Oriyantasyon Unsurlarının Tayini

Havadan alınmış resimlerin oriyantasyon unsurlarının kolay tayini için yeni bir metot

Yazan :
Yk. Müh. Tevfik Ateş

Havadan alınmış fotoğraflar yardımı ile, sıhhatli ölçüler ve bazı sıhhatli rektifikasyon işleriyle havai nirengi gibi fotogrametrinin bir çok sahalarında, fotoğrafların oriantasyon unsurlarının yani (naygung, şvenkung, kantung miktarlarının ve uçuş yüksekliğinin bilinmesi lâzımdır.

Bu oriyantasyon unsurlarının tayini için muhtelif yazarlar tarafından çeşitli metodlar ileri sürülmüşsede bu usullerden bazıları takribi, diğerleride gayet zor, uzun ve külfetli hesap ameliyelerini icap ettirdiğinden tatbikatta dar bir sahaya inhisar etmiş ve mümkün mertebe kullanılmalarından kaçınılmıştır. Aşağıda teferruatiyle izah edilecek olan yeni usulün açıklanması, denklemlerin çıkarılması ve ispatları belki ilk nazarda uzun görülecektir. Fakat neticede elde edilen ve esasende tatbikatta kullanılması ve bilinmesi icap eden hususların anlaşılması ve hesabı misalde de görüleceği gibi gayet kolay ve kısadır. Diğer usullere nazaran daha kolay ve daha kısa olan bu usulün, aynı zamanda takribi olmayan gayet sıhhatli ve tam kıymetlerin bulunabilmesini sağlaması dolayısiyle ilerde geniş bir tatbik sahası bulacağı muhakkaktır.

Yeni metodun açıklanması

Bu yeni usul ile oriantasyon unsurların tayini iki kademeye yapılır.

I. inci kademede :

$$
\left.
\begin{aligned}
n_1 \sin \delta_0 &= \sin (\beta + \varepsilon_0) \\
n_2 \sin \varepsilon_0 &= \sin (\gamma + \psi'_0) \\
n_3 \sin \gamma_0 &= \sin (\alpha + \delta_0)
\end{aligned}
\right\} \quad (\mathrm{I})
$$

denklemlerinin çözülmesiyle elde edilecek olan δ_0, ε_0 ve ψ_0 açıları ve,

$$
\begin{aligned}
LA &= r_1 \sin (\alpha + \delta_0) = r_3 \sin \psi'_0 \\
LB &= r_2 \sin (\beta + \varepsilon_0) = r_4 \sin \delta_0 \\
LC &= r_3 \sin (\gamma + \psi'_0) = r_2 \sin \varepsilon_0
\end{aligned}
$$

(II) denklemleri yardımiyle de

fotoğraf alım noktasının A, B, C, gibi 3 kontrol noktalarına olan $\overline{LA}$, $\overline{LB}$ ve $\overline{LC}$ mesafeleri hesap edilerek bulunur. Burada α, β, γ açılariyle r ve n değerleri, ilerde mahiyetleri açıklanacak olan sabitelerdir.

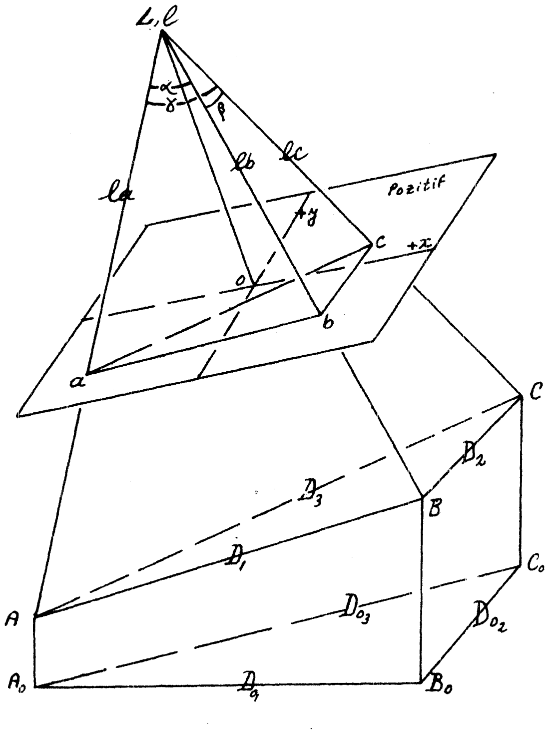
II. inci ve son kademede ise :

$$
\begin{aligned}
(\Delta X_1) \operatorname{tg} \varphi + (\Delta Y_1) \operatorname{tg} \omega &= -(\Delta Z_1) - (\Delta h_1) \sec t \\
(\Delta X_2) \operatorname{tg} \varphi + (\Delta Y_2) \operatorname{tg} \omega &= -(\Delta Z_2) - (\Delta h_2) \sec t \qquad (\mathrm{III}) \\
(\operatorname{tg}^2 \varphi) + \quad (\operatorname{tg}^2 \omega &= - \quad 1 \quad + \quad \sec^2 t
\end{aligned}
$$

denklemleri yardımı ile φ, ω ve t ; ve $H\text{-}h = [(X) \operatorname{tg} \varphi + (Y) \operatorname{tg} \omega + (Z)]$. Cos (t) denkleminden de H (uçuş) fotoğraf alım noktasının yüksekliği bulunur. Bu denklemlerde geçen (ΔX), (ΔY), (ΔZ), ve (Δh) lar ilerde görüleceği gibi hesaplanması gayet kısa ve kolay olan muayyen konstantlardır. K (Kantung) ise, $\operatorname{tg} K = \operatorname{tg} \omega / \operatorname{tg} \varphi$ denkleminden hesap edilir.

