Jeodezik ve astronomik kemmiyatı vaziyelerin laplas usulile muvazeneleri.

Yazan:
Cand. Geod.

Tercüme eden:
Kasım Yaşar

Astronomik - Geodezik müselles şebekelerinin müvazenesinden evvel şakul inhirafını (Lotaweichung) izah ve halle çalışalım:

Şekilde görülen A, P, A′, P′ malûm bir referens ellipsoit din meridyanını G G′, J noktasındaki Geoid'in sathını göstermektedirler. Referens ellipsoidin ne şekilde bir mana ifade ettiğini anlamak için aşağıdaki şu küçük düşünceyi yazmak kâfi gelir:

Bu böyle bir Ellipsoit dirki, her hangi küçük bir Geoid sathında nazarî olarak ona müsavi kabul edilir.

Zaten kürei arzın tarifinden de anlaşıldığı veçhile kendisi ilk evvela bir Geoid sonradan bir takarrupla Sphäroid ve daha ileri gidersek Elipsoit, küre veya son olarak küçük kısımlarda birer müstevi satıh olarak kabul olunur. O halde J noktasında referens Elipsoit ve Geoid satıhları birbirlerine temasda bulunurlar, malûm noktadan uzaklaşıldıkta seyirleri derakap değişir.

J noktasında bu satıhlara birer mümas çizelim ve bunlara g g′ ve p p′ dıyelim. Aynı noktadan bu iki mümasa birer amut resmedersek aralarında teşekkül eden zaviyeye ζ yani şakul inhirafı derler. Bu yalnız meridyanda olup hakikatte ise kendisinin mücessem bir manası vardır. Yani üç mürtesemi (Komponenti) vardır Bunlar:

1 — Tuldeki şakul inhirafı: η sec φ

2 — Arzdaki şakul inhirafı: ζ

3 — Semtteki şakul inhirafı: η tg φ şeklinde gösterilirler.

Şimdi mümaslara çizilen bu amutları hususi şekilde fakat bir maksada mebni isimlendirilmiş (Referens ellipsoit) in büyük mihverile tekatu ettirelim, aralarında teşekkül eden zaviyeler φ, φ' olsunlar.

Bunlardan φ Geodezi arzı (yani bilhesap bulunan kıymet olsun), φ' de Astronomi arzı (yani rasatlarla elde edilen kıymet), o halde şu küçük ve basit münasebet yazılabilir:

$$\varphi' = \varphi + \zeta$$

I.....
$$\zeta = \varphi' - \varphi$$

Şakul inhirafı yalnız Meridyanda değil aynı zamanda iki türlü tayin edilir:

I - İlk evvelâ mutlak şakul inhirafı Θ ile onun semti ε verilerek tayin olunur.

II - Yahut ζ ve η komponent'leri şimalî ve şarkî cihetlere göre tesbit edilerek tayin olunur.

Aşağıdaki şu düsturlar bunu güzelce izah ederler:

II........
$$\eta = \Theta \sin \varepsilon, \quad \zeta = \Theta \cos \varepsilon$$

(Z) Referens ellipsoide ait Geodezi şakul noktası.

φ geodezi arzı.

Z' Geoide tekabül eden Astronomi şakul noktası.

φ' Astronomi arzı.

Şekil II de Z Geodezi ve Z' Astronomi şakul noktalarını P de her iki şakul noktasile alâka ve münasebette bulunan kutbu (J), üzerinde Geodezik ve Astronomik rasatlar yapılan kürei arzın bir noktasın göstermektedirler.

Şimdi biz her iki vaziyete göre tayin edilmiş bulunan:

$\varphi \; ; L \; ; \alpha$ Geodezi kıymetleri.

