Vasıtasız astroeomik semt tayini

Yazan
Numan Tarım

Romanya Coğrafiya Enstitüsü tarafından 1941 de neşredilen « Azimut astronomique direct » adlı eserden hülâsa edilmiştir.

1937 senesindenberi Romanya coğrafya Enstitüsünün Astronomik mesaisinde tatbik ettiği «Vasıtasız astronomik semt tayini» metoduna dair 1941 de bir eser neşredilmiştir

Romanya Coğrafya Enstitüsü tarafından Harita Genel Müdürlüğüne Fransızca olarak gönderilen bu eser faideli görüldüğü için tercüme edilmiştir.

Eserin Romanya Coğrafya Enstitüsü direktörü Rodu Bodnaresco tarafından yazılmış başlangıcına göre « Vasıtasız astronomik semt tayini » usulü yüzbaşı Stamatin tarafından tertip ve pratik hale konulmuştur.

1937 denberi Romanya Coğrafya dairesi astronomi bürosü tarafından daima kullanılan bu usûl bilahara Mr. Th. Niethammer tarafından sadece nazarî olarak tedkik edilmiş ve « Die direkte

Bestimmung eines irdisches objektes» adlı eseri de «Bâle imprimerie E. Birkhaeusur » tarafından İsviçrede 1940 da basılmış ve neşredilmiştir. Bu usul ile alınan neticeler muhtemel hatalarıyla beraber şunlardır:

Chisinau astronomik noktasında 45 yıldız rasadıyla bulunan semt:

$$A = 188\ 14'\ 13'',09 \pm 0'',16$$

Sf. Gheorghé astronomik noktosında 66 yıldız rasadıyla

$$A = 336°\ 51'\ 7'', \pm 0'',18 \qquad \text{dir.}$$

Bu usulde her hangi bir sistematik hatanın mevcud olmadığı da şu neticelerle tahkik edilmiştir:

Ayni rasıd tarafından rasadları yapılmış Ramon ve Chisinau noktaları arasındaki Laplace muadelesine aid bakiyye sadece 1" olduğu görülmüştür. Fakat 1900 senesinde rasadı yapılan Bucureşti esas noktasıyla Sf.Ghearghé noktası arasındaki Laplace muadelesi sıfırla kapanmıştır.

Bundan başka yukarıdaki üç noktada kutup yıldızının digressiyonu istikametindeki şakulî müstevi dahilinde yere dikilen bir miranın semti tayin edildikten sonra bu semt büyük bir ihtimamla jeodezik hatta bağlanmıştır. Bu suretle elde edilen semt ile vasıtasız usul ile tayin edilen semt arasındaki fark, sonuncunun tayininde yapılan muhtemel hata derecesinde olduğu görülmüştür.

Usulün mahiyeti :

Bir jeodezik hattın vasıtasız astronomik semti denince, bazı yıldızların o hattı ihtiva eden şakuli müstevi dahilinden geçiş anlarını rasad etmek suretile tayin edilen semt anlaşılır.

KABİLİ RASAD YILDIZLAR

Farzedelim ki φ astronomik noktanın arzı, A da jeodezik hattın, kabul ettiğimiz semti olsun ve bu semt $-90°$ ile $+90°$ arasında bulunsun. Yıldız A semtinde (cenup yıldızları) rasat edildiği gibi $180°+A$ semtinde (şimal yıldızları) de rasat edilecektir.

Ufkun üzerindeki bütün yıldızlar, nazarı itibara alınan, şakulî Müsteviyi katetmezler. Eğer (δ meyil, φ arz, z zenit mesafesi, — cenup yıldızları için, + şimal yıldızları için olmak üzere)

(1) $\sin \delta = \sin \varphi \cos z \mp \cos\varphi \sin z \cos A$ formülünde $z = 90^\circ$

kabul edilirse $\sin \delta_s = - \cos \varphi \cos A$

ve $\sin \delta_n = + \cos \varphi \cos A$

olacaktır.