Bu suretle oriantasyon unsurlarının ne şekilde hesap edileceğini kısaca ve umumî şekilde gözden geçirdikten sonra denklemlerin çıkarılmasını ve çözülmesini etraflıca inceleyerek tatbikat ve hesap şeklinin nasıl olacağını tetkik edelim.

a — Şekil (1), ve (2), incelenirse görülürki :



(Şekil : 1)

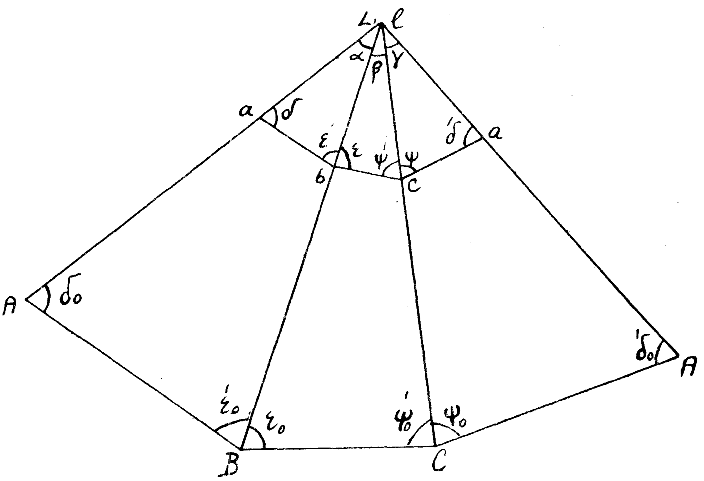
ALB üçgeninden, $LA = \frac{D_1}{\sin \alpha} \sin \varepsilon_0' = \frac{D_1}{\sin \alpha} \sin (\alpha + \delta_0)$dır

diğer taraftan da CLA üçgeninden, $LA = \frac{D_3}{\sin \gamma} \cdot \sin \psi_0$ olduğundan $LA = \frac{D_3}{\sin \gamma} \cdot \sin \psi_0 = \frac{D_1}{\sin \alpha} \cdot \sin (\alpha + \delta_0)$ olur.

diğer LB ve LC kenarları için de ayni şekilde düşünülürse;

$$
\begin{aligned}
LA &= \frac{D_3}{\sin\gamma} \cdot \sin\psi_0 = \frac{D_1}{\sin\alpha} \cdot \sin(\alpha+\delta_0) \\
LB &= \frac{D_1}{\sin\alpha} \cdot \sin\delta_0 = \frac{D_2}{\sin\beta} \cdot \sin(\beta+\varepsilon_0) \qquad (1) \\
LC &= \frac{D_2}{\sin\beta} \cdot \sin\varepsilon_0 = \frac{D_3}{\sin\gamma} \cdot \sin(\gamma+\psi_0)
\end{aligned}
$$

denklemleri elde edilir.



(Şekil : 2)

$\frac{D_1}{\sin\alpha} : \frac{D_2}{\sin\beta} = \frac{r_1}{r_2} = n_1$, $\frac{D_2}{\sin\beta} : \frac{D_3}{\sin\gamma} = \frac{r_2}{r_3}\ n_2$ ve $\frac{D_3}{\sin\gamma} : \frac{D_1}{\sin\alpha} = \frac{r_3}{r_1} = n_3$ ile gösterilir ve denklemler tanzim edilirse (1) No. lu denklemler,

$$\boxed{\begin{aligned} n_1 \sin \delta_0 &= \sin (\beta + \varepsilon_0) \\ n_2 \sin \varepsilon_0 &= \sin (\gamma + \psi'_0) \qquad (2) \\ n_3 \sin \psi'_0 &= \sin (\alpha + \delta_0) \end{aligned}}$$

şeklini alır.

Burada D_1, D_2, D_3 verilen 3 kontrol noktaları arasındaki hakiki mail mesafelerdir. Mezkûr kontrol noktalarının resim koordineleri de ölçülebileceğinden α, β ve γ açıları da hesaplanabilirler. Bu sebeple r_1, r_2, r_3 dolayısiyle n_1, n_2 ve n_3 sabiteleri de malûm olmuş olacağından 2 No, lu denklemlerin çözülmesiyle δ_0, ε_0 ve ψ_0 kıymetleri bulunabilir.

b — Yardımcı değerlerin ve sabitelerin hesabı:

(2) No. lu denklemlerin kolaylıkla çözülebilmesi, evvelâ δ_0, ε_0, ψ'_0 yerine δ, ε ve ψ takribi değerlerin bulunması ve sonra bu takribi değerlere küçük $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ ve $\Delta\psi$ tashih miktarları getirilerek hakiki δ_0, ε_0 ve ψ_0 değerlerinin hesabiyle mümkündür.

