoritma hesaplamalı geometride yaygın olarak kullanılan Delaunay Üçgenlemesidir. Oluşan üçgenlerin çevrel çemberleri içerisinde başka nokta olmaması koşuluna dayanan Delaunay üçgenlemesi bir çok kaynakta karşılaşılabilecek bir konudur /8,10,13,16/. Enterpolasyon noktalarındaki gerçek yükseklik değerleri dolayısıyla gerçek hatalar bilindiği için her bir enterpolasyon yöntemine ait doğruluk ölçütleri türetilmiştir. Bu ölçütler standart sapma, en büyük ve en küçük hata değerleridir.

Doğruluk ölçütleri Tablo 2’ de verilmiş ayrıca enterpolasyon yöntemlerinin kolay karşılaştırılabilmesi için Şekil 7-9’ da grafik olarak sunulmuştur

1. Fonksiyon:  $z(m) = [\sin(x/10) - \sin(x * y/800)] \cdot 10 + 100$
  2. Fonksiyon:  $z(m) = [\sin(x/y) - \sin(x * y/800)] \cdot 10 + 100$
  3. Fonksiyon:  $z(m) = [(x^2 + y^2) \cdot \sin(8 \cdot \arctan 2(y/x))] / 1000 + 100$
- (29)

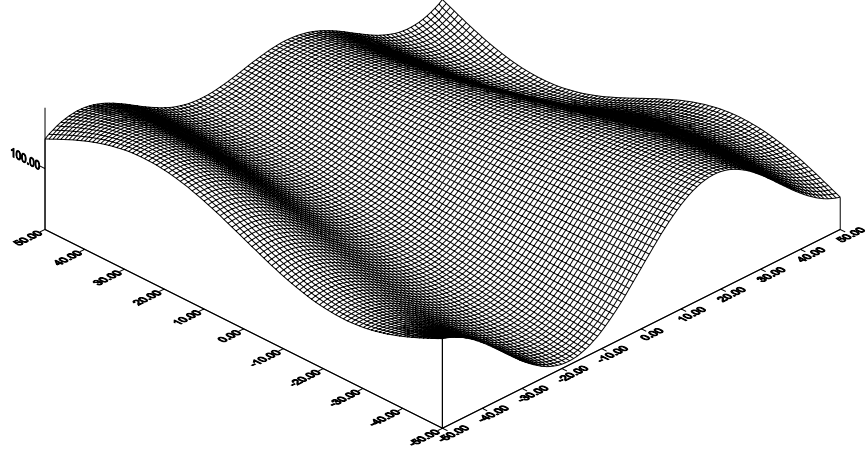
Tablo 1. 5 Test yüzeyi için kullanılan fonksiyon ve veri aralığı

Test yüzeyi	Fonksiyon	En küçük (metre)		En büyük (metre)	
		(x)	(y)	(x)	(y)
1	1	0.00	0.00	100.00	100.00
2	1	-50.00	-50.00	50.00	50.00
3	2	-100.00	10.00	0.00	110.00
4	3	0.00	50.00	100.00	150.00
5	3	-50.00	0.00	50.00	100.00