$\varphi' \; ; L' \; ; \alpha$ Astronomi „

Bu kıymetler arasındaki münasebetleri araştıralım:

Arzdaki şakul inhirafı (ζ)

Şakul inhirafının Meridyana ait mürtesemi gayet kolay bir şekilde istihraç edilir:

P Z Z′ kürevî müsellesinde,

$$Z P = 90^\circ - \varphi$$

$$Z' P = 90^\circ - \varphi' \quad \text{dır.}$$

Eğer Z′ noktasından Meridyan üzerine bir amut düşersek o zaman P Z Z müsellesini iki kısma ayırmış oluruz. O halde Z Z′ dıl'ının Meridyan üzerindeki tertip ve faslası ζ, η olur. $L' - L$ gayet küçük bir kıymet olduğundan P Z ile P Z′ bir birlerine müsavi kabul edersek şu ifadeyi:

$$\zeta = (90^\circ - \varphi) - (90^\circ - \varphi')$$

III....... $\zeta = \varphi' - \varphi$ yazabiliriz.

Tuldeki şakul inhirafı $\eta \sec \varphi$

Coğrafi tul tayinlerinin mukayesesinde daima dikkat edilecek bir şey varsa o da bunların bütün mahallî zaman tayinlerine istinadıdır.

Meselâ: (L′), J noktasının garbında her hangi bir J_o istasyonu (meselâ Greenwich) e nazaran irca edilmiş Astronomik tulü coğrafi ise o halde bir T yıldızı J istasyonunun Meridyanında J_o a nazaran şu düstur:

IV..... $t = t_o - L'$ anında geçer.

Bu mürur T yildızının P Z′ deklinasyon dairesinde vuku bulur, fakat buna mukabil aynı yıldızın P Z deklinasyon dairesinden müruru biraz daha geç olur ve kemmiyetce Z P Z′ zaviyesine müsavidir. O halde:

IV a ...... $t = t_o - L' + Z P Z'$ dir.

Eğer (L) J noktasının geodezık tulü coğrafisi ise buna nazaran da şu ifade elde edilir:

V .... $t = t_o - L$

Her iki düsturun imfızacı ile:

VI .... $Z P Z' = L' - L$

Şekilden de okunan VI numaralı düstur tesbit edilmiş olur. Şimdi $(L' - L)$ li η cinsinden ifade etmek istiyoruz:

P Z Z′ kürevî müsellesinde kaim zaviyeli küçük Z H Z′ ıle Z′ H P müsellesleri zaten η amudunun tersimile husule geliyorlar, bunların kombinasyonile aşağıdaki şu ifadeyi yazmak gayet kolay olur:

$$\sin (L' - L) = \frac{\sin \eta}{\sin(90° - \varphi')} = \frac{\sin \eta}{\cos \varphi'} \quad \text{olur.}$$

$L' - L$ in gayet küçük bir miktar olduğunu ilerde de yazmıştık, bu şart dahilind $\sin (L' - L) = L' - L$ yazmak kabildir O halde.

$$L - L = \frac{\sin \eta}{\cos \varphi'}, \; ; L' - L = \sin \eta \sec \varphi' \quad \text{veyahut}$$

şimdi $(\sin \eta)$ yı η ye kalbetmek kalıyorki o da küçüklüğü dolayısıle $\eta = \sin \eta$ kabul olunur, ve düstur şu şekle girer:

VII .... $L' - L = \eta \sec \varphi'$

Semtteki şakul inhirafı ($\eta \operatorname{tg} \varphi$)

Astronomik semt tayinlerinde başlıca mesele her hangi bir Geodezik rasat noktası P, ile yani kutup arasındaki ufki zaviyenin tesbitidir. (Bu her hangi bir Theodolitin ufki zaviye ölçen dairesinde tesbit olunur)

Şekil II de görüldüğü üzere semt Z' Astronomi şakul noktasında $\varepsilon' + U'$ mecmuuna müsavidir. Fakat diğer taraftan da Geodezi semti bu sefer Z şakul noktasında $\varepsilon + U$ ın mecmuuna müsavi olup aralarındaki fark doğrudan doğruya bize semtteki şakul inhirafını verir.

$$\text{VIII} \ldots\ldots \quad \begin{array}{r} \alpha = \varepsilon + U \\ \alpha' = \varepsilon' + U' \\ \hline \alpha - \alpha' = (\varepsilon - \varepsilon) + (U - U' \end{array}$$

