SABİT GPS İSTASYONLARI KOORDİNAT ZAMAN SERİLERİNİN ANALİZİ (ANALYSIS OF CONTINUOUS GPS COORDINATE TIME SERIES)

Özlem SİMAV, Coşkun DEMİR, Mehmet SİMAV, Hasan YILDIZ Harita Genel Komutanlığı, Ankara ozlemyemiscioqlu@hqk.mil.tr

ÖZET

Sabit Global Konumlama Sistemi (SGPS) istasyonları koordinat zaman serilerinin değerlendirilmesinde, en uygun gürültü ve matematiksel modeli araştırmak amacıyla, Avrupa Deniz Seviyesi Servisi Araştırma Altyapısı (ESEAS-RI) projesi kapsamındaki SGPS istasyonlarının yaklaşık 5 yıllık (2000-2005) günlük koordinat zaman serileri analiz edilmistir. Günlük koordinat cözümleri, GAMIT/GLOBK vazılımı kullanılarak Uluslararası Yersel Referans Sistemi 2000 (ITRF2000)'de elde edilmiştir. SGPS zaman serilerinin sadece beyaz gürültü içerdiği varsayılarak En Küçük Kareler (EKK) ile doğrusal regresyon analizi yapılmış ve istasyon hızlarındaki değişimin, yatayda (kuzey, doğu) 2.5 yıl (30 ay), düşeyde ise 3 yıl (36 ay)'dan sonra gözardı edilebilir düzeye indiği belirlenmiştir. Daha sonra SGPS zaman serileri EKK ve En Büyük Olabilirlik Kestirimi (EBOK) yöntemleri kullanılarak sırasıyla; hız, hız + yıllık ve yarım yıllık harmonikler ve hız ve genlik spektrumundaki anlamlı tüm harmonikler ile tanımlanan üç farklı matematiksel model ve dört değişik gürültü modeli kullanılarak analiz edilmiştir. Mevcut seçenekler içerisinde, genlik spektrumundaki tüm anlamlı periyodik sinyallerin hız modeline katılması ve kesirli spektral indis gürültü modelinin kullanılması ile en güvenilir ve en gerçekçi istasyon yatay ve düşey hızlarının belirlendiği sonucuna varılmıştır. Güvenirliğin vanında hesaplama süresi de dikkate beyaz + kırpışma gürültüsü varsayımı ve hız + yıllık ve yarım alınırsa, villik harmoniklerle tanımlanan matematiksel modelin kullanılmasının uygun bir yaklaşım olduğu değerlendirilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Sabit GPS (SGPS), Koordinat Zaman Serileri, En Büyük Olabilirlik Kestirimi (EBOK), Gürültü Modelleri, Hata Analizi.

ABSTRACT

The optimum stochastic (noise) and mathematical model for the assessment of Continuous Global Positioning System (CGPS) coordinate time series were investigated. For this purpose, we analyzed 5 years of data (2000-2005) from five CGPS stations of European Sea Level Service Research Infrastructure (ESEAS-RI) project. CGPS coordinate time series are obtained in the International Terresterial Reference Frame 2000 (ITRF2000) by using GAMIT/GLOBK software. When lineer regression analysis with Least Square Estimation (LSE) is applied by assuming GPS time series have purely white noise, the changes in the site velocities are found to be negligible after 2.5 years (30 months) and 3 years (36 months) for horizontal and vertical components respectively. Then CGPS coordinate time series are analysed using LSE and Maximum Likelihood Estimation (MLE) methods with four different noisemodels and three different mathematical models:velocity, velocity + annual and semi-annual harmonics and velocity and all the significant harmonics in the amplitude

spectrum. We concluded that the mathematical model including velocity and all the significant harmonics in the amplitude spectrum and the noise model with fractional spectral index seems most reliable and most realistic approach among the other choices for the determination of both horizontal and vertical station velocities. However, when the duration of computation is considered in addition to the reliability, the mathematical model including velocity + annual and semi-annual harmonics with an assumption of white and flicker noise is suggested an appropriate approach.

Key Words: Continuous GPS (CGPS), coordinate time series, Maximum Likelihood Estimation (MLE), noise models, error analysis.

1. GİRİŞ

GPS koordinat zaman serilerinin, değişik etkenlerden kaynaklanan periyodu yarım günlük ile yıllar arası döneme kadar değişen periyodik değişimler (sinyaller) içerdiği ve bu sinyallerin koordinat hızlarını etkilediği belirtilmektedir (Blewitt, vd., 2002; Harrison, vd., 1999; Poutanen, vd., 2001). Tüm dünyaya dağılmış hemen hemen tüm Uluslararası GPS Servisi (IGS) istasyonlarının yıllık periyodik sinyal içerdiği (Herring, vd., 2002) tarafından gösterilmiştir. Koordinat zaman serilerinde sadece yıllık periyodik sinyalin bulunduğu varsayımı (Mao vd., 1999) ve (Wdowinski, vd., 1997)'de yapılmış, daha karmaşık bir yaklaşım ise (Scherneck, vd., 2002) ve (Scherneck, vd., 1998) tarafından uygulanmıştır. Bu son iki çalışmada; yıllık, yarım yıllık, 4 aylık ve 3 aylık sinüs ve kosinüslü terimler eklenerek koordinat zaman serilerinin EKK ile harmonik analizi yapılmış, anten ve anten koruyuculardaki kar ve buz birikmesi vb. bazı iklimsel etkiler modellenmeve calısılmıştır. IGS ağında (Blewitt, G., Lavall'ee, D., 2002) tarafından yapılan incelemelerde GPS zaman serilerinin belirgin olarak yıllık periyodik sinyal içerdiği ve bunun genel olarak yatay konumda genliği 2 mm, düşey konumda ise 4 mm civarında olduğu belirlenmiştir. Spektral analiz sonuçları da GPS zaman serilerinin yıllık harmonik frekanslarda anlamlı değişmeler (sıçramalar) olduğunu göstermektedir. Zaman serilerinde görülen bu yıllık periyodik etkinin atmosferik ve hidrolojik yükleme etkisinden kaynaklandığı tahmin edilmekte ve bunun dikkate alınmaması durumunda vapılan hız kestirimlerinde hata büyük olacağı ve bunun da deformasyon yorumlarında yanılgıya yol açacağı belirtilmiştir (Şanlı, 2002). Büyük genlikli ve yaklaşık 450 gün periyotlu uzun dönemli bir perivodik sinval (Calais, 1999)'te ifade edilmistir. Bu perivodun mevsimsel olmaması ve bu sinyalin doğu ve batı bileşenlerinde daha büyük olması nedeniyle, bunun muhtemelen referans sistemindeki hatalar veya uydu yörüngesi veya yer yöneltme parametrelerinden kaynaklandığı sonucuna varılmıştır. Finlandiya SGPS ağındaki GPS baz zaman serilerinde periyodu bir günden bir yıla kadar olan periyodik etkiler (Poutanen, vd., 2001) tarafından araştırılmış ve periyodik değişimlerin bazılarının fiziksel yüklenme etkileri ile bağlantılı olabileceği sonucuna varılmıştır. (Dixon, vd., 1997) ise yıllık tekrar eden bir sinyal nedeniyle istasyon hızlarındaki hatanın tamsayı yıllarda minimum olduğunu ifade etmiştir. Ancak bunun yanlış olduğu (Blewitt, vd., 2002) tarafından gösterilmiştir. (Blewitt, vd., 2002), yıllık değişimlerin istasyon hızlarına olan etkilerinin (hız kestirim hatalarının) tamsayı + yarım yıl gözlem sürelerinde en küçük olduğu ve 2.5 yıldan daha kısa süreli verilerin jeodezik vorumlama amacıyla analiz edilmemesi sonucuna varmıştır. Bunun nedeni olarak, EKK yöntemi kullanılarak hız ve periyodik bileşen parametrelerinin birlikte hesaplanması durumunda bilinmeyen parametreler arasında yüksek korelasyon oluşturduğunu ifade etmektedir. Ayrıca, zaman serisinin 4.5 yıldan fazla veri içermesi durumunda hız hatasının ihmal edilebilir olduğu ve periyodik bileşenlerin kestirilmesine gerek olmadığı belirtilmektedir (Blewitt, vd., 2002).