Bu münasebetler kabili rasat yıldızların asgarî meyillerini verirler. δ_s cenup yıldızları içi δ_n de şimal yıldızları içindir. Digression semti $A + 180^\circ$ ve meyli δ_d olan yıldız haricinde meyli δ ve $\delta > \delta_d$ olan bütün yıldızlar şakulî müstevimizi delmediklerinden kabili rasad değildirler. δ_d nin kıymeti şu münasebetten çıkar.

$$(3) \qquad \cos \delta = \sin A \cos \varphi$$

Şakulî müstevi ile δ_d meyilli yıldızın paralelinin noktai teması yıldızlari iki guruba ayırır:

1 — Bu noktanın cenubunda şakulî müsteviyi delen yıldızlar. bunlara müruru ulya yıldızları diyeceğiz.

2 — Yine bu noktanın şimalinde şakulî müsteviyi delen yıldızlar. Bunlarada müruru süflâ yıldızları diyeceğiz.

Müruru ulya yıldızları için (1) formülünde $Z = \varepsilon$ alalım, ε müsbet ve istenildiği kar küçük olsun. ε^2 haddını ihmal ederek bir cenup yıldızı için

$$\sin \varphi - \sin \delta = \varepsilon \cos \varphi \cos A \qquad \text{olur.}$$

Yani $\delta < \varphi$ dir. Aynı şekilde bir şimal yıldızı için

$$\sin \delta - \sin \varphi = \varepsilon \cos \varphi \cos A \qquad \text{dır.}$$

Yani $\delta > \varphi$ dır. O halde meyil hudutları şöyle olacaktır.

Cenub yıldızları için, $\delta_s < \delta < \varphi$

Şimal yıldızları için, mururu ulya $\varphi < \delta < \delta_d$

« « « « süflâ $\delta_N < \delta < \delta_d$ olur.

RASAD ŞARTLARI

Rasad edilen anasır şunlardır:

1 — Yıldızın şakulî müsteviden geçiş (t) anı

2 — Rasad anında yıldızı muhtevi şakuli mustevi ile nirengi işaretini havi şakulî müstevi arasındaki β zaviyesi

3 — Aletin ufkî mihverinin meyli.

Sistematik hataları ifna için yıldızları nasıl seçmeli ve nasıl rasat yapmalıdır?

Evvela mürur anı t yi tetkik edelim. Saat zaviyesi ile semt arasındaki tefazulî münasebet

$$d\ A_H = \frac{\cos\delta\cos\omega}{\sin z}\, d_H \qquad \text{dir.}$$

Burada metalii sabit kabul ederek

$$(4)\quad d\ A_t = \frac{\cos\delta\cos\omega}{\sin z}\, dt \qquad \text{yazabiliriz.}$$

ω paralaktik zaviyeyi ifade eder.

Bir cenup yıldızı için ω 0° den $\pm 90^\circ$ ye kadar tahavvül eder ve $\cos\omega$ daima müsbettir. dt de aynı işarettedir. Müruru ülyalı bir şimal yıldızı için ω, $\pm 90^\circ$ den $\pm 180^\circ$ ye kadar tahavvül eder; $\cos\omega$ kıymeti daima menfidir. Binaenaleyh dt de menfidir.

Mururu süflalı bir şimal yıldızı için ω, 0° den $\pm 90^\circ$ ye kadar tahavvül edeceğinden $\cos\omega$ ve binnetice dt daima müsbettir,

Ohalde şimal ve cenup yıldızlarını o şekilde seçmeliyizki dt emsalleri mecmuu şu münasebeti tahkik etsin:

$$\Sigma\ \frac{\cos\delta\cos\omega}{\sin z} = 0$$

Bu taktirde muhtelif sebeblerden dolayı irtikâp edilen sistematik dt hatası semt üzerine müessir olamıyacaktır.

2° - β zaviyesi dürbünün görüş sahası dahilinde ölçülür.

Dürbünü o şekilde tevcih etmek mümkündürki, 0 kolmasyon taksimatına çok yakın bir kıraetle, dürbün nirengi işaretine tevcih edilmiş bulunur.

Bu taktirde β zaviyesi gayet küçüktür ve mikrometre vida hatvesinden gelen sistematik hata kabili ihmaldir.

