

Kûsuf rasadatile tul tayini

Yazan: Rasatane Direktörü

Dostum Bnb. Nizaziye ithaf

FATİN

Evvelâ temaslarla: M rasat mahallinin arzı φ ve tuli takribisi L olsun. Temas zamanlarını rasat ederek $L = L' + \Delta L'$ tulünü tayin etmek istiyoruz.

Ya telsiz vasıtasile mebdei tûlün ve yahut, meselâ bir nısfınnehar dürbini ile mahallin zamanı vasatisini ve yahut nucumisini tayin ve muhafaza eylediğimizi de kabul ediyoruz. Farz edelim ki, temaslarda her hangi birini zamanını φ ye ve kılasik usul olan mütehavvil mihverler usuline göre hesap edilerek ve son takribi hesap için alınan zaman, mebdei tule göre t_0 ve son takribi miktarda da dakika vahidine göre τ olsun. Malûm olduğu üzere y, x kamer ve şems merkezlerinden geçen hattın heyeti vaziyei mütehavvile müstevi esasisini deldiği noktanın ve β, η dahi φ, L noktasının mütehavvil heyete göre vaziyei müstakimleri olsun. Ve l dahi M den geçen müstevi esası muvazisile gerek haricî ve gerek dahili gölge mahrutunun makta dairesi nısf kuturu bulunsun. Aşikârdırki Δ müş'ireliler t_0 zamanına ait olmak üzere:

$$1) \quad (x_0 - \beta_0)^2 + (y_0 - \eta_0)^2 = L_0^2$$

muadelei takribiyesini $t_0 + \tau$ için muadelei sahiha gibi alabiliriz. [*]

[*] Mütehavvil mihverlere göre kûsuf mevkii nazariyesinin malûm olduğunu kabul ederek mutalâatımızı anın üzerine kuruyoruz.

Diğer cihetten biz, hadisenin zamanını L , φ noktasından rasat ederek mebdde zamanile τ olarak tesbit eylemiş olalım.

$$T = t_0 + \tau + \Delta t_0$$

ile bulunan Δt_0 uduli, muadelei sabıkadaki erkamın tabi olduğu kamer ve şemsin tevkiatını [Ephemerides] sahih kabul ve rasat hatamızı da kabili tecviz farz ettiğimize göre, aşikârdırki mahallin tulündeki takribiyetten ileri gelmiş olacaktır. İşte meselemiz bu Δt_0 adulinden ΔL geçecek mü-nasebeti elde etmek olacaktır.

İmdi t_0 kıymetine evvelâ τ , sonra t_0 kadar miktarı tezayüt vermekle (1) deki erkanda hasıl olacak miktar tezayütler birinci için Δ_1 ikinci için Δ_2 gösterilirse:

$$[x_0 + \Delta_1 x_0 + \Delta_2 x_0 - (\beta_0 + \Delta_1 \beta_0)]^2 + [y_0 + \Delta_1 y_0 + \Delta_2 y_0 - (\eta_0 + \Delta_1 \eta_0 + \Delta_2 \eta_0)]^2 = (t_0 + \Delta_1 t_0 + \Delta_2 t_0)^2$$

olur. t' , η' , β_0 , y_0 , x_0 dakikalık sür'atleri tabiri aharle müştak-ların birer dakikalık hareketleri ise:

...ilah olacağından

$$\Delta_1 x_0 = x'_0 \tau + \dots \quad \Delta_2 y_0 = y'_0 \tau' + \dots$$

$$x_1 = x_0 + x'_0 \tau$$

$$\beta_1 = \beta_0 + \beta'_0 \tau$$

$$y_1 = y_0 + y'_0 \tau$$

$$\eta_1 = \eta_0 + \eta'_0 \tau$$

$$L = L_0 + L_1 \tau$$

alınarak yerlerine konur. L_0 pek küçük bulunduğu cihetle, $L_1 \tau$ nın terkile mahsus bir hata husule gelmiyeceğinden:

$$\{x_1 - \beta_1 + (\Delta_2 x_o - \Delta_2 \beta_o)\}^2 + \{y_1 - \eta_1 + (\Delta_2 \eta_o - \Delta_2 \eta_o)\}^2 = [l_o + \Delta_2 l_o]^2$$

$$(x_1 - \beta)^2 + (y_1 - \eta)^2 = l_o^2$$

olacağı düşünülerek ve Δ_2 miktarı tezyütlerinin ikinci mertebeleri atılarak:

$$(x_1 - \beta_1) (\Delta_2 x_o - \Delta_2 \beta_o) + (y_1 - \eta_1) (\Delta_2 \eta_o - \Delta_2 \eta_o) = l_o \Delta_2 l_o$$

elde edilir ve

$$2) \quad \begin{aligned} x_1 - \beta_1 &= m_1 \sin M_1 \\ y_1 - \eta_1 &= m_1 \cos M_1 \end{aligned}$$

$$3) \quad \sin M_1 (\Delta_2 x_o - \Delta_2 \beta_o) + \cos M_1 (\Delta_2 \eta_o - \Delta_2 \eta_o) = \frac{l_o}{m_1} \Delta_2 l_o$$

olur. τ küçük olduğundan m_1 yerine son takribi hesaptaki m_o almakla mahsusi bir hata sokulmuş olmaz.