SGPS zaman serilerinin istatistiksel olarak rastgele karakterde, zaman serisi elemanlarının birbirleryle korelasyonsuz ve normal dağılımda olduğu varsayımı ve EKK yöntemiyle analiz edilmesi durumunda, SGPS istasyon hız hatalarının olması gerekenden 5-11 kat daha küçük olduğu (Mao, vd., 1999) tarafından belirlenmiştir. SGPS zaman serilerinin zamanla korelasyonlu renkli gürültü içerdiği (Mao, vd., 1999; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2004) tarafından gösterilmiş olup, SGPS istasyonu hız ve hatalarının daha gerçekçi bir biçimde belirlenmesi için zamanla korelasyonlu gürültü karakterinin hesaplamalarda dikkate alınması ve gürültü karakterlerinin analizinde En Büyük Olabilirlik Kestirimi (EBOK) yöntemi kullanılması önerilmektedir (Mao, vd., 1999; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2004; Zhang, vd., 1997).

İkinci bölümde, SGPS koordinat zaman serileri analizinde kullanılan gürültü ve matematik modeller ile EKK ve EBOK çözüm yöntemleri açıklanmakta, üçüncü bölümde SGPS zaman serileri için en uygun veri uzunluğunun belirlenmesine yönelik test sonuçları verilmektedir. Dördüncü bölümde ise ESEAS-RI projesi kapsamındaki üç SGPS istasyonu verileri kullanılarak, GPS zaman serilerinin değerlendirmesinde en uygun gürültü ve matematik modelinin belirlenmesi çalışmaları açıklanmakta ve beşinci bölümde sonuç ve öneriler verilmektedir.

2. SGPS KOORDINAT ZAMAN SERISI ANALIZI

SGPS koordinat zaman serilerinin analizinde kullanılan en genel matematiksel model;

$$y(t) = x_0 + r(t - t_0) + \sum g(t, y) + \varepsilon(t)$$
(1)

şeklindedir (Williams, vd., 2003). Burada, y(t) zaman serileri gözlem vektörü, t₀ zaman serileri başlangıç epoğu, x₀ zaman serisinin t = t₀ anındaki başlangıç koordinat değeri, r istasyon hızı, g(t, y) fonksiyonu istasyon hızlarını etkileyen diğer fiziksel etkenler, $\varepsilon(t)$ ise hatayı gösterir. (1) eşitliğindeki g(t, y) fonksiyonu açık olarak yazılırsa N adet ölçü, K adet koordinat atımı ve M adet periyodik bileşen için;

$$y_{i} = x_{0} + rt_{i} + \sum_{k=1}^{K} o_{i}^{k} x_{off}^{k} + \sum_{j=1}^{M} p_{j} \sin(2\pi f_{j}t_{i}) + q_{j} \cos(2\pi f_{j}t_{i}) + \varepsilon_{y}(t_{i}); \quad i = (1, 2, 3, ..., N)$$
(2)

elde edilir. Burada;

 $y = (y_1, y_2, y_3, ..., y_N)^T$; gözlem vektörü,

 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_{0}, \mathbf{r}, \mathbf{x}_{off}^{k}, \mathbf{p}_{j}, \mathbf{q}_{j})^{T}$; bilinmeyen parametreler vektörü,

 $o_{i}^{k} = \begin{cases} 1 & t_{i} \geq t_{off} \\ 0 & t_{i} < t_{off} \end{cases}; \text{ k nci koordinat atim zamanından önce 0 sonra 1 değerini alan sabit,}$

 x_{off}^{k} k ncı koordinat atım miktarı, t_{off} koordinat atım zamanı, f_{j} j nci periyodik bileşenin frekansı, p_{j} sinüs genliği ve q_{j} kosinüs genliğidir. Doğrusal gözlem denklemlerin katsayılarını içeren A katsayılar matrisi, M=1 olduğunda;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & t_{1} & o_{1} & \sin 2\pi ft_{1} & \cos 2\pi ft_{1} \\ 1 & t_{2} & o_{2} & \sin 2\pi ft_{2} & \cos 2\pi ft_{2} \\ . & . & . & . \\ 1 & t_{N-1} & o_{N-1} & \sin 2\pi ft_{N-1} & \cos 2\pi ft_{N-1} \\ 1 & t_{N} & o_{N} & \sin 2\pi ft_{N} & \cos 2\pi ft_{N} \end{bmatrix}$$
(3)

