

KOLLOKASYONLA JEÖİD BELİRLEMEDE UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN ROBUST KESTİRİMİYLE BELİRLENMESİ VE ÖRNEK BİR UYGULAMA

Hakan AKÇIN
Ali AZAR

ÖZET

Jeodezik hesaplamalar, genellikle stokastik değişkenlerin gözlenmesi üzerine dayandırılır. Ölçülerdeki rastlantısal hataların hesaplanacak değişkenler üzerine etkisi, bilinmeyenlerden daha fazla ölçü yapılarak kontrol edilebilir. En küçük kareler kestirimi, ölçüler normal dağılımda olduğu zaman en güvenilir sonucu vermesine karşın, normal dağılımdan sadece bir ölçünün sapması ile sonuç bozulur. Böylece uyumsuz ölçü testlerinin uygulanması, birden fazla uyumsuz ölçünün olması durumunda zorlaşır. Bu yazıda kollokasyon ile jeoid belirlemede filtreleme aşamasında, uyumsuz ölçülerin robust kestirimi ile belirlenmesi örnek bir uygulama ile anlatılmış ve t-testi ile olan farklar incelenmiştir.

ABSTRACT

Geodetic computations are usually based on accounting for stochastic variables. The effect of measurements on the variables to be computed can be determined by having more measurements than unknowns. Although least squares estimation gives the most reliable results when measurements are at normal distribution, the results become corrupted when only a measurement outliers the normal distribution. Thus, the application of outlier detection test to the measurements becomes rather difficult in the presence of more than one outlier. In this paper; the detection of outliers with robust estimation is explained as far as geoid determination with collocation during filtering is concerned and a case study is presented and, also differences between t-test and robust estimation are examined.

1. GİRİŞ

Kollokasyonda uygulanan dengeleme modelinin genel modellerden farkı; ölçü ve hatasının yanısıra fonksiyonun da hatalı kabul edilerek uygulanmasıdır. Fonksiyonun bu hatasına signal adı verilir ve bunun örneğin bir jeoid yüksekliğinin bulunmasına uygulanması istenirse, genel fonksiyonel eşitlik;

$$l + n = N(x,y) + s \quad (1)$$

şekinde olur. Burada; $N(x,y)$ jeoid yüzeyini temsil eden fonksiyon, n noise olarak adlandırılan rastgele ölçü hataları, l ölçü vektörü ve s ise signal (uyarı) olarak bilinen sistematik hatadır. Jeoid belirlemenin bu işleminde $N(x,y)$ fonksiyonunu karakterize eden üç boyutlu koordinatlara ilişkin iki durum söz konusudur;

- Bunlardan ilki; konum koodinatlari (x,y) 'nin sabit alınıp, yükseklik değeri N 'nin hatalı kabul edilmesi,
- İkinci durum ise tüm koordinat değerlerinin (x,y,N) hatalı kabul edilmesidir.

Ele alınan ikinci yaklaşımda; Ölçü değerlerinden uyuşumsuz olanlarının belirlenmesi, dolayısıyla uyuşumsuz ölçü testi işleminin gerekliliği ortaya çıkar. Burada uygulanabilecek test yöntemleri olarak;

- t testi
- Tau testi
- Data snooping

bilinmesine karşın, robust kestirimi ile de uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi mümkün olabilmektedir. Bu amaçla; Bursa Metropolitan Alanı GPS Ağında örnek bir test bölgesi seçilerek, bu bölgede jeoid yüzeyinin GPS ve nivelman ölçülerinin kombinasyonu ile elde edilen jeoid yüksekliklerinin bir fonksiyonu olarak belirlenmesinde, kollokasyon tekniği uygulanmış ve robust kestirimi ile uyuşumsuz ölçü araştırması yapılmıştır.

