Manifold Öğrenme Yöntemleri ile Hiperspektral Verilerin Sınıflandırmasında Karşılaşılan Zorluklar ve Çözüm Yöntemleri

(Difficulties and Solutions in Hypespectral Image Classification with Manifold Learning)

Gülşen TAŞKIN
İstanbul Teknik Üniversitesi, Deprem Mühendisliği ve Afet Yönetimi Enstitüsü, 3449, Maslak, İstanbul
gulsen.taskin@itu.edu.tr

ÖZ

Öznitelik çıkarma yöntemleri, yüksek boyutlu verilerin daha az boyutlu bir alt uzaya dönüşümünü konu almaktadır. Gerçek dünyaya ait fiziksel verilerin doğrusal olmayan bir yapıya sahip olmasından ötürü, doğrusal öznitelik çıkarma yöntemleri ile dönüştürülmüş verilerin alt uzaydaki görünümleri bozulabilmektedir. Bu nedenle, doğrusal olmayan öznitelik çıkarma yöntemleri üzerinde yapılan araştırmaların sayıları son zamanlarda artmıştır. Bu alanda önemli bir araştırma konusu olan manifold öğrenme yöntemleri, yüksek boyutlu verinin orijinal yapısını koruyarak doğrusal olmayan bir dönüşüm yapmaktadır. Ancak, birçok manifold öğrenme yöntemi sadece eğitim verilerini dönüştürebilmektedir. Dönüşüme ait herhangi bir matris ya da bir fonksiyon üretmediklerinden, test verisi şeklinde sonradan gelebilecek verilerin dönüşümünü yapamamaktadırlar. Bu durum, manifold öğrenme yöntemlerinin sınıflandırma amaçlı çalışmalardaki etkin kullanımını sınırlamaktadır. Literatürde, manifold öğrenmesi için seçilmemiş veri örnekleri sorunu (out-of-sample-OOS) olarak adlandırılan bu sorunun üstesinden gelmek için çok sayıda yöntem önerilmiştir. Bu çalışmanın amacı, manifold öğrenme yöntemlerinin sınıflandırma amaçlı kullanımında karşılaşılan zorluklarını ve çözüm yöntemlerini kapsamlı bir şekilde ele almaktır. Uygulama olarak, Laplacian Eigenmap yöntemi ile literatürde doğrulama verisi olarak kullanılan örnek hiperspektral veriler üzerinde bir sınıflandırma çalışması yapılmıştır. OOS probleminin çözümü için Nyström, LELVM, LPP ve komşuluk esaslı OOS yöntemleri kullanılmış ve sonuçlar hem sınıflandırma performansları hem de hesaplama zamanları açısından karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, Laplacian Eigenmaps yöntemi için özel olarak geliştirilen LELVM yönteminin genel olarak en yüksek performansı verdiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Doğrusal Olmayan Öznitelik Çıkarma Yöntemleri, Boyut Azaltma, Manifold Öğrenme, Hiperspektral Görüntü Sınıflandırma, Out-Of-Sample Yöntemleri.*

ABSTRACT

Feature extraction methods deal with transformation of high dimensional datasets to lower dimensional space. Because datasets coming from the real-world form a nonlinear distribution, mapping with linear methods does not reflect the current distribution of the dataset in the original space. Therefore, the number of studies particularly related to nonlinear feature extraction methods has been recently increased. Manifold learning methods, which are very hot topic in the dimensionality reduction, map the high dimensional dataset to a low dimensional space by preserving the original distribution of the data in the high dimensional space. However, the most manifold learning methods only transform the training datasets and are unable to map the test dataset since they do not provide a projection matrix or an explicit function representing the nonlinear mapping. Due to this, an effective usage of manifold learning in classification is limited. To overcome this issue, there have been many methods developed in the literature, so called out-of-sample (OOS) extensions. The aim of this study is to provide an extensive review on the problems encountered in using manifold learning for classification purposes and to present the solutions for the out-of-sample problem. Moreover, an implementation was carried out with Laplacian Eigenmaps for classification of well-known benchmark hyperspectral datasets. To solve the out-of-sample problem, Nyström, LELVM, LPP, and neighborhood based out-of-sample methods were used in the experiments, and the results were evaluated in terms of classification performance and the computational time. It is observed that the LELVM, which is a special method developed for Laplacian Eigenmaps, provided the highest performance in general.

Keywords: *Nonlinear Feature Extraction Methods, Dimensionality Reduction, Manifold Learning, Hyperspectral Image Classification, Out-Of-Sample Methods.*

1. GİRİŞ

Hiperspektral uzaktan algılamada, yüksek spektral çözünürlüğe sahip algılayıcılar, farklı dalga boyu aralıklarında çok sayıda geri yansıtım değeri ölçmekte ve bu sayede çok fazla sayıda özniteliğe sahip yüksek boyutlu veriler sağlamaktadır (Landgrebe, 2003). Hiperspektral veriler, benzer yüzey özelliklerine sahip nesneler için ayırt edici nitelikte bilgiler sağlanmasına rağmen, özellikle yakın spektral bantlardaki yüksek korelasyon, gereksiz bilgi üretmekte ve bu da sınıflandırma performansını olumsuz yönde etkilemektedir. Yüksek korelasyona sahip verilerin sınıflandırılmasında, daha fazla hesaplama zamanı ve depolama belleğine ihtiyaç duyulacağından, sınıflandırma probleminin karmaşıklığı artmaktadır. Ayrıca, eğitim verilerinin sayılarının öznitelik uzayının boyutundan daha az olması halinde düşük sınıflandırma performansların elde edildiği bilinmektedir (Huges,