3° - Ufki mihverin meyli dürbünün iki vaziyetde okunan tesviye ruhu ile tayin edilir. Meyilden mütevellid tashih mıktarı ($c = \pm i \cot z$) ifadesile hesaplanır. + cenub yıldızları için, − şimal yıldıları içindir. i nin tahavvülüne tabi olan semtin tahavvülü $dA_i = C\, di$ ile ifade edilir. $C = \pm i \cot z$ olarak alınmıştır. Şayed rasad edilen zaviyeler $\Sigma C = o$ münasebetini tahkik ederlerse i nin mesahasında sistematik di hatası vasatî sistemde, kendi kendine ifna edilmiş olur. Bu şart, yıldızları; z leri ayni olmak şartıyla biri şimal digeri cenubda olan, çiftler halinde seçmek suretile tamamlanır.

Astronomik istasyonun arzı da semt hesabına girer. Arz ile semt arasındaki tefazulî münasebet şudur.

$$dA\varphi = -C \sin A\, d\varphi$$

Bu formülde de $\Sigma C = o$ ise $d\varphi$ kadar bir arz hatası hesabda tesirsiz kalacaktır. Bu şart bir evvelki şartın aynidir.

Zaman takvimlerinden alınan yıldız malumatını doğru olarak kabul edeceğiz ve rasad için yalnız esas yıldızları istimal edeceğiz.

$$\Sigma \frac{\cos\delta\cos\omega}{\sin z} = o \qquad \text{ve} \qquad \Sigma C = o$$

şartları ayni zamanda tahakkuk edemezler. Hülasatan

$$\frac{\cos\delta\cos\omega}{\sin z} = B \text{ dersek}$$

$$dA = dA_i + dA_t + dA\varphi$$

Veya:

$$dA = B\,dt + C\,di - C\sin A\,d\varphi$$

elde edilir.

Farzedelimki semtin hakiki kıymeti A olsun A′ de bir yıldızın rasadından elde edilen semt olsun

$$dA = A - A' \qquad \text{olur.}$$

Eğer A_o, A' lerin vasatî adedisi ise ve $A - A_o = \gamma$ dirsek

$$dA = \gamma + A_o - A' \text{ olur.}$$

Veya

(5) $\quad \gamma \quad B\,dt - C\,di + C\sin A\,d\varphi + A_o - A' = 0$

muadelesi bulunurki bu 4 meçhullü muadele bir rasad gecesi için sabittir. Her rasad edilen yıldız böyle (5) muadelesi gibi bir muadele verecektir. Bu muadeleleri hal edebiliriz. Fakat (5) muadele sistemini, ikinci şartı tahkik eden yıldızlar için, basitleşdirebiliriz.

Biri şimalde digeri cenubda olmak üzere z leri musavi iki yıldız alalım.

Bunların (5) muadelelerini toplıyalım:

(6) $\quad \gamma - \frac{1}{2}(B_s + B_N)dt + A_o - \frac{1}{2}(A'_s + A'_N) = 0$

elde edilir.

İsbat edelimki $\frac{1}{2}(B_s + B_N) = \sin\varphi$ dir.

(a) $\quad B_s = \frac{\cos\delta_s \cos\omega_s}{\sin z}\ ;\ B_N = \frac{\cos\delta_N \cos\omega_N}{\sin z}$

$$(b) \quad \cos \omega_S = \frac{\sin \varphi - \cos z \sin \delta_S}{\sin z \cos \delta_S}; \quad \cos \varphi_N = \frac{\sin \varphi - \cos z \sin \delta_N}{\sin z \cos \delta_N}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} \sin \delta_S &= \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A; \\ \sin \delta_N &= \cos z \sin \varphi + \sin z \cos \varphi \cos A \end{aligned}$$

Münasebetleri mevcuttur.

(b) de $\sin \delta_S$ ve $\sin \delta_N$ lerin yerine *(c)* deki kiymetlerini korsak, müteakiben elde edilen $\cos \omega_S$ ve $\cos \omega_N$ nin bu yeni kıymetlerini *(a)* da yerlerine korsak:

$$B_S = \frac{\sin \varphi - \sin \varphi \cos^2 z + \cos z \sin z \cos \varphi \cos A}{\sin^2 z}$$

$$B_N = \frac{\sin \varphi - \sin \varphi \cos^2 z - \cos z \sin z \cos \varphi \cos A}{\sin_2 z}$$

Kiymetleri elde edilir.