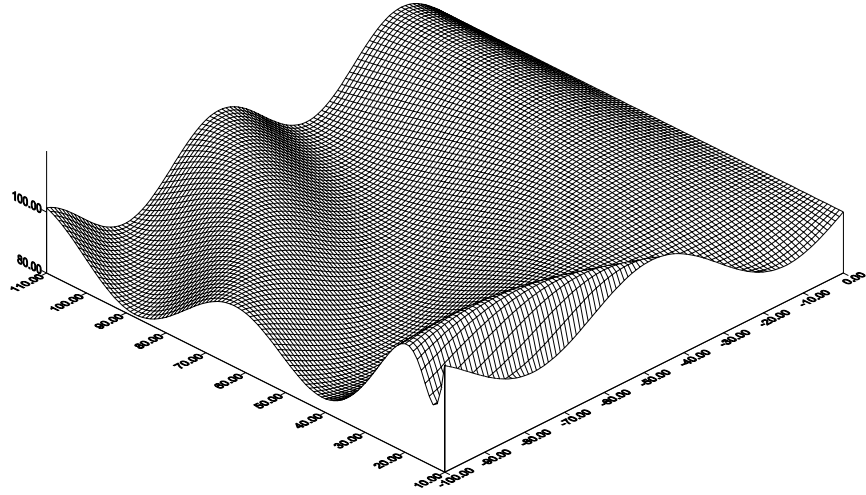


Şekil-2: 1. Test yüzeyinin perspektif görünümü

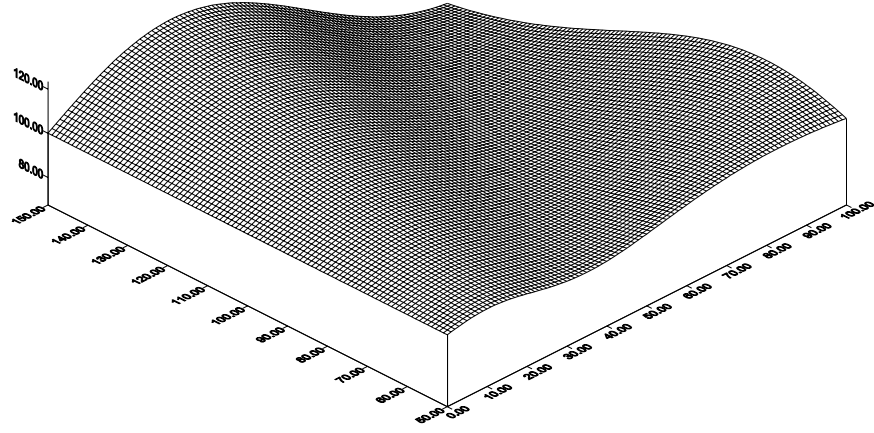




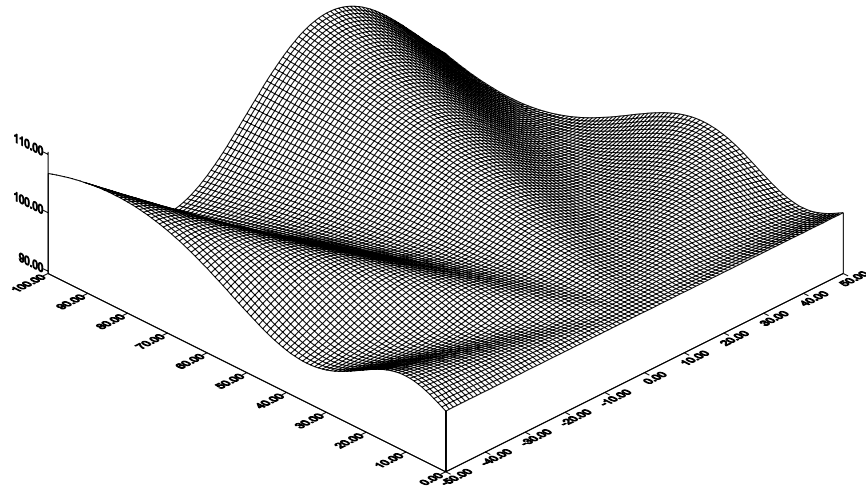
Şekil-3: 2. Test yüzeyinin perspektif görünümü



