

ROBINSON PROJEKSİYONU

Cengizhan İPBÜKER

ÖZET

Tüm yerküreyi kapsayan dünya haritalarının yapımı için, kartografik literatürde özel bir öneme sahip olan Robinson projeksiyonu dik koordinatlarının hesabı birçok araştırmacı için çalışma konusu olmuştur. Robinson'un tablo değerleri arasında enterpolasyon yöntemleri veya bu tablo değerlerine en iyi yakınsayan farklı algoritmalar arayışı bu çalışmaların odağını oluşturmaktadır. Tartışmaların sonucunda en uygun çözümün tüm tablo değerlerini içeren bir fonksiyonla gerçekleştirilebileceği ifade edilmiştir. Bu çalışmada Robinson projeksiyonu dik koordinatlarının hesabı için multikvadrik enterpolasyon yöntemi önerilmekte ve bu yöntemi içeren hesap algoritması, uygulama ve sonuçları verilmektedir.

ABSTRACT

Computation algorithms for the Robinson projection, which has a special importance in the cartographic literature for mapping the whole world, are become therefore often the subject of study of researchers and specialists. Using different interpolation methods on the Robinson's look-up-table or deriving analytical functions which fit sufficiently to the projection are the main problems of these studies. After the controversies, it is outlined that the most suitable solution must be realized using a function which include all the tabular coordinates. In this study multiquadric interpolation method suggested to calculate Robinson projection coordinates, and are given a new computation algorithm with application and results.

1. ROBINSON PROJEKSİYONU

Bu projeksiyon Amerika Birleşik Devletleri Wisconsin Üniversitesi Coğrafya Bölümünden Prof. Dr. Arthur H. Robinson (1915-...) tarafından 1963 yılında dünya haritaları için yeni bir ağ tasarımı olarak geliştirilmiş, ortaya çıkışı ve özellikleri 1974 yılında yayımlanmıştır /10/.

Robinson projeksiyonu genel anlamda, ne açı ne de alan koruyan, kesintisiz, kutupların çizgi şeklinde gösterildiği, gerçek anlamda olmayan silindirik (pseudo-silindirik) bir projeksiyondur. Enlem daireleri paralel doğrular şeklinde izdüşürülür. Paraleller 38° kuzey ve güney enlemleri arasında eşit aralıktır. Bu limitlerin dışında aralıklar büyür. Ekvatorun uzunluğu alanı korunan kürenin çevresinin 0.8487 katıdır. Orta meridyen ise ekvatorun 0.5072 katı uzunluğunda düz doğru şeklinde gösterilmektedir. Diğer meridyenler her bir paralel üzerinde eşit aralıklı, orta meridyene doğru konkav eliptik eğriler şeklindedir. Kutuplar ekvatorun 0.53 katı uzunluğunda doğru parçası şeklinde ortaya çıkmaktadır; ekvator ve orta meridyene göre simetriktir. 38° kuzey ve güney enlemleri boyunca ölçeğin korunduğu, ayrıca ölçeğin herhangi bir enlem boyunca sabit ve ters işaretli enlemler için aynı olduğu söylenmektedir /10,11/. Ancak bu konu literatürde yer alan bazı araştırmalarda tartışılmaktadır /8,9/.

Bu projeksiyonda amaç, kıtaları oldukça “doğru” bir şekilde resmetmektir. Bu nedenle Robinson projeksiyonuna “doğru görünüşlü” anlamına gelen “orthophanic projeksiyon” da denmektedir. İzdüşüm, matematiksel olarak tanımlı fonksiyonlar ile değil Robinson tarafından araştırmalar sonucu amprik olarak belirlenmiş, enleme bağımlı A ve B katsayıları olmak üzere iki tablo değeri ile ifade edilmektedir (Tablo-1).