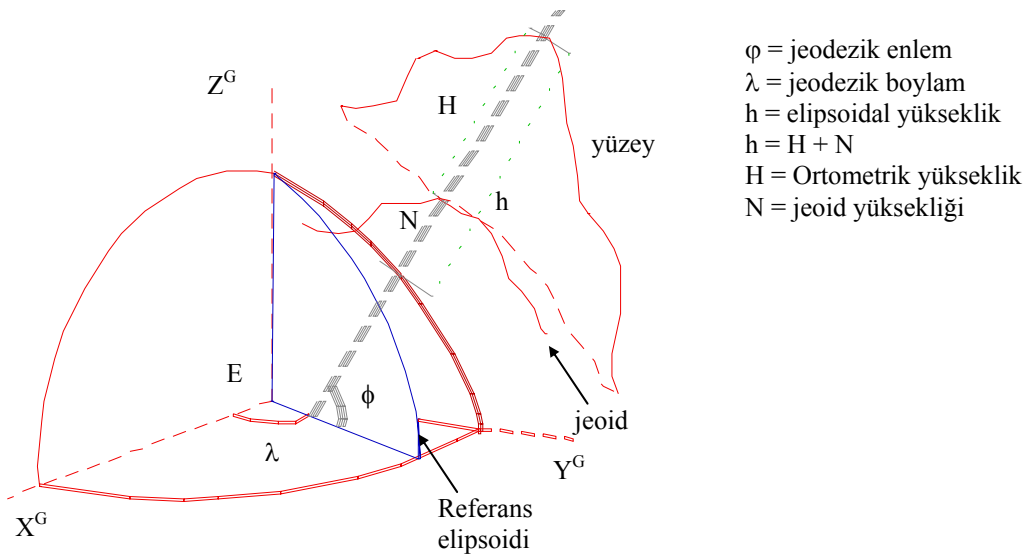
2. KOLLOKASYON İLE JEOİD PREDİKSİYONU

Günümüzde bilinen bir çok jeoid belirleme yöntemi mevcuttur. Bu yöntemlerden birisi; arazi parçasını karakterize eden yeterli sayıda noktanın jeoid yükseklik değerleri arasında kollokasyonla jeoid belirlenmesidir. Bu yöntemin uygulanmasında kullanılan karakteristik noktaların jeoid yükseklikleri çok değişik tekniklerle belirlenebilmektedir. Bunlardan günümüzde en çok uygulanan ve en pratik olanı, GPS ve nivelman tekniklerinin kombinasyonu ile elde edilen olup, böyle bir ifade

$$N \cong h - H \quad (2)$$

şeklinde (Şekil-1). Burada N jeoid yüksekliği, h GPS ile belirlenen elipsoid yüksekliği ve H ise nivelman ve gravite ölçüleriyle elde edilen ortometrik yüksekliktir.

Uzayda konumu bilinen herhangi bir P(x,y) noktasının prediksyonu yapılacak ΔN_u değeri, aynı uzayda konumu ve bir trend yüzeyinden olan ΔN_i sapma değeri bilinen örnekleme noktalarının



Şekil - 1: Jeoid ve referans elipsoidi arasındaki

$$\Delta N_u = a_1 \Delta N_1 + a_2 \Delta N_2 + \dots + a_n \Delta N_n \quad (3)$$

doğrusal bir fonksiyonu olduğu düşünülür. Böylece matris yazılımı ile

$$\Delta N_u = \underline{A}^T \underline{\Delta N} \quad (4)$$

eşitliği elde edilir. Predikte edilen değerin gerçek değerden sapması hata olarak ifade edilirse;

$$v_i = \Delta N_u - \Delta N_i = (\underline{A}^T \underline{\Delta N}) - \Delta N_i \quad (5)$$

eşitliği yazılabilir. Son yazılan bu eşitliğe varyansı minimum yapan a_i katsayılarının bulunması için hata yayılma kuralı uygulanırsa;

$$\sigma_v^2 = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{A}^T \end{bmatrix} \underline{Q} \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{A} \end{bmatrix} \quad (6)$$

bulunur. Buradaki \underline{Q} matrisi;

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \underline{q} \\ \underline{q} & \underline{C} \end{bmatrix} \quad (7)$$

şeklindedir. Burada, σ^2 , ΔN_u nun varyansı, \underline{q} , ΔN_u nun $\underline{\Delta N}$ vektörünün elemanları ile ilişkisini gösteren $n \times 1$ elemanlı çapraz korelasyon vektörü, \underline{C} ise ΔN vektörünün elemanları için simetrik otokorelasyon matrisidir. Buradan, (7) nolu eşitlik (6) nolu eşitlikte yerine konularak türevi alınıp sıfıra eşitlenirse;

$$\underline{CA} - \underline{q} = 0 \quad (8)$$

elde edilir /2/. Bu eşitliğin düzenlenmesiyle,

$$\underline{A} = \underline{C}^{-1} \underline{q} \quad (9)$$

yazılarak bu ifadenin (4) numaralı eşitlikte yerine konmasıyla

$$\Delta N_u = \underline{q}^T \underline{C}^{-1} \underline{\Delta N} \quad (10)$$

oluşur. Böylece en son oluşturulan ifadeden elde edilen artık değere, trend fonksiyonu olan $N(x,y)_{\text{trend}}$ de eklenirse sonuçta, konum koordinatları ile bilinen noktanın jeoid yüksekliği :

$$N_i = N(x, y)_{\text{trend}} + \underline{q}^T \underline{C}^{-1} \underline{\Delta N}_i \quad (11)$$

şeklinde belirlenmiş olur. Bu eşitliklerdeki \underline{C} ve \underline{q} matrislerinden ilki rastgele hata alanı içerisinde yalnızca örnekleme noktaları arasındaki mesafeler kullanılarak, ikincisi ise jeoid yüksekliği aranan noktanın örnekleme noktalarına olan mesafelerine bağlı olarak herhangi bir otokorelasyon fonksiyonu ile ele alınmaktadır. Dengelemenin kovaryans matrislerinin düzgün (regüler) olmasını sağlayan bu fonksiyonların en bilinenleri Tablo-1' de verilmiştir.

