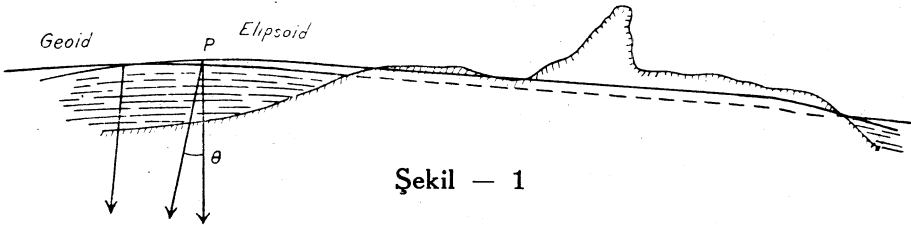


Hazırlayan : İslâm EROKAN
Yüks. Müh. Alb.

Şakul Sapmasının Memleket Nirengisine Tesiri¹⁾

Bir harita yapılırken bu haritanın mikyası ve kapladığı saha bakımından yer yüzünü düzlem, küre yüzeyi veya elipsoid yüzeyi olarak kabul etmek icap eder.

Hakikatte, yeryüzü hiçbir geometrik yüzeye tam tamına uymamaktadır. Geoid adı verilen bu yüzey okyanusların durgun yüzeyi ile bu yüzeyin kıtalar arasından geçmesi suretiyle düşünülen kapalı yüzeyden ibarettir. Geofizik ve matematik bakımdan geoid, ortalama deniz yüzeyi yüksekliğindeki bir noktadan başlamak suretiyle, arz yüzeyi üzerindeki her noktanın yer çekimi istikametlerinde (mekân şakulüne) dik olarak düşünülen sonsuz sayıdaki dik düzlemlerin meydana getirdikleri kapalı şekle verilen isimdir. Ancak, bu şeklin bir elipsoide pek yakın olması sebebiyle arzın yüzeyi yerine bir elipsoid alınır ve bütün hesaplar bu elipsoid üzerinde yürütülür.²⁾ Böyle yapmakla işin kolaylaştırılması pahasına bilerek bir hata yapılmış olur. Çünkü, geoid ile elipsoid yüzeyleri, bazan biri bazan diğeri üstte olacak şekilde bir birini kesmektedirler. Şekil (1)



Şekil — 1

Bu durum karşısında arzın üzerinde ölçülen değerler ile hesaplara bulunan değerler bir birinden farklıdır. Bir noktada astronomik olarak arz (enlem) ve tül (boylam) ölçülebildiği gibi herhangi bir başlangıç noktasından başlanmak suretiyle geodetik olarak bu noktanın arz ve tülü hesaplanabilir.

1 — Bu yazının hazırlanmasında «Handbuch der Vermessungskunde III/2 den faydalanılmıştır.

2 — Bu elipsoidin ölçüleri (dimenzyonları) çeşitli zamanlarda yapılan geodetik ölçülerden ve muhtelif alimler tarafından hesaplanmıştır.

Nirengi noktaları arasındaki uzunluklar hesapla bulunduğu takdirde elipsoid üzerindeki uzunlukları temsil ederler. Bu uzunluklara geodetik hat denmektedir. Semtler astronomik olarak ölçülse bile herhangi bir açının ilâvesi suretile geodetik hatlara verilen semtler geodetik semt adını alınır. Nirengi hesapları ve muvazeneler yapılırken bir kısmı astronomik bir kısmı geodetik değerlerdir. Astronomik değerler geoid ile, geodetik değerler elipsoid ile ilgilidir. Halbuki, büyük muvazene ve hassas hesaplarda bu değerlerin aynı yüzeye çevrilmiş (irca edilmiş) olmaları icab eder. Geodetik ve astronomik değerler arasındaki farkın en önemli sebebi şakul sapmasının bulunmasıdır.

Şakûl Sapması : Geoid ile elipsoid bir birine teğet veya paralel olan bölümlerindeki noktalarda geoid ve elipsoid normalleri üst üste düşer. Ancak, bu yüzeylerin paralel olmamaları halinde arz yüzeyi üzerindeki bir noktada geoid normali ile elipsoid normali arasında θ gibi küçük bir açı meydana gelir. Bu açiya şakul sapması denilmektedir. Şakul sapması açısının düzlemi her noktada değişik istikamettir. Bu sebeple, bu açı yerine açının Kuzey - Güney ve Doğu - Batı istikâmetindeki düzlemler üzerindeki ξ ve η izdüşümleri alınır ve bunlara şakûl sapması komponentleri adı verilir. Şakûl sapmasının absolüt (mutlak) değeri θ ve bu açiya ait düzlemin semti (ε) ile gösterilecek olursa komponentler :

$$\xi = \theta \cos \varepsilon \quad \eta = \theta \sin \varepsilon$$

değerlerine eşit olur. 3)

Şakul sapması yüzünden bir noktonun astronomik değerleri ile geodetik değerleri arasındaki farklar, bir teodolitin dik ekseninin şakul istikâmetinde olmaması halinde yatay ve dikey açıların ölçülerinde yapılacak ölçü hatası gibi mütalâa edilebilir.