Takribi değerler olarak herhangi bir kıymetin kullanılması mümkünse de hesapların kolay ve kısa olması ve fazla tekrar suretiyle denemelerin önlenmesi için bu alınacak takribi değerlerin hakikata oldukça yakın olmaları şayanı arzu ve lâzımdır. Bu sebeple δ_0, ε_0, ψ'_0 açıları için takribi değer olarak şekil (1) ve (2) de görüldüğü gibi hesaplanması gayet kolay ve δ_0, ε_0 ve ψ_0 değerlerine en yakın olan δ, ε ve ψ değerlerini kabul etmek gayet yerinde olur.

Bu δ, ε ve ψ açıları şekil (1) ve (2) de görülen kuçük alb, blc ve cla üçgenlerinden aşağıdaki denklemler yardımıyla hesap edilirler. Şekilde görülen a, b, ve c noktaları A, B ve C arazi kontrol noktalarının resimleri olduklarından tanınması ve komparator vasıtasiyle veya başka herhangi bir surette resim mihverlerine nazaran koordinelerinin ölçülmesi gayet kolaydır; yani x_a, x_b, x_c ve y_a, y_b ve y_c değerleri fatoğraf camı üzerinde ölçülerek bulunabilen kıymetlerdir.

Şekil (1) den:

$$d_1 = ab = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} \qquad la = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + f^2}$$
$$d_2 = bc = \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2} \quad (3) \quad la = \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + f^2} \quad (4)$$
$$d_3 = ca = \sqrt{(x_a - x_c)^2 + (y_a - y_c)^2} \qquad la = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + f^2}$$

denklemleriyle (d) ve (l) mesafeleri hesaplanırlar. Bulunan bu kıymetler yardımiyle,

$$\cos\alpha = \frac{x_a x_b + y_a y_b + f^2}{la \,.\, lb}, \quad \sin\delta = \frac{\sin\alpha}{d_1}, lb, \quad \sin\delta' = \frac{\sin\gamma}{d_3} . lc$$
$$\cos\beta = \frac{x_b x_c + y_b y_c + f^2}{lb \,.\, lc}, (5) \quad \sin\varepsilon = \frac{\sin\beta}{d_2} . lc, \quad \sin\varepsilon' = \frac{\sin\alpha}{d_1} . la \quad (6)$$
$$\cos\gamma = \frac{x_c x_a + y_c y_a + f^2}{lc \,.\, la}, \quad \sin\psi = \frac{\sin\gamma}{d_3} . la, \quad \sin\psi' = \frac{\sin\beta}{d_2} . lb$$

veya,

$$\frac{la + lb + d_1}{2} = s_1 \qquad k_1 = \sqrt{\frac{(s_1 - la)(s_1 - lb)(s_1 - d_1)}{s_1}}$$
$$\frac{lb + lc + d_2}{2} = s_2 \quad (7) \quad \text{ve} \quad k_2 = \sqrt{\frac{(s_2 - lb)\, s_2 - lc)(s_2 - d_2)}{s_2}} \quad (8)$$
$$\frac{lc + la + d_3}{2} = s_3 \qquad k_3 = \sqrt{\frac{(s_3 - lc)(s_3 - la)(s_3 - d_3)}{s_3}}$$

ile gösterilirse; Trigonometriden de bilindiği gibi :

$$tg^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{k_1}{(s_1 - d_1)}, \quad tg^2 \frac{\beta}{2} = \frac{k_2}{(s_2 - d_2)}, \quad tg^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{k_3}{(s_3 - d_3)}$$
$$tg^2 \frac{\delta}{2} = \frac{k_1}{(s_1 - lb)}, \quad tg^2 \frac{\varepsilon}{2} = \frac{k_2}{(s_2 - lc)}, \quad tg^2 \frac{\psi}{2} = \frac{k_3}{(s_3 - la)} \quad (9)$$
$$tg^2 \frac{\varepsilon'}{2} = \frac{k_1}{(s_1 - la)}, \quad tg^2 \frac{\psi'}{2} = \frac{k_2}{(s_2 - lb)}, \quad tg^2 \frac{\delta'}{2} = \frac{k_3}{(s_3 - lc)}$$

denklemlerinden α, β, γ ve δ, ε, ψ ile diğer δ', ε', ψ' açıları hesap edilir. Hesapların kontrolu,

$$\frac{\alpha}{2}+\frac{\delta}{2}+\frac{\varepsilon'}{2}=\frac{\pi}{2} \qquad \alpha+\delta+\varepsilon'=\pi$$
$$\frac{\beta}{2}+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\psi'}{2}=\frac{\pi}{2} \quad \text{veya} \quad \beta+\varepsilon+\psi'=\pi$$
$$\frac{\gamma}{2}+\frac{\psi}{2}+\frac{\delta'}{2}=\frac{\pi}{2} \qquad \gamma+\psi+\delta'=\pi$$

denklemleriyle sağlanır.