şeklindedir. A matrisine, her koordinat atımı için yeni bir sütun, her bir harmonik bileşen için ise iki ayrı sütun eklenir. Korelasyonsuz rasgele dağılımlı ölçüler için kovaryans matrisi;

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix}$$
(4)

olarak tanımlanır. Eğer ölçüler eşit ağırlıklı ise kovaryans matrisi N x N boyutunda birim matris olur. Ağırlıklı EKK ile bilinmeyenler aşağıdaki eşitlikle hesaplanır:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}$$
(5)

Bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisi ile ölçü ve model arasındaki farklar;

$$C_{\hat{x}} = \left(A^{T}C^{-1}A\right)^{-1}$$
(6)
$$\hat{v} = v - A \hat{x}$$
(7)

SGPS serilerinde klasik beyaz gürültünün (BG) yanında zamanla korelasyonlu renkli gürültüler (kırpışma gürültüsü ve rastgele yürüyüş gürültüsü) mevcuttur (Mao, vd., 1999; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2004; Zhang, vd., 1997). BG, ölçü sayısı ve sıklığı ile yakından ilişkilidir. Nitekim ölçü sayısının arttırılması ve ölçülerin ortalamalarının alınması ile zaman serilerindeki BG'nin etkisi azaltılmaktadır. Ancak, aynı durum renkli gürültüler için söz konusu değildir (Mao, vd., 1999).

Birçok jeofizik sinyalin istatistiksel modeli aşağıda verilen eşitlik ile tanımlanmaktadır (Williams, vd., 2003).

$$P_{x}(f) = P_{0} \left(\frac{f}{f_{0}}\right)^{\kappa}$$
(8)

Burada, P₀ ve f₀ normalizasyon sabitleri, f konumsal ya da zamansal frekansı, κ ise spektral indisi gösterir. κ spektral indisi genellikle -3 ile 1 arasında değerler alır ve zaman serilerindeki gürültü, κ 'nın aldığı değerlere göre belirlenmektedir. κ , -3 ile -1 (-3< κ <-1) arasında değerler aldığında kesirli Brownian gürültü (fractional Brownian motion), -1 ile 1 arasında (-1< κ < 1) değerler aldığında ise kesirli beyaz gürültü (fractional Brownian motion), -1 ile 1 arasında (-1< κ < 1) değerler aldığında ise kesirli beyaz gürültü (fractional white noise) söz konusudur. κ spektral indisinin tam sayı değerlerinde; κ = 0 için beyaz gürültü (BG), κ = -1 için kırpışma gürültüsü (KG) ve κ = -2 için ise rasgele yürüyüş gürültüsü (random walk) söz konusudur.

En Büyük Olabilirlik Kestirimi (EBOK; Maximum Likelihood Estimation- MLE), SGPS koordinat zaman serilerinin gürültü karakterinin analizine en uygun yöntem olarak kabul edilmektedir (Mao, vd., 1999; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 1997). EBOK kullanılarak birden fazla gürültünün genlikleri ile bilinmeyenin (örneğin; hız, periyodik sinyaller ve koordinat atımları) aynı anda kestirilmesi mümkündür (Williams, vd., 2004). EBOK ile ilgili ilk algortimalar gürültü içeriğinin klasik beyaz gürültü veya tam sayı spektral indislerinin kullanıldığı beyaz ve kırpışma gürültüsü (BG+KG) veya beyaz ve rastgele yürüyüş gürültüsü (BG+RYG) birleşimlerinden oluştuğu varsayımlarına dayanmıştır(Langbein, vd., 1997; Mao, vd., 1999; Zhang, vd., 1997). Bu şekilde belirli modellerin seçilmesinin temel nedeni bu çalışmaların yapıldığı zamanlarda, zamanla korelasyonlu gürültü özelliklerini tanımlayan kovaryans matrisinin genel yapısının bilinmemesidir (Williams, vd., 2004). Rasgele yürüyüş gürültüsü (RYG) için kovaryans matrisi (Langbein, vd., 1997)'da, KG için yaklaşık kovaryans matrisi (Zhang, vd., 1997)'de gösterilmiştir. (Williams, vd., 2004) zamanla korelasyonlu gürültü özelliklerini tanımlayan kovaryans matrisinin genel yapısını tanımlamış ve ilave olarak EBOK ile spektral indisin de hesaplanmasına olanak sağlamıştır. Böylece, gürültü modeli hakkında önceden herhangi bir varsayım yapılmadan, EBOK ile koordinat zaman serilerinin gürültü karakterini en iyi tanımlayan kesirli spektral indis hesaplanabilmektedir. EBOK yöntemi uzun hesaplama zamanı gerektirmesine rağmen, önceden herhangi bir gürültü modeli varsayımına gerek bırakmamaktadır. EBOK yönteminin tamsayı spektral indislerle kullanılması durumunda hesaplama süresi çok daha kısadır (Williams, vd., 2004). Ancak, bu kısa sürede hesaplama koordinat zaman serilerinin spektral indisinin büyük bir ihtimalle bir tamsayı değeri almayacağı gerçeğinin göz ardı edilmesiyle yapılır. Bu nedenle, elde mevcut tüm gürültü modellerinin test edilmesi önerilmektedir (Williams, vd., 2003).

EBOK kullanılarak gürültü bileşenlerinin hesaplanmasında, olasılık fonksiyonu; gözlemlerin kovaryans matrisinin dengelenmesi ile en büyük yapılır. En büyük olabilirlik (EBO) problemi, 'Downhill Simplex' metodu kullanılarak çözülebilmektedir (Williams, vd., 2003).

$$lik \left(\stackrel{\wedge}{v}, C \right) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} (detC)^{1/2}} exp \left(-\frac{1}{2} \stackrel{\wedge}{v}^{T} C^{-1} \stackrel{\wedge}{v}^{T} \right)$$
(9)

C kovaryans matrisi; beyaz, renkli, birinci-derece Gauss Markov, otoregresyon, band geçiş gibi birçok Gauss stokastik gürültü türlerini içermektedir. Bu çalışmada C 'nin sadece beyaz ve renkli gürültü bileşenlerini içerdiği kabul edilmiştir. Buna göre (2) eşitliğindeki $\varepsilon_v(t_i)$ hata terimi,

$$\varepsilon_{v}(t_{i}) = a \alpha(t_{i}) + b_{\kappa} \beta(t_{i})$$
(10)