Memeket nirengilerinde astronomik ve geodetik ölçüler kombine edilerek muvazene yapılır. Çünkü yukarda belitrildiği gibi, nirengi hesap ve muvazenelerine giren arz, tul, semt, açı ve kenarlar kısmen geoid, kısmen elipsoid üzerinde bulunmaktadır. Bunların aynı yüzeyde bulunmasını temin maksadiyle açılar ve semtler o şekilde tashih edilir ki, bütün değerler elipsoide çevrilmiş olur.

Z = Geodetik zenit (elipsoid şakûl istikameti),

Z' = Astronomik zenit (Geoid şakûl istikameti),

θ' = Şakûl sapması açısı,

ε = Şakûl sapması düzleminin coğrafi (elipsoide göre) semti.

ε' = Şakûl sapması düzleminin astronomik semti (Geoide göre)

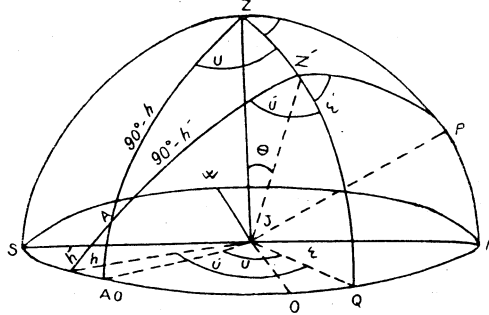
3 — Kuzey - Güney düzlemi, diğer deyimle meridyen düzlemi üzerindeki komponenti geoid ve elipsoid anızları arasındaki φ' — φ değerine eşittir.

U = Şakûl sapması düzlemi ile (A) noktası arasınaki açı (elipsoid üzerinde)

$U' =$ Şakûl sapması ile (A) noktası arasındaki açı (geoide göre)

h = A noktasının yükseklik açısı (sferoid)

h = A noktasının yükseklik açısı (geoid)



Şekil — 2

Geoid üzerinde ölçülen açıların alması gereken düzeltme miktarı şekle göre tayin edilebilir.

Arz üzerinde (J) gibi bir noktada, “θ,, şakul sapması yüzünden geoid zeniti olan Z' ile elipsoid zeniti olan “Z,, üst üste gelmemektedir. Bu sebeple QJA=U yatay açısı yerine U' açısı ölçülebilmektedir. Buna göre U—U gibi bir hata meydana gelmektedir. Bu hatanın tesbiti için, Z'ZA sferik üçgenini ele alalım: Bu üçgende :

$$\text{Cotg } (90^\circ - h) \sin \theta = \cos \theta \cos u + \sin U \text{ cotg } (180^\circ - U')$$

“ θ ,, açısı pek küçük olduğundan :

$$\sin \theta = 0$$

$\cos \theta = 1$ kabul edilebilir.

Bu takdirde :

$$\theta \operatorname{tgh} = \cos U - \sin U \operatorname{cotg} U'$$

$$\theta_{\text{ tgh}} = \frac{\cos U \sin U' - \sin U \cos U'}{\sin U'} = \frac{\sin (U' - U)}{\sin U'} \quad \text{olur.}$$

ve yine :

$(U' - U)$ pek küçük olduğundan :

$$\sin (U' - U) = U' - U \quad \text{ve}$$

$$U' - U = \theta \sin U \operatorname{tgh} \text{ olur.}$$

Diğer taraftan (J A) hattının semti α ve « θ » düzleminin (ε) olduğuna göre :

$$U + \varepsilon = \alpha$$

$$U = \alpha - \varepsilon$$

$$U' - U = \theta \operatorname{tgh} \sin (\alpha - \varepsilon)$$

$$U' - U = \theta \operatorname{tgh} (\sin \alpha \cos \varepsilon - \cos \alpha \sin \varepsilon) \text{ olur.}$$

Şakül sapmasının absolut (mutlak) değeri olan « θ » ile komponentleri olan « ξ » ve « η » değerleri arasındaki :

$$\xi = \theta \cos \varepsilon \quad ; \quad \eta = \theta \sin \varepsilon$$

münasebetlerden faydalanarak, « θ » yerine komponentleri alınınca :

$$U' - U = (\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \operatorname{tgh} \text{ olur. } 4)$$