Arazi üzerindeki kontrol noktaları arasındaki mayil mesafeler de malûm olduğundan veya koordineleri bilindiği için,

$$\begin{aligned} D_1 &= \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (h_B - h_A)^2} \\ D_2 &= \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2 + (h_C - h_B)^2} \qquad (10) \\ D_3 &= \sqrt{(X_A - X_C)^2 + (Y_A - Y_C)^2 + (h_A - h_C)^2} \end{aligned}$$

denklemleri yardımiyle hesaplanabileceğinden ve gereken açılar da (6) veya (8) No. lu denklemlerden hesap edilebileceğinden,

$r_1 = \frac{D_1}{\sin\alpha}$, $r_2 = \frac{D_2}{\sin\beta}$, $r_3 = \frac{D_3}{\sin\gamma}$ ve dolayısiyle $n_1 = \frac{r_1}{r_2}$,

$n_2 = \frac{r_2}{r_3}$ ve $n_3 = \frac{r_3}{r_1}$ sabitleri de hesaplanarak bulunurlar.

c — I. nci kademedeki (I) No. lu denklemlerin çüzülerek δ_0, ε_0 ψ_0 değerlerinin bulunması:

Takribi değerler olarak hesaplanan δ, ε ve ψ kıymetlerine bulunacak $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ ve $\Delta\psi$ tashih miktarları ilâve edilirse (I) No. lu denklemleri sağlayan,

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \delta + \Delta\delta \\ \varepsilon_0 &= \varepsilon + \Delta\varepsilon \quad \text{değerleri bulunmuş olur.} \\ \psi_0 &= \psi + \Delta\psi \end{aligned}$$

(I) No. denklemlerde δ_0, ε_0 ve ψ_0 değerleri yerine müsavileri olan $(\delta + \Delta\delta)$, $(\varepsilon + \Delta\varepsilon)$ ve $(\psi + \Delta\psi)$ değerleri konur ve $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$, $\Delta\psi$ küçük kıymetler olduğundan $\cos\Delta\delta$, $\cos\Delta\varepsilon$ ve $\cos\Delta\psi = 1$ olarak alınırsa, (I) veya (2) No. lu denklemler,

$$
\begin{aligned}
&[n_1 \cos\delta].\ \Delta\delta - [\cos(\beta+\varepsilon)].\ \Delta\varepsilon = [\sin(\beta+\varepsilon) - n_1 \sin\delta] \\
&[n_2 \cos\varepsilon].\ \Delta\varepsilon - [\cos(\gamma+\psi)].\ \Delta\psi = [\sin(\gamma+\psi) - n_2 \sin\varepsilon] \qquad (11) \\
&[n_3 \cos\psi].\ \Delta\psi - [\cos(\alpha+\delta)].\ \Delta\delta = [\sin(\alpha+\delta) - n_3 \sin\psi]
\end{aligned}
$$

şeklini alır.

Bu denklemlerdeki bilinen hadler,

$$
\begin{aligned}
a_1 &= n_1 \cos\delta,\ a_2 = -\cos(\beta+\varepsilon) & w_1 &= \sin(\beta+\varepsilon) - n_1 \sin\delta \\
b_1 &= n_2 \cos\varepsilon,\ b_2 = -\cos(\gamma+\psi) \text{ ve } & w_2 &= \sin(\gamma+\psi) - n_2 \sin\varepsilon \\
c_1 &= n_3 \cos\psi.\ c_2 = -\cos(\alpha+\delta) & w_3 &= \sin(\alpha+\delta) - n_3 \sin\psi
\end{aligned}
$$

şeklinde kısaltılmış olarak gösterilirse:

$$
\begin{aligned}
a_1 \sin\Delta\delta + a_2 \sin\Delta\varepsilon &= w_1 \\
b_1 \sin\Delta\varepsilon + b_2 \sin\Delta\psi &= w_2 \\
c_1 \sin\Delta\psi + c_2 \sin\Delta\delta &= w_3 \\
&\text{veya radyan cinsinden} \qquad (12) \\
a_1 (\Delta\delta) + a_2 (\Delta\varepsilon) &= w_1 \\
b_1 (\Delta\varepsilon) + b_2 (\Delta\psi) &= w_2 \\
c_1 (\Delta\psi) + c_2 (\Delta\delta) &= w_3
\end{aligned}
$$

olur.

Burada δ, ε, ψ ve n değerlari yukarda izah edildiği gibi bilindiğinden veya hesaplandığından; a, b, c ve w sabiteleri biliniyor demektir. İşte bu (12) No. lu 3 hattî (linear) denklem yardımiyle, $\sin\Delta\delta$, $\sin\Delta\varepsilon$ ve $\sin\Delta\psi$ veya $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ ve $\Delta\psi$ değerleri kolayca bulunur.

