KÜRESEL HARMONİK SERİLERİN GEODEZİK UYGULAMALARI

Y.Müh.Yzb.Emin AYHAN

ÖZET

Heterojen verilerin topluca değerlendirilmesi ile üst derece ve sıradan küresel harmonik katsayılar anlamlı olarak belirlenebilmektedir. Bozucu potansiyel parametrelerinin hesabında; global etkiyi küresel harmonik serilerle alıp, yerel etkiyi taşıyan küçük artık ölçülerle sayısal işlemleri yürütmek, duyarlık ve ekonomi kazandırmaktadır. Bu amaçla, bozucu potansiyel parametrelerinin küresel harmoniklere açılımları topluca verilmektedir. Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonlarının etkin olarak hesaplanabilmesi için yinelemeli formüller kullanılmaktadır. GRIM 2 dünya gravite modelinin katsayıları ile global geoidin Türkiye bölümü 10' x 10' 'lık kareleme köşelerinde hesaplanmış olup çizgisel olarak sunulmaktadır.

SUMMARY

Recently high degree coefficients of spherical harmonic expansion of the Earth Gravitation V have been significantly defined by evaluation of heterogeneous data together. The residual observations, disreqarding global effect defined by spherical harmonic expansion on observations are satisfy to define local effect and accurate and economic in computation of the parameters of disturbing potential. In respect of this point, spherical harmonic expansions of the parameters of disturbing potential are explicitely presented.Recursive formulas are used to compute fully normalized Legendre functions effectively. The Turkish part of GRIM 2 global geoid is computed at nodals of 10' x 10' grid and presented as a map as well.

TUJJB/TUJK Toplantısında sunulmuştur. 30-31 Mayıs 1984, Ankara

1. GİRİŞ

Global anlamlı geodezik problemlerin kuramsal çözümlerinde küresel harmonik serilerin kullanıldığı önceden beri bilinmesine karşın sayısal uygulamaları bir kaç on yıl önce başlamıştır.

Bugün :

- Yersel ve uydu gözlemleri topluca değerlendirerek yer potansiyeli V'nin 180 nci derece ve sıradan
- Topografik - isostatik kitle potansiyeli V_{TI}'nin 36 ncı derece ve sıradan
- Topografik yüksekliklerin 180 nci derece ve sıradan küresel harmonik serilere açılımları

yapılmış ve kullanıma sunulmuştur. (Rapp 1982 : Lachapelle 1975).

Küresel harmonik katsayılar bozucu potansiyel T ve parametrelerinin hesabında bir veri kümesini oluşturur. Yazılan hızlı bilgisayar programları ve küresel harmonik katsayılarıyla; her hangi bir uzay noktasında bozucu potansiyel ve parametreleri pratik olarak hesaplanabilmektedir.

V ve V_{TI} ile global etkinin ölçülerden arındırılması, yerel çekim alanı belirleme çalışmalarında kolaylık sağlamaktadır. Böylelikle küçük bir alandan toplanan veriler ve yerel topoğrafik etkinin gözönünde tutulması hesaplamalar için yeterli olmaktadır.

Küresel harmonik serilerin, yeryüzünde yakınsayıp yakınsamadığı sorusuna günümüzde de tam ve açık kuramsal bir yanıt bulunamamıştır (Moritz 1978). Ancak Jekeli (1981) sayısal incelemelerle : L=300 (L, derece)'e kadar V 'nin küresel harmonik serilere açılımının yakınsama özelliğini taşıdığını göstererek uygulayıcıları rahatlatmıştır.

Yukarıda kısaca açıklanan nedenlerle, küresel harmonik seriler geodezi problemlerinin çözümünde etkin olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışmada bozucu potansiyel T ve parametrelerinin küresel harmonik serilere açılımı incelenmektedir. 2 nci bölüm'de konu kuramsal olarak ele alınmakta ve uygulama formülleri verilmektedir. Bölüm 3'de, GRIM 2 dünya gravite modeli kullanılarak, $25^\circ \leqslant \lambda \leqslant 42^\circ$ ve $35^\circ \leqslant \phi \leqslant 42^\circ 30'$ aralığında kalan bölgede oluşturulan 10' x 10' 'lık kareleme köşelerinde N , ξ , η ve Δg hesaplanmakta ve hesaplanan geoid yükseklikleri çizgisel olarak sunulmaktadır.