Makalenin Gönderilme Tarihi: 15.02.2018 **Kabul Tarihi:** 18.04.2018

1968). Literatürde, Hughes etkisi olarak bilinen bu problem, yüksek boyutlu öznitelik uzayına sahip verilerin sınıflandırmasında oldukça sık karşılaşılan bir sorundur. Hughes etkisi, hiperspektral veri analizi dışında, biyomedikal verilerin sınıflandırılması, nesne tanıma ve metin kümeleme problemlerinde de sıkça karşılaşılan bir sorundur (Taşkın vd., 2017).

Hughes etkisini azaltmak için boyut azaltma yöntemleri kullanılmaktadır. Bu sayede hem sınıflandırma performansı arttırılabilmekte hem de sınıflandırma karmaşıklığı azaltılabilmektedir. Literatürde boyut azaltma yöntemleri, verilerin daha az boyutlu bir alt uzaya dönüştürülmesini amaçlayan öznitelik çıkarma yöntemleri ve özniteliklerden optimum bir alt uzayın elde edilmesini amaçlayan öznitelik seçimi yöntemleri olmak üzere iki kategoride ele alınmaktadır.

Öznitelik seçimi yöntemleri, gereksiz özniteliklerin sınıflandırma performansına olan etkilerini azaltmak anlamında öznitelik çıkarma yöntemleri ile benzer olmalarına karşın, yeni öznitelikler üretmek yerine, var olan öznitelikler arasından en önemlilerini başka bir deyişle sınıflandırma performansına en fazla katkısı olan öznitelikleri belirler ve önem derecesine göre sıralar. Öznitelik seçimi yöntemlerinin en büyük dezavantajı, en uygun özniteliklerin belirlenmesinde genellikle her bir özniteliğin performansa etkisinin tek tek incelenmesidir. İkili ya da daha farklı öznitelik kombinasyonlarının performansa olan etkisinin incelenmesi durumunda hesaplama yükü ciddi oranlarda artmaktadır (Duda vd., 2000).

Öznitelik çıkarma yöntemleri, var olan özniteliklerin doğrusal ya da doğrusal olmayan birleşimlerini alarak, daha az boyutlu öznitelik uzayında yeni öznitelikler üretmektedirler. Fisher doğrusal ayırıcılar analizi (LDA) olarak da bilinen doğrusal ayırıcılar analizi, sınıflar arası ayırt edilebilirliği arttırma amaçlı, yüksek boyutlu öznitelik uzayını doğrusal bir dönüşüm ile tanımlayarak, daha az boyutlu bir alt uzaya dönüşüm yapmaktadır (Fisher, 1936). Benzer şekilde temel bileşenler analizi (PCA) ise çok bilinen doğrusal öznitelik çıkarma yöntemlerinden birisidir. Bu yöntemler hiperspektral verilerin sınıflandırılmasında farklı amaçlı olarak çok kez kullanılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir (Rodarmel ve Shan, 2002). Doğrusal öznitelik çıkarma yöntemleri, kolay uygulanabilirliği ve kısa sürelerde sonuç üretmeleri dolayısı ile literatürde sıkça kullanılan ve üzerinde halen çalışmalar yapılan önemli bir araştırma konusudur.

Ancak tüm bunlara rağmen, doğrusal olmayan verilerin boyutlarının azaltılmasında, doğrusal yöntemlerin yetersiz kaldığı gözlemlenmiş ve bu nedenle de doğrusal olmayan boyut azaltma yöntemleri üzerinde çalışmalar yoğunlaştırılmıştır (Maaten, 2007). Bu bağlamda, manifold öğrenme yöntemleri, doğrusal yöntemlere kıyasla oldukça başarılı sonuçlar üretmektedir (Roweis ve Saul., 2000). Manifold öğrenme yöntemleri, yüksek boyutlu veri uzayında, aslında daha az boyutlu doğrusal olmayan bir manifoldun gömülü olduğu varsayımına dayanarak, yüksek boyutlu uzayda yer alan verinin konumsal özelliklerini de koruyarak, orijinal verinin yüksek boyutlu uzaydan daha az boyutlu bir uzaya dönüşümünü sağlamaktadır. Manifold öğrenme yöntemleri, ilk olarak 2000'li yıllarda, Science dergisinde yayımlanan iki makale ile literatürdeki yerini almıştır (Tenenbaum vd., 2000 ve Roweis ve Saul, 2000). Bu makaleler, yüksek boyutlu uzayda yer alan doğrusal olmayan manifoldun dönüşüm sırasında korunması ile ilgili çeşitli çözümler içermektedir. Bu bağlamda ilk olarak, izometrik özellik haritalama (Isometric Mapping - Isomap) ve lokal doğrusal gömüleme (Locally Linear Embedding - LLE) yöntemleri önerilmiş ve bu yöntemlerin doğrusal yöntemlere kıyasla daha yüksek performanslar ürettiği gösterilmiştir. Bu iki makalede önerilen yöntemler, problemleri farklı şekilde çözmelerine rağmen, her iki yöntemde özdeğer ve özvektörler aracılığı ile çözüm üretmektedirler. Bu nedenle, bu yöntemler ilk spektral gömüleme (Spectral Embedding) yöntemleridir (Izenman, 2008). Isomap ve LLE yöntemlerinin ardından çok sayıda manifold öğrenme yöntemi geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları: Laplacian Eigenmaps (Belkin ve Niyogi, 2003), Hessian Eigenmaps (Donoho ve Grimes, 2003), Local Tangent Alignment (Zhang ve Zha, 2004) ve Diffusion Maps (Nadler vd., 2005). Bu yöntemlerin ardından, manifold öğrenme yöntemleri ve uygulamalarına ilişkin çok sayıda çalışma yapılmış ve halen yapılmaya da devam edilmektedir.