şeklinde yazılabilir. $\alpha(t_i)$ normal dağılımlı birim ağırlıklı rastgele değişkenler, $\beta(t_i)$ ise zamanla korelasyonlu rastgele değişkenlerdir. a ve b sırasıyla, beyaz ve renkli gürültü genlikleridir. Buna göre gözlemlerin kovaryans matrisi,

$$C = a^2 I + b_{\kappa}^2 J_{\kappa}$$
(11)

ile ifade edilir. Burada; I NxN boyutlu birim matris, J_{κ} renkli gürültü kovaryans matrisidir. J_{κ} matrisi, kesirli farklar yöntemi (Hosking, vd., 1981) ile belirlenebildiği gibi çeşitli deneysel yaklaşımlar kullanılarak yaklaşık olarak da (Zhang, vd., 1997) belirlenebilmektedir. Kesirli farklar yöntemine göre;

$$\mathbf{J}_{\kappa} = \mathbf{T}\mathbf{T}^{\mathrm{T}}$$
(12)

T dönüşüm matrisi ise,

$$T = \Delta T^{-\kappa/4} \begin{bmatrix} \psi_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \psi_1 & \psi_0 & 0 & \dots & 0 \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \psi_{N-1} & \psi_{N-2} & \psi_{N-3} & \dots & \psi_0 \end{bmatrix}; \quad \psi_N = \frac{-\frac{\kappa}{2} \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \dots \left(N - 1 - \frac{\kappa}{2}\right)}{N!} = \frac{\Gamma\left(N - \frac{\kappa}{2}\right)}{N! \Gamma\left(-\frac{\kappa}{2}\right)}$$
(13)

şeklinde elde edilir. Burada, ΔT birbirini takip eden ölçüler arasındaki zaman farkı, Γ ise gama fonksiyonudur (Williams, vd., 2003).

3. SGPS İSTASYON HIZLARININ HESABINA EN UYGUN VERİ UZUNLUĞU

SGPS istasyon hızlarının zaman serisi uzunluğuna bağlı değişimini araştırmak için ESEAS-RI kapsamındaki ABER, CAMB, GENO, LOWE ve SHEE SGPS istasyonlarının (Şekil 1) koordinat zaman serileri kullanılmıştır. Bu veriler yaklaşık 5 yıllık (2000-2005) olup, Harita Genel Komutanlığı (HGK)'nca ESEAS-RI projesinde gerçekleştirilen SGPS veri analizi çalışmasından temin edilmiştir (Kierulf, vd., 2004). SGPS zaman serileri, GAMIT yazılımı ile elde edilen gevşek zorlamalı günlük GPS

çözümlerin, GLOBK yazılımı kullanılarak Avrupa'daki 9 adet IGS noktasının ITRF2000 (Uluslararası Yersel Referans Sistemi 2000) koordinatları arasında üç boyutlu dönüşüm ile elde edilmiştir (Kierulf, vd., 2004).

SGPS zaman serilerinden hızların belirlenmesine en uygun veri uzunluğunu, diğer bir deyişle hızlardaki değişimin ihmal edilebilir bir düzeye indiği veri uzunluğunu belirlemek için bir inceleme yapılmıştır. Bunun için ABER, CAMB, GENO, LOWE ve SHEE SGPS istasyonlarına ait SGPS zaman serileri 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 ve 48 aylık sekiz farklı döneme ayrılmış ve hızlarının değişimi için 0.1 mm, 0.05 mm ve 0.03 mm olmak üzere üç farklı kriter kullanılmıştır. Her bir dönem için, zaman serilerinin sadece beyaz gürültü içerdiği varsayılarak doğrusal regresyon analiziyle istasyon hızları üç koordinat bileşeni için ayrı ayrı hesaplanmış ve söz konusu üç kriteri sağlayan veri uzunlukları ay cinsinden belirlenerek Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 1. ABER, CAMB, GENO, LOWE, SHEE SGPS istasyonları.

Bileşen	İstasyon	0.1 mm Değişim	0.05 mm Değişim	0.03 mm Değişim
	ABER	18 Ay	24 Ay	30 Ay
	CAMB	12 Ay	24 Ay	24 Ay
Doğu	GENO	12 Ay	18 Ay	24 Ay
	LOWE	12 Ay	18 Ay	24 Ay
	SHEE	18 Ay	24 Ay	30 Ay
	ABER	12 Ay	18 Ay	24 Ay
	CAMB	12 Ay	18 Ay	24 Ay
Kuzey	GENO	18 Ay	24 Ay	30 Ay
	LOWE	18 Ay	24 Ay	30 Ay
	SHEE	24 Ay	24 Ay	30 Ay
Yükseklik	ABER	12 Ay	18 Ay	24 Ay
	CAMB	12 Ay	18 Ay	24 Ay
	GENO	18 Ay	24 Ay	30 Ay
	LOWE	18 Ay	24 Ay	30 Ay
	SHEE	24 Ay	30 Ay	36 Ay

Tablo 1. SGPS istasyon hızlarının zaman serisi uzunluğuna bağlı değişimi.

SGPS istasyon hızları; doğu ve kuzey bileşeni için yaklaşık 24-30 ay, yükseklik bileşeni için ise yaklaşık 24-36 aydan sonra 0.03 mm'den daha küçük değişim göstermektedir. (Blewitt, vd., 2002)'de pratik bir kural olarak en az 2.5 yıl uzunluğunda veri kullanılabileceği ve 2.5 yıldan daha kısa süreli verilerin jeodezik yorumlama amacıyla analiz edilmemesi önerilmektedir. Hız kestirim hatasından tamamen kaçınmak için ise veri uzunluğunun 4.5 yıldan fazla olması gerektiği vurgulanmaktadır. Bu çalışmada, kuzey, doğu ve yükseklik bileşenleri için elde edilen bu sonuçlar; (Blewitt, vd., 2002) tarafından önerilen 2.5 yıldan daha kısa süreli verilerin jeodezik yorumlama amacıyla analiz edilmemesi sonucu ile uyumludur.