2. BOZUCU POTANSİYEL VE PARAMETRELERİNİN KÜRESEL HARMONİK SERİLERE AÇILIMI

Küresel harmonik katsayılar ile bozucu potansiyel ve parametreleri arasındaki ilişki ;

$$\{\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}\} \xrightarrow{[1]} \{T\} \xrightarrow{[2]} \begin{Bmatrix} N \\ \Delta g \\ \xi \\ \eta \end{Bmatrix}, \qquad \{\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}\} \xrightarrow{[3]} \begin{Bmatrix} N \\ \Delta g \\ \xi \\ \eta \end{Bmatrix}$$

biçiminde kısaca özetlenebilir. Bu bölümde öncelikle [1] dönüşümü ele alınmakta ve daha sonra da [2] dönüşümü incelenmektedir. [3] dönüşümü ise [1] ve [2] dönüşümleri ardışık uygulanarak gerçeklenmektedir.

Merkezi yerin ağırlık merkezi ve Z ekseni yerin hareketsizlik ekseni ile çakışan (X,Y,Z) doğal ortak dik koordinat sisteminde yerin dışı için çekim potansiyeli,

$$V(r,\phi,\lambda) = \frac{GM}{r} \{ 1 + \sum_{n=2}^{L} \sum_{m=o}^{n} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} (\bar{C}_{nm} \operatorname{Cos} m\lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{Sin} m\lambda) \bar{P}_{nm} (\operatorname{Sin}\phi) \} \quad (1)$$

küresel harmonik serileri ile yaklaşık olarak temsil edilebilir (Balmino 1976; Rapp 1981 : Tscherning 1983).

(1) eşitliğinde kullanılan gösterimlerin anlamları ;

GM ..... Newton çekim sabiti (G) ile yerin kitlesi (M)'nin çarpımı.

a ..... Elipsoidin büyük yarı ekseni

L ..... Küresel harmonik serilerin sonlu derecesi

r,ϕ,λ .... Küresel koordinatlar (Merkezsel uzaklık, merkezi enlem, boylam)

$\bar{C}_{nm},\bar{S}_{nm}$... Tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayılar olup Heiskanen-Moritz (1967)'de (2.40) ve (2.41) eşitlikleri ile verilen katsayıların eksi işaretlisidir.

$\bar{P}_{nm}(\operatorname{Sin}\phi)$..Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları

V'ye karşılık, başlangıç elipsoidinin dışı için tanımlanan normal potansiyel $U(r,\phi,\lambda)$;

$$U(r,\phi,\lambda) = \frac{GM}{r} \{1 + \sum_{n=1}^{L} \bar{C}^{*}_{2n} \left(\frac{a}{r}\right)^{2} \bar{P}_{2n} (\operatorname{Sin}\phi) \} \quad (2)$$

L nci dereceden küresel harmonik serileri ile verilir(Heiskanen; Moritz 1967).

$\bar{C}^*_{2n}$, tam normalleştirilmiş katsayılar olup Heiskanen-Moritz (1967) de (2.92) ve (2.92') eşitlikleri ile verilen katsayıların eksilisidir.

Normal potansiyel, ikisi fiziksel ve ikisi geometrik olmak üzere dörtlü parametre gurupları ile tanımlanır. 3 ncü bölümde, IUGG'nin önerdiği (a, C_2, GM, ω) parametre gurubu kullanılmakta olup bu parametrelerden C_2 dinamik şekil faktörü ve ω yerin açısal dönme hızıdır.

Yukarıda tanımlanan V ve U potansiyellerinden yararla ;

$$T=V-U \tag{3}$$

biçiminde tanımlanan T, bozucu potansiyel ismi ile anılır. V ve U'nun, (1) ve (2) eşitliklerindeki tanımları (3) eşitliğinde konulup gerekli düzenlemeler yapılarak ;

$$T(r,\phi,\lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{L} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n} \left((\bar{C}_{nm} - \bar{C}^*_{n0}) \mathrm{Cos}\, m\lambda + \bar{S}_{nm} \mathrm{Sin}\, m\lambda \right) \bar{P}_{nm} (\mathrm{Sin}\,\phi) \tag{4}$$

bozucu potansiyel T'nin küresel harmonik serilere açılımı elde edilir. Yeryuvarı R yarıçaplı bir küre varsayılarak (r=a=R) bozucu potansiyel ;

$$T(\phi,\lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{L} \sum_{m=0}^{n} \left((\bar{C}_{nm} - \bar{C}^*_{n0}) \mathrm{Cos}\, m\lambda + \bar{S}_{nm} \mathrm{Sin}\, m\lambda \right) \bar{P}_{nm} (\mathrm{Sin}\,\phi) \tag{5}$$

Böylelikle [1] dönüşümü gerçeklenmiş olduğundan bu aşamadan sonra [2] dönüşümü ele alınacaktır.