Düzlem koordinat sisteminin y-ekseni ekvator, x-ekseni doğru şeklinde alınan orta meridyendir. R küre yarıçapı, φ coğrafi enlem ve λ coğrafi boylam olmak üzere izdüşüm eşitlikleri

$$\begin{aligned} y &= 0.8487 R A \lambda \\ x &= 1.3523 R B \end{aligned} \quad (1.a)$$

şeklinde verilmektedir /10/. Burada A ve B katsayıları Tablo-1’den alınacaktır. Fakat tablo değerleri 5’er derece aralıklarla verildiğinden ara değerler için enterpolasyon yapılması gerekmektedir. İzdüşüm eşitliklerindeki her iki sabitinde tablo içinde birlikte değerlendirilmesi ile buna karşılık gelen A^* , B^* değerleri ile izdüşüm eşitlikleri

$$y = R A^* \lambda \quad (1.a)$$

$$x = R B^* \quad (1.b)$$

şeklinde de yazılabilirler. A^* ve B^* katsayıları da Tablo-1’de verilmektedir.

Tablo-1: Robinson tarafından amprik olarak bulunan katsayılar

i	φ	A	B	A^*	B^*
0	0	1.0000	0.0000	0.84870000	0.00000000
1	5	0.9986	0.0620	0.84751182	0.08384260
2	10	0.9954	0.1240	0.84479598	0.16768520
3	15	0.9900	0.1860	0.84021300	0.25152780
4	20	0.9822	0.2480	0.83359314	0.33537040
5	25	0.9730	0.3100	0.82578510	0.41921300
6	30	0.9600	0.3720	0.81475200	0.50305560
7	35	0.9427	0.4340	0.80006949	0.58689820
8	40	0.9216	0.4958	0.78216192	0.67047034
9	45	0.8962	0.5571	0.76060494	0.75336633
10	50	0.8679	0.6176	0.73658673	0.83518048
11	55	0.8350	0.6769	0.70866450	0.91537187
12	60	0.7986	0.7346	0.67777182	0.99339958
13	65	0.7597	0.7903	0.64475739	1.06872269
14	70	0.7186	0.8435	0.60987582	1.14066505
15	75	0.6732	0.8936	0.57134484	1.20841528
16	80	0.6213	0.9394	0.52729731	1.27035062
17	85	0.5722	0.9761	0.48562614	1.31998003
18	90	0.5322	1.0000	0.45167814	1.35230000

2. HESAPLAMA ALGORİTMALARI

Robinson projeksiyonu düzlem koordinatlarının hesabında tablo değerleri arasında enterpolasyon için birçok araştırmacı tarafından farklı enterpolasyon veya yakınsama algoritmaları kullanılmıştır.

John P. Snyder, Stirling formülüne göre tablo değerleri arasındaki farkların ikinci haneye kadar alındığı ikinci dereceden enterpolasyon kullanmaktadır /12/.

Frank Canters ve Hugo Declair, katsayıların karesel ortalama ile yaklaşım yoluyla çözüldüğü yüksek dereceden polinom kullanmaktadır /4/. Böyle bir yaklaşım polinomu zorunlu değerlerden sapmaların kareleri toplamının minimum olmasını garanti etmesine karşın dayanak değerlerinin kendisi tam olarak bulunamamaktadır /8/.

Richardson, Robinson projeksiyonunu Design Cad isimli bir grafik program altında incelemiş ve alan deformasyonu araştırması yaparak sonuçlarını yayımlamıştır. Richardson bu çalışmasında Prof. Robinson ile yaptığı kişisel görüşmelerine yer verirken ayrıca projeksiyonun 38° enleminde değil 43° enlemi civarında ölçek koruduğunu belirtmektedir /9/.

Analitik izdüşüm prensipleri ile bağlantılı olarak Robinson projeksiyonunun daha ayrıntılı bir araştırmasını Beineke yapmıştır. Yöntem temelde dayanak noktalarında ampirik fonksiyonların artışının yaklaşık hesabı üzerine dayanmaktadır. Beineke bu çalışmasında Robinson projeksiyonu koordinatlarına en iyi yakınsayan tek anlamlı basit formda bir analitik ifade yaratma çabası ile “Yaklaşık Robinson Projeksiyonu” olarak tanımladığı bir formülasyon önermektedir /1,2/.

Beineke tarafından da ifade edildiği gibi herşeye rağmen söz konusu hesap yöntemlerinin hiçbiri tam olarak tatminkar değildir. Dolayısıyla uygulanacak yöntem bilgisayar ortamında tüm dayanak noktalarından geçecek ve konstruksiyona en uygun bir eğrinin kullanılmalıdır /1,2/.