Bulunan $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ ve $\Delta\psi$ değerleri takribi olarak alınan δ, ε ve ψ açılarına ilâve edilirse,

$$
\begin{aligned}
\delta_0 &= \delta_1 = \delta + \Delta\delta \\
\varepsilon_0 &= \varepsilon_1 = \varepsilon + \Delta\varepsilon \qquad (13) \\
\psi_0 &= \psi_1 = \psi + \Delta\psi
\end{aligned}
$$

değerleri yani (2) No. lu denklemleri sağlayan hakikî δ_0, ε_0 ve ψ_0 açılarının değerleri bulunmuş olur.

Bu yeni değerlerle hesaplanacak w_1, w_2 ve w_3 konstantları sıfır veya çok küçük çıkarlarsa hesap edilen δ_1, ε_1 ve ψ'_1 değerlerinin kat'i δ_0, ε_0 ve ψ_0 değerleri olduğu meydana çıkar ve ilerdeki hesaplarda bu değerler kullanılır.

Yalnız takribî alınan değerler hakikilerden oldukça farklı oldukları zaman, $\cos \Delta\delta$, $\cos \Delta\varepsilon$, $\cos \Delta\psi = 1$ olarak alındıkları için hesap edilen $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ ve $\Delta\psi$ değerleri büyük çıkacağından biraz hatalı olurlar. Dolayısiyle δ_1, ε_1 ve ψ_1 değerleri hakikî δ_0, ε_0 ve ψ_0 açılarından biraz farklı olurlar. Bu sebeple yeni değerle heasaplancacak w'ler küçük çıkmıyabilir. Bu halde aynı ameliyeler w'ler sıfır veya küçük çıkıncaya kadar tekrar edilirler.

Teşkili ve çözümü çok kolay olan bu denklemlerin ekseriya iki veya üçüncü defa tekrarından sonra kat'i olarak δ_0. ε_0 ve ψ'_0 hakikî değerleri elde edilir. Tekrarın adedi, ilk defa bulduğumuz takribî değerlerin hakikilerine yakın oluş derecesine bağlıdır. Umumiyetle resmin meyli nekadar az olursa ve kontrol noktalarının yükseklik farkları nekadar küçük olursa, tekrar ameliyesi de okadar az olur ve belkide tekrara hiç lüzum kalmaz. Bunun için de takribî değer olarak. δ_0, ε_0 ve ψ'_0 'a en yakın ve bulunması en kolay olan ve a l b, b l c ve c l a üçgenlerinin çözümüyle elde edilecek olan ve yukarda bahsi geçen δ, ε ve ψ değerleri alınır.

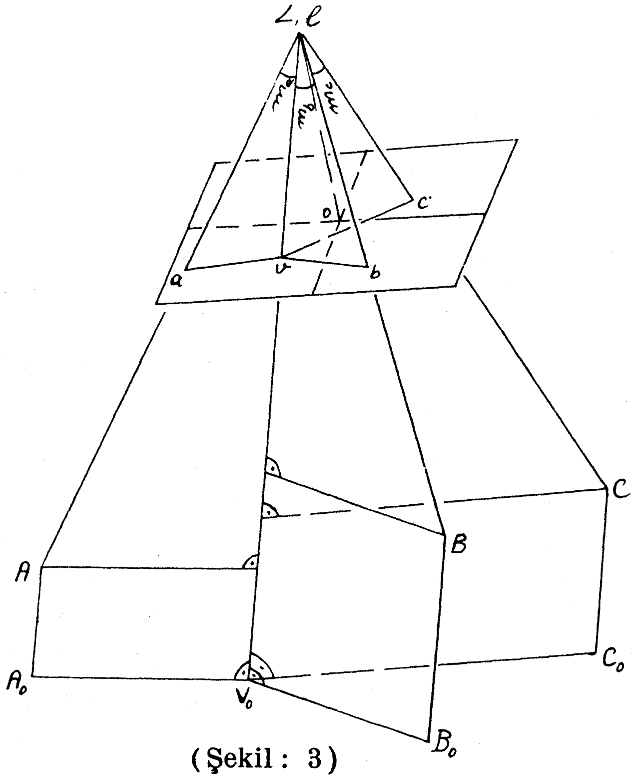
Bundan sonra,

$$\begin{aligned} LA &= r_1 \sin(\alpha + \delta_0) = r_3 \sin \psi'_0 \\ RB &= r_2 \sin(\beta + \varepsilon_0) = r_1 \sin \delta_0 \\ LC &= r_3 \sin(\gamma + \psi'_0) = r_2 \sin \varepsilon_0 \end{aligned} \qquad (14)$$

denklemleri yardımiyle LA, LB ve LC kenarları kontrollu olarak bulunur.

II. nci Kademe: Oriantasyon unsurlarının bulunması;

Şekil (3) de görüldüğü gibi L resim alma noktasının yükseksekliği, (H) ve noktalara giden şuaların şakulle teşkil ettikleri açılarda m'lerle gösterilirse :



(Şekil : 3)

$$\cos (m_a) = \frac{H\text{-}h_A}{LA}$$

$$\cos (m_b) = \frac{H\text{-}h_B}{LB} \qquad (1)$$

$$\cos (m_c) = \frac{H\text{-}h_C}{LC}$$ denklemleri bulunur.