Bozucu potansiyel T ile parametreleri arasındaki ilişki ([2] dönüşümü) küresel yaklaşımla ;

$$N = \frac{T}{\bar{\gamma}} \tag{6.a}$$

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{R} T \tag{6.b}$$

$$\xi = -\frac{1}{\bar{\gamma} R} \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \tag{6.c}$$

$$\eta = -\frac{1}{\bar{\gamma} R \mathrm{Cos}\,\phi} \cdot \frac{\partial T}{\partial \lambda} \tag{6.d}$$

eşitlikleri ile verilir (Heiskanen-Moritz, 1967).

$\bar{\gamma}$ ..... ortalama normal gravite

T'nin (5) eşitliğindeki tanımı (6) eşitliklerinde konulup düzenlenerek (Lachapelle 1975) ;

$$N(\phi,\lambda) = R \sum_{n=2}^{L} \sum_{m=0}^{n} \left((\bar{C}_{nm}-\bar{C}^{*}_{n0})\mathrm{Cos}m\lambda + \bar{S}_{nm}\,\mathrm{Sin}m\lambda\right)\bar{P}_{nm}(\mathrm{Sin}\phi) \qquad (7.a)$$

$$\Delta g(\phi,\lambda) = -\bar{\gamma} \sum_{n=2}^{L} (n-1) \sum_{m=0}^{n} \left((\bar{C}_{nm}-\bar{C}^{*}_{n0})\mathrm{Cos}m\lambda + \bar{S}_{nm}\mathrm{Sin}m\lambda\right)\bar{P}_{nm}(\mathrm{Sin}\phi) \qquad (7.b)$$

$$\xi(\phi,\lambda) = - \sum_{n=2}^{L} \sum_{m=0}^{n} \left((\bar{C}_{nm}-\bar{C}^{*}_{n0})\mathrm{Cos}m\lambda + \bar{S}_{nm}\mathrm{Sin}m\lambda\right) \frac{d\bar{P}_{nm}(\mathrm{Sin}\phi)}{d\phi} \qquad (7.c)$$

$$\eta(\phi,\lambda) = -\frac{1}{\mathrm{Cos}\phi} \sum_{n=2}^{L} \sum_{m=0}^{n} \left(-(\bar{C}_{nm}-\bar{C}^{*}_{n0})\mathrm{Sin}m\lambda + \bar{S}_{nm}\mathrm{Cos}m\lambda\right) m\, \bar{P}_{nm}(\mathrm{Sin}\phi) \qquad (7.d)$$

Böylelikle [1] ve [2] dönüşümlerinin ardışık uygulanmaları sonucu (7.a, b,c,d) eşitlikleri ile [3] dönüşümü elde edilmektedir.

(5) ve (7) eşitlikleri ile sayısal işlemler yapabilmek amacıyla, tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları ve türevleri için bilgisayar uygulamalarına uygun hesaplama formülleri belirlenmelidir. Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları için Heiskanen-Moritz (1967)'de :

$$\bar{P}_{no}(t) = \sqrt{2n+1}\; 2^{-n} \sum_{k=0}^{r} (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}\, t^{n-2k} \qquad m=0 \qquad (8.a)$$

$$m\neq 0 \qquad (8.b)$$

$$\bar{P}_{nm}(t) = \sqrt{2(2n-1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}}\; 2^{-n}(1-t^2)^{m/2} \sum_{k=0}^{r} (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-m-2k)!}\, t^{n-m-2k}$$

formulü varilmektedir. Burada $r \in IN$, $r = (n-m)/2$ ve $t = \mathrm{Cos}\theta, \phi=90^{o} - \theta$. Ancak (8) eşitlikleri üst dereceden (L>29) tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonlarının hesabında zorluklar yarattığından, tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları ve türevlerinin hesabında Colombo (1981)'de verilen yinelemeli formuller kullanılmaktadır.

Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları ve türevleri için yineleme formülleri Colombo (1981) ;

$$\bar{P}_{n-1,m-1}(\mathrm{Cos}\theta) = \left(\frac{(2n-1)(2n-3)}{(n-m)(n+m-2)}\right)^{1/2}(\mathrm{Cos}\theta\ \bar{P}_{n-2,m-1}(\mathrm{Cos}\theta))$$

$$-\left(\frac{(2n-1)(n+m-3)(n-m-1)}{(2n-5)(n+m-2)(n-m)}\right)^{1/2}\bar{P}_{n-3,m-1}(\mathrm{Cos}\theta) \qquad m \neq n \qquad (9.a)$$