Tablo - 1 : Kollokasyonda kullanılan çeşitli otokorelasyon fonksiyonları

$C(d) = \frac{C_0}{(1 + (d / d_0)^2)}$	Hirvonen	d_0 : ortalama uzaklık C_0 : 1,2 ya da fonksiyonel d : Örnekleme noktaları arasındaki mesafe
$C(d) = C_0 e^{-d^2/k^2}$	Gauss	$k = 1,2$ ya da 3
$C(d) = C_0 e^{-a^2 d^2}$	Moritz - Heitz	
$C(d) = C_0 d^{-C_1} = C_0 f^{d^n}$	Lauer	$0 \leq f \leq 1, 0 \leq n \leq \infty$
$C(d) = \sin(C_0 d) / C_0 d$	Sönen dalga	
$C(d) = \frac{C_0}{2k^2} e^{-d^2/4k^2}$		$k = 1,2$ ya da 3
$C(d) = \frac{C_0}{k^2} e^{-d/k}$		$k = 1,2$ ya da 3

Elde edilen (\underline{C}) ve (\underline{q}) matrisleri

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & C(d_{12}) & C(d_{13}) & \dots & C(d_{1n}) \\ C(d_{21}) & 1 & C(d_{23}) & \dots & C(d_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C(d_{n1}) & C(d_{n2}) & C(d_{n3}) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ve

$$\underline{q}^T = [q(d_{m1}) \quad q(d_{m2}) \quad q(d_{m3}) \quad \dots \quad q(d_{mn})] \quad (13)$$

açık şekliyle yazılabilir. Kollokasyonun (1) nolu eşitlikte verilen dengeleme modeli için standart sapma:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\underline{N}^T \underline{C}^{-1} \underline{\Delta N}}{n - u}} \quad (14)$$

şeklindedir. Burada trend yüzeyini belirlemek için örneğin ikinci derece ortogonal bir polinom kullanılırsa, buna bağlı olarak saptamalar

$$\underline{\Delta N}_i = v_i = \{a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy\} - N_i \quad (15)$$

olarak belirlenir.

3. UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN EN KÜÇÜK KARELER İLE KESTİRİLENLER ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

En küçük kareler (EKK) normal koşullarda en optimal yöntem olmasına karşın, aşağıda verilen eşitliklerden de görüleceği üzere, ölçülerin normal dağılımdan küçük sapmaları için oldukça zayıf kalır. EKK, birkaç uyuşumsuz ölçü ya da kaba hatanın varlığı ile kolayca kırılır ve sonucu bozar.

Gauss-Markof modeli,

$$l + v = Ax \quad (\text{fonksiyonel model})$$

$$\Sigma = \sigma_0^2 P^{-1} \quad (\text{stokastik model})$$

şeklindedir. Uyuşumsuz ölçü içermeyen ölçü kümesi \bar{l} ve içeren küme l ile gösterilirse

$$\begin{aligned} \bar{l} + \bar{v} &= \bar{A}\bar{x} \\ l + v &= Ax \end{aligned} \quad (16)$$

yazılabilir. Üzeri çizgili olan parametreler uyuşumsuz ölçülerden etkilenmeyen, çizgili olanlar ise etkilenenlerdir.

$$l = \bar{l} - H\Delta \quad (17)$$

$H\Delta$ uyuşumsuz ölçüler olmak üzere, H köşegenleri 1 diğer elemanları sıfır ve boyutu ise ölçü sayısı kadar olan kare bir matristir. Δ ise uyuşumsuz kabul edilen ölçü için ε değerini alan ve diğer kısımlarında sıfır olan bir vektördür. (17) eşitliği göz önüne alınırsa,

$$\begin{aligned} x &= (A^T P A)^{-1} A^T P l = (A^T P A)^{-1} A^T P \bar{l} - (A^T P A)^{-1} A^T P H \Delta \\ x &= \bar{x} - Q_{xx} A^T P H \Delta \\ v &= Ax - l = A(\bar{x} - Q_{xx} A^T P H \Delta) - (\bar{l} - H\Delta) = v + Q_{vv} P H \Delta \\ m_0^2 &= \frac{v^T P v}{n - u} = \frac{(\bar{v} + Q_{vv} P H \Delta)^T P (\bar{v} + Q_{vv} P H \Delta)}{n - u} \end{aligned} \quad (18)$$

elde edilir. Bu eşitlikler incelendiğinde, uyuşumsuz ölçülerin tüm değerleri etkilediği görülmektedir.

4. UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ BELİRLEME İÇİN ROBUST KESTİRİMİ

Robust Kestirim; kümesindeki değişimlere ya da genel olarak varsayımlardaki küçük sapmalara duyarsız olan bir dağılımdan elde edilen kestirim olarak tanımlanır/5/,/6/,/7/. Bu kestirimde bilinmeyen parametreler, uyuşumsuz ölçülerin olumsuz etkilerine karşı korunmaktadır. Yinelemeli, ağırlıklandırılmalı çözüm süreci boyunca uyuşumsuz ölçülerin ağırlıkları küçülmekte ve hatta sıfıra gitmektedir. Böylece uyuşumsuz ölçüler tanınmaktadır.

Huber bir dağılımın konum kestirilmesi için M-kestiricisini önermektedir /1/.

$$M = \sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \min. \quad (19)$$

$\rho(v_i)$ nin v_i ye göre türevi alınır,

$$\frac{\partial \rho}{\partial v_i} = \psi(v_i) \quad (20)$$

olarak gösterilir ve buna etki fonksiyonu denir. M'nin bilinmeyenlere göre türevi alınır,

$$\sum_{j=1}^n \psi(v_j) a_{ij} = 0$$

matris gösterimi ile

$$\underline{A}^T \underline{\psi}(v) = \underline{A}^T \underline{\psi}(\underline{Ax} - \underline{l}) = 0 \quad (21)$$

yazılabilir. Genel olarak (21) eşitliğinin çözümü için çeşitli yöntemler uygulanabilir. Bu eşitliğe

$$w = w(v) = \frac{\psi(v)}{v} = \frac{\psi(\underline{Ax} - \underline{l})}{\underline{Ax} - \underline{l}}$$

dönüşümü yapılırsa, EKK'e benzer olarak

$$\underline{A}^T \underline{W}(\underline{Ax} - \underline{l}) = \underline{A}^T \underline{W}(v) = 0 \quad (22)$$

elde edilir. Böylece,

$$\underline{\hat{x}} = (\underline{A}^T \underline{WA})^{-1} \underline{A}^T \underline{Wl} \quad (23)$$

eşitliği yazılabilir. Burada iteratif çözüm yaparak türev fonksiyonlarının minimize edilebilmesi için, ilk dengelemede

$$W(v_0) = P = I$$

seçilir ve daha sonra W değerleri iterasyon ile

$$W_k = PW(v_{k-1}) \quad k = 1,2,3\dots \quad (24)$$

hesaplanır. Buradan da

$$\underline{\hat{x}}_k = (\underline{A}^T \underline{W}_k \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{W}_k \underline{l} \quad (25)$$

bilinmeyenler bulunur. Her iterasyonda düzeltme (v_k) değerleri hesaplanır ve verilen c sınır değerinden büyük veya küçük oluşu araştırılıp, o ölçünün W_{k+1} değeri seçilen ağırlık fonksiyonuna göre hesaplanır. Yeterli sayıda iterasyondan sonra, ağırlığı sıfıra yaklaşan ölçüler uyumsuz olarak kabul edilir. Bu ölçüler kümeden çıkarılıp, kalanlarla EKK yöntemi ile dengeleme yapılır.

Kullanılan bazı ağırlık fonksiyonları ise şunlardır.

$$w(v_i) = \begin{cases} 1 & |v_i| \leq c \\ c \cdot \text{sign}(v_i) & |v_i| \geq c \end{cases} \quad \text{Huber} \quad (26)$$

$$w(v_i) = \begin{cases} \left(\frac{|v_i|}{c} \right)^{-1} \sin \frac{|v_i|}{c} & |v_i| \leq c\pi \\ 0 & |v_i| \geq c\pi \end{cases} \quad \text{Andrews} \quad (27)$$

$$w(v_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{|v_i|}{c} \right)^2 \right]^2 & |v_i| \leq c \\ 0 & |v_i| \geq c \end{cases} \quad \text{Beaton-Tukey} \quad (28)$$

c değeri için $1,5\sigma_0$, $2\sigma_0$ gibi değerler alınabilmesine karşın, bunun hem A tasarım matrisine hemde α yanlışma olasılığına bağlı olarak

$$c_i = \sigma_0 \sqrt{P_i} \sqrt{Q_{vivi}} t_{(1-\alpha/2),f} \quad (29)$$

hesaplanması daha gerçekçi olur/3/.