Buradan da taraf tarafa cem ile

$\frac{1}{2} (B_S + B_N) = \sin \varphi$ bulunur.

(6) Muadelesi şöyle yazılabilir:

$$(6') \quad \gamma - \sin \varphi \, dt + A_\circ - \frac{1}{2} (A'_S + A'_N) = o$$

Şimdide $\frac{1}{2} n$ adette (6') muadelelerini ilâve edelim; burada (*n*) rasad edilen yıldız adedidir.

Neticede: $\gamma - \sin \varphi \, dt + A_\circ - \frac{1}{n} \Sigma A' = o$

bulunur.

fakat tarifen

$$A_\circ - \frac{1}{n} \Sigma A' = o \qquad \text{dır.}$$

O halde

(7) $\gamma = \sin \varphi \, dt$ dir.

$di - \sin A \, d\varphi = x$ yaparak (5) muadelesi

(8) $(\sin \varphi - B) \, dt - C x + A_\circ - A' = o$

şeklinde iki meçhulli bi muadele olur. Her rasad gecesi için (8)

sistemini ekalli murabbaat usulile hal ederek *dt* **yi bulacağız ve (7) muadelesinde de** γ **yı elde ettikden sonra** A **yı hesaplıyacağız.**

Binaenaleyh bir gece rasadında z leri ayni, müsavi miktarda şimal ve cedup yıldızları intihap etmek ve ikişer ikişer terkip etmek şartıyla bütün sistematik hatalardan mücerred bir semt tayini böylece mümkün olacaktır.

Laplace noktalarında, tul sihhatlı olarak tayin edildiği için, Tul ve semt ayni rasıd tarafından tayin edilmek şartıyla; *dt* **den mütevellid bir sistematik hatadan sarfınazar edilmiş olur. Semtürreis civarında B büyük kıymetler alır. Binaenaleyh rasadları semtürrese doğru fazla ilerletmemelidir.** $\varphi = 45°$ **ve** $A = 20°$ **için z tin tabii olarak B tablosu şöyledir:**

$$\varphi = 45° \; ; A = 20°$$

Z	B_S	B_N
5°	+ 8,300	− 6,885
10	+ 4,474	− 3,059
15	+ 3,187	− 1,772
20	+ 2,533	− 1,118
30	+ 1,858	− 0,443
40	+ 1,499	− 0,084
43	+ 1,420	− 0,005
46	+ 1,348	+ 0,067
50	+ 1,265	+ 0,150
60	+ 1,091	+ 0,324

A semtine gelince bunun 0° ye mümkün olduğu kadar yakın olması faidelidir. Bu taktirde δ_d, 90° ye yakin olur. ve işe yarar yıldız adedi çoğalır. d A φ, sin A nın tahavvülüne tabi olacağından sin A = 0 için $d\hat{A}\,\varphi = 0$ olur.

Netice olarak aşağıdaki kaidelere dikkat etmek lâzımdır.

— Semt tayini için nirengi noktasını mümkün mertebe Meridiyene yakın intihap etmek lâzımdır.

— Şimal yıldızları adedi cenup yıldızları adedine müsavi ve semtürre's mesafeleri ayni hudud dahilinde olmalıdır.

— Her yıldız dürbünün, sıfır kolimasyon taksimatına nazaran mütenazır, iki vaziyetinde ölçülmesi lâzımdır.

— Sıfır kolimasyon taksimatı nirengi işaretile müntabık olacaktır.

Bu şekilde pratik bir hale konan bilâ vasıta rasad usulü şu faideleri temin eder.

— ($d A_t = \sin\varphi\, dt$ olduğundan) tule arız olan hata kısmen kendi kendine ifna edilir; veya hesapla bu hata yok edilir.

— Ufkî mihverin meylinin mesahasına girebilecek sistematik hatanın ve arza ait hatanın te'siri otomatik olarak yok olur.

— Mikrometre vida hatvesinin mütalâasına lüzum yoktur.

— Teodolite hiç ihtiyaç kalmaz.