Görüldüğü gibi, yatay açıların elipsoid yüzeye irca edilmesindeki « $U' - U$ » düzeltme mikdarı A noktasının h yükseklik açısı ile orantılıdır. Bu açı pek küçük olunca, diğer değimle, A noktasının ufuk üstü yüksekliği azaldıkça, $U' - U$ düzeltmesi tamamen terk edilebilir. Fakat nirengi noktaları yüksek dağlarda tesis edildiği takdirde, $U' - U$ düzeltmesinin dikkat nazarına alınması icap eder. Bununla beraber her noktadaki ξ ve η değerlerinin hesaplanması pek güç olduğundan yatay açıların şakül sapma düzeltmeleri yapılamamaktadır. Nirengi noktalarında astronomik veya gravimetrik ölçüler yapıldığı takdirde ξ ve η komponentleri dolayısıyla $U' - U$ düzeltmeleri hesaplanabilir.

Şakül inhirafları, geodetik hatların semtlerine fazlaca tesir eder. Bu sebeple memleket nirengilerinin muvazene ve hesaplarında bu düzeltmeler mutlak surette dikkat nazarına alınır. Bir hattın geodetik semti α , astronomik semti α' ve bu hattın bir uc noktasının geodetik tulû L, astronomik tulû L' ve arzı φ (Arzın tesiri pek küçük olacağından geodetik arz alınabilir) olacak olursa, astronomik semt ile geodetik semt arasındaki fark :

$$\alpha' - \alpha = (L' - L) \sin \varphi$$

formülü ile hesaplanır. Laplas formülü adı verilen bu denklem yalnız bir noktadaki semtin düzeltilmesini hesaplamakta kullanılır.

Fakat, bir nirengi şebekesinde astronomik ve geodetik değerler bulunacağından, hassas muvazene yapılırken bütün geodetik hatların elipsoide irca edilmesi icap eder. Bu sebeple muvazeneye, arz, tûl, kenar, baz, açı şartlarından başka şakül inhiraflı şartlarının alınması gerekir. Bu şartın alınmasına zaruret bulunduğu şu şekilde anlaşılır :

4 - Bakılan noktadaki denizüstü yüksekliğinin ölçülen yatay açılarına olaa tesiri ile şakül sapması tesiri birbiriyle karıştırılmamalıdır. Bu tesir :

Nirengi şebekesinin AB gibi bir geodetik hattını ele alalım. Bu hattın her iki ucuna ait coğrafi arzların, (astronomik olarak) iki nokta arasındaki tül farkının, her iki noktadan mukabil semtlerin ve geodetik hat uzunluğunun tayin edildiğini kabûl edelim. Görüldüğü gibi, bu değerlerden yalnız coğrafi arzlar ile tül farkları doğrudan doğruya ölçülmüş değerlerdir. Semt, astronomik ölçme ile üçkenlerden hesaplanmış olan açının bir kombinesidir. Aynı şekilde geodetik hat da hesap neticesinde elde edilmiş bir değerdir. Yukarda belirtildiği gibi, bu değerlerin tamamen muvazene alınmasıyla takribi bir muvazene yapılmış oluyor.

$U' - U = \frac{h}{N_1} \eta_1^2 \varrho (\sin \alpha \cos \alpha - \frac{\varrho}{2 N_1} \sin \alpha \operatorname{tg} \varphi_1)$ formülü ile hesaplanır veya cetvellerden alınır.

Noktaların karşılıklı durumlarının tesbiti için bu 6 değerden üçüne ihtiyaç vardır. Fakat, noktanın birine ait şakul sapması komponentleri sıfır veya herhangi birer değer olarak kabûl edildiği takdirde diğer noktanın iki komponentinin tahakkukunu temin etmek icab eder ki, bunun için de yukardaki 6 değerden beşine ihtiyaç vardır. Bu suretle bir değer (= ölçü) fazlalık arz ediyor. Bu fazla değer için bir şart denkleminin alınmasına lüzum vardır. İşte bu denkleme semt denklemi adı verilir. Bu değer ve ölçüleri mevcut olan şebekedeki her hat için böyle bir şart denklemi kurulursa, şebekenin astronomik - geodetik muvazenesi sağlanmış olur. Diğer değimle bütün ölçüler elipsoide irca edilerek şebeke muvazene edilmiş sayılır.

Burada, şunu da belirtmek icab eder ki, tek taraflı semt veya arz ve tül rasatları yapılmış olan geodetic hatlar için de şartların kurulması icab eder. Biz burada altı değerli geodetik hatlar için muvazene alınacak denklemi izah edeceğiz.