5. DENEYSEL UYGULAMA

DeneySEL uygulama için Bursa Metropolitan Alanı içerisinde 9 noktalı bir test ağının, 67 adet örnekleme noktasında yapılan GPS ve nivelman gözlemlerinden elde edilmiş jeoid yükseklikleri kullanılarak kollokasyon işlemi yardımıyla jeoid yükseklikleri prediksyon ile

hesaplanmıştır. 9 noktalı GPS test ağının jeoid yüksekliği hesabında otokorelasyon fonksiyonu olarak Hirvonen fonksiyonu kullanılmıştır. Robust kestiriminde ise Beaton-Tukey ağırlık fonksiyonu kullanılmıştır.

Trend yüzeyinin belirlenmesi için ikinci dereceden bir polinom ele alınmıştır. Birinci aşamada yüzey elemanları EKKY'ne göre dengelenmiş ve t-testi uygulanarak uyuşumsuz ölçüler tespit edilmiştir.

T-testi, uyuşumsuzluğu araştırılacak her bir düzeltme (v_i) değerinin tüm düzeltmeler toplamı $\Omega = v^T P v$ içindeki payı çıkarılarak gerçekleştirilir. Bu durumda soncul varyans şu şekilde,

$$m_0^2 = \frac{\{(\Omega - v_i^2) / (q_{v_i v_i})\}}{(n - u - 1)} \quad (30)$$

elde edilir. Burada, $q_{v_i v_i}$, Q_{vv} matrisinin (i,i). elemanıdır ve formülü

$$Q_{vv} = P^{-1} - A(A^T P A)^{-1} A^T \quad (31)$$

şeklindedir. Test değeri,

$$T_i = \frac{|v_i|}{m_0 \sqrt{q_{v_i v_i}}} \quad (32)$$

ile karşılaştırma kriteri ($t_{(n-u-1), 1-\alpha/2}$) değerini kullanarak uyuşumsuz ölçü testi yapılır. Bu durumda, $T_i > (t_{(n-u-1), 1-\alpha/2})$ ise o ölçü uyuşumsuz kabul edilip, ölçü kümesinden çıkarılır.

(18) numaralı eşitlikten görüleceği üzere, uyuşumsuz olan ölçü diğer ölçüleri de etkilemektedir. Dolayısıyla, gerçekte uyuşumsuz olmayan bir ölçü, (32) eşitliğinde uyuşumsuz gibi elde edilebilir. Bu durumda yapılması gereken, tüm ölçülerin test değerleri hesaplanır ve karşılaştırılır. Karşılaştırma kriterinden büyük olan test değerlerinin sadece en büyüğü ölçü kümesinden çıkarılıp, dengeleme ve uyuşumsuz ölçü araştırması tekrar yapılır. Bu işlem ölçü kümesinde uyuşumsuz ölçü kalmayınca dek sürdürülür.

Uygulamada t-testi sonucu belirlenen 5 uyuşumsuz ölçü, kümeden çıkarılmış ve dengeleme yeniden yapılmıştır. Yapılan dengelemede birim ölçünün soncul karesel ortalama hatası (m_0) 0.022 m. olarak bulunmuştur. İkinci aşamada uyuşumsuz ölçü tesbiti için robust kestirimi kullanılmış, birinci iterasyonda tüm ağırlıklar 1 alınmış ve 6 iterasyon sonunda da 13 ölçü uyuşumsuz olarak bulunmuştur (Çizelge-1). Hesaplamalarda uyuşumsuz bulunan 13 nokta atılmadan 6. İterasyonda bulunan ağırlıklar ile hesaplanan değerler ve soncul varyans Çizelge-2'de verilmiştir. Daha sonra, 13 uyuşumsuz ölçü kümeden çıkarılıp, dengeleme hesabı EKKY'ne göre yapılmış ve soncul m_0 0.015 m olarak bulunmuştur.

Bulunan iki ayrı trend yüzeyine göre de kollakosyon hesabı yapılmış, sonuçlar Çizelge-3'de sunulmuştur. Son olarak; iki değişik trend yüzeyi geçirilerek elde edilen jeoid yüksekliklerinin gerçek değerden olan farklara göre standart sapmaları hesaplanmış ve

Cochran eş değerlilik testine tabi tutulmuştur. Bu test, serbestlik dereceleri aynı olan iki ayrı ölçü kümesinin eş değerlikli sonuç üretip üretmediğinin araştırılmasında kullanılır.