Diğer taraftan resim koordineleri yardımiyle,

$$\cos m_a = \frac{x_a\, x_v + y_a\, y_v + f^2}{la\ .\ lv}$$

$$\cos m_b = \frac{x_b\, x_v + y_b\, y_v + f^2}{lb\ .\ lv} \qquad (2)$$

$$\cos m_c = \frac{x_c\, x_v + y_c\, y_v + f^2}{lc\ .\ lv}$$

denklemleri yazılabilir. İki yoldan çıkılabilen cos m'lere ait denklemlerin eşitliklerini yazarsak :

$$\cos m_a = \frac{H\text{-}h_A}{LA} = \frac{x_a x_v + y_a y_v + f^2}{la \, . \, lv} = \frac{x_a}{la}\frac{x_v}{lv} + \frac{y_a}{la}\frac{y_v}{lv} + \frac{f}{la}\frac{f}{lv} \quad (3)$$

olur. Bu denklemlerin sağındaki hadlerin pay ve paydaları f ile çarpılırsa kıymetleri bozulmayacağından,

$$\frac{H\text{-}h_A}{LA} = \frac{x_a}{la}\frac{x_v}{f}\frac{f}{lv} + \frac{y_a}{la}\frac{y_v}{f}\frac{f}{lv} + \frac{f}{la}\frac{f}{f}\frac{f}{lv}$$ olur. Buradan,

$$H\text{-}h_A = \left(\frac{x_a . LA}{la}\right)\frac{x_v}{f}\frac{f}{lv} + \left(\frac{y_a}{la}LA\right)\frac{y_v}{f}\frac{f}{lv} + \left(\frac{f . LA}{la}\right)\frac{f}{lv}$$ denk- (4)

lemi bulunur. Bu denklemde $\frac{f}{lv} = \cos(t)$, $\frac{x_v}{f} = tg\,\varphi$ ve $\frac{y_v}{f} = tg\,\omega$ olduklarından,

$$H\text{-}h_A = \left(\frac{x_a}{la}LA\right) . tg\,\varphi \cos t + \left(\frac{y_a}{la}LA\right) tg\,\omega . \cos t + \left(\frac{f}{la}LA\right)\cos t$$

olur. (5)

$\frac{x_a}{la}LA = (X_A)$, $\frac{y_a}{la}LA = (Y_A)$ ve $\frac{f}{la}LA = (Z_A)$ olarak gösterilirse

$$H\text{-}h_A = [(X_A)\ tg\,\varphi + (Y_A)\ tg\,\omega + (Z_A)] \cos t \text{ , veya} \quad (6)$$

$$(X_A)\ tg\,\varphi + (Y_A) . tg\,\omega + (Z_A) = (H\text{-}h_A) \sec t \quad \text{elde edilir} \quad (7)$$

B ve C noktaları için de ayni şegilde mütalea edilerek,

$$(X_B) , tg\,\varphi + (Y_B)\ tg\,\omega + (Z_B) = (H\text{-}h_B) \sec t \quad (8)$$

(X_C), $tg\,\varphi + (Y_C)\ tg\,\omega + (Z_C) = (H\text{-}h_C) \sec t$ denklemleri yazılabilir.

Bu üç denklem birbirinden tarhedilirse

$$[(X_A) - (X_B)]\ tg\,\varphi + [(Y_A - (Y_B)]\ tg\,\omega + [(Z_A) - (Z_B)] + [h_A\text{-}h_B] \sec t = 0$$
$$[(X_B) - (X_C)]\ tg\,\varphi + [(Y_B - (Y_C)]\ tg\,\omega + [(Z_B) - (Z_C)] + [h_B\text{-}h_C] \sec t = 0$$

denklemleri elde edilir. (9)

Diğer taraftan, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{x_v}{f}$, $\operatorname{tg}\omega = \frac{y_v}{f}$ ve $\operatorname{tg} t = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{f}$

olduğundan $\operatorname{tg}^2\varphi + \operatorname{tg}^2\omega = \operatorname{tg}^2 t = \sec^2 t - 1$ dir. (10)

netice olarak :

$$\boxed{\begin{array}{l} \Delta X_1 \, , \operatorname{tg}\varphi + \Delta Y_1 \operatorname{tg}\omega = - \Delta Z_1 - \Delta h_1 \sec t \\ \Delta X_2 \, , \operatorname{tg}\varphi + \Delta Y_2 \operatorname{tg}\omega = - \Delta Z_2 - \Delta h_2 \sec t \\ \qquad \operatorname{tg}^2\varphi + \quad \operatorname{tg}^2\omega = \quad -1 + \quad \sec^2 t \end{array} \quad (11)}$$ denklemleri elde edilir.

bu denklemlerin çözülmesiyle φ, ω ve t kıymetleri ve bunlarla beraber denklem (5) inde yardımiyle H hesaplanır. Kantung ($\varkappa$) ya gelince, $\operatorname{tg}\varkappa = \frac{y_v}{x_v}$ olduğundan,

$$\boxed{\operatorname{tg}\varkappa = \frac{y_v}{x_v} = \frac{y_v : f}{x_v : f} = \frac{\operatorname{tg}\omega}{\operatorname{tg}\varphi} \quad (12)}$$ dir.