Şimdi Δ_2 miktar tezyütleri tayin edelim. $\Delta_2 \eta_o$ ve $\Delta_2 x$ müstakillen Δt_o tabileri oldukları gibi $\Delta_2 l_o$, $\Delta_2 \eta_o$, $\Delta_2 \beta_o$ lerde kısmen Δt ve kısmen Δl tabileridir. Δt yi yukarda:

$$T = t_o + \tau \Delta t = t_1 + \Delta t$$

almakla ya mahsup zamanının miktarı tezyüdü veya T mer-sut zamanın miktar tenakusı olarak vaz etmiştik. Binaenaleyh:

$$4) \quad \begin{cases} \Delta_2 x = \bar{x}' \Delta t + \dots \\ \Delta_2 y = \bar{y}' \Delta t + \dots \\ \Delta_2 \beta_0 = \frac{d\beta}{dH} \frac{dH}{dt} \Delta t + \frac{d\beta}{dL} \frac{dL}{dt} \Delta L + \dots \\ \Delta_2 \eta_0 = \frac{d\eta}{dH} \frac{dH}{dt} \Delta t + \frac{d\eta}{dL} \frac{dL}{dt} \Delta L + \dots \end{cases}$$

$\bar{x}'_0, \bar{y}'_0$ müştakları takvimlerden doğrudan doğruya alınır. Obirleri ise yalnız birinci hadlerle iktifa edilerek:

$$\beta'_H = \cos \psi \cos (H - L) \frac{dH}{dt} \quad \beta'_L = -\cos \psi (H - L) \frac{dL}{dt}$$

$$\eta'_H = \beta_0 \sin d \frac{dH}{dt} \quad \eta'_L = -\beta_0 \sin d \frac{dL}{dt}$$

bulunurki η'_H ve β_H küsuf hesabında geçen η ve β den başka bir şey değildir.

H müştakının kıymeti zaviye cinsinden 15 ya çok yakındır. 0,1 yahut 0,01 takribiyetile takvimler verirler. l' müştakinin kıymeti zaviye olarak tamamen 15 olduğundan η'_L, β_L lerde işaret farkile evvelkilerin hemen hemen aynıdır. Şimdi Δl tayin edelim:

$$l = \omega \beta - \text{tag } f$$

münasebeti malûmesinin H ve l a göre müştaki alınır; f in tahavvülü pek batı olduğundau:

$$l' = \omega'_L - \beta'_H \text{tag } f + \beta'_L \text{tag } f$$

olur.

Eğer meselede istiknah lâzımgelirse, bilhassa nısıf kuturların inkisardan mütevellit hatası nazarı dikkate alınmak istenilirse ana göre f ve ω tashih edilmeli ve l nin istiknahi kıymeti alınmalıdır. Yani L nın birinci haddi olan ω terk edilmemelidir. Fakat bu inkisar tashihi, zamanı bulmak için yapılan küsuf hesabında da nazarı dikkate alınmalıdır. Eğer meselemizde olduğu gibi istiknaha [Kutru şemsin muhiti üzerinde alınan bir noktanın merkeze nazaran inkisar farkına o noktanın inkisar izafisi diyoruz. Bu inkisarı izafiyi veren inkisar muadelei tefazuliyesini aşağıda göreceğiz. Burada d S ile göstereceğimiz inkisar izafinin ω ye vereceği tahavvülü göstereceğiz. f veren münasebatın şu olduğu malûmdur:

$$\sin f = \frac{R' + K R}{q}$$

ve R , R ler kamerin ve şemsin nısıf kutur hattileri ve K şemsin kuturu mütehavvülü emsal ve q şems ve kamerin arza olan mesafeleri tefazuldur. q hemen şemsin arza mesafesi gibi alınabileceğinden] lüzum gösterilmezse ω' atılarak:

$$l' = -\beta_H f + \beta'_l f \quad \text{veya}$$

$$l' = -H \beta_o \cos d + l' \beta_o \cos d$$

bulunur. 5, 6 ve 4 ile Δ_2 ler ifadelendirildikten sonra 3 de yerlerinc konur ve tarafı sanideki $\Delta_2 L_o$ gayet küçük olacağını düşünerek $\frac{L_o}{m_o}$ kesrini vahit olarak alacak olursak:

$$(\sin M_o \beta'_L + \cos M_o \eta'_L + \tan f_o \beta'_L) \Delta L = - [\sin M_o (x'_o - \beta'_H) + \cos M_o (y'_o - \eta'_H)] + \tan f_o \beta_H \Delta t$$

$$\sin f = \frac{R}{r} + K \frac{R'}{r} ,$$

$$\sin f = \frac{R}{r} + K \sin S \quad \text{veya}$$

$$d f = K d S$$

bulunurki temasiarda (d f) inkisar izafi miktarından ibaret olur.

Diğer cihetten:

$$\omega = 2 \tan f + \frac{R}{\cos f}$$

$$d \omega = 2 d f$$

$$\text{den} \quad d \omega = 2 k d s$$

$$\text{veya} \quad \frac{d \omega}{d s} = \omega' = 2 K$$

bulunur.