4. SGPS ZAMAN SERİSİ ANALİZİ İÇİN EN UYGUN GÜRÜLTÜ VE MATEMATİKSEL MODELİN ARAŞTIRILMASI

SGPS koordinat zaman serilerinde en uygun gürültü ve matematiksel modelinin araştırılmasında, ESEAS-RI projesi kapsamında GAMIT/GLOBK yazılımı ile elde edilen ANDO, ANDE ve TGDE SGPS istasyonlarına (Şekil 2) ait sırasıyla yaklaşık 4, 5 ve 2 yıl uzunluğundaki yatay ve yükseklik koordinat zaman serileri kullanılmıştır (Kierulf, vd., 2004). Söz konusu üç SGPS istasyonun seçiminde, güvenilir spektral indis hesaplamak için veri uzunluğunun 2 yıldan daha uzun olması önerisi (Mao, vd., 1999) dikkate alınmıştır.



Şekil 2. ANDO, ANDE ve TGDE SGPS istasyonları.

SGPS zaman serilerinin analizinde "C" programlama dilinde geliştirilmiş ve EBOK yöntemini kullanarak zaman serisine çok parametreli model uyduran Create and Analyse Time Series (CATS) yazılımı kullanılmıştır (Williams, vd., 2005). Bu program ile hesaplama hızını arttırmak için eş zamanlı olarak tüm bilinmeyen parametreler, doğrusal ve doğrusal olmayan yöntemler olmak üzere iki kısımda çözülmektedir. Koordinat atımları, hız ve sinüzoidal terimler (yıllık ya da altı aylık etkiler gibi) doğrusal yöntem kullanılarak, gürültü modelleri (sadece beyaz gürültü, beyaz gürültü ve renkli gürültü birleşimi, birinci derece Gauss Markov gürültüsü ve bant geçiş gürültüsü) ise doğrusal olmayan yöntem kullanılarak aynı anda çözülmektedir.

Programda renkli gürültü kovaryans matrisi için kesirli fark (fractional difference) yöntemi kullanılmakta olup, hesaplama süresi seçilen gürültü ve matematiksel model ile zaman serisinin uzunluğuna bağlı olarak değişebilmektedir (Williams, S.D.P., 2005).

SGPS zaman serilerinde periyodik sinyallerin belirlenmesi için, eşit aralıklı olmayan ve gürültü içeren zaman serilerinin frekans spektrumunu belirlemek amacıyla geliştirilen MC-CLEAN V2.0 spektral analiz yazılımı kullanılmıştır. Bu yazılım, Monte Carlo simülasyonlarına dayalıdır ve çok sayıda birbirinden küçük farklılıklar gösteren spektrumlar yaratılmaktadır (Heslop, vd., 2001). Bu spektrumlar arasındaki küçük farklılıklar, ortalama bir spektrum hesabı ile her bir frekans tepe noktası ve tüm spektrum için güven aralığı belirlenmesi için kullanılır. MC-CLEAN V2.0 yazılımı, (Baisch, vd., 1999) tarafından MATLAB programlama dilinde yazılmış CLEAN algoritmasının geliştirilmiş halidir.

SGPS zaman serisi analizlerinde en uygun gürültü ve matematiksel modelin araştırılmasında dört değişik gürültü modeli ile üç farklı matematiksel model kullanılmış olup, Tablo 2'de verilmektedir. Üçüncü matematiksel modelde kullanılmak için MC-CLEAN V2.0 spektral analiz yazılımı ile %95 güven düzeyinde anlamlı bulunan periyodik sinyallerin periyot ve genlikleri Tablo 3'de verilmiştir.

Gürültü Modelleri	1 nci Model	Sadece BG Varsayımı		
	2 nci Model	BG+KG Varsayımı		
	3 ncü Model	BG+RYG Varsayımı		
	4 ncü Model	Kesirli Spektral İndis Belirleme		
Matematiksel Modeller	1 nci Model	$y_i = x_0 + rt_i + \varepsilon_y(t_i)$		
	2 nci Model	$y_{i} = x_{0} + rt_{i} + \sum_{j=1}^{2} p_{j} \sin(2\pi f_{j}t_{i}) + q_{j} \cos(2\pi f_{j}t_{i}) + \varepsilon_{y}(t_{i})$		
	3 ncü Model	$y_i = x_0 + rt_i + \sum_{j=1}^{M} p_j \sin(2\pi f_j t_i) + q_j \cos(2\pi f_j t_i) + \varepsilon_y(t_i)$		

Tablo 2. SGPS zaman serisi analizlerinde en uygun gürültü ve matematiksel modelin araştırılmasında kullanılan gürültü ve matematiksel modeller.

SGPS yatay ve yükseklik zaman serileri için en uygun gürültü modeli; Tablo 2'de verilen birinci matematiksel model ve dört farklı gürültü modeli kullanılarak araştırılmıştır. Gürültü modellerinden birincisinde zaman serilerinin sadece BG içerdiği, ikincisinde BG+KG içerdiği, üçüncüsünde BG+RYG içerdiği varsayılarak tam sayı spektral indis kullanılmıştır. Dördüncü gürültü modelinde ise herhangi bir öncül gürültü modeli varsayımı yapılmamış, EBOK yöntemi ile kesirli spektral indis hesaplanmıştır. Her bir gürültü modeli için (11) eşitliğinde verilen ölçü kovaryans matrisi (C) oluşturulmuş ve (9) eşitliği ile olasılık fonksiyonunun En Büyük Olabilirlik (EBO) değerleri hesaplanmıştır (Tablo 4).

Tablo 3. ANDE, ANDO ve TGDE istasyonlarının yatay (kuzey, doğu) ve düşey (yükseklik) koordinat bileşenlerinde %95 istatistiksel güven düzeyinde anlamlı bulunan sinyallerin periyotları ve genlikleri.