Şekil-4: 3. Test yüzeyinin perspektif görünümü



Şekil-5: 4. Test yüzeyinin perspektif görünümü

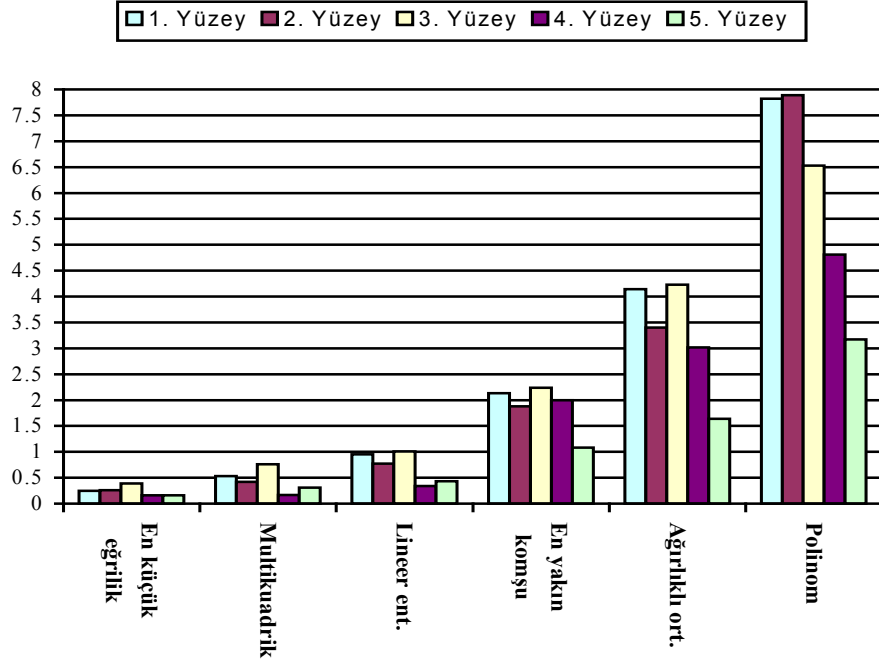


Şekil-6: 5. Test yüzeyinin perspektif görünümü

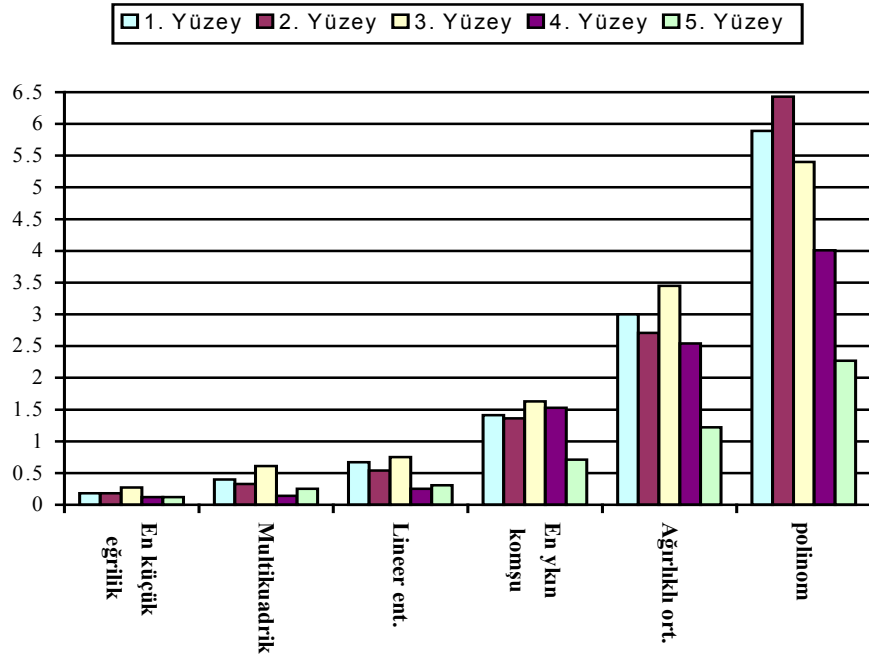
Tablo 2. Doğruluk ölçütleri (metre)

Test yüzeyi	Doğruluk Ölçütü	En küçük eğrilikli yüzey	Multikvadrik	Lineer ent.	En yakın komşu	Ağırlıklı ort.	Polinom
1	$\sigma$	0.25	0.53	0.95	2.13	4.14	7.82
	Ortalama	0.18	0.40	0.67	1.41	3.00	5.89
	En büyük	0.89	1.43	3.05	10.56	10.84	19.90
2	$\sigma$	0.26	0.42	0.77	1.88	3.40	7.89
	Ortalama	0.18	0.33	0.54	1.36	2.71	6.43
	En büyük	0.82	0.96	2.00	5.19	7.24	15.15
3	$\sigma$	0.39	0.76	1.01	2.24	4.23	6.53
	Ortalama	0.27	0.61	0.75	1.63	3.45	5.40
	En büyük	1.25	2.12	2.76	7.06	10.25	13.36