Bretterbauer, bu görüşler doğrultusunda Robinson projeksiyonunu ele alarak kübik spline enterpolasyonunu uygulamıştır /3/. Kübik spline enterpolasyonu ile hesap yapıldığında Robinson projeksiyonu için literatürde belirtilen tüm diğer algoritmalara kıyasla çok daha doğru sonuçlar elde edilmektedir /8/.

Bu çalışmada ise Robinson projeksiyonu tablo değerlerine multikuadrik enterpolasyon yöntemi uygulanmış, algoritma ve sonuçlar aşağıda verilmiştir.

3. MULTİKUADRİK ENTERPOLASYON YÖNTEMİ

Multikuadrik enterpolasyon yönteminde tüm dayanak noktaları aynı anda kullanılarak data grubu için tek bir $Z=f(x,y)$ fonksiyonu tanımlanır. Fonksiyon, katsayıları tanımlanmış tek bir cins ikinci derece denklemlerin toplamları olarak ifade edilmektedir. Bu yöntem analitik eşitlikleri ile Hardy tarafından topografik yüzeyler gibi düzgün olmayan yüzeylerin tek bir fonksiyonla tanımlanması amacıyla önerilmiştir /5,6,7/. Yöntem sayısal arazi modellerinin oluşturulması yanında, dayanak noktalarının tümünü aynı anda kullanarak yüzeyi tek bir fonksiyonla ifade etmek amacı ile farklı problemlerin çözümü içinde uygulanmıştır /13,14,15/.

Hardy’ye göre matematiksel olarak tanımlanmamış bir yüzey, matematik olarak tanımlanmış yüzeylerin toplamı ile istenilen bir doğruluk derecesinde tanımlanabilir. Hardy tanımladığı bu yüzeye “Multikuadrik yüzey” adını vermektedir /7/. Multikuadrik yüzey genel anlamda

$$\sum_{j=1}^n c_j q(x_j, y_j, x, y) = Z \quad (2)$$

şeklinde ifade edilen seriler ile tanımlanabilir. Burada Z sözü edilen tek bir cins ikinci derece yüzeylerin toplamı olarak x ve y 'nin bir fonksiyonudur. c_j bilinmeyenleri birer katsayı olup ikinci derece terimin cebrik işaretini ve eğimini ifade eder. Multikvadrik yüzey

$$\sum_{j=1}^n c_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k]^{1/2} = Z \quad (3)$$

şeklinde iki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı olarak ifade edilebilir. Burada k sabit bir katsayıdır. (3) eşitliğinde $k=0$ alınırsa multikvadrik yüzey

$$\sum_{j=1}^n c_j [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} = Z_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

şeklinde n sayıdaki dayanak noktalarından dairesel dik konilerin toplamı olarak ifade edilerek n sayıda lineer denklem sistemi oluşturulur. Burada $n \times n$ boyutlu \underline{A} katsayılar matrisi

$$[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} = a_{ij} \quad (5)$$

şeklinde bilinen elemanlardan oluşur. c_j bilinmeyen katsayıları

$$\underline{c} = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n]^T \quad (6)$$

şeklinde n boyutlu bir \underline{c} vektörü ile ve dayanak noktalarının konumuna bağlı olarak bilinen Z_i değişkenleri

$$\underline{Z} = [Z_1 \quad Z_2 \quad \dots \quad Z_n]^T \quad (7)$$

şeklinde yine n boyutlu bir \underline{Z} vektörü ile ifade edilirse (5) eşitliği matris gösterimi ile,

$$\underline{A} \underline{c} = \underline{Z} \quad (8)$$

olur ve c_j bilinmeyenleri

$$\underline{c} = \underline{A}^{-1} \underline{Z} \quad (9)$$

matris eşitliğinden elde edilir. c_j katsayılarının belirlenmesi ile multikvadrik yüzey oluşmuş demektir. Dolayısıyla c_j katsayıları ve dayanak noktalarının (x_j, y_j) konumları bilindiğine göre herhangi bir (x_i, y_i) noktası için Z_i değişkeni (4) eşitliğinden hesaplanabilir /5,13,15,16/.