$$\bar{P}_{n-1,n-1}(\mathrm{Cos}\theta) = \left(\frac{2n-1}{2n-2}\right)^{1/2}\mathrm{Sin}\theta\ \bar{P}_{n-2,n-2}(\mathrm{Cos}\theta) \qquad (9.b)$$

$$\frac{d\bar{P}_{nm}(\mathrm{Cos}\theta)}{d\theta} = (\mathrm{Sin}\theta)^{-1}(n\ \bar{P}_{nm}(\mathrm{Cos}\theta)\ \mathrm{Cos}\theta \qquad (9.c)$$

$$-\left(\frac{(n^2-m^2)(2n+1)}{2n-1}\right)^{-1/2}\bar{P}_{n-1,m}(\mathrm{Cos}\theta)) \qquad m \neq n$$

$$\frac{d\bar{P}_{nm}(\mathrm{Cos}\theta)}{d\theta} = \left(\frac{2n+1}{2n}\right)^{1/2}(\mathrm{Sin}\theta\ \frac{d}{d\theta}\ \bar{P}_{n-1,n-1}(\mathrm{Cos}\theta) \qquad (9.d)$$

$$+\mathrm{Cos}\theta\ \bar{P}_{n-1,n-1}(\mathrm{Cos}\theta)) \qquad n=m$$

Başlangıç değeri olarak

$$\frac{d\bar{P}_{oo}}{d\theta} = 0$$

alınır.

3. SAYISAL UYGULAMA

Bölüm 2'de verilen eşitliklerle sayısal işlem yapabilmek için öncelikle $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ ve $\bar{C}^*_{no}$ harmonik katsayıların verilmesi veya belirlenmesi gerekir.

$\bar{C}_{nm}$ ve $\bar{S}_{nm}$ katsayıları farklı ölçü kümelerini kullanan değişik çalışma guruplarınca hesaplanıp, dünya gravite modeli ismi altında kullanıma sunulmaktadır (Örneğin, SE IV 3, GEM9, GEM 10C, GRIM2, GRIM 3, v.b)(Rapp,1979). Her modele karşılık gelen $\bar{C}_{nm}$ $\bar{S}_{nm}$ farklı duyarlık ve nitelikte olduğundan, uğraşılan problemin yapısına uygun modelin seçimi önem kazanmaktadır.

Bu çalışmada GRIM 2 dünya gravite modeli seçilmiştir. Ancak, seçimde problemin özelliği gözönünde tutulmayıp elde edilebilirliği ölçüt olmuştur.

GRIM 2 Dünya Gravite Modeli (Balmino,v.d.1976) :

- 23 ncü dereceye kadar kuşak harmonik katsayıları
- 30 ncu derece ve sıraya kadar bölme ve dilim harmonik katsayıları ve
- $\bar{C}_{31,15}$, $\bar{S}_{31,15}$ bölme harmonik katsayıları ile
- $GM = 398\ 601.3\ km^3/sn^2$, $a = 6\ 378\ 155$ m başlangıç değerlerinden oluşmaktadır.

$\bar{C}^*_{no}$, n=2,4, ..., küresel kuşak harmonik katsayılarını hesaplamak amacıyla ;

$GM= 398\ 601.3\ kg^3/Sn^2$, $\omega= 7\ 292\ 115.10^{-11} rad.sn^{-1}$

$a= 6\ 378\ 155,m$, $\bar{C}^*_2 = \bar{C}_2 = -484.16905.10^{-6}$

parametre gurubu ile tanımlanan normal potansiyel U kullanılmaktadır.U'nun diğer parametreleri ile $\bar{C}^*_{no}$ katsayıları Moritz (1980)'de verilen formuller ile hesaplanmaktadır. Karşılaştırma yapabilmek için $\bar{C}_{no}$ ve $\bar{C}^*_{no}$ katsayıları, Tablo 1.de 22 nci dereceye kadar verilmektedir.

Tablo 1: $\bar{C}_{no}$ ve $\bar{C}^*_{no}$ Kuşak Harmonik Katsayıları

n	$\bar{C}_{no}$	$\bar{C}^*_{no}$	n	$\bar{C}_{no}$	$\bar{C}^*_{no}$
2	$-.48416905.10^{-3}$	$-.48416905.10^{-3}$	14	$-.01920.10^{-6}$	$+.44720.10^{-18}$
4	$+.53977\ .10^{-6}$	$+.79031\ .10^{-6}$	16	$-.00673.10^{-6}$	$-.34638.10^{-20}$
6	$-.15297\ .10^{-6}$	$-.16873\ .10^{-8}$	18	$+.01249.10^{-6}$	$+.24116.10^{-22}$
8	$+.04919\ .10^{-6}$	$+.34606\ .10^{-11}$	20	$+.01568.10^{-6}$	$-.16025.10^{-24}$
10	$+.05080\ .10^{-6}$	$-.26499\ .10^{-14}$	22	$-.01077.10^{-6}$	$+.10403.10^{-26}$
12	$+.03936\ .10^{-6}$	$-.41081\ .10^{-16}$			

n inci derece ve m inci sıradan tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonları ve ϕ'ya göre türevleri Colombo (1981)'de verilen LEGDFN alt programı ile hesaplanmakta olup bu programda (9.a,b,c,d) eşitlikleri kullanılmaktadır.