Hiperspektral verilerin manifold öğrenme yöntemleri ile birlikte kullanımı ile ilgili çok sayıda çalışma mevcuttur (Lunga vd., 2014, Ma vd., 2010). Hiperspektral verilerin çoğunlukla doğrusal olmayan veriler olmalarından ötürü, verinin orijinal yapısının korunumunu hedefleyen manifold öğrenme yöntemlerinin boyut azaltmada kullanımı daha yüksek performanslar üretmektedir.

Bu makalede, manifold öğrenme yöntemlerinin sınıflandırma amaçlı kullanımında karşılaşılan sorunlar kapsamlı olarak ele alınacak ve literatürde sıkça kullanılan bazı hiperspektral veriler üzerinde de bir uygulama çalışması yapılacaktır. Seçilmemiş veri örneklerinin sınıflandırılmasında kullanılan yöntemler hem sınıflandırma performansları hem de hesaplama zamanları açısından karşılaştırılacaktır.

2. MANİFOLD ÖĞRENME YÖNTEMLERİNİN SINIFLANDIRMA AMAÇLI KULLANIMI

Manifold öğrenme yöntemlerinin büyük bir kısmı, boyut azaltma işleminin ardından dönüşüme ait bir fonksiyon ya da bir izdüşüm matrisi üretmezler (Vural ve Guillemot, 2015). Öğrenme işleminin sonucunda, yüksek boyutlu eğitim verilerinin alt uzaydaki koordinatları doğrudan hesaplanır. Sınıflandırma işleminin manifold öğrenme işlemi ile bir arada yapılması halinde, yeni gelen veri; bu test verisi olabilir, önceden kullanılan eğitim verileri ile birlikte tekrar ilgili manifold öğrenme yöntemine verilir ve tüm verinin alt uzaya dönüşümü yeniden sağlanır. Ancak, bu tür bir yaklaşımın hesaplama maliyeti oldukça yüksek olacak ve her yeni veri gelmesi durumunda, tüm bu işlemlerin tekrarlanmasını gerekecektir. Bu nedenle, literatürde manifold öğrenmesi için seçilmemiş veri örnekleri sorunu (out-of-sample-OOS) problemi olarak isimlendirilen bu sorunun üstesinden gelebilmek için daha akıllı yöntemler geliştirilmiştir (Bengio vd., 2003). Bu sayede, ilgili manifold öğrenme yöntemini karakterize eden ve verilerin daha az boyutlu alt uzaya dönüşümünü sağlayan bir fonksiyon ya da izdüşüm matrisi elde edilebilmektedir (Saul ve Roweis, 2003).

OOS problemi literatürde regresyon yöntemleri, çekirdek gömüleme yöntemleri (kernel embedding methods) ve tensör yöntemleri gibi çok farklı yöntemler ile çözülmeye çalışılmıştır (Yan vd., 2007, Liu vd., 2015 ve Cai vd., 2009). Temelde iki türlü yaklaşım kullanılmaktadır; (1) manifold öğrenme yöntemi ile birlikte OOS probleminin yeniden formüle edilmesi (2) eğitim verilerinin yüksek boyutlu uzayda ve manifold öğrenme yöntemi ile elde edilen alt uzaydaki koordinatları üzerinde regresyon temelli yaklaşımlarla boyut indirgeme fonksiyonun elde edilmesi. Her iki yaklaşımda da dönüşümün doğrusal yada doğrusal olmayan bir dönüşüm olduğu varsayımı yapılmaktadır.

Yüksek boyutlu uzaydan daha az boyutlu uzaya olan dönüşümü, doğrusal bir dönüşüm olarak tanımlayarak izdüşüm matrisi elde etmeye yönelik çok sayıda çalışma yapılmıştır. He ve Niyogi (2004), Laplacian Eigenmaps yönteminin optimizasyon problemini, dönüşümü doğrusal varsayıp yeniden çözmüşlerdir. Bu sayede, test verilerinin dönüşümünü sağlayan, konum koruyan dönüşüm (Locality Preserving Projections-LPP) yöntemini geliştirmişlerdir. Benzer şekilde, doğrusallık varsayımı ile, lokal doğrusal gömüleme yönteminin optimizasyon problemi yeniden çözülerek, test verilerinin doğrusal dönüşümü için, LLE yöntemine ait komşuluk koruyan gömüleme (Neighborhood Preserving Embeding-NPE) ve komşuluk koruyan dönüşüm (Neighborhood Preserving Projections-NPP) yöntemleri geliştirilmiştir (He vd., 2005 ve Pang vd., 2005). Cai vd., (2006) ile Kokiopoulou ve Saad (2007), LPP ve NPE yöntemlerinin dikgen (orthogonal) izdüşüm matrislerinin üretilmesi üzerinde çalışmışlardır.