b - Denklem (11) in çözümü ile φ , ω ve t nin bulunması :

I. inci metod: doğrudan doğruya (direkt) çözüm:
Evvelâ 11 inci denklemlerdeki ilk iki denklemlerde tg φ ve tg ω meçhulleri sec t cinsinden bulunur. Şöyleki,

$$\begin{aligned} +\operatorname{tg}\varphi &= \frac{\Delta Y_1 \, . \, \Delta Z_2 - \Delta Y_2 \, . \, \Delta Z_1}{\Delta X_1 \, . \, \Delta Y_2 - \Delta X_2 \, . \, \Delta Y_2} + \frac{\Delta Y_1 \, . \, \Delta h_2 - \Delta Y_2 \, . \, \Delta h_1}{\Delta X_1 \, . \, \Delta Y_2 - \Delta X_2 \, . \, \Delta Y_1} \, . \sec t \\ -\operatorname{tg}\omega &= + \frac{\Delta X_1 \, . \, \Delta Z_2 - \Delta X_2 \, \Delta Z_1}{\Delta X_1 \, . \, \Delta Y_2 - \Delta X_2 \, . \, \Delta Y_1} + \frac{\Delta X_1 \, . \, \Delta h_2 - \Delta X_2 \, . \, \Delta h_1}{\Delta X_1 \, . \, \Delta Y_2 - \Delta X_2 \, . \, \Delta Y_1} \, . \sec t \end{aligned} \quad (13)$$

şeklinde bulunur. Bunların kareleri alınarak, $\operatorname{tg}^2\varphi + \operatorname{tg}^2\omega = \sec^2 t - 1 = \operatorname{tg}^2 t$ de yerlerine konursa sec (t) veya tg t ve dolayısiyle t hesap edilir.

Bu kıymet denklem 13 ve 12 de yerlerine konarak tg φ, tg ω ve tg $\varkappa$ ve dolayısiyle φ, ω ve $\varkappa$ kıymetleri hesap edilebilir.

c - 2 inci metod: Deneme ile φ, ω ve t nin bulunması,

Kamara ekseni şakuli olarak alınmış resimlerde t gayet küçük olduğundan sec t = 1 kabul edilirse, 11 No. daki denklemler,

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta X_1 \operatorname{tg}\varphi' + \Delta Y_1, \operatorname{tg}\omega' &= -(\Delta Z_1 + \Delta h_1) \\ \Delta X_2 \operatorname{tg}\varphi' + \Delta Y_2, \operatorname{tg}\omega' &= -(\Delta Z_2 + \Delta h_2) \end{aligned} \quad (14)}$$

şeklini alır ki

bu iki basit denklemlerin çözülmesi ile tg φ' ve tg ω' bulunur. Bunlar, $\operatorname{tg}^2 \varphi' + \operatorname{tg}^2 \omega' = \operatorname{tg}^2 \varphi'$ (15) de yerlerine konursa tg^2 t, tg t ve dolayısiyle t kolayca hesaplanır. Şimdi bulunan bu t malûm olduğundan 11 No. lu denklemlerin ilk ikisi yardımiyle yeni tg φ ve tg ω kıymetleri bulunur ki bunlardan tekrar tg t ve dolayısiyle t hesaplanır. t küçük olduğundan ilk ve ikinci çözüm neticesinde bulunacak t açıları birbirine eşit olurlar. Binanaleyh hesabı tekrar etmeğe lüzum yoktur; yani ilk hesaplanan t ile ikinci defa hesaplanan φ ve ω açılarının kıymetleri kat'i ve doğru kıymetlerdir.

Bu kıymetler 6 ve 12 denklemlerde yerlerine konursa H (uçuş yüksekliği) ve S (kantung. swing) değerleri elde edilir. 6 No. lu denklemler 3 adet olduğundan H, üç denklemden hesaplanabilir. Hesap doğru yapılmış ise bu üç değerin de birbirine eşit olması lâzımdır.

Yukarda teferruatile açıklanan yeni usulde kullanılacak düsturların çıkarılması; tarif ve izahı oldukça uzun görülebilir: Fakat evvelcede zikredildiği gibi hesaplarda kullanılacak denklemlerin ve çözülmelerinin nekadar kolay ve kısa olduğu aşağıdaki hesap sırasında ve hesap nümunesinde görülmektedir.

Hesap Sırası

A — LA, LB ve LC kenarlarının hesabı.

1 — $la = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + f^2}$ $\qquad d_1 = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$

$lb = \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + f^2}$, $\qquad d_2 = \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2}$

$lc = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + f^2}$ $\qquad d_3 = \sqrt{(x_a - x_c)^2 + y_a - y_c)^2}$

2 — $\cos\alpha = \frac{x_a\, x_b + y_a\, y_b + f^2}{la\,.\,lb}$, $\sin\delta = \frac{\sin\alpha}{d_1}\,.\,lb$, $\sin\delta' = \frac{\sin\alpha}{d_3}\,lc$

$\cos\beta = \frac{x_b\, x_c + y_b\, y_c + f^2}{lb\,.\,lc}$, $\sin\varepsilon = \frac{\sin\beta}{d_2}$, lc, $\sin\varepsilon' = \frac{\sin\alpha}{d_1}\,la$

$\cos\gamma = \frac{x_c\, x_a + y_c\, y_a + f^2}{lc\,.\,la}$, $\sin\psi = \frac{\sin\gamma}{d_3}$, la, $\sin\psi' = \frac{\sin\beta}{d_2}\,lb$

veya I. nci kademedeki (9) No. lu denklemler kullanılır.