IBM 4331/11'de, (7.a,b,c,d) eşitlikleri için hazırlanan program ile ; $25^o \leq \lambda \leq 45^o$, $35^o \leq \phi \leq 42^o\ 30'$ aralığındaki bölgede oluşturulan 10'X10' lık kareleme köşelerinde, yukarıda özellikleri açıklanan { $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$, $\bar{C}_n$ } kullanılarak N , ξ , η ve Δg değerleri hesaplanmıştır.

Hesaplanan geoid yüksekliklerini çizgisel gösterebilmek amacıyla kareleme köşe koordinatları (ϕ,λ); $\phi_1=40^o$, $\phi_2=28^o$, $\lambda=33^o$ başlangıç değerlerine sahip iki standart paralelli Lambert konik konform projeksiyon koordinatlarına dönüştürülmüştür (Richardus,v.d.1974). Geoid haritası, HP-1000 bilgisayarında HIFI hazır program paketi ile gerçekleştirilmiştir.

ϕ,λ koordinat sistemindeki 10'X10' lık kareleme köşeleri, Lambert projeksiyon düzleminde rastgele noktalar oluşturmaktadır. Bu nedenle, ilk önce HIFIP proğram paketi ile Lambert projeksiyon düzleminde, X,Y koordinat çizgileri boyunca 15 km. aralıkla kareleme köşelerinde geoid yükseklikleri, rastgele noktalardan yararla interpole edilmiştir. Interpole edilen geoid yüksekliklerini veri kabul eden HIFIC program paketi ile Şekil-1'de verilen GRIM 2 Türkiye Geoidi çizdirilmiştir (Ebner,v.d.,1980). Şekil-1'de verilen geoıd, kontrol amacıyla Şekil-2'deki, Balmino v.d (1976)'da verilen global geoidin ilgili bölümü ile karşılaştırılmış ve uyumlu olduğu gözlenmiştir.

4. SONUÇLAR :

(5) ve (7) eşitlikleri, yeryuvarı R=a yarıçaplı bir küre varsayılarak türetilmiştir. Daha sonraki çalışmalarda, doğrudan (4) eşitliğinden bozucu potansiyel parametreleri için türetilen eşitliklerin kullanılması düşünülmektedir.

(4) eşitliği, V ve U potansiyellerinin aynı GM, ω, a ve C_2 parametrelerine sahip olduğu düşünülerek çıkarılmıştır. Kullanılan parametrelerde standartlaşmaya gidiliyor olmasına karşın günümüzde farklı parametreli dünya gravite modelleri ve geodezik referans sistemleri (GRS) birlikte kullanılmaktadır. Bu uygulamada da gözardı edilmesine karşın, parametrelerin farklı olmasından kaynaklanan düzeltme terimlerinin de hesaba katılması gereklidir.

Bölüm 3.deki sayısal uygulamada elipsoid ve atmosfer etkileri gözardı edilmiş olmasına karşın daha sonraki çalışmalarda gözönünde bulundurulacaktır (Moritz 1974).

Gerçekte (7.a) eşitliği ile ancak sferop-geop uzaklığı (Yükseklik anomalisi,ζ) hesaplanabilir. ζ'ye Heiskanen-Moritz (1967)'de verilen formüller ile hesaplanan düzeltmeler eklenerek N bulunabilir. Bölüm 3'de, (N-ζ) farkı gözardı edilerek (7.a) eşitliği geoid yüksekliği N hesabı için kullanılmaktadır.

Küresel harmonik serilerle global etki ölçülerden arındırıldıktan sonra geriye kalan Artık Ölçülerin, değişik yaklaşım yöntemleri ile değerlendirilmesi ile elde edilen sonuçların birbirlerine uyumlu olduğu görülmektedir (Schwarz 1983). Ayrıca, "Artık Ölçülere" göre düzenlenen kernel fonksiyonları gravimetrik geodezideki integral formüllerinin küçük bir bölgede açılımlarını yeterli kılmaktadır (Vanicek,John 1983). Bu olumlu yönleri nedeniyle, geodezik problemlerin çözümünde Artık Ölçülerin veri olarak kullanılması son 10 yıl içinde yaygınlaşmıştır. Uygulamalarda genellikle L $<$ 36 alınmış olup üst dereceden küresel harmonik katsayıların etkileri henüz incelenmemiştir (Schwarz 1983).