Metinde geçen düsturlardaki müştaklar birer dakikalık sürat olduklarından:

aranılan müştaktan ibaret olur. Söylemeği hacet yoktur ki ω nın Δt den tesiri gayri mahsusdur. Veya ΔL kavsini $15 \Delta L$ alarak yani zamana çevirdikten sonra $\frac{\Delta L}{\Delta t}$ nisbetinde ΔL ve Δt zamanları her hangi bir vahide göre alınabileceğinden saniye intihap edilerek:

$$\Delta L = - \frac{n \cos (M_o - N) - \tan f_o \beta'}{(15 \sin M_o \beta'_L + \cos M_o \eta'_L + \tan f_o \beta)} \Delta \tau$$

olurki matlup olan münasebetten ibarettir. Vereceği tesir gayri mahsus olduğundan mahreçteki η_L , β_L istiknahi halinde dahi cari olmak üzere işaret farkile η_H , β_H ye yani β ve η ye müsavi alınmıştır.

Küsuf nazariyesinden anlaşılabacağı veçhile vazı zaviyesinin takribi kıymeti olan M_0 a dahili temaslarda (180°) zam edileceği unutmamalıdır.

Teması dahililerde zaviyei ilel kutuplar rasat edilmek suretile tul tayin:

Birinci ve ikinci teması dahililerin zamanlarile beraber zaviyei ilel kutupları tayin edilmiş olsun. Bu zaviye bir vaziyei kutbiye mikrometresile teçhiz edilmiş ayniyesi bulunan muadele ile mesaha edilebilir. Eğer T_i , T_e birinci ve ikinci dahili temas zamanları arasında fark külliyyet müddetinin yarısından fazla ise bu iki zaviyenin

$$Q_1 = \pi + A < Q_2 = \pi - A$$

şeklindeki müsavilerinden bulunan A miktarı $\frac{\pi}{2}$ den çok ayrılmaz. Yani $Q_2 - Q_1$ den farkı π den çok uzaklaşmaz. Farz edelimki vasati bir mikyasla olmak üzere T_i , $T_e = q_0^s$ olmasına mukabil $(Q_2 - Q_1)$ farkı 150° olsun. Bu halde zaviyei ilel kutup bir zaman saniyesi zarfında vasati olarak 100 kavis dakikası tahavvül etmiş olacaktır, erkânı heyetiye arasında bundan daha seri bir tahavvül yoktur. Bu tahavvül süratinin heyeti hareketler içinde sürati en fazla olan hareketi yevmiyenin itidali bir kevkebe vereceği sürati zamanıyenin sürati

zaviyenin 400 misline çıkacağını düşünmek fevkalâdeliğin derecesini anlatır. İşte burada biz, Rasatla tayin edilmiş olan bu Q_2 , Q_1 den tuldeki hataya varılabileceğini göstereceğiz. Tabiri ahirle tuli en seri bir tahavvüle rapt etmiş olacağız. Şöyleki:

Birinci ve ikinci dahili temasların t_1 , t_2 mahsup ve τ_1 , τ_2 mersut zamanları ve Δt_1 , Δt_2 lerdeki udulleri, yani $\tau_2 - t_2 = \Delta t_2$, $\tau_1 - t_1 = \Delta t_1$ olsun. Muadelei aslının şu:

$$\begin{aligned} X - p &= l \sin Q \\ v - \eta &= l \cos Q \end{aligned} \quad 8 \dots$$

şekli bitterkip birinci temasa ait olmak üzere:

$$(x_1 - \beta) \sin Q_1 + (y_1 - \tau_1) \cos Q_1 = l_1$$

bulunduktan sonra erkanın udullere göre alacağı kıymetler kavis içinde gösterilerek, yukarıda görüldüğü veçhile

$$\begin{aligned} (x_1) &= x_1 + x_1 \Delta_1 \tau_1; & (y_1) &= y_1 + y_1 \Delta_1 t_1 \\ (\beta_1) &= \beta_1 + \beta_1' \Delta \tau_1 - \beta_2 \Delta L; & (\eta) &= \eta_1 + \eta_1' \Delta_1 t_1 - \eta_1' \Delta L \\ (Q) &= Q_1 + Q_1' \Delta \tau = Q_1 + \Delta Q_1' & (L) &= L_1 + L_1' \Delta \tau = L_1 + \Delta L_1' \end{aligned}$$

olurki yerlerine konuldukta:

$$M_1 \cos (Q_1 - N_1) \Delta t_1 + m_1 \sin (M_1 - Q_1) \Delta Q_1 + (\beta_1 \sin Q_1 + \eta_1 \cos Q_1) \Delta L = \Delta_1 l$$

olduğu gibi ikinci temas için dahi:

$$M_2 \cos (Q_2 - N_2) \Delta \tau_2 + m_2 \sin (M_2 - Q_2) \Delta Q_2 + (\beta'_2 \sin Q_2 + \eta'_2 \cos Q_2) \Delta L = \Delta_2 l \quad 6)$$

olur. Hemen hemen hatasız:

$$\Delta_1 l = \Delta_2 l = 0$$

alınabileceğinden bu ikisinden:

$$[M_1 \cos (Q_1 - N_1) \Delta \tau_1 + M_2 \cos (Q_2 - N_2) \Delta \tau_2] + [m_1 \sin (M_1 - Q_1) \Delta Q_1 + m_2 \sin (M_2 - Q_2) \Delta Q_2] + [\beta'_1 \sin Q_1 + \eta'_1 \cos Q_1 + \beta'_2 \sin Q_2 + \eta'_2 \cos Q_2] \Delta L = 0$$

muadelesi elde edilir.