Periyot	Kuzey	Koordinat E Genlikleri (mm)	Bileşeni	Doğu Koordinat Bileşeni Genlikleri (mm)		Yükseklik Koordinat Bileşeni Genlikleri (mm)		Bileşeni	
	ANDE	ANDO	TGDE	ANDE	ANDO	TGDE	ANDE	ANDO	TGDE
4.4 yıl								0.8	
3.1 yıl				0.7			1.3		
2.5 yıl					0.4				
1.8 yıl								1.0	
1.3 yıl				0.8					
1.2 yıl		0.7							1.5
1.0 yıl	4.7								
11 ay					1.5			1.2	
10 ay							1.4		
9.0 ay				0.4		0.5			
7.8 ay		0.3	0.3						
6.2 ay									0.8
6.0 ay	1.2	0.5							
5.8 ay					0.5	0.3	1.2	1.5	
4.9 ay		0.2	0.3						
4.8 ay				0.4	0.4				
4.6 ay							0.7	0.9	
4.2 ay									0.8
3.7 ay	0.5	0.3							
3.5 ay						0.2		0.9	
2.9 ay	0.5	0.3	0.2			0.2			
2.8 ay							1.0	1.1	
2.3 ay									
2.1 ay							0.6	0.7	
1.9 ay							1.2	0.9	0.9
1.8 ay		0.2							
1.6 ay								0.7	
1.3 ay	0.4	0.3	0.3					0.6	
1.0 ay	0.3	0.2	0.2		0.3			0.7	
28 gün					0.4				
27 gün								0.6	
26 gün	0.3	0.2							
24 gün							0.7		
20 gün					0.3				
17 gün					0.3				
15 gün	0.3	0.2	0.2						0.6
10 gün		0.2						0.5	

Olasılık fonksiyonunda EBO değerine sahip gürültü modeli, en uygun gürültü modeli olarak tercih edilir (Mao, vd., 1999; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2004; Zhang, vd., 1997). Tablo 4 incelendiğinde, üç SGPS istasyonuna ait kuzey, doğu ve yükseklik bileşenlerinde olasılık fonksiyonunun en büyük değerleri, kesirli spektral indis ile belirlenen gürültü modeliyle elde edilmiştir. Üç koordinat bileşeninde de BG+KG varsayımı ve kesirli spektral indis ile belirlenen EBO değerleri birbirlerine oldukça yakın bulunmuştur. Bu nedenle, kesirli spektral indis hesaplama işlemine göre daha kısa hesaplama süresi gerektiren BG+KG varsayımının, hesaplama süresi ve güvenilirlik açısından daha uygun bir gürültü modeli olduğu değerlendirilmektedir. Hesaplanan spektral indisler kuzey, doğu ve yükseklik bileşenlerinde sırasıyla

ortalama -0.89, -1.05 ve -0.85 değerini almıştır. Her üç koordinat bileşeninin gürültü karakterleri birbirine benzemektedir. Üç koordinat bileşeni için kesirli spektral indis ortalaması -0.94 olup, bu değer (Mao, vd., 1999) tarafından ağırlıksız ortalama ile bulunan ortalama spektral indis değerine (-1.02) oldukça yakındır.

Tablo 4. Kuzey (K), Doğu (D) ve Yükseklik (Y) koordinat zaman serilerinin birinci matematiksel model ve farklı gürültü modelleri ile hesaplanan olasılık fonksiyonunun EBO değerleri.

Bileşen	SGPS İstasyonu	BG Varsayımı	BG+KG Varsayımı	BG+RYG Varsayımı	Kesirli Spektral İndis	Hesaplanan Kesirli Spektral İndis
	ANDE	5673.08	6686.58	6683.25	6698.50	-1.39
К	ANDO	8565.01	8841.83	8792.14	8847.79	-0.72
	TGDE	3947.46	3998.83	3980.84	4003.88	-0.56
	ANDE	6120.08	6217.88	6213.29	6218.30	-1.17
D	ANDO	7683.64	7911.41	7890.88	7911.48	-0.95
	TGDE	3843.46	3908.94	3905.27	3908.96	-1.05
	ANDE	5453.11	5646.08	5627.69	5646.09	-0.98
Y	ANDO	6679.29	7041.45	6998.14	7042.89	-0.83
	TGDE	3201.03	3291.31	3274.77	3292.30	-0.76

Olasılık fonksiyonunda EBO değerine sahip gürültü modeli, en uygun gürültü modeli olarak tercih edilir (Mao, vd., 1999; Williams, vd., 2003; Williams, vd., 2004; Zhang, vd., 1997). Tablo 4 incelendiğinde, üç SGPS istasyonuna ait kuzey, doğu ve yükseklik bileşenlerinde olasılık fonksiyonunun en büyük değerleri, kesirli spektral indis ile belirlenen gürültü modeliyle elde edilmiştir. Üç koordinat bileşeninde de BG+KG varsayımı ve kesirli spektral indis ile belirlenen EBO değerleri birbirlerine oldukça yakın bulunmuştur. Bu nedenle, kesirli spektral indis hesaplama işlemine göre daha kısa hesaplama süresi gerektiren BG+KG varsayımının, hesaplama süresi ve güvenilirlik açısından daha uygun bir gürültü modeli olduğu değerlendirilmektedir. Hesaplanan spektral indisler kuzey, doğu ve yükseklik bileşenlerinde sırasıyla ortalama -0.89, -1.05 ve -0.85 değerini almıştır. Her üç koordinat bileşeninin gürültü karakterleri birbirine benzemektedir. Üç koordinat bileşeni için kesirli spektral indis ortalaması -0.94 olup, bu değer (Mao, vd., 1999) tarafından ağırlıksız ortalama ile bulunan ortalama spektral indis değerine (-1.02) oldukça yakındır.

SGPS koordinat zaman serileri için en uygun gürültü modeli belirlemek için yukarıda ifade edilen işlemlerden sonra, en uygun matematiksel modeli araştırmak amacıyla da sırasıyla; sadece hız, hız+yıllık ve yarım-yıllık harmonikler ve hız ile Tablo 3'de verilen genlik spektrumundaki anlamlı tüm harmoniklerle tanımlanan üç farklı model incelenmiştir. Üç farklı matematiksel model için, daha önce en yüksek EBO değerlerini veren kesirli spektral indis ve BG ve KG gürültü modelleri ayrı ayrı uygulanarak EBO değerleri hesaplanmıştır (Tablo 5).

Tablo 5. Kuzey (K), Doğu (D) ve Yükseklik (Y) koordinat zaman serilerinin üç farklı matematiksel model ve iki farklı gürültü modeli kullanılarak hesaplanan EBO değerleri.