Bu müsavatta ikinci kısım olan $U - U'$ daima çok küçük bir kıymet olup ihmal edilebilir. Buna sebep rasat edilen A Geodezi noktosının ya tamamile ufukta ve yahutta bir az ufuktan yüksek bulunmasıdır. O halde bizim şimdi yalnız birinci kısım olan $(\varepsilon - \varepsilon')$ i münakaşa ve hal etmemiz lâzımgelir. Bunun için $Z\,Z'\,P$ kürevi müsellesini nazarı itibara alalım:

Burada (cotg) müsavatını yazmak istersek:

$$\text{cotg}(90° - \varphi)\sin\theta = \cos\theta\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\,\text{cotg}(180° - \varepsilon')$$

$$\text{IX} \ldots\ldots \quad \sin\theta\,\text{tg}\,\varphi = \cos\theta\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\,\text{cotg}\,\varepsilon'$$

θ zaviyesi küçük olduğundan $\sin\theta = \theta$, $\cos\theta = 1$ kabul edildikte düsturun aşağıdaki vaziyette olması lâzımgelir.

O halde:

$$\text{X} \ldots\ldots \quad \theta\,\text{tg}\,\varphi = \cos\varepsilon + \sin\varepsilon\,\text{cotg}\,\varepsilon' \qquad \text{dır.}$$

Bunu da basitleştirmek için kendisinin diğer bir vaziyetini yazalım Yani $1 = \frac{\sin\varepsilon'}{\sin\varepsilon'}$ ile zarp edelim:

$$\theta\,\text{tg}\,\varphi = \frac{\cos\varepsilon\sin\varepsilon' - \sin\varepsilon\cos\varepsilon'}{\sin\varepsilon'} = \frac{\sin(\varepsilon' - \varepsilon)}{\sin\varepsilon'}$$

sin ($\varepsilon' - \varepsilon$) küçük bir zaviyedir. Onun için (sin) sini kendisine müsavi kabul edebiliriz:

XI ...... $\theta \operatorname{tg} \varphi = \dfrac{\varepsilon' - \varepsilon}{\sin \varepsilon'}$

Şu ifadede $\sin \varepsilon = \sin \varepsilon'$ ne müsavi almak bizi hiç bir zarara sürüklemediğinden aşağıdaki düstur tamamile izah edilmiş olur.

$\varepsilon' - \varepsilon = \theta \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varphi$

$\theta \sin \varepsilon$ yerine yukarda yazılmış kıymetini koyarsak:

XII .... $\varepsilon' - \varepsilon = \eta \operatorname{tg} \varphi$

Halbuki $\alpha - \alpha' = \varepsilon - \varepsilon' + U - U'$ idi. ve burada $U - U' = 0$ dır. O halde:

XIII .... $\alpha' - \alpha = \eta \operatorname{tg} \varphi$ olur

Şimdi yazılan bu ifadelerin hepsini bir araya toplayalım:

	Astronomik	Geodezik
Coğrafi arz:	φ'	φ
Coğrafi tul: (garptan şarka mübet sayıldıkta)	L'	L
Semt: (Şimalden şarka müsbet sayıldıkta)	α'	α
Mutlak şakul inhirafı:	θ	
Cenubî şakul inhirafı: (Komponenti)	ζ	
Garbî şakul inhirafı: („ „)	η	

Başlıca düsturlar

I .... $\zeta = \varphi' - \varphi$

VII a.. $\eta = (L' - L) \cos \varphi$

XIII a $\eta = (\alpha' - \alpha) \operatorname{cotg} \varphi$

Laplacé muadelesi:

XIV....... $\alpha' - \alpha = (L' - L) \sin \varphi$

Bu müsavat mühim olup şakul inhirafsız bir tarafdan $L' - L$ ve $\alpha' - \alpha$ arasında çok sıkı bir münasebet tesis etmekle beraber diğer taraftan da Astronomik ve Geodezik müselles şebekelerinin müvazenesinde kullanılır. (İlk evvelâ bu işi yapan Prof. Dr. İng. Helmert Potsdam Geodezi dairesi şefidir).