RASAD HAZIRLIĞI

Lüzumlu malûmat : Mahalli saat, takribi arz ve semt kıymetleri ve rasad edilecek yıldızların meyilleridir. Asgarî z_m, azami z_M semtürre's mesafeleri tespit edilir ve z ler aşağıdaki formüle konulmak suretiyle

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos z \mp \cos\varphi\sin z\cos A$$

— Cenup yıldızları için iki meyil hududu

— Müruru ulyalı şimal yıldızları için asgarî meyil hududu

— Müruru süflâlı şimal yıldızları için asgarî meyil hududu elde edilir.

Şimal yıldızları için yukarı hudud

$\cos \delta_d = \sin A \cos \varphi$ ile verilmiştir.

Rasad zamanı:

Saat zaviyesi şu formulle hesap edilir

$\sin(M - H) = \cot \varphi \operatorname{tg} \delta \sin M; \operatorname{tg} M = \sin \delta \operatorname{tg} A.$

Yıldızın rasad saati $t = \alpha + H$. olacaktır. Burada α yıldızın metaliidir. Yıldız zamanı olarak t her geceki rasad zamanı hududları içine girmesi lâzımdır.

Semtürre's mesafesi şu formülle hesaplanır.

$$\sin z = \frac{\cos \delta \ \sin H}{\sin A}$$

Bu suretle t ve z yıldızın tam sıfır kolimasyona girdiği âna tekabül eder. Fakat dürbünün iki vaz'iyetinde rasad yapılabilmesi için rasadın, bu iki ameliyesi arası dürbünü alt üst edecek kadar, bir zaman fasılası ile ayrılması lâzımdır.

Bundan başka yıldızlar dürbün sahasını eğri olarak kat'ederler Binaenaleyh rasad başlangıcında semtürre's mesafesini ve zemanı muayyen bir takribiyetle bilmek lâzımdır.

zeman ve semtürre's mesafesi tahavvülleri müteharrik kılın hareketine tâbi olarak şu münasbetle verilir.

$$dt = \frac{n\,k^s}{\cos \delta \cos \omega} \quad \text{ve} \quad dz = n\,k' \operatorname{tg} \omega$$

Burada (n) devir adedini k^s ve k' bir devrin zeman saniyesi cinsinden veya zaviye dakikası cinsinden kıymetini gösterir.

RASADIN YAPILMASI

İş sırası şudur:

— Nirengi işaretine (Ziyaya) 10 tatbik yapılır.

— Tesviye ruhu kıraeti yapılır.

— 10 temas elde edinceye kadar yıldız takip edilir.

(Bamberk pasaj aletinin dürbününde tamburun bir devri)

— Dürbün altüst edilir.

— Gene 10 temas temin edilinceye kada yıldız takip edilir.

— Tesviye ruhu kıraeti tekrar yapılır.

— Tekrar nirengi işaretindeki ziyaya 10 tatbik yapılır.

Not 1 : digressiyon yakınlarında bir tambur devrine tekabül eden *dz* miktarı, şimal yıldızlarında; dürbünün sahası kutrundan büyük olacağından, kayıd edilemezler. Bu yıldızlar mikrometre tamburları, saat müş'irleri, okunmak ve kaydedilmek suretile, tatbik yoluyla rasad edilirler.

$\varphi = 45^\circ$ ve $A = 20^\circ$ için digressiyon yakinlarında dz tahavvülünü gösterir cedvel aşağıda tertip edilmiştir.

$\delta = 75^\circ 30'$ (bir devir için) $dz = 5'$
$\delta = 75^\circ 45'$ » » $dz = 11'$
$\delta = 75^\circ 50'$ » » $dz = 13'$
$\delta = 75^\circ 55'$ » » $dz = 18'$
$\delta = 76^\circ$ · azami digression dır.

Not 2 : Rasadların mütenazır olabilmesi için müteharrik şakuli kılın şakuliyeti kat'i olması lâzimdır. Aksi halde, dürbün sahası içinde yıldızın hareketi mail olduğundan, yıldız müteharrik kılın bir kısmı üzerinde seyredecektir ve rasadın ikinci kısmı da müteharrik kılın tam bu parçası üzerinde yapılması icap edecektirki bunun tahakkukuna imkân yoktur.