Diğer cihetten (8) aslı muadelelerinin müştaki alındıktan sonra terkip edilirse, l sabit alınarak:

$$(x' - \beta') \cos Q - (y' - \eta') \sin Q = l Q'$$

bulunur. β, η' mütakları H, L e göre müştak oldukları cihetle terk edilebilecek derecede küçük olacaklarından ve ayrıca muadelei anifede $M-Q$ ler dahi küçük bulunduğundan $\eta \sin Q, \beta \cos Q$ ler terk edilecekleri düşünülmektedir:

$$Q' \Delta \tau = \Delta Q = \frac{1}{l} (x' \cos Q - y' \sin Q) \Delta t$$

olur. Bu da birinci ve ikinci temas dahililer için kemiyetlendirilerek yukarıki muadelede $\Delta Q_1, \Delta Q_2$ yerlerine konacak olur, ve:

$$9) \quad \left| \begin{array}{l} x'_{1,2} = \vartheta_{1,2} \sin V_{1,2}, \quad y'_{1,2} = \vartheta_{1,2} \cos V_{1,2} \\ \beta'_{1,2} = s_{1,2} \sin S_{1,2}, \quad \eta'_{1,2} = s_{1,2} \cos S_{1,2} \end{array} \right.$$

yapılarak:

$$\left. \begin{array}{l} M_1 \cos(Q_1 - N_1) + \vartheta_1 \frac{m_1}{L_1} \sin(M_1 - Q_1) \sin(V_1 - Q_1) A_1 \\ M_2 \cos(Q_2 - N_2) + \vartheta_2 \frac{m_2}{L_2} \sin(M_2 - Q_2) \sin(V_2 - Q_2) A_2 \\ s_1 \cos(s_1 - Q_1) = B_1 \\ s_2 \cos(s_2 - Q_2) = B_2 \end{array} \right| \quad (10)$$

almırsa:

$$11) \quad \Delta L = \frac{A_1 \Delta \tau_1 + A_2 \Delta \tau_2}{B_1 + B_2}$$

elde edilirki, matlup olan düsturdan ibarettir. [*]

[*] Bu düsturda nazarı dikkate alınacak cihet (Q) nın mikianı tezayüddünde diğerleri gibi birinci had ile iktifa etmemizdir. Filhakika:

$$Q' = \frac{1}{l} (x' \cos Q - y' \sin Q)$$

müştakından :

$$\frac{Q''}{l^2} = \frac{(x'^2 - y'^2) \sin Q \cos Q - x' y' (\sin^2 Q - \cos^2 Q)}{l^2}$$

bulunup eğer:

$$\frac{1}{2} Q'' \tau^2$$

Temas anlarında Q nın hareketi hareket yevmiye mertebesinde olduğu kolaylıkla görülebileceğinden noktai rasadın tarifi vazih ise mesaha müşkülâtına da tesadüf edilmez.

Bilmukayese hörülüyorki eğer Q lerin takdiri 15 hata dahilinde ise ΔL e vereceği istiknah derecesi aşağı, yukarı bu günki tek nısfınnehar rasadı derecesindedir. Fakat ziyai hadiselerden dolayı Q in takdiri olsa olsa bir derece takribiyet dahilinde olabilir. Binaenaleyh bu günün tul tayininde bu usulün hiç bir rolü olamaz Rasathane kütüphanesindeki eserlerde bu usul hakkına hiç bir tetkike ve bunun bir münasebete raptına tesadüf edemedim. Bazı müellifler bu usulden yalnız bahisle iktifa etmişler ve büyük bir ehemmiyet atf etmişler-sede şaat işaretlerinin telsizle naklinden evvele ait olacağı şüphesizdir.

Biz yukarda temasların mersut, mahsup zamanları arasındaki farkın yalnız tuldeki hatadan ileri geldiğini kabul etmiş ve (7) muadelesini ona göre tesis etmiştik. Halbuki kamerin tevkifatı (Ephemerides) nazariyatının ademi mükemmeliyetinden diğer seyyarat gibi rasada tamamen uygun düşmez. Küçük miktarda birer hata ile malullardır. Binaenaleyh:

Temasların mahsup zamanlarından mersut zamanlarının ayrılması tuldeki hatadan başka tevkifattaki hatalardan da

Gayri kabili terkse :

$$\Delta Q = \left(\dot{Q} + Q'' \frac{\Delta \tau}{2} \right) \Delta \tau$$

alınarak düsturda bu tashihat ıera edilmelidir.

ileri geleceği nazarı dikkate alınmak icap eder. Zaten küsuf safhalarının mümkün olan incelikte tesbit edilmeleri sırf bu tevkiyat hatalarını tayin ederek kamer nazariyesini tekâmül ettirmek içindir.