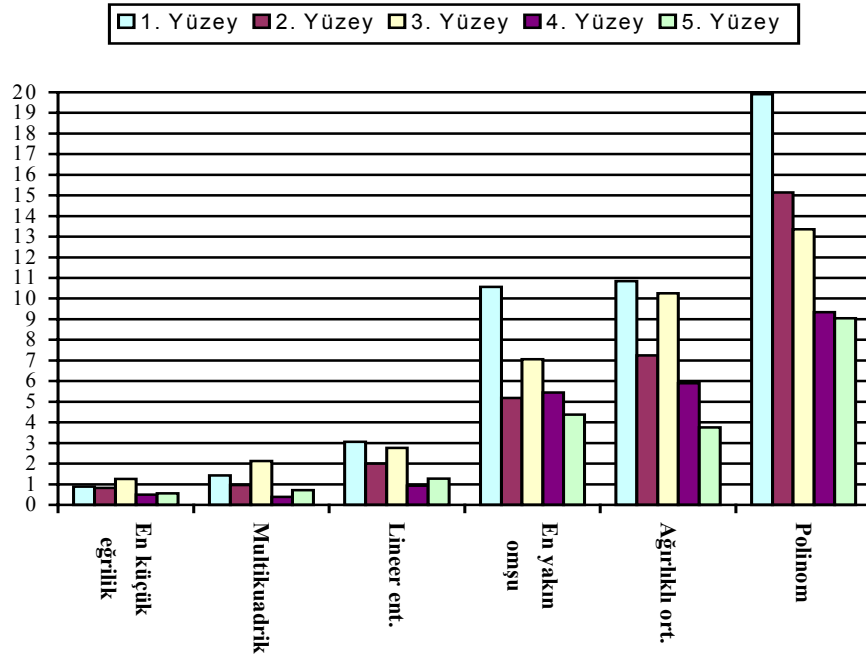
	$\sigma$	0.16	0.17	0.34	2.00	3.02	4.81
	Ortalama	0.12	0.14	0.25	1.53	2.54	4.01
4	En büyük	0.49	0.39	0.93	5.44	5.90	9.34
	$\sigma$	0.16	0.31	0.43	1.08	1.64	3.17
	Ortalama	0.12	0.25	0.31	0.71	1.22	2.27
5	En büyük	0.56	0.71	1.28	4.37	3.76	9.04



Şekil-7: Enterpolasyon yöntemlerinin standart sapmaları (metre)



Şekil-8: Enterpolasyon yöntemleri için hata değerlerinin ortalaması (metre)



Şekil-9: Enterpolasyon yöntemlerinin en büyük hata değerleri (metre)

#### 4. SONUÇ

Tablo 2' de verilen doğruluk ölçütleri (standart sapma, hatalar ortalaması ve maksimum hata) göz önüne alındığında bu çalışmada kullanılan 5 test yüzeyi için en iyi yöntemlerin en küçük eğrilikli yüzey ve multikvadrik enterpolasyon olduğu görülmektedir. Şekil 7-9 incelendiğinde bu daha açık olarak gözlenebilmektedir. Daha sonra grafiklerde de sıralandığı gibi üçgenlerde lineer enterpolasyon, en yakın komşu, ağırlıklı ortalama ( $1/s^2$ ) ve polinom enterpolasyonu (2.derece 9 terimli polinom) gelmektedir.