Müteharrik kıl tam şakulî olunca rasad kılın hangi noktasında yapılırsa yapılsın netice aynidir.

Müteharrik kılı şakuli hale getirmek çok zor ve ince bir iştir. Bu kılın tam şakulî vaziyete gelmesi nihayet bir tesadüf eseridir. Binaenaleyh rasıd rasadın hey'eti umumiyesi dahilinde kılın şakuliyyet hatasını ifna etmek için hususî kabiliyetler göstermelidir.

Mikrometreler için hususî bir tertibat düşünülebilir.

Meselâ sabit kıl şebekesi yekdigerine amud ikişer sabit çift kıldan terekküp edebilir. Ve bu sabit kıl şebekesine 90° lik bir devir hareketi verilebilir. O vakit şebekenin müsait bir meyli tahtında dir yıldızın hareketi çift kıllardan birinin içine alınabilir.

HESABAT

Rasadların sıfır kolimasyon taksimatına ircaı:

Farzedelimki t_i ve t_i' zemanları, temas fasılasından ve vidanın ölü hareketinden tashih edilmiş, mütenazır iki temas anlarını göstersinler, ve t de yıldızın sıfır kolimasyon taksimatından geçtiği ânı göstersin.

O halde

$$t = \frac{1}{2}\,(t_i + t'_i) + \mathrm{v}_i \qquad \text{dir.}$$

v_i kıymetini bulalım. Farzedelimki ufki mihverin meyli sıfır olsun ve mihverin, mihver garba doğru uzatıldığı taktirde, küreisemayı deldiği nokta da R olsun, R noktasının koordineleri $\frac{\pi}{2} + m$ ve n bulunsun. n meyil, $\frac{\pi}{2} + m$ saat zaviyesidir.

Meyli δ olan bir S yıldızını rasad edelim:

t_i için kavs RS $= \frac{\pi}{2} + d$ ve saat zaviyesi $\mathrm{H}_i = t_i - a$

t'_i için kavs RS $= \frac{\pi}{2} - d$ ve saat zaviyesi $H'_i = t'_i - a$

t için kavs RS $= \frac{\pi}{2}$ ve saat zaviyesi $H = t - a$ dır.

(d, sıfır kolimasyon taksimatiyle t_i veya t'_i ye tekabül eden taksimat arasındaki zaviyedir.)

PRS Kürevi müsellesinde (P kutup noktası) mütekabilen şu münasebetleri yazabiliriz.

$$\begin{aligned} -\sin d &= \sin\delta \sin n + \cos\delta \cos n \sin (H_i - m) \\ \sin d &= \sin\delta \sin n + \cos\delta \cos n \sin (H'_i - m) \quad (9) \\ o &= \sin\delta \sin n + \cos\delta \cos n \sin (H - m) \end{aligned}$$

Buradan

$$\sin (H - m) = \frac{1}{2} \left[\sin (H'_i - m) + \sin (H_i - m) \right]$$

veya

$$(10) \quad \sin (H - m) = \sin \left[\frac{1}{2} (H'_i + H_i) - m \right] \cos \frac{1}{2} (H'_i - H_i)$$

bulunur.

Fakat

$$\frac{1}{2} (H'_i + H_i) = \frac{1}{2} (t'_i - \alpha + t_i - \alpha) = \frac{1}{2} (t'_i + t_i) - \alpha =$$

$t - \nu_i - \alpha = H - \nu_i$ ve $\frac{1}{2} (H'_i - H_i) = \frac{1}{2} (t'_i - t_i) = \eta_i$ olur.

radyan cinsinden ifade edilerek (10) muadelesi

$$(10') \qquad \sin N = (\sin N \cos \nu_i - \cos N \sin \nu_i) \cos \eta_i$$

şeklinde yazılabilir. Burada $H - m = N$. olarak kaydedilmiştir.

ν_i ve η_i miktarları küçüktür.