0° boylamı ve 5'er derece aralıklı enlem değerleri $(x_{j,i}, y_{j,i})$ dayanak noktaları olarak kabul edildiğinde ve bunlara karşılık gelen ve Robinson tarafından verilen A^* ve B^* tablo değerleri karşılıklı olarak Z_i değişkenleri olarak ele alındığında benzer şekilde

$$\sum_{j=0}^{18} p_j [(\lambda_j - \lambda_i)^2 + (\varphi_j - \varphi_i)^2]^{1/2} = A_i^*, \quad i = 0, 1, 2, \dots, 18 \quad (10a)$$

$$\sum_{j=0}^{18} q_j [(\lambda_j - \lambda_i)^2 + (\varphi_j - \varphi_i)^2]^{1/2} = B_i^*, \quad i = 0, 1, 2, \dots, 18 \quad (10b)$$

yazılabilir. p_j ve q_j bilinmeyenleri yukarıda verilen algoritmaya uygun biçimde bulunduktan sonra Robinson projeksiyonu dik koordinatları herhangi bir (i) enlemi için

$$y_i = R\lambda_i \sum_{j=1}^{18} p_j |5j - \varphi_i| \quad (11a)$$

$$x_i = R \sum_{j=1}^{18} q_j |5j - \varphi_i| \quad (11b)$$

eşitliklerinden hesaplanır. p_j ve q_j katsayıları hesaplanmış ve Tablo-2’de verilmiştir.

Tersine bir hesap yapılmak istendiğinde, yani Robinson projeksiyonu (x_i, y_i) dik koordinatları biliniyor iken coğrafi koordinatlar aranıyor ise öncelikle

$$B_i^* = \frac{x_i}{R} \quad (12)$$

eşitliğinden B_i^* değeri hesaplanır ve buna karşılık gelen A_i^* değeri ,

$$A_i^* = R \sum_{j=0}^{18} m_j |B_j^* - B_i^*| \quad (13)$$

eşitliğinden bulunur. λ_i boylam değeri,

$$\lambda_i = \frac{y_i}{RA_i^*} \quad (14)$$

eşitliğinden kolayca hesaplanır. φ_i enlem değeri ise,

$$\varphi_i = \sum_{j=0}^{18} n_j \left[(A_j^* - A_i^*)^2 + (B_j^* - B_i^*)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

eşitliğinden bulunur. m_j ve n_j katsayıları hesaplanmış ve Tablo-2’de verilmiştir.

Robinson Projeksiyonu, multiküadrik enterpolasyon yöntemine göre çıkarılmış eşitlikler kullanılarak deformasyonlar açısından incelenmek istenirse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \varphi} &= R\lambda \sum_{j=0}^{18} p_j \frac{\varphi - 5j}{(25j^2 - 10j\varphi + \varphi^2)^{1/2}} \\ \frac{\partial y}{\partial \lambda} &= R \sum_{j=0}^{18} p_j (25j^2 - 10j\varphi + \varphi^2)^{1/2} \\ \frac{\partial x}{\partial \varphi} &= R \sum_{j=0}^{18} q_j \frac{\varphi - 5j}{(25j^2 - 10j\varphi + \varphi^2)^{1/2}} \\ \frac{\partial x}{\partial \lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

kısmi türevleri kullanılmalıdır. Burada p_j ve q_j katsayıları yine Tablo-2’den alınacaktır.

Tablo-2: Multikuadrik yüzey katsayıları

i	φ	p	q	m	n
0	0	0.40711579454	0.91083562255	0.47371661113	1.07729625255
1	5	-0.00875326537	-0.00000589975	-0.00911028522	-0.00012324928
2	10	-0.01069796348	0.00000564852	-0.01113479305	-0.00032923415
3	15	-0.01167039606	-0.00000557909	-0.01214704697	-0.00056627609
4	20	-0.00680782592	0.00000555879	-0.00708577740	-0.00045168290
5	25	-0.01847822803	-0.00000001291	-0.01923282436	-0.00141388769
6	30	-0.02090931959	-0.00000546138	-0.02176345915	-0.00211521349
7	35	-0.01847842619	-0.00154708482	-0.01957843209	-0.00083658786
8	40	-0.02090971277	-0.00387351841	-0.02288586729	0.00073523299
9	45	-0.01410147990	-0.00619324913	-0.01676092031	0.00349045186
10	50	-0.02236858853	-0.00930492848	-0.02731224791	0.00502041018
11	55	-0.01701955610	-0.01239340212	-0.02386224240	0.00860101415
12	60	-0.01215649454	-0.01549814705	-0.02119239013	0.01281238969
13	65	-0.01069792545	-0.01937169560	-0.02327513775	0.01794606372
14	70	-0.02090967766	-0.02401844414	-0.04193330922	0.02090220870
15	75	-0.03160740722	-0.03331171624	-0.07123235442	0.02831504310
16	80	0.01361549135	-0.07051393824	-0.06423048161	0.11177176318
17	85	0.04425022432	-0.09917388904	-0.10536278437	0.28108668066
18	90	0.60843116534	0.24527101656	1.00598851957	-0.45126573496