Şimdi biz bu tesirleri nazarı dikkate alarak (7) düsturunu umumileştirmeye, daha müfit bir şekle koyınağa çalışacağız. Şöyleki:

Kamerin metali, meyil ve ihtilâfında $\Delta \omega$, $\Delta \delta$, $\Delta \alpha$ hataları varsa (3) münasebetindeki Δx , Δy , Δl miktar tezayütlərini ona göre ifadelendirmek icap eder. İmdi y , x i veren:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \delta \sin (\alpha - a) \\ y &= r [\cos d \sin \delta - \sin d \cos \delta \cos (\alpha - a)] \end{aligned} \quad (12)$$

münasebetlerini alalım. r , δ , Q kamerin metali, meyli, ve budu merkezile arzisi d , α de mihvər zıl istikametinin metali ve meylidir. t tabii olan bütün mütehavvillere göre x' müştaki yani:

$$\frac{dx}{dt} = x' = \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial x}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial x}{\partial r} \frac{dr}{dt} - \frac{\partial x}{\partial a} \frac{da}{dt}$$

yukarıda kullandığımız x dirki, x nin kıyemi cedveliyesinden bir dakikalık sürat olmak üzere çıkarılarak her küsuf için takvimlere derç edildiği malûmdur. kamerin tevfiatındaki hatadan x nin alacağı miktarı tezayüdü Δx ile gösterecek olur isek, hataların yekdiğerinden müstakil bulunduğu düşünülerek, ve aynı mülâhaza y için dahi yürütülerek d , α ya göre olan müştak kısımlerin terk edilebileceğine dikkat edilerek:

$$\begin{aligned}\Delta' x &= \frac{\partial x}{\partial \alpha} \Delta Q + \frac{\partial x}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial x}{\partial r} \Delta r \\ \Delta' y &= \frac{\partial y}{\partial \alpha} \Delta Q + \frac{\partial y}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial y}{\partial r} \Delta r\end{aligned}$$

bulunurki Δr , $\Delta \delta$, $\Delta \alpha$ hatalardır. Bu müştaklar (12) den çıkarılarak icap eden tasarrufat yapılır ve $\frac{1}{\sin \omega} = r$ ile r dan ω ye geçilirse:

$$\begin{aligned}\Delta' x &= -x \cot g (\alpha - a) \Delta \alpha - x \tan d \Delta \delta - \frac{x}{\sin \omega} \Delta \omega \\ \Delta' y &= x \sin d \Delta \alpha + \frac{1}{\sin \omega} (1 - 2 \sin^2 \frac{d + \delta}{2} \sin^2 \frac{\alpha - a}{2}) \Delta \delta - \\ &\quad \frac{y}{\sin \omega} \Delta \omega\end{aligned}$$

bulunur. İkinci münasebette $\Delta \delta$ emsalinde kabul edilmiş olan takribiyetin tecviz edileceği düşünülebilir.

Bu Δy ve Δx idhal edilmek suretile (3) münasebeti:

$$\sin M_1 (\Delta' x + \Delta_2 x - \Delta_2 \beta) + \cos M_1 (\Delta' y + \Delta_2 y - \Delta_2 \eta) = \Delta l_0 \dots (3)$$

şekli umumisini alırki, bu hataları nazarı dikkate almakla Δ_2 miktarı tezyütlerinde bir değişiklik olmayacağından Δy , Δx müsavileri yerlerine konarak aradığımız münasebet elde edilmiş olur.

İmdi hemencik geçen Δy , Δx ile yukarda bulmuş olduğumuz $\Delta_2 y$, $\Delta_2 x$, $\Delta_2 l$, $\Delta_2 \eta$, $\Delta_2 \beta$ lar yerlerine konur ve icap eden tasarrufat yapılırsa:

$$\begin{aligned}
& [x \sin M \cotg (\alpha - a) - x \cos M \sin d] \varepsilon_1 \Delta a \\
& + [x \sin M \tag \delta - \frac{\cos M}{\sin \omega} (1 - 2 s n^2 \frac{d + \delta}{2} \sin^2 \frac{\alpha - a}{2}) \varepsilon_2 \Delta \delta \\
& + \frac{1}{\sin \omega} (x \sin M + y \cos M) \varepsilon_3 \Delta \omega \\
& - (\sin M \beta'_L + \omega s M \eta'_L - \tag f_o y') \varepsilon_4 \Delta L = \\
& t [M \cos (M - N) + \tag f y] \varepsilon_5 \Delta \tau
\end{aligned}$$

elde edilir. ε lar $\Delta a, \Delta L, \Delta \tau$ ler zaman saniyesi ve $\Delta \delta, \Delta \omega$ ler kavis saniyesi alınmak üzere birer tahvil saniyesidir. Bunlardan birinin meselâ (ε_1 nın değerini bulmak için $\varepsilon_1 \Delta a$ ye verilecek kıymet hattı olacağı gibi, son iki hattın emsalleri müştakların birer dakikalık harekeli olduğundan diğer emsallerin de ona göre alınmasının muvafık olacağı düşünülerek:

$$\varepsilon \Delta a^s = \sin \Delta a = \Delta a' \sin 1' = \Delta a' \cdot 4 \cdot 15 \sin 1' = \Delta a^s \frac{15 \sin 1'}{60}$$

yani:

$$\varepsilon_1 = \frac{15 \sin 1'}{60}$$

olduğu gibi aynı vechile:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_2 &= \frac{15 \sin 1'}{15 \cdot 60} \\
\varepsilon_3 &= \frac{15 \sin 1'}{15 \cdot 60}
\end{aligned}$$

yukarıda görüldüğü vechile:

$$\varepsilon_4 = \frac{15}{60}$$

$$\varepsilon_5 = \frac{1}{60}$$

olur ve:

$$\left. \begin{aligned} 15 \ x \sin 1 [\sin M \cot g (\alpha - a) - \cos M \sin d] &= A \\ 15 \cdot \sin 1 \left[x \sin M \operatorname{tag} d - \frac{\cos M}{\sin \omega} (1 - 2 \sin^2 \frac{d + \delta}{2} \sin^2 \frac{\alpha - a}{2}) \right] &= B \\ \frac{15 \sin 1}{\sin \omega} [x \sin M + y \cos M] &= C \\ - [\beta'_L \sin M + \eta \cos M \operatorname{tag} f_o' z] &= D \\ [M \cos (M - N) + \operatorname{tag} f' z] &= E \end{aligned} \right\} (13)$$

yapılırsa:

$$A \Delta \alpha + \frac{1}{15} B \Delta \delta + \frac{1}{15} C \Delta \omega + 15 D \Delta L = + E \Delta \tau \dots (14)$$

elde edilirki, aradığımız münasebetten ibarettir. A, B, emsalleri müştaklar, birer dakikalık hareket olduğunu tekrar söylemeğe hacet yoktur.

Dört temas için dört muadele tesis edileceğinden meçhul-lerin dördü de bulunabilir.

İki muhtelif mahalde mahalli saatlere göre rasat edilen küsuf safahatından o iki mahallin arasındaki tul farkını tayinetmek mahallerden birinin coğrafi vaziyatı $L_o + \Delta L'$, φ ve diğerinin $L_o'' + \Delta L_o''$, φ'' olsun. L_o' , L_o'' takribi tullerdir. $\Delta L'$ $\Delta L''$ yı bulacağız. Bu takribi tullere göre bir heyeti takvim-den her iki mahal için temas zamanları hesap edilmiş ve

mersutle mahsup farkları olan $\Delta' t_1$, $\Delta' t_2$, $\Delta'' t_1$, $\Delta'' t_2$ lerde tayin kılınmış olsun. İmdi her iki mevki ayrı ayrı mülâhaza olunarak maddei sabıkadaki sureti hal tatbik edilecek olursa A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 birinci mahalle ve A_2, B_2, C_2, D_2, E_2 ikinci mahale ait (13) deki birer dakikalık hareket olmak üzere bulunur ve her iki mahal için $a \Delta$, $\delta \Delta$, $\omega \Delta$ nin aynı olacağı düşünülürse:

$$(A_1 - A_2) \Delta a + \frac{1}{15} (B_1 - B_2) \Delta \delta + \frac{1}{15} (C_1 - C_2) \Delta \omega + 15 D_1 \Delta \ddot{L}_1 - 15 D_2 \Delta \ddot{L}_2 = (E \Delta \tau^1 - E_2 \Delta \tau^2) \dots \quad (15)$$

münasebeti meselenin halline ait muadele olur. söylemeğe hacet yokturki:

$$L = L_0 + (\Delta L - \Delta L')$$

aranılan tul farkından ibaret olur.

Yalnız dört temas için dört muadelemiz olduğu halde meçhul adedi beş olduğundan tevkifat hatalarından birini meselâ $\omega \Delta$ yi asgar kabul etmek icap eder.

Geçen asrın büyük heyetşinaslarından Berlin rasathanesi müdürü Brönvere heyeti küreviye ve tatbikiye eserinden (x) bu meseleyi uzun uzadıya mutalaa etmiş ve Petresborg ile Viyana arasında bu usul ile yapılmış tefazulu tul tayinini misal olarak vermiştir. Meselenin hallinde takip ettiği usul mütehavvil mihverlere müstenit olduğu, yani bizim takip ettiğimiz usulün aynı olduğu halde neticeye çok dolaşık yollardan geçmiştir. Gösterdiğim yol nisbeten çok basittir.

(x) Bu eser Lucas E ve c. Andre tarafından fransızca tercüme edilmiştir.

Safha hilallarının veter rasatları :

Kamerin tevkiyatındaki hataları tayin ederek ona göre kamer nazariyesini mükemmelleştirmek için heyet vaziyenin takip ettiği yegâne usul veterlerin bilrasat tayinleridir. Varılacak netice heyetin en esaslı meselelerinden olduğundan her küsufküllü ve halkavide bu rasatlar mümkün olan istiknah dahilinde yapılmakta ve hesap edilmektedir. Hilal uçları oldukça vazıh ve keskin birer noktai mersude teşkil edeceklerinden tehdiye büyük bir hata sokulmuş olmaz. Uclar temaslara nazaran daha az ziyai tağıyire maruzdur ve adedi rasatta istenildiği kadar tezyit edilebilir.