ν_i miktrı η_i ye nazaran ikinci derecede küçük miktardır. Bunu görmek için ifadeyi, ν_i nin birinci haddine ve η_i ninde ikinci haddine kadar, seri halinde açalım. Bu def'a, η_i birinci derece küçük miktar olduğunu hatırda tutarak, dördüncü derecede duralım.

$$\sin N = \left[\sin N \quad \frac{1}{2}\nu_i^2 \sin N - \nu_i \cos N\right]\left[1 - \frac{1}{2}\eta_i^2 + \frac{1}{4!}\eta_i^4\right]$$

veya

$$\sin N = \sin N - \frac{1}{2}\nu_i^2 \sin N - \nu_i \cos N - \frac{1}{2}\eta_i^2 \sin N +$$

$$\frac{1}{2}\nu_i^2\eta_i^2 \cos N + \frac{1}{4!}\eta_i^4 \sin N \qquad \text{eder.}$$

$\cos N$ ile taksim edilerek

$$(11) \quad \nu_i = -\frac{1}{2}\eta_i^2 \operatorname{tg}N + \frac{1}{2}\nu_i\eta_i^2 - \frac{1}{2}\nu_i^2 \operatorname{tg}N + \frac{1}{4!}\eta_i^4 \operatorname{tg}N$$

bulunur.

İlk takribiyetle $\nu_i = -\frac{1}{2}\eta_i^2 \operatorname{tg}N$

alırsak yapılan hata 4 üncü derece küçüklüktedir.

Daha yakin kıymeti bulmak için (11) müsavatının ikinci tarafına ν_i nin takribî kıymetini koyalım:

$$(12) \quad \nu_i = -\frac{1}{2}\eta_i^2 \operatorname{tg}N - \frac{1}{8}\eta_i^4 \operatorname{tg}^3 N\left(1 + \frac{5}{3\operatorname{tg}^2 N}\right)$$

olur. Burada bulunan ν_i kıymetinin hatası 4 üncü derece küçük mikdarın donundadır.

PRS müsellesinde $d = o$ için $\operatorname{tg}N = -\sin\delta \operatorname{tg}\omega$ dir.

Sonra (12) nin ikinci tarafının ikinci haddi, ancak $\operatorname{tg}^2\omega$ nın büyük kıymetlerine tekabül eden digressiyon civarında rasad yapıldığı vakit hissedilir kıymetler alır ve $\frac{5}{3\sin^2\delta \operatorname{tg}^2\omega}$ vahide nazaran çok küçük olacağından ihmal edilir. O zaman (12) formülü de

$$\nu = \frac{1}{2}\eta_i^2 \sin\delta \operatorname{tg}\omega + \frac{1}{8}\eta_i^4 \sin^3\delta \operatorname{tg}^3\omega$$

olur.

$\frac{1}{2}(t'_i - t_i)$ ye rucu' ederek ve v_i yi de zaman saniyesi cinsinden ifade ederek

$$v_i = \frac{1}{2}\,15\,\rho''\sin\delta\,\mathrm{tg}\,\omega\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^2 + \frac{1}{8}\,15^3\rho''^3\sin^3\delta\,\mathrm{tg}^3\omega\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^4$$

elde edilir ki burada ρ'' derece saniyesinin radyan cinsinden kıymetidir.

İhtisar için

$$\frac{1}{2}\,15\,\rho''\sin\delta\,\mathrm{tg}\omega = D$$

yazarsak

$$(13)\qquad v_i = \left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}\,D^3\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^4$$

elde edilir. v_i nin son şekilde bundan ibarettir.

Eğer rasad esnasında temas adedi 10 ise yıldızın sıfır kolimasyon taksimatından geçiş anı şu münasebetle hesaplanır:

$$(14)\quad t = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\frac{t_i + t'_i}{2} + \frac{1}{10}\,D\sum_{i=1}^{10}\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^2 + \frac{1}{40}\,D^3\sum_{i=1}^{10}\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^4$$

Eğer $\frac{t'_i - t_i}{2}$ adetleri muntazam fasılalarla birbirini takip ederlerse

ve $\frac{1}{9}\left(\frac{t'_1 \quad t_1}{2} - \frac{t'_{10} - t_{10}}{2}\right) = r$ olursa

$\sum\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^2$, nın mümkün mertebe sahih kıymeti şu formül ile elde edilir.

$$(15)\quad \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left(\frac{t'_i - t_i}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{t'_1 - t_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{t'_{10} - t_{10}}{2}\right)^2\right] \quad 12\,r^2$$

$12\,r^2$ haddi cenub yıldızları için menfidir.