Robinson projeksiyonu deformasyonlar açısından incelendiğinde özellikle hangi enlem boyunca ölçek koruduğu tartışma konusu olmuştur. Robinson'un kendi sunduğu değerlerin değişik algoritmalar ile hesaplanarak analizi ve karşılaştırılması ile tartışmalara sayısal bir yaklaşım literatürde yer almaktadır /8/.

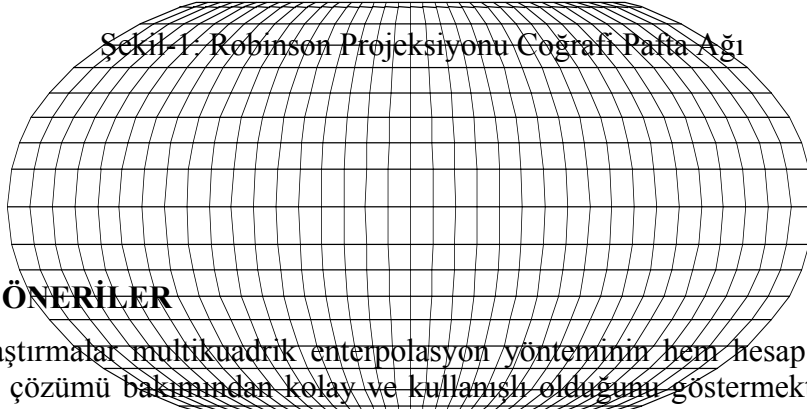
(16) eşitlikleri olarak verilen kısmi türevler kullanılarak hesap yapıldığında ana meridyen üzerinde alan deformasyonu katsayısının 1 olduğu enlem $43^{\circ}.083245$, maksimum açı deformasyonunun sıfır olduğu enlem değeri ise $32^{\circ}.97045$ olarak bulunmaktadır. Ayrıca bir karşılaştırma yapmak amacıyla Robinson tarafından verilen, Richardson tarafından grafik olarak enterpole edilen, Bretterbauer'in kübik splayn enterpolasyonu eşitliklerinden ve multikuadrik enterpolasyon ile türetilen algoritmaya göre hesaplanan alan deformasyonu değerleri Tablo-3'de toplu halde verilmektedir.

Tablo-3: $F(\%)=(F-1)*100$ alan deformasyonu değerlerinin karşılaştırması ($\lambda=0^{\circ}$)

φ°	Robinson	Richardson	Kübik Splayn	Multikuadrik
0°	-19.55	-18.46	-18.456	-18.459
5°	-19.23	-18.26	-18.263	-18.263
10°	-18.96	-17.58	-17.583	-17.583
15°	-17.31	-16.43	-16.428	-16.428
20°	-14.45	-14.77	-14.770	-14.771
25°	-11.21	-12.46	-12.465	-12.459
30°	-7.24	-9.61	-9.591	-9.612
35°	-3.06	-6.32	-6.242	-6.313
40°	2.16	-2.54	-2.537	-2.614
45°	7.85	1.59	1.609	1.512
50°	14.78	6.45	6.491	6.368
55°	23.06	12.20	12.127	12.003
60°	31.89	19.31	19.254	19.103
65°	45.14	28.96	28.957	28.727
70°	65.63	43.00	42.967	42.720
75°	94.95	65.34	65.552	61.592
80°	135.53	100.38	99.413	94.592
85°	222.96	152.57	155.509	161.608

Robinson Projeksiyonunun coğrafi pafta ağı Şekil - 1’de görülmektedir.