Çizelge - 1 : Beaton-Tukey fonksiyonu kullanılarak yapılan iterasyon sonuçları

N.N	W 1	W 2	W 3	W 4	W 5	W 6
1552	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1558	1,00000	0,60894	0,99617	0,93308	0,89788	0,88191
1560	1,00000	0,24556	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1563	1,00000	0,99997	0,83302	0,76229	0,74636	0,74210
1564	1,00000	0,95879	0,96920	0,93933	0,93297	0,93144
1565	1,00000	0,79408	0,97869	0,99207	0,99340	0,99349
1566	1,00000	0,71545	0,91845	0,93959	0,94084	0,94023
1567	1,00000	0,92848	0,99847	0,99991	0,99990	0,99985
1568	1,00000	0,99997	0,97006	0,96476	0,96623	0,96708
1569	1,00000	0,92026	0,97326	0,97413	0,97217	0,97140
1570	1,00000	0,59278	0,66843	0,66345	0,65717	0,65565
1571	1,00000	0,41376	0,48059	0,47191	0,46746	0,46912
1572	1,00000	0,99202	0,98402	0,98637	0,98686	0,98606
1573	1,00000	0,88054	0,88086	0,87478	0,87653	0,88130
1574	1,00000	0,92499	0,92043	0,91736	0,92198	0,92839
1576	1,00000	0,87431	0,91783	0,91959	0,91552	0,91117
1577	1,00000	0,91646	0,95825	0,95869	0,95570	0,95304
1578	1,00000	0,99815	0,99740	0,99735	0,99798	0,99840
1579	1,00000	0,04828	0,11471	0,11382	0,10902	0,10621
1580	1,00000	0,84906	0,91401	0,91226	0,90917	0,90808
1581	1,00000	0,82623	0,89272	0,88921	0,88587	0,88529
1582	1,00000	0,96556	0,98998	0,98873	0,98806	0,98838
1584	1,00000	0,99708	0,98965	0,99168	0,99182	0,99093
1585	1,00000	0,96350	0,97309	0,96909	0,96934	0,97149
1586	1,00000	0,82932	0,84163	0,84994	0,84576	0,83794
1587	1,00000	0,75640	0,81616	0,83422	0,83288	0,82620
1588	1,00000	0,90759	0,81265	0,78931	0,79221	0,80094
1591	1,00000	0,65633	0,81524	0,82092	0,80400	0,78586
1592	1,00000	0,87865	0,79406	0,80475	0,82882	0,84911
1593	1,00000	0,92513	0,89148	0,91168	0,93347	0,94899
1595	1,00000	0,18739	0,18042	0,12961	0,08922	0,06269
1596	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1598	1,00000	0,41870	0,31421	0,22598	0,16464	0,12434
1599	1,00000	0,31854	0,20098	0,12112	0,07208	0,04336
1600	1,00000	0,97199	0,99885	0,99613	0,98272	0,96727
1601	1,00000	0,04831	0,14987	0,24167	0,31375	0,36750
1602	1,00000	0,74940	0,87137	0,92977	0,96090	0,97788
1603	1,00000	0,94351	0,84650	0,77287	0,71445	0,66871
1604	1,00000	0,83987	0,70344	0,60974	0,54095	0,48958
1605	1,00000	0,77968	0,89381	0,95261	0,97929	0,99160
1652	1,00000	0,43654	0,57363	0,61566	0,65013	0,68063
1653	1,00000	0,76131	0,84661	0,86092	0,87691	0,89326
1654	1,00000	0,73655	0,81180	0,81650	0,82963	0,84620
1655	1,00000	0,71497	0,78053	0,77744	0,78812	0,80460
1674	1,00000	0,48112	0,73333	0,85880	0,89721	0,90754
1675	1,00000	0,63442	0,88464	0,96768	0,98590	0,99007
1676	1,00000	0,50975	0,86481	0,96752	0,98856	0,99339
1677	1,00000	0,14598	0,60416	0,80372	0,86554	0,88568
1678	1,00000	0,21471	0,73463	0,91031	0,95516	0,96839
1679	1,00000	0,03361	0,55236	0,78675	0,85867	0,88321
1680	1,00000	0,42773	0,95578	0,99793	0,97936	0,96663
1681	1,00000	0,00000	0,13436	0,43298	0,55707	0,60782
1682	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1683	1,00000	0,31081	0,99987	0,88096	0,78295	0,73293
1687	1,00000	0,99120	0,99415	0,97929	0,96213	0,94530
1688	1,00000	0,00010	0,05414	0,09118	0,12544	0,15590
1689	1,00000	0,00000	0,01816	0,03930	0,06188	0,08382
1690	1,00000	0,13330	0,03661	0,01973	0,00878	0,00273
1691	1,00000	0,99855	0,98933	0,98018	0,96951	0,95843
1692	1,00000	0,99857	0,97480	0,96477	0,95287	0,94067
1693	1,00000	0,95324	0,98256	0,98676	0,99168	0,99538
1694	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1695	1,00000	0,93767	0,93339	0,92998	0,93646	0,94399
1696	1,00000	0,21103	0,14577	0,12893	0,13467	0,14449
1697	1,00000	0,92203	0,96410	0,97179	0,96976	0,96609
1698	1,00000	0,98775	0,94074	0,92606	0,92758	0,93172
1699	1,00000	0,93276	0,99055	0,99614	0,99606	0,99520