Yüksek boyutlu uzaydan daha az boyutlu uzaya olan dönüşümün doğrusal bir dönüşüm olmaması durumunda, bu tür doğrusallaştırma yaklaşımları ile elde edilen sonuçlar istenilen doğrulukları verememektedir. Bu nedenle, her iki uzay arasındaki dönüşümü doğrusal olmayan bir dönüşüm varsayan yöntemler üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Bengio vd., (2003), Nsytröm yöntemini kullanarak test verilerini çekirdek matrisleri ile ifade ederek, LLE, ISOMAP, LE ve spektral gömüleme (spectral embedding) yöntemleri için, test verilerinin izdüşümlerini formüle etmiştir. Yan vd. (2007) ise çizge gömüleme (graph embedding) yöntemini temel alarak, çekirdek temelli yöntemler ile test verilerinin de boyutlarını doğrudan azaltabilen doğrusal olmayan manifold öğrenme yöntemi üzerinde çalışmışlardır. LPP ve dikgen NPP yöntemlerinin de çekirdek tabanlı doğrusal olmayan uzantıları üzerinde de çalışmalar yapılmıştır (He ve Niyogi, 2004). Öznitelik uzayındaki tüm veriler çekirdek fonksiyonları yardımı ile daha yüksek boyutlu bir uzaya dönüştürülerek, optimizasyon problemi bu uzayda çekirdek çözümü (kernel trick) yardımı ile yeniden formüle edilmiş ve çekirdek tabanlı boyut indirgeme fonksiyonları üretilmiştir. Ancak çekirdek tabanlı yöntemlerde, yeni test verilerinin alt uzaydaki koordinatlarının elde edilmesinde, çekirdek fonksiyonun kullanımından dolayı, eğitim verilerinin tümüne ihtiyaç duyulacağından, eğitim veri sayısının fazla olması durumunda yüksek hesaplama maliyetlerine gereksinim olmaktadır.

Manifold öğrenme yöntemi ile boyutları azaltılan eğitim verileri (çıktı verileri) ile onların yüksek boyutlu uzaydaki koordinatları (girdi verileri) kullanılarak, girdi ve çıktı verileri arasındaki ilişkiyi regresyon yöntemleri ile modellemeye yönelik geliştirilen OOS yöntemleri de mevcuttur (Carreira-Perpinan ve Lu, 2008, Yang vd., 2010). Bu şekilde geliştirilen yöntemler, kullanılan manifold öğrenme yönteminden bağımsız olacaklarından, her türlü manifold öğrenme yöntemi üzerinde uygulanabilirler. Bu bağlamda, Cai vd., (2009) çizge gömüleme yöntemini doğrusal bir dönüşüm varsayarak, en küçük kareler yöntemi ile dönüşüm matrisi elde etmiş ve bunun özdeğer probleminin çözümü neticesinde bulunan izdüşüm matrisi ile aynı olduğunu kuramsal olarak ispat etmiştir. Böylece, yüksek boyutlu matrislerin maliyetli özdeğer denklemlerinin çözümü yerine, spektral regresyon ismi ile adlandırılan alternatif bir yöntem geliştirmişlerdir. Liu vd. (2015) aşırı öğrenme makineleri (extreme learning machine) ile doğrusal olmayan bir yöntem geliştirmiş ve geliştirilen yöntemin çözümü için en küçük kareler spektral regresyon yöntemini kullanmıştır. Qiao vd. (2013), girdi ve çıktı verileri arasındaki dönüşümü polinomlar ile modelleyerek, spektral gömüleme optimizasyon problemini yeniden çözüp, eğitim verisinden bağımsız bir dönüşüm fonksiyonu elde etmişlerdir. Barkan vd., (2016) her iki uzay arasındaki ilişkiyi Gauss süreç regresyonu ile modellemiştir. Yüksek boyutlu uzayda olduğu gibi dönüştürülen alt uzayda da bir manifold olabileceği varsayımı üzerine, Liu vd., (2009), çıktı uzayındaki verilerin yakın komşulukta yer alan manifoldları üzerindeki koordinatları ile destek vektör regresyonu optimizasyon problemini yeniden çözerek bir boyut indirgeme fonksiyonu elde etmişlerdir.

3. YÖNTEMLER

Bu bölümde, hiperspektral verilerin boyutlarının azaltılmasında kullanılan Laplacian Eigenmaps yönteminden ve bu çalışmada kullanılan OOS yöntemlerinden söz edilecektir.