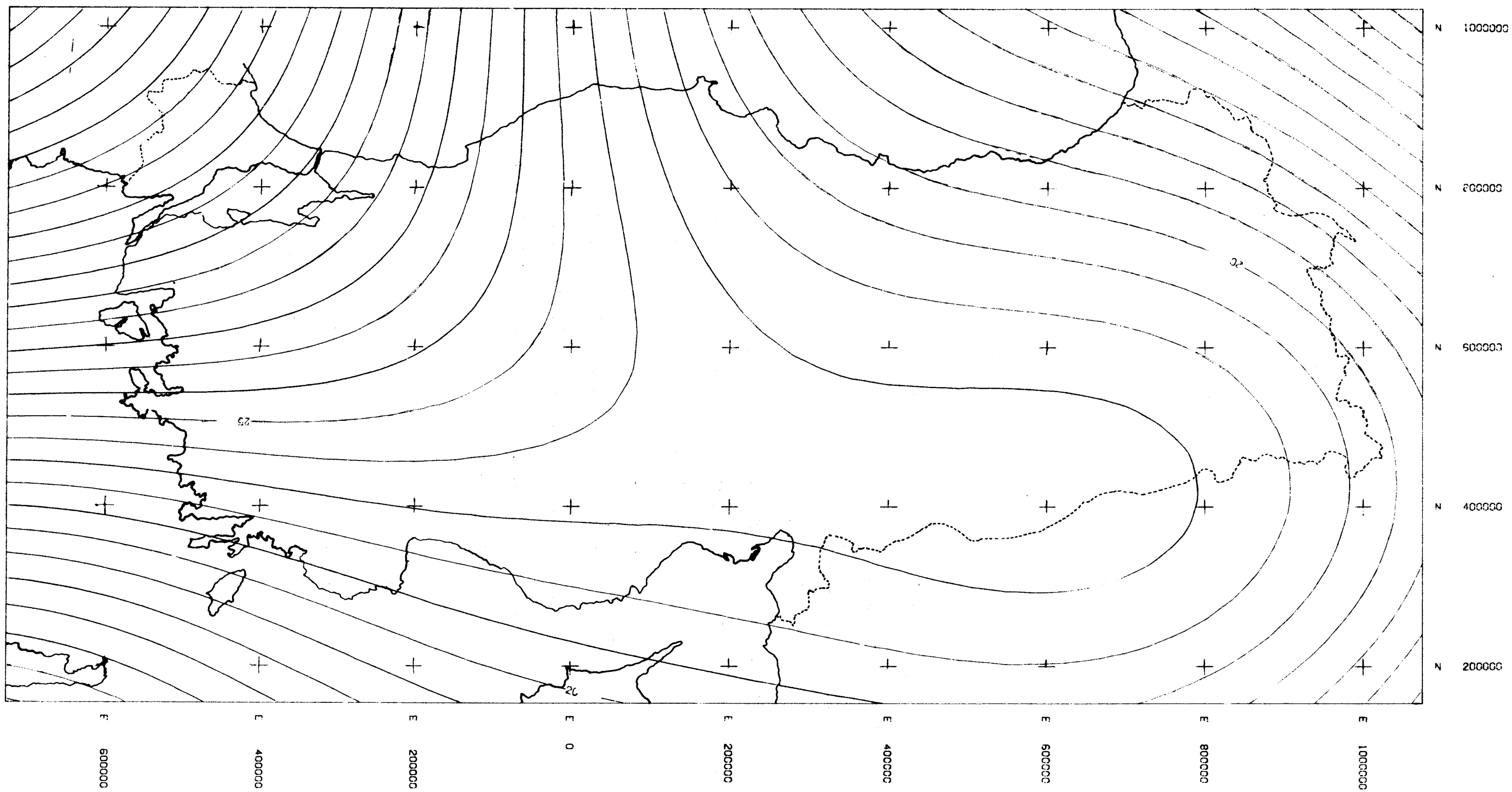
IAG'nin 1930 Stocholm toplantısında yer sferoidi yerine dönel elipsoidin başlangıç yüzeyi alınması önerilmiş ve kabul edilmiştir (Heiskanen-Moritz 1967). Ancak bazı geodezik problemlerin çözümünde, yeniden yer sferoidinin başlangıç yüzeyi olarak kullanılmaya başlandığı gözlenmektedir (Vanicek, John 1983:Tscherning 1983).