Çizelge - 2 : Robust kestirimde uyuşumsuz bulunan 13 nokta atılmadan 6. İterasyonda bulunan ağırlıklar ile hesaplanan değerler ve soncul varyans

N.N	H(m)	N(m)
1016	160.825	36.540
1021	146.196	36.548
1022	192.889	36.630
1023	160.462	36.629
1024	169.925	36.570
1025	203.516	36.780
1026	311.847	36.853
1027	426.595	36.937
1038	151.284	36.616
m ₀	0.013	

Çizelge - 3 : Robust kestirimi ve t testiyle uyuşumsuz ölçüleri ayıklanan trend yüzeyinde kollokasyonla bulunan değerler ile geometrik nivelmanla bulunan yükseklik ve jeoid değerleri

Robust ile koll.			t testiyle koll.			Gerçek değerler	
N.N	H(m)	N(m)	N.N	H(m)	N(m)	H(m)	N(m)
1016	160.809	36.556	1016	160.836	36.529	160.805	36.560
1021	146.180	36.564	1021	146.192	36.552	146.125	36.619
1022	192.875	36.644	1022	192.884	36.635	192.843	36.676
1023	160.451	36.640	1023	160.450	36.641		
1024	169.911	36.584	1024	169.912	36.579	169.908	36.587
1025	203.507	36.789	1025	203.500	36.796	203.511	36.785
1026	311.834	36.866	1026	311.831	36.869	311.898	36.802
1027	426.583	36.949	1027	426.630	36.904		
1038	151.274	36.628	1038	151.267	36.635	151.263	36.639

Cochran testi için genel eşitlikler şu şekildedir:

$$\text{Sıfır Hipotezi } H_0: E\{\sigma_1^2\} = E\{\sigma_2^2\} = \dots = E\{\sigma_n^2\} = \sigma_0^2 \quad (33)$$

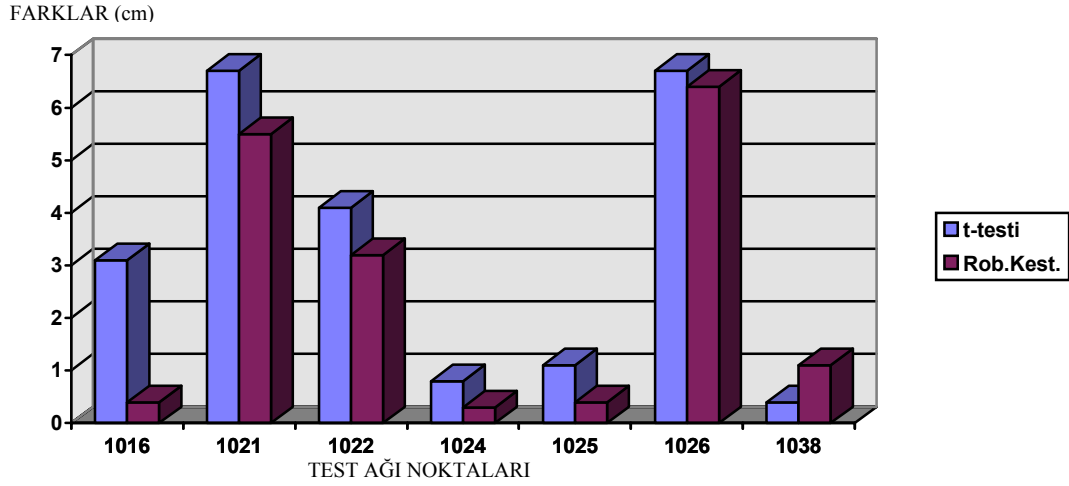
$$\text{Test Büyüklüğü } \bar{G}_{\text{mak}} = \frac{\sigma_{\text{mak}}^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}$$

(34)

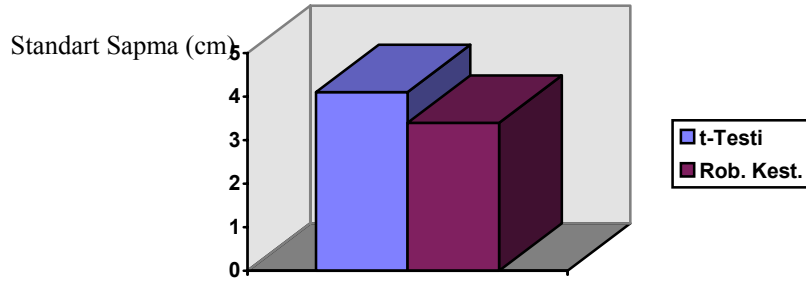
$$\text{Karşılaştırma kriteri } G_{m,f,\%95} \quad (35)$$

$$\text{Sonuç } \bar{G}_{\text{mak}} \leq G_{m,f,\%95} \quad (36)$$

Uygulama sonunda elde edilen gerçek değerlerden farklar ve standart sapmalar Şekil-2 ve 3'de verilmiştir. Cochran testi sonuçları ve karşılaştırma değer tablosu ise Çizelge-4 ile Tablo-2'de verilmiştir.