Boyut indirme problemi, R^l boyutlu uzayda yer alan $\boldsymbol{x}_1, \dots, \boldsymbol{x}_k$ şeklindeki k sayıdaki eğitim verisini, R^m boyutlu uzayda $(m \ll l)$ $\boldsymbol{y}_1, \dots, \boldsymbol{y}_k$ şeklindeki vektörler ile ifade etmektedir. Burada $\boldsymbol{y}_i$, $\boldsymbol{x}_i$ verisinin az boyutlu alt uzaydaki koordinat vektörüne karşılık gelmektedir.

a. Laplacian Eigenmaps

Laplacian Eigenmaps (LE) yöntemi, Belkin ve Niyogi tarafından 2003 yılında geliştirilen bir manifold öğrenme yöntemidir (Belkin ve Niyogi, 2003). Yöntem, R^l uzayında yer alan k sayıdaki eğitim verisinin komşuluk ilişkilerinden yararlanarak, k sayıda düğüm noktasından oluşan ağırlıklı bir çizge oluşturmaktadır. Yüksek boyutlu uzaydan daha az boyutlu alt uzaya olan dönüşüm, oluşturulan çizge Laplasyen matrisinin (graph Laplacian) özvektörleri hesaplanarak elde edilir. LE yönteminin algoritması aşağıda verilmektedir:

(1) Komşuluk çizge matrisi oluşturma:

$\boldsymbol{x}_i$ ve $\boldsymbol{x}_j$ noktaları arasında bir yakınlık varsa $i.$ ve $j.$ düğüm noktaları arasına bir kenar eklenir. İki türlü kenar eklenebilir:

(a) $\epsilon - komşuluk$ yöntemi: $\left\|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j\right\|^2 < \epsilon$ ise $i.$ ve $j.$ düğüm noktaları bir kenar ile birleştirilir.

(b) $n - yakın\ komşuluk$: $i.$ eğitim verisi, $j.$ eğitim verisinin n sayıdaki en yakın komşusu arasında yer alıyorsa, $i.$ ve $j.$ düğüm noktaları arasına bir kenar eklenir (bunun tersi için de aynı işlem yapılır).

(2) Ağırlıkların belirlenmesi:

İki farklı yöntem ile komşu veriler arasındaki ağırlıklar belirlenebilir:

(a) Heat çekirdek: $i.$ ve $j.$ noktalar birbirlerine bağlı noktalar ise ağırlık matrisinin $ij.$ Elemanı

$$W_{ij} = e^{-\frac{\left\|x_i - x_j\right\|^2}{t}}$$

bağlı noktalar değil iseler $W_{ij} = 0.$

(b) $i.$ ve $j.$ noktalar birbirlerine bağlı noktalar ise $W_{ij} = 1$, değil ise $W_{ij} = 0.$

(3) Özvektör probleminin çözümü:

$$\boldsymbol{L}f = \lambda \boldsymbol{D}f$$

şeklindeki özdeğer probleminin çözümü sonucu, sıfırdan farklı özdeğere karşılık gelen m sayıdaki özvektör, R^m boyutlu uzaydaki $\boldsymbol{y}_i$ vektörlerine karşılık gelecektir. Burada $\boldsymbol{D}$ matrisi, köşegen elemanları ağırlık matrisinin satır ya da sütunlarının toplamından oluşan köşegen bir matris $(D_{ii} = \sum_j W_{ji})$, $\boldsymbol{L}$ ise Laplasyen matrisi olarak isimlendirilir $(\boldsymbol{L} = \boldsymbol{D} - \boldsymbol{W})$.

b. Nsytröm Yöntemi

Manifold öğrenme yöntemlerinin sadece mevcut eğitim verilerini dönüştürmesi ve dönüşüme ait bir dönüşüm matrisi ya da bir fonksiyon üretmemesi nedeni ile sonradan gelecek test verilerinin de aynı alt uzaya dönüşümünü sağlamak için çok sayıda çalışma yapılmıştır. Bu alandaki öncü sayılabilecek ilk önemli çalışma Bengio ve diğerleri tarafından 2003 yılında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, LE yöntemi de dahil olmak üzere bazı manifold öğrenme yöntemleri Nyström yöntemi yardımı ile genişletilmiş ve sonradan gelebilecek test verilerinin dönüşümünü sağlanmıştır. Buna göre, sonradan gelecek $\boldsymbol{x}_{k+1}$ test verisinin aşağıdaki bağıntı yardımı ile daha az boyutlu uzaydaki karşılığı bulunabilir:

$$\boldsymbol{y}_{k+1}^{T} = \sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{K}(\overline{\boldsymbol{x}}_{k+1,}\boldsymbol{x}_i)\boldsymbol{y}_i^T \Lambda^{-1}$$

Burada, $\boldsymbol{K}$ veriye bağlı oluşturulan çekirdek matrisi, $\boldsymbol{\Lambda}$ ise LE yöntemi sonucunda bulunan özvektörlerden oluşan matrise karşılık gelmektedir. Çekirdek matrisi, LE yönteminin ikinci adımında kullanılan ağırlık seçimine göre belirlenmektedir.

c. LELVM

Laplacian Eigenmaps Latent Variable Model (LELVM) yöntemi, LE yöntemi için geliştirilmiş bir OOS yöntemidir (Carreira-Perpinan ve Lu, 2008). Parametrik olmayan, oldukça kolay uygulanabilir ve hesaplama zamanı açısından oldukça az süre alan bir yöntemdir. LELVM yöntemi, test verisinin daha az boyutlu uzaydaki dönüşümünü aşağıdaki bağıntı ile belirler:

$$\boldsymbol{y}_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{K}(\overline{\boldsymbol{x}}_{k+1,}\boldsymbol{x}_i)\boldsymbol{y}_i}{\sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{K}(\overline{\boldsymbol{x}}_{k+1,}\boldsymbol{x}_i)}$$

Burada $\boldsymbol{K}$ çekirdek matrisi, LE yönteminin ikinci adımında kullanılan ağırlık seçimine göre belirlenir.