Safhalar fotografik bir muadele ile tesbit edilerek mesahalar kılışe üzerinde yapılır. Mesaha veterin ve kutru şemsin istiknahi tulü ve veterin gayri münkesif tarafındaki sehmidir. Sehim mesahası ucların zaviyeyül kutbunu takriben tayin içindir. Fotoğraf enterüptörü ve konroğraf arasındaki elektriki irtibatla kılışedeki safha anının kaydı temin edilir.

Gerek veterlerin ve gerek kutrun mesahasındaki, istiknah derecesi 0.1 den yukarıya çıkarılmaktadır ki bu da bir vaziyemikrometresile kolayca yapılabilir. Zamanın takdiri dahi 0.01 den yukarı olmalıdır.

Bu rasatlar bizzat vaziyeye ayniye ayniyesile dahi yapılabilirse biri kaba olmak üzere bir anda ayrı ayrı üç tehdiye yapılması lâzımgelceğinden matlup incelik alınamaz. Her kılışedeki kutru şemsinde ölçülmesi ile veterlerin izafı nisbetleri tayin edilmiş olacağından, bu izafı kıymetler mikrometrede devir hatasile malül olmuş olmaz.

Bedi ve nihayet yakınlarında gerçi veterin tahavvülü seri isede uçları keskin olamayacağından kutrun $\frac{1}{5}$ şinden küçük olan veterler mesaha edilmez ve $\frac{2}{3}$ ni tecavüz eden veterlerin tahavvülü dahi az olacağından bu nisbeti tecavüz edenler de terk edilir. İstenilirse yerlerine sehimler ikame edilebilir.

Küsuf cüzilerde veterin tahavvülü nisbeten az olduğundan bunlar bu mühim rasatlar için müsait değillerdir. Yalnız küsufu külli veya halkavi intihap edilir ve mevki rasat dahi merkez hattı civarında alınır.

Bir kılışe için 3 dakika kâfi olduğundan 70-80 safha tesbit edilebilir. Artık bu suretle veterle, kuturlar, zaviye ile kutuplar ve zamanları tayin edildikten sonra evvel emirde veterlerle kuturların merkeze nazaran inkisar miktar izafileri:

$$15 \dots d s = -s (N \sin^2 x \operatorname{tag} h + \frac{d s}{d h} \cos x)$$

inkisar muadelei tefazuliyesi ile bulunur. N şemsin h irtifasına ait inkisar miktarı ve s şemsin kursu üzerinde noktai mersudenin zaviye ile semti ve nısıf kutur zahiridir. $\frac{ds}{dh}$ inkisar cetvelinden kolayca bulunur. [*]

[*] g mersut noktasının zaviye ihtilâfı olmak üzere zaviye ile semt $X = Q - g$

dir. Gerek q ve gerek h

$$\begin{aligned} \cos h \sin q &= \cos \varphi \sin (t - Q) \\ \cos h \cos q &= \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \cos \delta \cos (t - a) \\ \sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (t - a) \end{aligned}$$

takımı ile bulunur.

Tashih olunmuş veterler arasındaki fark, mahallin tul ve arzı malûm olduğuna göre, aşikârdırki şemsin tevkifatını sahih olarak kabul eyliyeceğimizden, kamerin tevkifatındaki hatalardan ileri gelmiş olacaktır. Hatalar murapbaları gayri mahsus kalacak derecede küçük olduklarından veter farklarıle hatalar arasındaki münasebet tefazulu bir münasebet olarak tesis edilir ve bu münasebet tefazuliye her rasat için kıymetlendirilerek rasat adedince muadilat şartiye elde edilir ve alelusul tevkifat hataları tayin olunur. (Bu müdevven usul hakkında tafsilat almak isteyenler “ Annale de Bureau des Langitudes,, ün (8) nci ve (11) ci ciltlerine müracaat etsinler)

Ben bu mühim meseleyi mihveri mütehavvil usulüne istinaden kolayca yukarda geçen inkisar tashihini de icra edeceğim ve memleketin bazı ilmi muhitlerinde bir mesele mevzu ve halini almış olan safhatla tul tayinine de şamil olması için mahallin tulünde de murabbai kabili terk olacak derecede bir hata farz edeceğim.

İmdi mebdei tul saatile veterler takdir edilerek yukarda geçen inkisar tashihini de icra edilmiş farz edelim. M rasat sırasını göstermek üzere t_M zamanında takdir edilmiş olan veter A ise, s güneşin nısıf kutru zahirisi ve s_1 kamerin nısıf kutur zahiriyei mahallisi olmak üzere merkezler arasındaki S_M budu:

$$2 S_M = \sqrt{(2 s_n)^2 - A_n^2} + \sqrt{(2 s_1)^2 - A_n^2}$$

olur.