		1'nci matematiksel		2'nci matematiksel		3'ncü matematiksel	
Bileşen SGP İstasyo	SCPS	model		model		model	
	İstasyonu	Kesirli Spektral İndis	BG+KG Varsayımı	Kesirli Spektral İndis	BG+KG Varsayımı	Kesirli Spektral İndis	BG+KG Varsayı mı
	ANDE	6698.50	6686.58	6722.52	6738.99	6733.80	6750.76
K	ANDO	8847.79	8841.83	8852.30	8844.68	8882.26	8869.17
	TGDE	4003.88	3998.83	4004.25	3999.03	4014.65	4007.06
	ANDE	6218.30	6217.88	6219.06	6218.78	6229.52	6231.04
D	ANDO	7911.48	7911.41	7923.09	7922.29	7938.81	7937.65
	TGDE	3908.96	3908.94	3914.89	3915.15	3920.81	3921.07
	ANDE	5646.09	5646.08	5650.44	5650.33	5673.09	5672.77
Y	ANDO	7042.89	7041.45	7045.67	7043.46	7086.20	7078.54
	TGDE	3292.30	3291.31	3297.75	3295.01	3306.15	3302.16

Tablo 5 incelendiğinde, üçüncü matematiksel model ile kesirli spektral indis gürültü modeli kullanılarak hesaplanan EBO değerleri, ANDE SGPS istasyonu kuzey bileşeni hariç, diğer matematiksel modeller ile hesaplanan EBO değerlerinden daha büyüktür. Dolayısıyla mevcut seçenekler içerisinde, genlik spektrumundaki tüm anlamlı periyodik sinyallerin hız modeline katılması ve kesirli spektral indis gürültü modelinin kullanılması ile en güvenilir ve en gerçekçi istasyon hızı belirlenmektedir. Zaman serilerindeki periyodik sinyalleri belirleme işlemi genlik spektrumu hesaplanmasını gerektirdiğinden, EBO değeri 3'üncü matematiksel modele hemen hemen yakın sonuçlar veren 2'nci matematiksel modelin, daha kısa hesaplama süresi gerektirmesi nedeniyle ikincil bir yöntem olarak tercih edilebileceği değerlendirilmektedir. Söz konusu üç SGPS istasyonu hız ve hataları 2'nci matematiksel model kullanılarak hem BG varsayımı ile EKK yöntemi hem de BG+KG varsayımı ile EBOK yöntemi kullanılarak hesaplanmış olup Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. ANDE, ANDO ve TGDE SGPS istasyonlarına ait BG ve KG varsayımı ile elde edilen hız ve hataları ile hız hatalarının birbirine oranı.

Bileşen	SGPS İstasyonu	Sadece BG Varsayımı (mm/yıl)	BG+KG Varsayımı (mm/yıl)	Hız Hatalarının Oranı
	ANDE	15.56 ± 0.05	15.59 ± 0.56	11.2
K	ANDO	14.61 ± 0.03	14.53 ± 0.32	10.7
	TGDE	$13.95\pm\ 0.08$	13.90 ± 0.51	6.4
	ANDE	$13.52\pm\ 0.07$	13.65 ± 0.37	5.3
D	ANDO	13.32 ± 0.05	13.28 ± 0.36	7.2
	TGDE	16.69 ± 0.09	16.52 ± 0.38	4.2
	ANDE	$0.13\pm\ 0.11$	$\textbf{0.12}\pm\textbf{0.91}$	8.3
Y	ANDO	0.36 ± 0.09	$\textbf{0.35}\pm\textbf{0.98}$	10.9
	TGDE	-0.54 ± 0.21	-1.61 ± 1.27	6.0

Tablo 6 incelendiğinde, istasyon hız hataları SGPS zaman serilerinde sadece BG olduğu varsayımı ile hesaplanması durumunda olması gerekenden 4-11 kat daha küçük belirlendiği görülmektedir. Tablo 7'de ise BG+KG varsayımı ile elde edilen BG ve KG genlikleri verilmektedir. Tablo 7 incelendiğinde, hem BG hem de KG genliklerinin yükseklik bileşeninde yatay (kuzey, doğu) daha büyük olduğu yani yükseklik zaman serilerinin beklenildiği gibi daha gürültülü olduğu anlaşılmaktadır.

Koordinat Bileşeni	SGPS İstasyonu	BG genliği (mm)	KG genliği (mm)	
	ANDE	0.99 ± 0.11	$6.70{\pm}0.39$	
Kuzey	ANDO	0.87 ± 0.06	4.87 ± 0.27	
	TGDE	0.85 ± 0.07	3.30 ± 0.34	
Doğu	ANDE	2.46 ± 0.07	$4.28{\pm}0.42$	
	ANDO	2.07 ± 0.07	5.31 ± 0.43	
	TGDE	1.20 ± 0.05	2.36 ± 0.35	
Yükseklik	ANDE	3.14 ± 0.13	10.75 ± 0.73	
	ANDO	2.17 ± 0.20	14.81 ± 0.71	
	TGDE	2.36 ± 0.16	8.14 ± 0.88	

Tablo 7. 2'nci matematiksel model ve BG+KG varsayımı ile hesaplanan gürültü genlikleri.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

SGPS veri uzunluğunun doğu ve kuzey bileşeni için yaklaşık 24-30 ay, yükseklik bileşeni için ise yaklaşık 24-36 aydan sonra, istasyon hızlarının 0.03 mm'den daha küçük değişim gösterdiği belirlenmiştir. Kuzey, doğu ve yükseklik bileşenleri için elde edilen bu sonuçlar, (Blewitt, vd., 2002) tarafından ifade edilen 2.5 yıldan daha kısa süreli verilerin jeodezik yorumlama amacıyla analiz edilmemesi önerisini desteklemektedir.

SGPS zaman serileri zamanla korelasyonlu renkli gürültü içerdiğinden, istasyon hız ve hatalarının daha gerçekçi bir biçimde belirlenmesi için bu gürültü karakterinin hesaplamalarda dikkate alınması gerekmektedir. Bu amaçla zaman serileri analizinde En Büyük Olabilirlik Kestirim (EBOK) yöntemi uygulanmalıdır. SGPS zaman serileri analizinin sadece BG varsayımı ve EKK yöntemiyle yapılması durumunda; parametre hatalarının (Mao, vd., 1999)'da verildiği gibi olması gerekenden 5-11 kat daha küçük belirlendiği görülmüştür.