ç. Konum Koruyan Dönüşüm (LPP)

Doğrusal boyut indirme yöntemi olan LPP, LE ile elde edilen dönüşümü doğrusal bir dönüşüm olarak kabul etmekte ve LE yöntemini yeniden çözmektedir (He ve Niyogi, 2004). Bu varsayım altında, ilgili optimizasyon problemi çözüldüğünde aşağıdaki özdeğer denklemine ulaşılır:

$$\boldsymbol{XLX^T u}_i = \lambda_i \boldsymbol{XDX^T u}_i$$

Burada $\boldsymbol{X}$ matrisi R^l uzayında yer alan eğitim verilerinden oluşan matrise karşılık gelmektedir. $\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_m$ vektörleri, özdeğer probleminin çözümünden elde edilen m sayıdaki özdeğere karşılık gelen özvektörler olacaktır. Yeni gelecek test verisi için kullanılacak doğrusal dönüşüm matrisi ise bu özvektörlerden oluşan bir matris olacaktır ($\boldsymbol{U} = [\boldsymbol{u}_1\, \boldsymbol{u}_2 \ldots \boldsymbol{u}_m]$). Böylece, R^l uzayındaki $\boldsymbol{x}_{k+1}$ verisinin R^m uzayındaki görüntüsü

$$\boldsymbol{y}_{k+1} = \boldsymbol{U}^T \boldsymbol{x}_{k+1}$$

bağıntısı ile belirlenebilir.

LPP yöntemi diğer OOS yöntemlerinden farklı olarak, LE yönteminin doğrusal bir uzantısıdır. Dönüşümü karakterize eden bir doğrusal bir dönüşüm matrisi üretmektedir.

d. Komşuluk Esaslı OOS Yöntemi

Komşuluk esaslı OOS yöntemi parametrik olmayan bir yöntemdir ve doğrusal olmayan tüm manifold öğrenme yöntemleri üzerinde uygulanabilir (Li vd., 2005). Bu yöntemin işlem adımları:

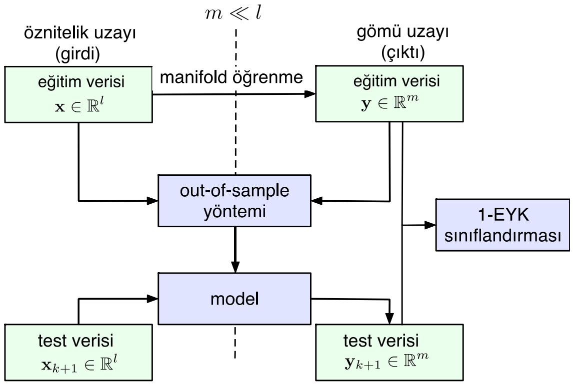
(1) Alt uzaya dönüştürülecek verinin yüksek boyutlu uzaydaki en yakın k komşusu belirlenir.

(2) k sayıda komşu veri ile alt uzaya doğrusal bir dönüşüm yapılır.

(3) Yeni verinin alt uzaya dönüşümü, 2. adımda elde edilen doğrusal dönüşüm katsayılarının yeni noktaya uygulanması ile elde edilir.

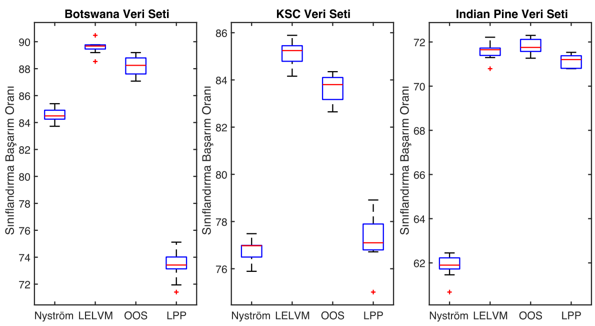
4. UYGULAMA

Bu çalışmada, hiperspektral verilerin sınıflandırma problemlerinin çözümü için örnek olabilecek bir uygulamaya yer verilmiştir. Hiperspektral veriler olarak, literatürde sıkça kullanılan Botswana, Kennedy Space Center (KSC) ve Indian Pines (Landgrebe, 2003) veri setleri kullanılmıştır (URL-1). Mevcut verilerin yarısı eğitim verisi yarısı da test verisi olacak şekilde rastgele olarak seçilmiştir. 10 farklı eğitim ve test veri seti oluşturularak elde edilen sonuçların ortalama sınıflandırma doğrulukları ve ortalama hesaplama zamanları hesaplanmıştır. Sınıflandırma yöntemi olarak 1-En Yakın Komşuluk (1-EYK) yöntemi kullanılmıştır. Manifold öğrenme yöntemi olarak ise Laplacian Eigenmaps yöntemi seçilmiştir. LE yöntemi için geliştirilmiş OOS yöntemleri ile test verisi alt uzaya dönüştürülmüş ve bu uzayda sınıflandırma işlemi yapılmıştır. Uygulamada esas alınan işlem adımları Şekil 1'de verilmektedir.