σ_n veterin uclarına müntehi inkisardan musahhah S lerin vasatisidir. Ve:

$$\frac{s - s_1}{s_n} = K_n$$

ile bulunan K_n de şemsi mütehavvülin izafı kutrundan başka bir şey değildir. İmdi gayri mahsus bir takribiyetle f zıllı mahrutun nısıf zaviyesi olmak üzere:

$$\sin f_n = K_n \sin f_1 \dots \quad (16)$$

alınabileceğinden hesabâtı beş aşar ile iktifa edildiği surette son hattı kabil olmak üzere :

$$\omega_n = \omega_0 - (1 - K_n) f_0 - \frac{\sin s_1}{\sin \omega_1} \left(\frac{1}{\cos f_0} - \frac{1}{\cos f_n} \right) \dots \quad (17)$$

bulunarak :

$$L_n = \omega_n \beta \operatorname{tg} f_n \quad (18)$$

ile L_n elde edilir : Söylemeğe hacet yokturki bu L_n miktarı, nısıf kutur zahiri şemsi küçülerek t_n zamanında σ_n kıymeti almış olduğuna göre mahalli rasattan geçen müstevi esas muvazisi üzerine düşen dılın nısıf kutrudurki, m inci safhanın rasadı zamanında bu dılın muhiti tamam noktai rasada gelmiş olur. Ve bu suretle maruz güneşe safhayı vasattan evvel olduğuna bedien sonra olduğuna göre nihayet temaslarına çevirmiş oluyoruz. Bu halde t_n zamanında L_n alınarak malum usul ile bedien nihayet zamanı hesap edilirse safhanın t_n mahsup zamanı elde edilmiş olur. Artık :

$$t_n - t'_n = \Delta t_n$$

Bulunarak ve yukardaki (14) düsturu gibi kolaylıkla :

$$19) \dots \Delta_n \Delta a^3 + \frac{1}{15} B \Delta \delta + \frac{1}{2.15} C_n \Delta \omega + E_n \overline{\Delta R} + D_n \Delta L' \\ = E_n \Delta \epsilon$$

muadelei şartiyesile elde edilir.

A_n, B_n, C_n, D_n, E_n ler (13) deki emsallerden başka bir şey değildir. $\overline{\Delta R}$ kamerin nısıf kutru hattisindeki hatadır. Burada yalnız bunun F_n emsalini ifadelendireceğiz. Yukardaki deki hatanın yalnız ω_1 deki hatadan ileri geldiğini kabul etmişdik. Halbuki :

$$r = \frac{1}{\sin \omega} = \frac{R_1}{\sin \delta}$$

münasebetlerindeki mikrometrik usul ile doğrudan doğruya bilrasat tayin edilmiş olduğundan, hatasını kabul edilebileceği cihetle ω deki tayin hatası ilk musavatla bulunan r de Δr kadar hata tevlit edebileceği cihetle son musavat vasıtasile bulunan R_1 de dahi $\overline{\Delta R}$ kadar hata husule getirecektir. İmdi musavattan :

$$r = \frac{1}{L \sin \omega} + \frac{R_1}{2 \sin \delta}$$

yapacak olursak r i yekdiglerinden müstakil ω, R_1 tabii olarak almış oluruz ve bundanda :

$$dr = \frac{d\omega}{2 \sin^2 \omega} \omega + \frac{dR_1}{2 \sin \delta}$$

bulunarak bu suretle r deki hatanın yarısını $d\omega$ ye ve diğer yarısını dR_1 vermiş oluruz; binaenaleyh :

$$\frac{dx}{dr} \Delta r = - \frac{x}{2} \frac{\Delta \omega}{\sin \omega} + \frac{x}{2} \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

$$\frac{dy}{dr} \Delta r = - \frac{y}{2} \frac{\Delta \omega}{\sin \omega} + \frac{y}{2} \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

olacağından :

$$\frac{15 \sin 1}{\sin^2 1} [\Delta \sin M + y \cos M] = F$$

bulunurki, C nin yarısı alınacağı gösterilmiş ve F ifadesi verilmiş olur.

Elhasıl bu suretle bulunacak olan m kadar muadelei şartiyeden $\Delta \delta''$ $\Delta a''$ $\Delta \omega''$. ΔR_1 hataları ve bu hataların hatayi vasatileri tayin edilir. Mutat olduğu veçhile mahallin tulü sahihen tayin edilmiş ise ΔL haddi atılır.

m kadar rasada ait mahsup zamanını bulmak için m kadar hesabat silsilesini baştan başa yürütmeye lüzum yoktur. Müştakların hareketleri hattı itibar edilecek münasib bir fasılai zaman ile m kadarı hesap edilerek diğerleri mabineyetle tayin edilmelidir. Maamafi, istiknahi hallerde m yirmiden aşağıya düşemeyeceğinden yapılacak ameliyat hisabiye'nin yine mühim yığın teşkil edeceği tabiidir.

Gösterdiğim şu usulün malum olan müdevven usule gerek nazari ve gerek tatbiki cihetinden tercih edilecek cihetleri vardır. Eldeki eserlerde buna ait bir tetkike rast gelmedim. Fakat Rasatane kütüphanesinin kûsuf biloğrafisi noksan olduğunu düşünerek benden evvel bu usulün vaz edilmiş olacağını da zan ediyorum.