Astronomik ve Geodezik müselles şebekelerinin müvazenesi

Şakul inhiraflarının hesabı için farzedelimki bir müselles şebekesinin her noktasında Astronomik tul, arz ve semtler ölçülmüş olsun ve aynı zamanda bunlara ait olarak başkaca bu iki nokta arasını bağlayan ve referens ellipsoit üzerindeki en kısa mesafe şebekenin yardımile hesaplanmış bulunsun. Burada nazarı itibara alınacak bir şey varsa o da Astronomik kıymetlerin Geoide ve hesaplanan mesafenin Ellipsoide ait olduğudur. Fakat bundan evvel anlattığımız bahis yardımile Geoid üzerindeki Astronomik kiymetleri referens ellipsoide tahvil edilebilirler. Bundan da maksat sonraki hesaplar için aynı dimenziyonu teşkil etmektir.

İlk evvelâ iki nokta ile aralarındaki en kısa mesafeyi nazarı itibara alaraktan bunlar için ölçülmüş kıymetlere dikkat edelim:

I - Her iki coğrafi arz.
II - Astronomik tulü coğrafi.
III - Semtler.
IV - En kısa mesafe.

Hesabatın başlangıcı

Balıkesir — Kandilli

(1) (2)

Astronomik ölçülmüş kıymetler

Balıkesir	Kandilli
$\varphi'_1 = 44^g.02^c.12^{cc}.230;$	$\varphi'_2 = 45^g.62^c.62^{cc}.034$
$L_1 = 31\ 05.\ 13.\ 390;$	$l_2 = 32.\ 29.\ 48.\ 148$

Geodezik elde bulunan kıymetler

Balıkesir	Kandilli
$\varphi_1^\circ = 44^g.\ 02^c.\ 12^{cc}.\ 230;$	$\varphi_2^\circ = 45^g.\ 62^c.\ 60^{cc}.\ 165$
$L_1^\circ = 31.\ 05.\ 13.\ 390;$	$L_2^\circ = 32.\ 29.\ 49.\ 150$
$\log s' =$	$\log s^\circ = 5{,}213\ 52001$
$\alpha_1' =$	$\alpha_1^\circ = 12^g.\ 02^c.\ 65^{cc}.\ 145$
$\alpha_2' =$	$\alpha_2^\circ = 12.\ 82.\ 75.\ 406$

Astronomik kıymetler vasıtasile Krüger'in düsturlarından istifade ederek her iki noktadaki semtleri ve yine bu iki nokta arasında bulunan en kısa mesafeyi gayet sıhhatle hesap edebiliriz.

O halde isbatına lüzum görmeden şebekenin muvazene formullerini yazabiliriz:

XV ......

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_1^\circ + d\,\varphi_1 & \alpha_1 &= \alpha_1^\circ + d\,d_1 \\ \varphi_2 &= \varphi_1^\circ + d\,\varphi_2 & \alpha_2 &= \alpha_2^\circ + d\,d_2 \\ L_1 &= L_1^\circ + d\,L_1 & s &= s^\circ + d\,s \\ L_2 &= L_2^\circ + d\,L_2 & & \end{aligned}$$

Bu nihai Geodezik kıymetleri (yani ellipsoit üzerine irca edilmiş kıymetler) muvazene ile tashih edilmiş bulunanlardan yalnız şakul inhirafları ile tefrik edilirler. Buna nazaran şu düsturları yazmak kâfi gelir:

XVI ....