Standart sapmaların değişim aralığı göz önüne alındığında enterpolasyon yöntemleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. En küçük eğrilikli yüzey enterpolasyonu (0,16-0,39m)
2. Multikvadrik enterpolasyon (0,17-0,76m)
3. Delaunay üçgenlerinde lineer enterpolasyon (0,34-1,01m)
4. En yakın komşu enterpolasyonu (1,08-2,24m)
5. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon (1,64-4,23m)
6. Polinom enterpolasyonu (3,17-7,89m)

En küçük eğrilikli yüzey ve multikvadrik enterpolasyon yüzeyi bütünüyle ele alan yöntemlerdir. Bu nedenle hesap yükleri fazladır. Multikvadrik enterpolasyonda büyük boyutlu matris inversi en küçük eğrilikli yüzeyde ise çok sayıda iterasyon işlemi gerekmektedir. Bu iki yöntem 1970' li yıllardan beri bilinmesine karşın söz konusu dezavantajları yüzünden uygulamalarda arka plana atılmıştır. Bilgisayar kapasitelerinin artmasıyla hesap yapmanın kolaylaştığı günümüzde en küçük eğrilikli yüzey ve multikvadrik yüzey modellemeleri konuma bağlı bilginin modellenmesi ve ara değer üretimi uygulamaları için düşünülmelidir. Bu çalışmada ele alınan araziler 1 hektarlık alanlardır. Yöntemler daha büyük boyutlu

arazilerde, süreksizlik içeren arazilerde ve şerit şeklinde uzanan farklı veri alanlarında da test edilmelidir. Bu çalışma için seçilen test yüzeylerinde doğruluk anlamında en iyi yöntemler olarak göze çarpmaktadır. Literatürde yer alan diğer enterpolasyon yöntemlerinin de konu edildiği daha kapsamlı çalışmaların yapılması faydalı olacaktır.

## KAYNAKLAR

- /1/ Ayhan, M.E., Alp, O., : Rastgele Dağılmış Verilerden Bilgisayar Desteğinde Üstün, M. Yüzey Modelleme, T.U.J.J.B, 103-118, 1993
- /2/ Briggs, I.C. : Machine Contouring Using Minimum Curvature, Geophysics, 39, 1, 39-48, 1974
- /3/ Franke, R., Nielson, G. : Smooth Interpolation of Large Sets of Scattered Data, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 15, 1691-1704, 1980
- /4/ Güler, A. : Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi ile Denemeler, Harita ve Kadastro Müh. Dergisi, 52-53, 98-113, 1985
- /5/ Hardy, R. L. : Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces, J. Geophys. Res., 76, 8, 1905-1915, 1971
- /6/ Hardy, R. L. : Theory and Applications of the Multiquadric-Biharmonic Method: 20 Years of Discovery 1968-1988, Comp. Math. with Applications., 19, 8/9, 163-208, 1990
- /7/ Leberl, F. : Interpolation in a Square Grid DTM, ITC Journal, 5, 756-807, 1973
- /8/ Lee, D. T., Preparata, F.P., : Computational Geometry-A Survey, IEEE Transactions on Computers, c33, 12, 1072-1101, 1984
- /9/ Petrie, G., Kennie, T. J. : Terrain Modeling in Surveying and Civil Engineering, Comp.-Aided Des., 19, 4, 171-187, 1987
- /10/ Renka, R.J. : Delaunay Triangulation and Voronoi Diagram on the Surface of a Sphere, ACM Transactions on Mathematical Software, 23, 3, 416-434, 1997
- /11/ Smith, W.H.F., Wessel, P. : Gridding With Continuous Curvature Splines in Tension, Geophysics, 55, 3, 293-305, 1990.

- /12/ Sukumar, N., Moran, B., Semenov, A., Belikov, V.V. : Natural Neighbour Galerkin Methods, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 50, 1-27, 2001
- /13/ Watson, D.F., : Acord: Automatic Contouring of Raw Data, Computers and Geosciences, 8, 1, 97-101, 1982
- /14/ Watson, D.F., Philip, G.M. : Triangle Based Interpolation, Mathematical Geology, 16, 8, 779-795, 1984
- /15/ Watson, D.F., : Contouring: A Guide to The Analysis and Display of Spatial Data, Pergamon press, oxford, 321 pages., 1992
- /16/ Yanalak, M. : Yüzey Modellemede Üçgenleme Yöntemleri, Harita Dergisi, 126, 58-69, 2001