Şekil 1. Manifold öğrenme yöntemi ile sınıflandırma işlem adımları.

Şekil 1'deki işlem adımlarına göre, ilk aşamada eğitim verileri LE yöntemine verilerek, eğitim verilerinin alt uzaya dönüşümleri yapılmıştır. Ardından, her bir OOS yöntemi için, test verilerini aynı alt uzaya dönüştürecek model üretilmiştir. OOS yöntemlerinin performanslarının karşılaştırılması için, alt uzaydaki eğitim ve test verileri 1-EYK komşuluk yöntemine verilerek, test verilerinin sınıflandırılması yapılmış ve genel başarım oranları elde edilmiştir. Rastgele olarak oluşturulan 10 farklı veri için işlem adımları tekrar edilerek, Şekil'2'deki sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 2. Farklı OOS yöntemleri ile elde edilen sınıflandırma başarım oranları.

Elde edilen sonuçlara göre, LELVM yöntemi tüm veri setlerinde en yüksek performansı vermektedir. LELVM yönteminin, doğrusal olmayan bir dönüşüm olması bu başarımın en önemli nedenlerinden biridir. Komşuluk esaslı OOS yönteminin ise ikinci başarılı yöntem olduğu görülmektedir. Nyström yönteminin ise genel olarak en düşük performansta sonuç ürettiği görülmektedir. LPP yöntemi, doğrusal bir yöntem olduğu için her zaman yüksek performans verememektedir. Hesaplama zamanlarına bakıldığında, LELVM yönteminin çok da fazla zaman almayan, hızlı sonuç üretebilen bir yöntem olduğu söylenebilir (Tablo 1). Sonuç olarak, LELVM yöntemi, LE yönteminin bir OOS yaklaştırımı olarak, düşük hesaplama maliyetinde yüksek doğruluklarda sonuçlar üretmektedir.

Tablo 1. Farklı OOS yöntemleri ile elde edilen ortalama hesaplama zamanları (saniye).

	OOS Yöntemleri			
	Nyström	**LELVM**	**OOS**	**LPP**
Botswana	1.8	0.5	0.3	0.08
KSC	6.1	1.1	0.6	0.1
Indian Pines	34.7	4.7	1.3	0.5

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, hiperspektral verilerin manifold öğrenme yöntemleri ile sınıflandırılmasında karşılaşılan sorunlar ele alınmış ve literatürdeki çözüm yöntemlerinden detaylıca söz edilmiştir. Ayrıca, örnek hiperspektral veriler üzerinde bir uygulama çalışması yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, Laplacian Eigenmaps yöntemi için geliştirilen LELVM yönteminin, tüm veri setlerinde en yüksek performansı en kısa sürede verdiği gözlenmiştir. Çalışmada kullanılan diğer yöntemler ise veri setlerine göre farklı başarımlarda sonuçlar üretmiştir.

Manifold öğrenme yöntemlerinin doğrusal olmayan bir dönüşüm yapmalarından ötürü, daha doğru sonuçlar üretebilmek için, eğitim sırasında kullanılmayan verilerin alt uzaya dönüşümünde doğrusal olmayan out-of-sample yöntemleri tercih edilmelidir. Ancak, her ne kadar doğrusal olmayan bir dönüşüm yapılsa da gerçekte dönüşümün doğrusal olması halinde, doğrusal out-of-sample yöntemleri ile de başarı sonuçlar verebilmektedir.

Out-of-sample yöntemleri, verinin yapısına (doğrusal olup olmamasına), ilgili manifold öğrenme yöntemine ve kullanılan sınıflandırıcı performansına bağlı olarak farklı sonuçlar üretmektedir. Bu nedenle, her türlü durum için başarılı sonuçlar üretecek genel bir yöntem önermek mümkün değildir.

KAYNAKLAR

Barkan, O., Weill, J., & Averbuch, A. (2016). **Gaussian Process Regression for Out-of-Sample Extension**, IEEE Int Workshop Mach Learn Signal Process (MLSP).

Belkin, M. and Niyogi, P. (2003). **Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation**. Neural Computation, 15(6):1373–1396.

Bengio, Y., Paiement, J.F., and Vincent, P. (2003). **Out-of-sample extensions for LLE, isomap, mds, eigenmaps, and spectral clustering**, Adv Neural Inf Process Syst, pp. 177–184.

Cai D., He, X., Han, J., and Zhang, H. (2006). **Orthogonal Laplacianfaces for face recognition**, IEEE Trans. Image Prcess., vol. 15, no. 11, pp. 3608–3614.

Cai, D., He, X, and Han J., (2009). **Spectral Regression: A Regression Framework for Efficient Regularized Subspace Learning**. Department of Computer Science, PhD, 110.