Bölüm 3'deki sayısal uygulamada GRIM 2 harmonik katsayıları kullanılmış olmasına karşın, daha sonraki çalışmalarda GEM 10C (ya da B), GRIM 3 veya Rapp'in 180 nci derece ve sıradan dünya gravite modellerinden birinin kullanılması düşünülmektedir.

TEŞEKKÜRLER

Çalışmalarım sırasında bana program desteği sağlayan Y.Müh.Yzb.Salih AYDEMİR'e ve Müh.Ütğm. İbrahim KINIK'a teşekkür ederim.

GRIM 2 TURKIYE GEOIDI (A=6378155 m) I . 4311000

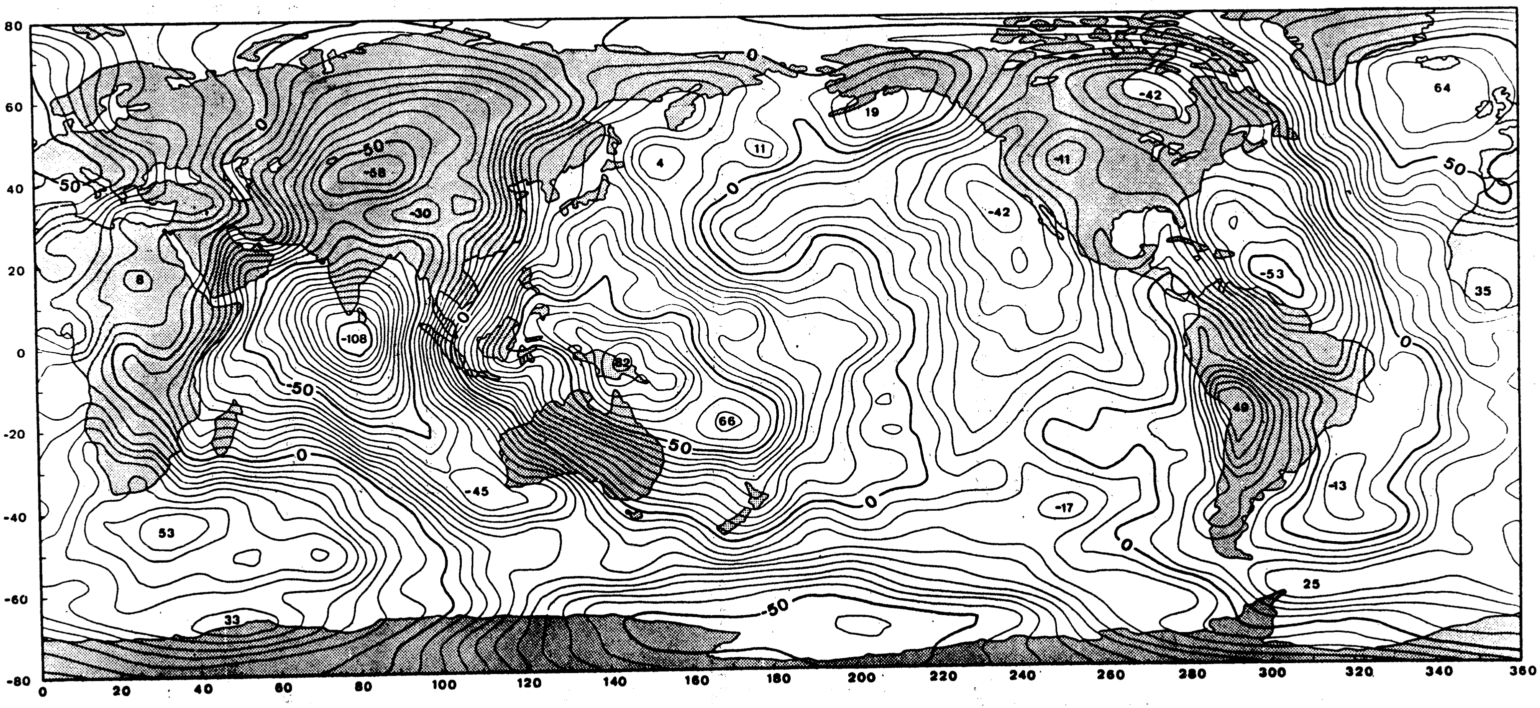


Şekil 1

GRGS / SFB 78 – GRIM 2 GEOID

G. BALMINO, CH. REIGBER, B. MOYNOT (1976)

a = 6378.155 Km; 1/f = 298.255



Şekil : 2

K A Y N A K L A R

Arabelos,D. : Determination of Deflections of the Vertical Using a Combination of Spherical Harmonics and Gravimetric Data for the Area of Greece.Bulletin Geodesique. Vol:57,No:3.(1983)

