

MIERLO YÖNTEMİ İLE DEFORMASYON ANALİZİ

Y.Müh. Veysel ATASOY

ÖZET

Jeodezik deformasyon analizinde, kontrol noktalarının kendi hareketleri ile deformasyonların ve kaçınılmayan ölçü hatalarının birbirinden ayrılması önemli, fakat o ölçüde de zordur. Ancak günümüzde, matematik istatistik bilimi ve bilgisayar teknolojisinin gelişimi ile bu zorluk önemli ölçüde ortadan kalkmış, özellikle 1970'li yıllardan sonra istatistiksel analiz ve yorumlamayı içeren çeşitli jeodezik ölçülerle deformasyon analizi yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden biri de J.Mierlo tarafından geliştirilmiş ve adına Mierlo Yöntemi denilmiştir. Bu yöntem içersinde deformasyon analizi mutlak ve relatif ölçüler olarak iki bölümde ele alınarak deformasyon analizi bir, iki veya üç boyutlu olarak yapılmaktadır.

1. GİRİŞ

Deformasyon araştırmasının son, fakat en önemli bölümünü verilerin değerlendirilmesi ve bunların yorumu oluşturmaktadır. Jeodezik deformasyon araştırmaları, yerel olarak kurulan jeodezik ağlarla yapıldığına göre, bu ağların optimize edilmeleri ve serbest ağ olarak dengelenmeleri gerekir. Ölçülerdeki kaba hataların ayıklanması, dengelemenin fonksiyonel modelinin istatistiksel anlamda tam olması ve ele alınan karşılaştırma periyotlarındaki deneysel varyansların istatistiksel anlamda uyumlu olması şarttır.

Bu yazıda ele alınan Mierlo Yöntemiyle deformasyon analizi, diğer yöntemlerde olduğu gibi, yukarıda sözü edilen özelliklere sahip jeodezik ağ verileri ile gerçekleştirilmektedir. Verilerin analizi sonucunda, ağ noktalarıyla temsil edilen karakteristik nesnelerde, istatistiksel anlamda değişim gösteren noktalar belirlenebilmekte, bir noktada deformasyon vardır veya yoktur denilirken bu kararın yanlış olasıılığı ve kurulan modelin tutarlılığı test edilebilmektedir.

2. RELATİF DEFORMASYON ÖLÇMELERİNİN ANALİZİ

Jeodezik ağlarla relatif deformasyon ölçmeleri sonucunda, bir nesnenin deformasyonunu bulmak ya da bu konuda bilgi edinmek olasıdır. Nesnelerde anlamlı değişimin belirlenemediği durumlarda, ileride olabilecek değişimler incelenmeli ve sonradan oluşacak bir dönüklüğün ve hareketin ölçütü ortaya konulmalıdır.

Yinelemeli ölçme sonuçları arasındaki farklar irdelenerek deformasyon oluşup oluşmadığı konusunda bir karara varılabilir. Eğer her bir sonucun diğerinden anlamlı derecede farklı olduğu kanıtlanabilirse deformasyon olasıdır veya tersi durumda da deformasyon yoktur denilir.

Jeodezik ağ dengelemesi işleminin genel anlamdaki düzeltme denklemleri

$$l_j + v_j = (A \ B)_j \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{pmatrix}_j \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

şeklinde dir. Buradaki $\hat{y}$ sinyal parametreleri yok edilir ve serbest ağ dengelemesi özelliği taşıyan singüler yapıllı normal denklemler oluşturulur.

$$N_j \hat{x}_j = n_j, \quad j = 1, 2 \quad (2)$$

Normal denklemlerin çözümü için psödo-ters matrisinden yararlanarak

$$\hat{x}_j = N_j^+ n_j, \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

$\hat{x}_j$ koordinat bilinmeyenleri hesaplanır. Koordinatlara ait kovaryans matrisi $m_0^2 \hat{x}_j^+$ dir. t_1 ve t_2 zamanındaki ölçülerin değerlendirilmesi sonucunda aynı noktaların farklı iki zamandaki koordinatlarının hesaplandığı düşünülürse, koordinat farkları

$$d = x_2 - x_1 \quad (4)$$

den hesaplanabilir. Deformasyon analizinde kullanılacak ağlarda deneysel varyansların ümit değerce eşit olmaları gerektiğinden d vektörünün katsayılar matrisi ve kovaryans matrisi

$$Q_{dd} = N_1^+ + N_2^+ \quad (5)$$

$$K_{dd} = m_o^2 Q_{dd} \quad (6)$$

dır. Kurulacak sıfır hipotezi ile d vektörünün sıfır olduğu umulur.