Carreira-Perpinan, M.A., and Lu, Z. (2008). **Dimensionality Reduction by Unsupervised Regression**, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.

Donoho, D., and Grimes C. (2003). **Hessian eigenmaps: locally linear embedding techniques for high-dimensional data.** Proc Natl Acad Sci, 100:5591–5596.

Duda, R.O., Hart, P. E., and Stork, D. G. (2000). **Pattern Classification**, 2nd ed., Hoboken, NJ, USA: Wiley.

Fisher, R. A. (1936). **The use of multiple measures in taxonomic problems**. Annals of of Eugenics, 7:179–188.

He, X., and Niyogi, P. (2004). **Locality preserving projections.** Neural Information Processing Systems, vol. 16, page. 153.

He, X., Cai, D., Yan, S. and Zhang, H. (2005). **Neighborhood preserving embedding**, in Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Vis., vol. 2, pp. 1208–1213.

Hughes, G. (1968). **On the mean accuracy of statistical pattern recognizers**, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 14, no. 1, pp. 55–63.

Izenman, A. J. (2008). **Modern Multivariate Statistical Techniques, Regression, Classification, and Manifold Learning,** Springer Texts in Statistics.

Kokiopoulou E., and Saad, Y. (2007). **Orthogonal neighborhood preserving projections: A projection-based dimensionality reduction technique**, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. 29, no. 12, pp. 2143–2156.

Landgrebe, D.A. (2003). **Signal Theory Methods in Multispectral Remote Sensing**. Hoboken, NJ, USA: Wiley.

Li, H., Teng, L., Chen, W., and Shen, I.-F. (2005). **Supervised learning on local tangent space. In Lecture Notes on Computer Science**, volume 3496, pages 546–551, Berlin, Germany, Springer Verlag.

Liu, B., Xia, S. X., Meng, F. R., and Zhou, Y. (2015). **Extreme spectral regression for efficient regularized subspace learning.** Neurocomputing, 149 (Part A), 171–179.

Liu, G., Lin, Z., and Yu, Y. (2009). **Multi-output regression on the output manifold**. Pattern Recognition, volume 42(11), pp.2737–2743.

Lunga, D, Prasad, S. Crawford, M.M., Ersoy, O. (2014). **Manifold-Learning-Based Feature Extraction for Classification of Hyperspectral Data: A Review of Advances in Manifold Learning**, Signal Processing Magazine, IEEE, Volume:31, Issue: 1.

Ma L., Crawford, M., and Tian J., (2010). **Local manifold learning- based k-nearest-neighbor for hyperspectral image classification**, IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 48, no. 11, pp. 4099–4109.

Maaten, L.V.D., (2007). **An introduction to dimensionality reduction using matlab**, https://lvdmaaten.github.io, (tarih:6.2.2018).

Nadler B, Lafon S, Coifman R.R, Kevrekidis I.G. (2005). **Diffusion maps, spectral clustering, and eigenfunctions of fokker–planck operators**. Advances in Neural Information Processing Systems, vol, 18. Cambridge, MA: MIT Press, 955–962.

Pang Y., Zhang, L., Liu, Z., Yu, N., and Li, H., (2005). **Neighborhood preserving projections (NPP): A novel linear dimension reduction method**, in Proc. ICIC (1), pp. 117–125.

Qiao, H., Zhang, P., Wang, D., and Zhang, B. (2013). **An explicit nonlinear mapping for manifold learning**. IEEE Transactions on Cybernetics, volume:43(1), pages:51–63.

Rodarmel, C., and Shan, J., (2002). **Principal Component Analysis for Hyperspectral Image Classification**. Surv Land inf Syst. 62.

Roweis, S., and Saul, L.K., (2000). **Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding**, Science, 290:2323 – 2326.

Saul L.K. and Roweis, S. (2003). **Think Globally, Fit Locally: Unsupervised Learning of Low Dimensional Manifolds**, J Mach Learn Res, vol. 4, pp. 119–155.

Taşkın, G., Kaya, H., and Bruzzone, L., (2017). **Feature Selection Based on High Dimensional Model Representation for Hyperspectral Images**, IEEE Transactions on Image Processing, 26-6, 2918 – 2928.

Tenenbaum J.B, Silva V, Langford J.C., (2000). **A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction**. Science, 290:2319–2323.

Vural E., and C. Guillemot (2015). **Out-of-sample generalizations for supervised manifold learning for classification**, IEEE Trans. Image Process., vol. 25, no. 3, pp. 1410-1424.

Yan, S., Xu, D., Zhang, B., Zhang, H. J., Yang, Q., and Lin, S. (2007). **Graph embedding and extensions: A general framework for dimensionality reduction**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 29(1), 40–51.

Yang, Y., Nie, F., Xiang, S., Zhuang, Y., and Wang, W. (2010). **Local and global regressive mapping for manifold learning with out-of-sample extrapolation.** Proc 24th AAAI Conf Artificia, 649–654.

Zhang Z., and Zha H. (2004). **Principal manifolds and nonlinear dimension reduction via local tangent space alignment**. SIAM J Sci Comput, 26:313–338.

URL-1: Hiperspektral verilere erişim adresi, http://www.ehu.eus/ccwintco/index.php/Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes (tarih:6.2.2018).