Balmino,G. : The Surface Gravity Data Available for Improvement of the Global Knowledge of the Geopotential. General Assembly of the IUGG/IAG.Hamburg.(1983)

Balmino,G.
Reigber,Ch.
Moynot.B. : The GRIM 2 Earth Gravity Field Model. DGK.Reihe A. Helf.Nr.86.(1976)

Colombo,O.L. : Numerical Methods for Harmonic Analysis on the Sphere.OSU.Dept. of Geodetic Science. Rept No:310 Columbus,Ohio.(1981)

Ebner,H.
Hofmann-Wellenhof,B.
Reiss,P.
Steidler,F. : HIFI-A Minicomputer Program Package for Height Interpolation by Finite Elements,ISP,Comm.IV Hamburg.(1980)

Heiskanen,W.A.
Moritz,H. : Physical Geodesy. Freeman. New York.(1967)

Jekeli,Ch. : A Numerical Study of the Divergence of Spherical Harmonic Series of the Gravity and Height Anomalous at the Earths Surface. Bulletin Geodesique. Vol:57,No:1 (1983)

Lachapelle,G. : Determination of the Geoid Using Heterogenous Data.Mitteilunger der geodatischen Institute der Technischen Universitat Graz.Folge 19.Graz.(1975)

Moritz,H. : Precise Gravimetric Geodesy.Air force Cambridge Research Laboratories.(1974)

Moritz,H. : Report of special Study Group No:5.39 of IAG. Fundamental Geodetic Constants. Presented at the XVI General Assembly of IUGG/IAG in Grenoble. (1975)

Moritz,H. : On the Convergence of the Spherical-Harmonic Expansion for the Geopotential at the Earths Surfacc. Bulletino di Geodesia E Science Affini. No:2-3 (1978)

Moritz,H. : Geodetic Reference System 1980. Bulletin Geodesique Vol.54.No:3. (1980)

Moritz,H. : Advanved Physical Geodesy. Herbert Withonann Verlag Karlsruhe.(1980)

Rapp,R.H. : Geoid Information by Wavelenght. Bulletin Geodesique. No: 110 (1973)

Rapp,R.H. : Report of Special Study Group 5.36'Computation of Earth Models by Data Combination.Presented at XVII General Assembly of the IUGG/IAG in Canberra.(1979)

Rapp,R.H. : The Earths Gravity Field to Degree and Order 180 Using SEASAT Altimeter Data, Terrestrial Gravity Data, and Other Data-OSU.Dept. of Geodetic Science.Rept.No:322.Columbus,Ohio.(1981)

Rapp,R.H. : Aspects of Geoid Definition and Determination. Presented at the General Meeting of the IAG. Tokyo.(1982 a)

Rapp,R.H. : Degree Variances of the Earths Potential,Topography and its Isostatic Compensation. Bulletin Geodesique. Vol:56,No:2.(1982 b)

Reigber,Ch., Balmino,G., Moynot,B., Muller,H. : The GRIM 3 Earth Gravity Field Model.Manuscripta Geodaetica.Vol.8 (1983)

Richardus,P., Adler,R.K. : Map Projections.North-Holland.(1974)

Schwarz,K.P. : Report of the Special Study Group No:4.70 of the IAG,"Gravity Field Approximation Techniques" to the 18 th General Assembly of the IUGG (IAG). (1983)

Sjöberg,L. : On the Convergence Problem for the Spherical Harmonic Expansion of the Geopotential at the Surface of the Earth. Bullettino di Geodesia E Science Affini. No:3.(1980)

Tscherning,C.C. : The role of High Degree Spherical Harmonic Expansions in Solving Geodetic Problems. Prepared for Symposium "Improved gravity field estimation on a global basis", General Assembly of the IAG, Hamburg.(1983)

Tscherning,C.C., Rapp,R.H., Goad,C. : A Comparison of Methods for Computing Gravimetric Quantities from High Degree Spherical Harmonic Expansions. Manuscripta Geodaetica Vol.8 pp 249-272. (1983)

Vanicek,P., Krakiwsky,E. : Geodesy : The Concepts.North-Holland (1982)

Vanicek,P., John,S. : Evaluation of Geoid Solutions for Canada Using Different Kinds of Data. Presented to IAG Symposium "Improved Gravity Field Estimation on Global Basis". Hamburg.(1983)