3 — $r_1 = \frac{D_1}{\sin\alpha}$, $n_1 = \frac{r_1}{r_2}$, $D_1 = \sqrt{(X_B\text{-}X_A)^2 + (Y_B\text{-}Y_A)^2 + (h_B\text{-}h_A)^2}$

$r_2 = \frac{D_2}{\sin\beta}$, $n_2 = \frac{r_2}{r_3}$, $D_2 = \sqrt{(X_C\text{-}X_B)^2 + (Y_C\text{-}Y_B)^2 + (h_C\text{-}h_B)^2}$

$r_3 = \frac{D_3}{\sin\gamma}$, $n_3 = \frac{r_3}{r_1}$, $D_3 = \sqrt{(X_A\text{-}X_C)^2 + (Y_A\text{-}Y_C)^2 + (h_A\text{-}h_C)^2}$

$[n_1 \cos\delta].\ \Delta\delta - [\cos(\beta + \varepsilon)].\ \Delta\varepsilon = [\sin(\beta + \varepsilon) - n_1 \sin\delta]$

4 — $[n_2 \cos\varepsilon].\ \Delta\varepsilon - [\cos(\gamma + \psi)].\ \Delta\psi = [\sin(\gamma + \psi) - n_2 \sin\varepsilon]$

$[n_3 \cos\psi].\ \Delta\psi - [\cos(\alpha + \delta)].\ \Delta\delta = [\sin(\alpha + \delta) - n_3 \sin\psi]$

denklemlerinin çözümüyle $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ ve $\Delta\psi$ ler bulunur.

5 — $\delta_0 = \delta + \Delta\delta$, $\varepsilon_0 = \varepsilon + \Delta\varepsilon$ ve $\psi_0 = \psi + \Delta\psi$ bu yeni kıymetlerle (2) No. lu denklemler tahkik edilir farklar küçük çıkmazsa hesap tekrarlanır.

$$6 - LA = r_1 \sin(\alpha + \delta_0) = r_3 \sin \psi_0$$
$$LB = r_2 \text{ şin } (\beta + \varepsilon_0) = r_1 \sin \delta_0$$
$$LC = r_3 \sin(\gamma + \psi_0) = r_2 \sin \varepsilon_0$$

B — Oriantasyon Unsurlarının Hesabı:

$$7 - (X_A) = \frac{x_a . LA}{la}, (X_B) = x_b . \frac{LB}{lb}, (X_c) = x_c . \frac{LC}{lc}$$
$$(Y_A) = y_a . \frac{LA}{la}, (Y_B) = y_b . \frac{LB}{lb}, (Y_c) = y_c . \frac{LC}{lc}$$
$$(Z_A) = f. \frac{LA}{la}, (Z_B) = f. \frac{LB}{lb}, (Z_C) = f. \frac{LC}{lc}$$

$$a_1 = (X_A) - (X_B), \quad b_1 = (Y_A) - (Y_B), \quad c_1 = (Z_A) - (Z_B)$$
$$a_2 = (X_B) - (X_C), \quad b_2 = (Y_B) - (Y_C), \quad c_2 = (Z_B) - (Z_C)$$
$$d_1 = h_A - h_B, \quad w'_1 = c_1 + d_1$$
$$d_2 = h_B - h_C, \quad w'_2 = c_2 + d_2$$

$$8 - tg\,\varphi' = \frac{b_1 w'_2 - b_2 w'_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad tg\, t' = \sqrt{tg^2 \varphi' + tg^2 \omega'}$$
$$tg\,\omega' = \frac{a_1 w'_2 - a_2 w'_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \qquad t' = $$
$$\sec t' = $$

$$9 - w_1 = c_1 + d_1 \sec(t'), \; tg\,\varphi = \frac{b_1 w_2 - b_2 w_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \; tgt = \sqrt{tg^2 \varphi + tg^2 \omega}$$
$$w_1 = c_2 + d_2 \sec(t'), \quad tg\,\omega = \frac{a_1 w_2 - a_2 w_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad tg\,\varkappa = tg\,\omega / tg\,\varphi$$
$$\varphi = \qquad \omega = \qquad t = \qquad \varkappa =$$

$$10 - H = h_a + [(X_A)\, tg\,\varphi + (Y_A)\, tg\,\omega + (Z_A)] \cos t$$
$$H = h_b + [(X_B)\, tg\,\varphi + (Y_B)\, tg\,\omega + (Z_B)] \cos t$$
$$H = h_c + [(X_C)\, tg\,\varphi + (Y_C)\, tg\,\omega + (Z_C)] \cos t$$