Şekil - 2 : İki ayrı trend yüzeyinden elde edilen sonuçların gerçek değerden olan farkları



Şekil - 3 : Gerçek değerden olan farklara göre standart sapmalar

Çizelge - 4 : Farklara ilişkin istatistikler ve cochran eş değerlilik testi

t-testi sonuçlarının gerçek değerden farklarına ilişkin standart sapma	4.1cm
Robust kestirim sonuçlarının gerçek değerden farklarına ilişkin standart sapma	3.4cm
Cochran Testi: $G_{\max} = 16.887 / (11.867 + 16.887) = 0.587$; $G_{2,7, \%95} = 0.8332$	Sonuç +

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma kapsamında 9 noktalı GPS test ağının jeoid yükseklikleri kollokasyon yapılarak belirlenmiş ve uygulamada Hirvonen otokorelasyon fonksiyonu kullanılmıştır. Uygulamada kullanılan dayanak noktalarının uyuşumsuz ölçü testi robust ve t - testi ile gerçekleştirilmiştir. Test ağının 9 noktasından 7 tanesinin geometrik nivelman ve GPS ölçüleri kullanılarak, hesaplamalarla bulunan değerleri karşılaştırmak için gerekli jeoid yüksekliği değerleri belirlenmiştir (bu değerler tablo ve çizelgelerde gerçek değer olarak tanımlanmıştır). Buna göre uygulama sonuçları karşılaştırıldığında her iki uyuşumsuz ölçü testi tutarlı ve eşdeğerlikli sonuçlar vermesine karşın, robust kestirim testiyle elde edilen kollokasyon sonuçlarının t-testine göre gerçek değere daha yakın olduğu belirlenmiştir.

Sayısal harita üretimi gibi ülkemizde kullanımı ve uygulama alanları gittikçe yaygınlaşan büyük çaplı çalışmalarda ve GPS ile ortometrik yükseklik elde etme gibi jeodezik çalışmalarda, kollokasyon ile jeoid yüzeyi modellemesinin oldukça başarılı sonuçlar verdiği görülmüş olup uygulamacılara önerilir. Ayrıca, bu tür yüzey modellemesi çalışmalarında trend yüzeyi oluşturmak için dayanak noktalarına mutlaka uyuşumsuz ölçü testi uygulanmalıdır.

KAYNAKLAR

- /1/ Caspary W., Haen W.,:Simultaneous estimation of location and scale parameters in the context of robust M-estimation, Manuscripta geodeatica vol. 15, pp.273-282, 1990.
- /2/ Güler A., :Sayısal arazi modellerinde iki enterpolasyon yöntemiyle denemeler, K.T.Ü. yayını, TRABZON, 1983.
- /3/ Hekimoğlu Ş., v.d. :Birden fazla uyuşumsuz ölçünün robust kestirim yöntemleriyle tanısı ve uyuşumsuz ölçü testlerinde belirlenmesi, Prof. Dr. H. Wolf Jeodezi Sempozyumu, İSTANBUL, 1993.
- /4/ Krakiwsky E. J., Biacs Z. F., :Least squares collocation and statistical testing, Bull. Geod., Vol. 64, pp.73-87, 1990.
- /5/ Schaffrin B., :An alternative approach to robust collocation, Bull. Geod. Vol. 63, pp.395-404, 1989.
- /6/ Yaşayan A., :Robust kestirim kavramı ilkesi ve uygulamaları üzerine irdelemeler, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası Bülteni, sayı 72, s. 56-66, ANKARA, 1993.
- /7/ Yuanxi Y., :Robust estimation for dependent observations, Manuscripta geodeatica vol. 19, pp.10-17,1994.

BİLGİLENDİRME

Bu çalışmanın deneysel uygulaması, Bursa Metropolitan Alanı Sayısal Fotogrametrik Harita Üretimi Projesi kapsamında hazırlanmıştır. Ölçümlerin ve verilerin elde edilışindeki katkılarında dolayı idare BUSKİ, proje yapımçı kuruluş MNG bilgisayar A.Ş. ile proje müşavirlik ve kontrol birimi Zonguldak Karaelmas Üniversitesine teşekkür ederiz.