$$H_o : E \{ d \} = 0 \quad (7)$$

$$d^T Q_{dd}^{-1} d / (f m_o^2) < F_{f, \infty, 1-\alpha} \quad (8)$$

karşılaştırması yapılır. $f=b.p-d_r$, d_r : Q_{dd} matrisinin rang bozukluğu sayısı, b: deformasyon analizi yapılan ağın boyutu ($b=1,2,3$), p: ağın nokta sayısını göstermektedir. Sıfır hipotezi kabul ediliyorsa, ağın noktalarıyla temsil edilen nesnedeki değişimler anlamsızdır. Eğer sıfır hipotezi reddediliyorsa ağda bir kısım noktaların değişmiş olması olasıdır, denir. Bu durumda ağın değişim göstermesi umulan bölümü denetlenerek, test işlemiyle gerçek değişimlerin belirlenmesine çalışılır. d ve Q_{dd} nın elemanlarından yararlanarak

$$d = \begin{pmatrix} d_F \\ d_B \end{pmatrix} ; \quad Q_{dd} = \begin{pmatrix} Q_{FF} & Q_{FB} \\ Q_{BF} & Q_{BB} \end{pmatrix} \quad (9)$$

ayrımı yapılır. F ile ağın değişim göstermeyen noktalarına karşılık gelen bilgiler, B ile de hareketli noktalara ait bilgiler gösterilmektedir.

$$Q_{FF} = (P_{FF} - P_{FB} P_{BB}^{-1} P_{BF})^+ \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{d}_F \\ \bar{d}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{FF} & \\ P_{BB}^{-1} P_{BF} & I_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_F \\ d_B \end{pmatrix} \quad (11)$$

eşitliklerinden

$$d^T Q_{dd}^{-1} d = d_F^T Q_{FF}^{-1} d_F + \bar{d}_B^T P_{BB} \bar{d}_B \quad (12)$$

şeklinde oluşturulur. Hipotezle, ağın bazı noktalarında değişim olmadığı kanıtlanmak istenirse

$$d_F^T Q_{FF}^{-1} d_F / (f_1 m_0^2) \leq F_{f_1, \infty, 1-\alpha} \quad (13)$$

dır. $f_1 = b.p_1 - d_r$, p_1 : test edilen sabit nokta sayısıdır. Eğer hipotez kabul ediliyorsa, bu durum anlamlı olmayan bir değişikliği göstermektedir. Bu son eşitlik, üç veya daha fazla sabit noktanın birlikte test edildiği durumlarda güvenle kullanılabilir.

3. MUTLAK DEFORMASYON ÖLÇMELERİ ANALİZİ

Noktalar iki grup halinde düşünüldüğünde mutlak deformasyon ölçmelerinden söz edilir. Referans ve obje noktalarının koordinatları $\hat{x}_F$ ve $\hat{x}_B$ ile gösterilir ve referans noktalarının kararlılığı için istatistiksel testlerden yararlanır. Ölçüt, dönme ve kayıklıklarla ilgilidir. Sıfır hipotezinde d_F fark vektörünün ortalama değeri sıfıra eşit olduğu umulur

$$H_0 : E \{ d_F = \hat{x}_{F2} - \hat{x}_{F1} \} = 0 \quad (14)$$

sıfır hipotezinin kabul edilebilmesi için

$$Q_{d_F} = Q_{FF1} + Q_{FF2} \quad (15)$$

$$d_F^T Q_{d_F}^{-1} d_F / (f_2 m_0^2) < F_{f_2, \infty, 1-\alpha} \quad (16)$$

koşulu olmalıdır. $f_2 = b.p_2 - d_r$, p_2 : referans noktalarının sayısıdır. Bu işlemlerde S-dönüşümü gereklidir. H_0 hipotezinin reddedilme olasılığı bu dönüşümden sonra irdelenmelidir. Bir P_j referans noktasındaki değişim için yazılacak H_{aj} hipotezi