(14) ve (15) formülleri basit hesaplarla rasadların sıfır kolimasyon taksimatına ircaını mümkün kılar.

Şunuda söylemek lâzımdırki $\frac{1}{40} D^3 \Sigma \left(\frac{t_i - t_i}{2} \right)^4$ haddi cenub yıldızları için kabili ihmaldir. Şimal yıldızları içinde ancak digresyon civarında hissedilir bir kıymet alır.

$\varphi = 45°$ ve $A = 20°$. için v nin hesap edilmiş üç kıymeti şunlar:

$\delta = + \ 20°$ ve $d = 10'$; $v = 0^s,007 + 0^s,000 = 0^s,007$

$\delta = + \ 75°$ ve $d = 5'$; $v = 4^s,34 + 0^s,002 = 0^s,34$

$\delta = + 75°30'$ ve $d = 5'$; $v = 12^s,59 + 0^s,023 = 12^s,61$

Yıldız semtinin hesabı:

φ mevkiin malum arzı ve a_0 de malûm istikamete ait $1'$ ya kadar sahih semt olsun. Bu semte tekabül eden (α_0 δ_0) yıldızı aşağıdaki formulle verilen H_0 saat zaviyesi tahtında rasad edilecektir.

(16) $\operatorname{tg} M = \sin \varphi \operatorname{tg} a_0$; $\sin (M - H_0) = \cot \varphi \sin M \operatorname{tg} \delta_0$.

(M bu istasyon ve istikamet için sabittir.)

Buna tekabül eden zaman t_0 da $t_0 = \alpha_0 + H_0$ ile elde edilir. t rasad edilen hakikî zaman ise (α, d) de rasad anında S yıldızının anasırı ise yıldızın semti olarak a:

$$a - a_0 = 15 \frac{\cos \delta \cos \omega}{\sin z} dH + \frac{\sin \omega}{\sin z} d\delta \quad \text{bulunur.}$$

Burada

$$dH = (t - t_0) - (a - a_0); d\delta = \delta - \delta_0 \quad \text{dır.}$$

İhtar : δ_0, α_0 için (α,β) kıymetlerinin biri veya bunların vasatisi yuvarlak olarak alınabilir. Eğer *t* miktarı temas fasılasından, ölü hareketden ve yevmi aberrasiyon dan tashih edilmemiş ise doğrudan doğruya semte tatbik edilecek mıktarı tashih

$$da = \pm \frac{\tau \mp 0'',32 \cos\varphi \cos A}{\sin z} \quad \text{dir.}$$

Burada τ ölü hareket ve temas fasılası mıktarı tashihini gösterir. İlk $\pm$ daki + cenub yıldızlarına ve müruru süflâlı şimal yıldızlarına aittir. − da müruru ulyalı şimal yıldızlarına aittir.

İkinci $\pm$ işretinde − müruru ulyalı + de mururu süflâlı yıldızlar içindir.

Ufkî mihvere aid meyil tashihini de idhal edersek

$$(17) \qquad a = a_0 + 15 \frac{\cos\delta \cos\omega}{\sin z} dH + \frac{\sin\omega}{\sin z} d\delta \pm \frac{\tau \mp 0'',32 \cos\varphi \cos A}{\sin z} \pm i \operatorname{cotg} z$$

bulunur.

Mira semtinin hesabı :

L_W ve L_E mira üzerine dürbünün iki vaz'iyetinde yapılan tatbiklerin vasatisi olsun ve z de miranın semtürre's mesafesi olsun, miranın semti olarak

$$(18) \qquad A' = a \pm \frac{1}{2} K(L_W - L_E) \operatorname{cosec} z \pm i \operatorname{cotg} z \quad \text{dir.}$$

Burada $\pm$ işareti mikrometre tamburunun taksimat cihetine, miranın cenuba ve şimale doğru olduğuna göre değişir.

A semtlerinin vasatı adedisi, miranın icabında hesapla kabili tashih semti olacaktır.

Bu usulün tatbikatına dair bir misal, mecmuamızın gelecek sayılarından birinde neşredilecektir.