SGPS zaman serileri EKK ve En Büyük Olabilirlik Kestirimi (EBOK) yöntemleri kullanılarak sırasıyla; hız, hız + yıllık ve yarım yıllık harmonikler ve hız ve genlik spektrumundaki anlamlı tüm harmonikler ile tanımlanan üç farklı matematiksel model ve dört değişik gürültü modeli kullanılarak analiz edilmiştir. Mevcut seçenekler içerisinde, genlik spektrumundaki tüm anlamlı periyodik sinyallerin hız modeline katılması ve kesirli spektral indis gürültü modelinin kullanılması ile en güvenilir ve en gerçekçi istasyon yatay ve düşey hızlarının belirlendiği sonucuna varılmıştır. Güvenirliğin yanında hesaplama süresi de dikkate alınırsa, beyaz + kırpışma

gürültüsü (BG+KG) varsayımı ve hız + yıllık ve yarım yıllık harmoniklerle tanımlanan matematiksel modelin kullanılmasının uygun bir yaklaşım olduğu değerlendirilmektedir.

Hem BG, hem de KG genliklerinin, yükseklik bileşeninde yatay (kuzey, doğu) bileşenlerden daha büyük olduğu, yani yükseklik zaman serilerinin daha gürültülü olduğu anlaşılmıştır. Bu nedenle, özellikle SGPS istasyonlarının düşey hızlarının belirlenmesinde, farklı gürültü modellerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi gerektiği değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

Baisch, S. ve Bokelmann, G.H.R., (1999), Spectral Analysis with Incomplete Time Series: an example from seismology, Computers and Geosciences, 25, 739-750

Blewitt, G., Lavall'ee, D., (2002), Effect of Annual Signals on Geodetic Velocity. Journal of Geophysical Research, 107 (B7), ETG9–1/9–11, DOI:10.1029/2001JB000570

Calais, E., (1999), Continuous GPS Measurements Across the Western Alps, 19961998. Geophysical Journal International, **138 (1)**, 221–230

Dixon, T. H., Mao, A., (1997), A GPS Estimate of Relative Motion between North and South America, Geophysical Research Letters, 24 (5), 535–538

Herring, T. A., Springer, T., (2002), Current State of IGS Analysis: Quality assessment. IGS Central Bureau (Ed.), IGS Technical Report 2000. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, pp. 51–59

Heslop, D. ve Dekkers M., (2001), Spectral analysis of unevenly spaced time series using CLEAN: signal recovery and derivation of significance levels using a Monte Carlo simulation, User Manual

Hosking, J. R. M., (1981), Fractional Differencing, Biometrika, 68, pp. 165-176

Kierulf, H. P. ve Plag, H. P., (2004), ESEAS CGPS Processing Strategy Determination of High Accuracy Vertical Velocities, Report No: ESEAS-NMA-T2.1-D2.1A

Langbein, J. ve H.Johnson, (1997), Correlated Errors in Geodetic Time Series: Implications for time dependent deformation, Journal of Geophysical Research, 102, 591-604

Mao, A., Harrison, C. G. A., Dixon, T. H., (1999), Noise in GPS Coordinate Time Series. Journal of Geophysical Research 104 (B2), 2797–2818

Poutanen, M., Koivula, H., Ollikainen, M., (2001), On the Periodicity of GPS Time Series, Proceedings of the IAG 2001 Scientific Assembly, Vistas for Geodesy in the New Millennium. Budapest, Hungary, 2-7, p.4.

Roberts, D.H., Lehar, J., Dreher, J.W., (1987), Time Series Analysis with CLEAN. I. Derivation of a Spectrum, Astronomical. Journal 93 (4), 968-989

Scherneck, H. G., Johansson, J. M., Elgered, G., Davis, J. L., Jonsson, B., Hedling, G., Koivula, H., Ollikainen, M., Poutanen, M., Vermeer, M., Mitrovica, J. X., Milne, G. A., (2002), BIFROST: Observing the three-dimensional deformation of Fennoscandia. Mitrovica, J. X., Vermeersen, B. L. A. (Eds.), Ice Sheets Sea Level and the Dynamic Earth. Vol. 29 of Geodynamics Series. American Geophysical Union, Washington, D.C., pp. 69–93.

Scherneck, H. G., Johansson, J. M., Mitrovica, J. X., Davies, J. L., (1998), The BIFROST project: GPS determined 3-D displacement rates in Fennoscandia from 800 days of continuous observations in the SWEPOS network. Tectonophysics, 294 (3-4), 305–321

Şanlı, D.U, (2002), GPS Zaman Serilerinin Analizi ve Türkiye İçin Değerlendirmeler, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu (TUJK) 2002 Yılı Bilimsel Toplantısı, Tektonik ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 10-12 Ekim 2002, İznik, Bildiriler ve Konuşma Tutanakları Kitabı, Sayfa 216-225

Wdowinski, S., Bock, Y., Zhang, J., Fang, P., Genrich, J., (1997), Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Spatial filtering of daily positions for estimating coseismic and postseismic displacements induced by the 1992 Landers earthquake. Journal of Geophysical Research, 102 (B8), 18057–18070

Williams, S.D.P., (2003), The Effect of Coloured Noise on the Uncertainties of Rates Estimated from Geodetic Time Series, Journal of Geodesy, 76, 483-494

Williams, S.D.P., (2005), Create and Analyse Time Series: CATS software V3.0 Beta, 11 pages

Williams, S.D.P., F.N., Teferle, (2003), ESEAS CGPS Coordinate Time Series Analysis Strategy, May 13, 11 pages

Williams, S.D.P., (2003), Offsets in Global Positioning System Time Series, Journal of Geophysical Research, 108, B62310, doi:10.1029/2002JB002156

Williams, S.D.P.,Y.Bock, P.Fang, P.Jamason, R.M.Nikolaidis, L.Prawirodirdjo, M.Miller and D.J.Johnson, (2004), Error analysis of continuous GPS position time series, Journal of Geophysical Research, 109, B03412, doi:10.1029/2003JB002741

Zhang, J., Bock, Y., Johnson, H., Fang, P., Williams, S., Genrich, J., Wdowinski, S., Behr, J., (1997), Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Spatial Filtering of Daily Positions for Estimating Coseismic and Postseismic Displacements Induced by the 1992 Landers Earthquake. Journal of Geophysical Research 102 (B8), 18057–18070