Bir geodetik hattın ölçü ve değerleri aşağıda gösterilmiştir :

$\varphi'_1, L'_1, \varphi'_2, L'_2, \alpha'_1, \alpha'_2, S'$. sırasıyle hattın P_1 ve P_2 noktalarına ait astronomik arz, tül, semt ve bu noktalar arasındaki geodetik hattın düzeltilmemiş uzunluğu olsun.

$\varphi^\circ_1, L^\circ_1, \varphi^\circ_2, L^\circ_2, \alpha^\circ_1, \alpha^\circ_2, S^\circ$ de geçici hesapla elde edilmiş olan geodetik değerleri gösterebilir. φ_1 ve φ_2 noktaların takribî arzlarıdır. Bunların yerine φ°_1 ve φ°_2 değerleri alınabilir.

$\delta \varphi'_1, \delta \varphi'_2, \delta L'_1, \delta L'_2, \delta \alpha'_1, \delta \alpha'_2, \delta S'$ değerleri sırasıyle astronomik rasatlar ile geodetik hattın düzeltmelerini göstermektedir.

$\lambda_1 = \eta_1 \sec \varphi_1$ ve $\lambda_2 = \eta_2 \sec \varphi_2$ dir.

$\xi_1 =$ Şakul sapması komponenti.

$$\frac{da}{a} = \frac{\text{büyük yarı çapın hatası}}{\text{büyük yarıçap}}$$

Bu bilgilere göre Laplas denkleminin son şekli şudur.

$$O = WL - W\alpha + \delta L'_2 - \delta L'_1 - \operatorname{cosec} \varphi_2 \delta \alpha'_2 + (q_1 - r_1) \delta \varphi'_1 \\ + (q_3 - r_3) \delta S' + (q_4 - r_4) \delta \alpha'_1 - (q_1 - r_1) \xi_1 - \\ (q_2 - r_2) \lambda_2 + (q_5 - r_5) \frac{da}{a} + (q_6 - r_6) d\alpha'$$

Bu formüldeki W, q ve r sabitleri ile çarpanları aşağıdaki formüllerden hesaplanır.

$$W_L = L'_2 - L'^{\circ}_2 - L'_1 + L'^{\circ}_1 + q_1 r_3 (\varphi'_1 - \varphi'^{\circ}_1) + q_3 (S' - S^{\circ}) \\ + q_4 (\alpha'_1 - \alpha'^{\circ}_1)$$

$$W\alpha = \operatorname{cosec} \varphi_2 (\alpha'_2 - \alpha'^{\circ}_2) + r_1 (\varphi'_1 - \varphi'^{\circ}_1) + r_3 (S' - S^{\circ}) \\ + r_4 (\alpha'_1 - \alpha'^{\circ}_1)$$

$$q_1 = - \frac{M_1}{N_2} \sin l \tan \varphi_2 \quad q_2 = + \frac{m}{N_2} \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_2} \cos \alpha_2 - 1$$

$$q_3 = + \frac{S}{N_2} \frac{\sin \alpha_2}{\cos \varphi_2} \quad q_4 = + \frac{m}{N_2} \frac{\cos \alpha_2}{\cos \varphi_2}$$

$$q_5 = - \frac{S}{N_2} \frac{S \sin \alpha_2}{\cos \varphi_2} \quad q_6 = + l \frac{\sin^2 \varphi_1}{\cos \varphi_2} \cos \varphi_1$$

$$r_1 = - \frac{\sin l}{\sin \varphi_2 \cos \varphi_2} (1 - c^2 \sin^2 \varphi_2 \cos 2.) ;$$

$$r_2 = - \frac{dm}{d_s} \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} + \frac{m}{N_2} \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_2} \cos T_2$$

$$r_3 = q_3 ; r_4 = r_2 \frac{1}{\sin \varphi_1} ; r_5 = q_5$$

$$r_6 = l \frac{\sin^2 \varphi_1}{\cos \varphi_2} \cos \varphi_1 - \frac{l (\varphi_2 - \varphi_1)}{S} \frac{\cos^5 \varphi_1}{\sin \varphi_2} ;$$

$$\frac{dm}{d_s} = 1 - \frac{S}{2r^2} + \frac{S^4}{24r^4} + \dots$$

Birinci derece nirengi şebekesi veya zincirlerin muvazene edilmesinde, mevcut geometrik ve geodetik şartlar ile birlikte Laplas denklemleri de hesaba katıldığı takdirde hakiki bir astronomik - geodetik muvazene yapılmış ve bu suretle geoid ile elipsoidin en iyi bir şekilde intibakları sağlanmış olur.