$$\begin{aligned} \varphi_1^\circ + d\varphi_1 + \zeta_1 &= \varphi_1' + \delta\,\varphi_1' \\ \varphi_2^\circ + d\varphi_2 + \zeta_2 &= \varphi_2'' + \delta\,\varphi_2'' \\ L_1^\circ + dL_1 + \eta_1 \sec\varphi_1 &= L_1' + \delta\,L_1' \\ L_2^\circ + dL_2 + \eta_2 \sec\varphi_2 &= L_2'' + \delta\,L_2'' \\ \alpha_1^\circ + d\alpha_1 + \eta_1 \sec\varphi_1 &= \alpha_1' + \delta\,\alpha_1' \\ \alpha_2^\circ + d\alpha_2 + \eta_2\ \mathrm{tg}\ \varphi_2 &= \alpha_2'' + \delta\,\alpha_2'' \\ s^\circ + ds &= s'' + \delta\,s'' \end{aligned}$$

XVI numaralı düsturda son müsavattan da görüldüğü üzere şakul inhirafı hiç dahile girmemiştir. Çünki Geoit üzerindeki mesafe ile ellipsoit üzerindeki mesafelerin arasında gayet cüz'i bir fark vardır.

Yine isbatına lüzum görülmeyen diğer bir formül yazmak icap ediyorki bunun vasıtasilede şakul inhirafları kat'i olarak hesaplanır.

$$\text{XVII}\ldots\quad \zeta_2 = w\varphi \qquad \delta\varphi'_2 + p_1\delta\varphi'_1 + p_1\zeta_1 - p_2\lambda_1 + p_3\delta s' + p_4\delta\alpha'_1 + p_5\frac{da}{a} + p_6\, da$$

$$\lambda_2 = wL + \delta L'_2 - \delta L'_1 \qquad + q_1\delta\varphi'_1 - q_1\zeta_1 - q_2\lambda_1 + q_3\delta s' + q_4\delta\alpha'_1 + p_5\frac{da}{a} + p_6\, da$$

$$\lambda_2 = w\alpha + \operatorname{cosec}\delta\alpha'_1 \qquad + r_1\delta\varphi'_1 - r_1\zeta_1 - r_2\lambda_1 + r_3\delta s' + r_4\delta\alpha'_1 + r_5\frac{da}{a} + r_6\, da$$

Şakul inhirafları daima relâtiv manada bulunduklarından bir noktanın ve meselâ Kandillininkiler ya $(\zeta_1, \lambda_1) = 0$ ve yahutta malûm farzedılirler.

w_φ; w_ι ve w_α ne olduklarını anlamak için zannedersem aşağıdaki ifadeler bunlara güzel bir cevap olabilirler:

$$\text{XVIII}\ldots\quad w_\varphi = \varphi''_2 - \varphi^\circ_2 \qquad + p_1(\varphi''_1 - \varphi^\circ_1) + p_3(s'' - s^\circ) + p_4(d''_1 - \alpha^\circ_1)$$

$$w_L = L'_2 - L^\circ_2 - L'_1 + L^\circ_1 + q_1(\varphi'_1 - \varphi^\circ_1) + q_3(s' - s^\circ) + q_4(d'_1 - \alpha^\circ_1)$$

$$w_\alpha = \operatorname{cosec}\varphi\,(\alpha'_2 - \alpha^\circ_2) + r_1(\varphi'_1 - \varphi^\circ_1) + r_3(s' - s^\circ) + r_4(d''_1 - \alpha^\circ_1)$$

Bu son iki düsturda (r, p, q) nun ne olduklarını yazalım:

XIX..... $p_1 = -\frac{M_1}{M_2} \cos l$

$p_2 = -\frac{m}{M_2} \sin \alpha_2 \sin \varphi \qquad m = r_\varphi \sin \frac{s}{r_\varphi}$

$p_3 = +\frac{\rho}{M_2} \cos \alpha_2$

$p_4 = -\frac{m}{M_2} \sin \alpha_2$

$p_5 = -\frac{\rho}{M_2} s \cos \alpha_2$

$p_6 = -(\varphi_2 - \varphi_1)(2 - 3\sin^2\varphi) - \frac{l^2}{2\rho} \sin^3\varphi \cos\varphi$