Şekil-1: Robinson Projeksiyonu Coğrafi Pafta Ağı



4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Yapılan araştırmalar multikvadrik enterpolasyon yönteminin hem hesap tekniği hem de fonksiyonların çözümü bakımından kolay ve kullanışlı olduğunu göstermektedir /13,14/. Bu çalışmada da, aynı yöntemin bir kartografik projeksiyona uygulanması anlamında kullanılabileceği gösterilmeye çalışılmıştır.

Robinson projeksiyonu dik koordinatlarının hesabı için değişik algoritmalar önerilmektedir. Projeksiyonun, tüm tablo değerlerini içeren bir fonksiyon ile tanımlanmasının en doğru yöntem olacağı açıktır. Kübik splayn enterpolasyonu veya multikvadrik enterpolasyon bu yeteneğe sahip en uygun enterpolasyon yöntemlerinden ikisidir. Fakat, kübik splayn enterpolasyonu ile karşılaştırıldığında (11) eşitliklerinin daha basit formda olduğu söylenebilir. Kübik splayn enterpolasyonu için dört ayrı katsayı grubu kullanılırken multikvadrik enterpolasyonda sadece iki grup katsayı ile hesap yapılmaktadır. Her iki enterpolasyon yöntemi için aynı doğrulukta sonuçlar elde edilmektedir. Her iki yöntemin de bir miktar hesap yükü getirdiği açıktır. Fakat artık bilgisayar ortamında üretim yapıldığı gözönüne alındığında bunun bir önemi kalmamıştır. Robinson projeksiyonu için söz konusu iki yöntem önerilmekte, hangisinin tercih edileceği ise uygulayıcıya bırakılmaktadır.

KAYNAKLAR

- /1/ Beineke,D., : Untersuchung zur Robinson-Abbildung und Vorschlag einer analytischen Abbildungsvorschrift, Kartographische Nachrichten, 1991/4.
- /2/ Beineke,D., : Zur Robinson-Abbildung ,Kartographische Nachrichten, 1995/4.
- /3/ Bretterbauer,K., : Ein Berechnungsverfahren für die Robinson-Projektion, Kartographische Nachrichten, 1994/6.
- /4/ Canters,F., Declair,H., : The World in Perspective, John Wiley, NewYork, 1989.
- /5/ Güler,A., : Sayısal Arazi Modellerinde İnterpolasyon Yöntemleri , Harita Dergisi Sayı:85,1978.
- /6/ Hardy , R., : Multiquadric Equations of Topography and Other

- Irregular Surfaces, Journal of Geophysical Research, 76/8, 1971.
- /7/ Hardy,R., : Geodetic Applications of Multiquadric Analysis, AVN Vol.79, 1972.
- /8/ İpbüker,C., : Robinson Projeksiyonu ve Eleştirilere Sayısal bir Yaklaşım ,İTÜ Dergisi ,1997.
- /9/ Richardson,R.T., : Area Deformation on the Robinson Projection, The American Cartographer, 1989.
- /10/ Robinson,A.H., : A new Map Projection: Its Development and Characteristics, International Yearbook of Cartography, Vol:14, 1974.
- /11/ Snyder,J.P.,Voxland,P.M. : An Album of Map Projections, U.S. Geological Survey Professional Paper 1453, 1989.
- /12/ Snyder, : The Robinson Projection. A Computation Algorithm, Cartography and Geographic Information Systems, Vol:17, No.4, 1990.
- /13/ Uluğtekin,N., : Kadastro Paftalarının Geometrik Niteliğinin Yükseltmesinde ve Yenilenmesinde Homojenleştirme Algoritmaları,Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, 1993.
- /14/ Uluğtekin,N., : Sayısallaştırılmış Kadastro Paftalarının Geometrik Niteliğinin Yükseltmesi, İTÜ Dergisi, Cilt 52, Sayı 1-2, 1994.
- /15/ Yanalak,M.,İnce,C.D., : GPS ile Elde Edilen Elipsod Yüksekliklerinin Yerel Yükseklik Sistemine Dönüştürülmesi, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 6.Harita Kurultayı, 1997.
- /16/ Yanalak,M., : Sayısal Arazi Modellerinde Hacim Hesapları, Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, 1997.