$$E \{ d_F | H_{aj} \} = (v_d)_j \quad (17)$$

üç boyutlu ağlar için $(v_d)_j$ değeri

$$(v_d)_j^T = (0, 0, 0, \dots, v_{x_j}, v_{y_j}, v_{h_j}, \dots) \quad (18)$$

dır. v_{x_j} , v_{y_j} , v_{h_j} değerleri P_j noktasının yerindeki değişim vektörünü

ve yönünü belirtir. Fakat bu P_j noktasındaki gerçek değişikliğin ölçütü değildir. Bu nedenle, P_j noktasının kayıklığının farklı yönlerde olabileceğini araştırmak gerekir. $(\nabla_d)_j$ değeri

$$(\nabla_d)_j = (c)_j^\nabla \quad (19)$$

şeklinde yazılırsa, ∇ bilinmeyen bir sabit, $(c)_j$ vektörü P_j referans noktasının kayıklık değerine karşılık gelir.

$$w_j = (c)_j^T Q_{dd}^+ d_F / (m_o (c)_j^T Q_{d_F}^+ (c)_j)^{1/2} \quad (20)$$

ile her nokta için c vektörleri ve w_j büyüklükleri hesaplanır. Eğer,

$$|w_j| < (F_{1, \infty, 1-\alpha})^{1/2} \quad (21)$$

ise P_j referans noktası sabittir. Tersi durumda P_j noktasında kayıklık vardır. Maksimum $|w_j|$ değerini gösteren P_j noktası için yazılan $(c)_j$ vektörü, bu testler için uygun değildir, başka bir deyişle P_j noktasında H_o hipotezi geçersizdir. Bu nokta, obje noktası olarak değerlendirilir ve diğer sabit noktaların yeniden kontrolu yapılır.

Referans noktalarının kararlılığı için (21) testi, (16) testinin ağırlığında değildir. (16) testi, referans noktalarının ayıklanmasında kullanıldığında, $(c)_j$ vektörü anlamlı olmaktadır. Gözlemler hatasız olduklarında elde edilecek referans noktalarının konumlarını karşılaştırma testinde w değeri kullanılmalıdır. Bu kullanım diğer testlerden daha anlamlı sonuç vermektedir. Ancak ağın dış güvenirliliği sözkonusu olduğunda (16) testi gündeme gelmelidir.

4. REFERANS NOKTALARININ DEĞİŞİMİ

c vektöründeki bir kayıklığa ait bağıntı, w_j istatistiksel değerlerin toplamıyla ilgilidir. P_j noktasına ait karşıt hipotez

$$d_F^T Q_{d_F}^+ d_F / (f_2 m_o^2) \equiv F'_{f_2, \infty, \lambda_j} \quad (22)$$

$$\lambda_j = (\nabla_d)_j^T Q_{d_F}^+ (\nabla_d)_j / m_o^2 \quad (23)$$

dır. Buradaki λ_o değeri de

$$\lambda_o = (\nabla_o d)_j^T Q_{d_F}^+ (\nabla_o d)_j \quad (24)$$

olmaktadır (MIERLO 1981). Üç boyutlu ağlar için (24) bağıntısı daha açık yazılırsa

$$\lambda_o = \frac{1}{m_o^2} \begin{pmatrix} \nabla_o x \\ \nabla_o y \\ \nabla_o h \end{pmatrix}_j^T P_{jj} \begin{pmatrix} \nabla_o x \\ \nabla_o y \\ \nabla_o h \end{pmatrix}_j \quad (25)$$

gösterimi elde edilir. P_{jj} 3*3 boyutlu, P_j referans noktası için Q_{dd} matrisinden uygun şekilde elde edilen bir matristir. (25) eşitliği kartezyen koordinatlarda bir elipsoid-denklemdir. Bu elipsoid, koordinat sisteminden bağımsız olduğundan, noktalardaki kayıklıkların belirlenmesi için uygun bir yöntemdir, olasılığı da serbestçe seçilebilmektedir.

Bu gösterimde w_j ile bağlantı kurularak $(c)_j$ vektöründeki kayıklıklar hakkında karar verilebilir. $(\nabla_o d)_j$ bağıntısı

$$(\nabla_o d)_j = m_o (\lambda_o / ((c)_j^T Q_{d_F}^+ (c)_j)^{1/2}) \quad (26)$$

ile kayıklıkların koordinat sisteminden bağımsız oldukları görülür.

5. OBJE NOKTALARINDAKİ DEFORMASYON

Referans noktalarının kesin şekliyle belirlenmesinden sonra, karşılaştırılan iki periyot birlikte dengelenir. Bu dengeleme işleminde referans noktaları için birer, obje noktaları için ikişer koordinat bilinmeyişi seçilir. Referans noktalarında hiç bir kayıklık yoksa, obje noktaları referans noktalarına göre

$$\bar{d}_B^T P_{BB} \bar{d}_B / (f_3 m_o^2) > F_{f_3, \infty, 1-\alpha} \quad (27)$$

koşulu ile objelerdeki değişiklikler belirlenebilir. $f_3 = b.p_3$, p_3 : obje

noktalarının sayısıdır. Ancak bu test, objelerdeki kayıklıklar hakkında geniş bilgi vermekten uzaktır, küçük değişimlerin belirlenmesi oldukça güçtür. Relatif deformasyon ölçmelerinin analizinde uygulanan test işlemleri burada da kullanılabilir. Böylelikle $\bar{d}_B$ nin ağırlık katsayılar matrisi bir S- dönüşümü ile

$$\bar{Q}_{BB} = S_B P_{BB}^{-1} S_B^T = S_B \bar{Q}_{BB} S_B^T \quad (28)$$

$$\bar{d}_B = S_B \bar{d}_B ; S_B = I_{BB} - G(G^T G)^{-1} G \quad (29)$$

elde edilebilir. G, serbest ağ dengelemesindeki genişletme matrisidir.

$$\bar{d}_B^T \bar{Q}_{BB}^+ \bar{d}_B / (f_{3m_0}^2) > F_{f_3, \infty, 1-\alpha} \quad (30)$$

koşulu ile objelerdeki değişimler araştırılır.

6. DEFORMASYON MODELİNİN TESTİ

Ölçüler basitleştirilmiş şekli ile düşünülerek model hakkında bilgi edinilebilir. Deformasyon vektörü

$$E \{ \bar{d}_B \} = c_B \nabla \quad (31)$$

şeklinde yazılabiliyorsa, modelin testi yapılabilir. c_B bilinen bir vektör, ∇ bilinmeyen bir sabittir. Kurulacak sıfır hipotezi ve hesaplanacak test fonksiyonu

$$H_0 : E \{ \bar{d}_B \} = 0 \quad (32)$$

$$w_B = c_B^T P_{BB} \bar{d}_B / (m_0^2 (c_B^T P_{BB} c_B)^{1/2}) \quad (33)$$

şeklindedir. P_{BB} , $\bar{d}_B$ vektörünün ağırlık katsayılar matrisidir. Eğer

$$|w_B| > (F_{1, \infty, 1-\alpha})^{1/2} \quad (34)$$

koşulu varsa deformasyon modeli kabul edilir.

Bazı şekillerde w_B test büyüklüğü, uygun bir deformasyon modeli için yeterli olmayabilir. Bu durumda da jeolojik, jeosismik, jeofizik vb. gibi ölçülerden elde edilen ön bilgiler olmalıdır. Yine sonuçların doğruluğu açısından tek yönlü testler uygulanmalıdır.

Mierlo yönteminde, hatalı gözlemler nedeniyle birinci ve ikinci tip hatalara raslama olasılığı çok fazladır. Bu nedenle, yöntem kesinlikle ka-
ba ve sistematik hatalarından arındırılmış verilerle uygulanmalıdır.

KAYNAKÇA

- ATASOY, V. (1984) : Jeodezik deformasyon ölçülerinin irdelenmesi, yüksek lisans tezi, Trabzon 1984 (Yayımlanmadı).
- MIERLO, J. (1981) : A testing procedure for analysing geodetic , deformation measurements. Proceedings of the II. International Symposium of Deformation Measurements by Geodatic Methods, Bonn 1981.