$q_1 = -\frac{M_1}{N_2} \sin l \operatorname{tg} \varphi_2$

$q_2 = +\frac{m}{N_2} \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_2} \cos\alpha_2 - 1$

$q_3 = +\frac{\rho}{N_2} \frac{\sin\alpha_2}{\cos\varphi_2}$

$q_4 = +\frac{m}{N_2} \frac{\cos\alpha_2}{\cos\varphi_2}$

$q_5 = -\frac{\rho}{N_2} \frac{s.\sin\alpha_2}{\cos\varphi_2}$

$q_6 = +l \frac{\sin^2\varphi_1}{\cos\varphi_2} \cos\varphi_1$

$r_1 = -\frac{\sin l}{\sin\varphi_2 \cos\varphi_2} (1 - e^2 \sin^2\varphi_2 \cos^2\varphi_2)$

$r_2 = -\frac{d\,m}{d\,a} \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} + \frac{m}{N_2} \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_2} \cos\alpha_2$

$r_3 = q_3 \qquad r_4 = r_2 \frac{1}{\sin\varphi_1} \qquad r_5 = q_5$

$r_6 = l \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_2} \cos\varphi_1 - \frac{l(\varphi_2 - \varphi_1)\cos^3\varphi_1}{\rho \sin \varphi_2}$

$$\frac{dm}{ds} = 2 - \frac{s^2}{2N^2}(1 + \eta_1^2) + \ldots$$

$$\frac{dm}{ds} = 1 - \frac{s^2}{2r^2} + \ldots$$

$$\frac{dm}{ds} = \cos\frac{s}{r}$$

Coğrafi Koordinatlar vasıtasile en kısa mesafenin ve semtlerin hesap formüll ri

Jordan Alt. 3 Seite 459

$$\log \Delta\alpha = \log\gamma + [1]\lambda^2 + [4]\beta^2$$

$$\log s \sin\alpha = \log\lambda + [2]\lambda^2 + [5]\beta^2$$

$$\log s \cos\alpha = \log\beta + [3]\lambda^2 + [6]\beta^2$$

$$\gamma = l \sin\varphi \sec\frac{b}{2}$$

$$\beta = \frac{M}{\rho} l \cos\frac{l}{2}$$

$$\lambda = \frac{N}{\rho} l \cos\varphi \left(\sec\frac{b}{2}\cos\frac{l}{2}\right)\frac{1}{3}$$

$$[1] = [6{,}558\ 60\ 306]\frac{1}{MN}$$

$$[2] = [6{,}257\ 57\ 306]\frac{1}{N^2}$$

$$[3] = [6{,}257\ 57\ 306]\frac{1}{N}\left\{1 - [8{,}131501]\cos^2\varphi\right\}$$

$$[4] = [4{,}389\ 07\ 433]\frac{1}{MN}\cos^2\varphi$$

$$[5] = [4{,}088\ 04\ 433]\frac{1}{N^2}(1 + \eta^2 + 9t^2)\cos^2\varphi$$

$$[6] = [4{,}565\ 16\ 559]\frac{1}{N^2}(1 + \eta^2 - t^2 + 4\eta^2 t^2)\cos^2\varphi$$

Balıkesir — Kandılli

(2)

$\varphi_1' = 45^g.62^c.62^{cc}.034$

$L_1' = 32\ 29.\ 48.\ 148$

(1)

$\varphi_2' = 44^g\ 02^c.12^{cc}.230$

$L_2' = 31.\ 05.\ 13.\ 390$

$b = 1^g.60^c.49^{cc}$ 809	
45 . 62. 62. 034	
44 02. 12 230	
89 . 64. 74. 264	
$\varphi = 44$. 82. 37. 132	

$32^g.29^c.48^{cc}.148$
31. 05. 13. 390
1. 24. 34. 758 = l
80. 24. 902 = b/2
62. 17. 379 = l/2

Hazırlık düsturlarının hesabı:

1...) $\gamma = l \sin\varphi \sec b/2$

l ...	4,094 63733.7
sin φ....	9,811 13238 7
sec b/2....	0,000 03450.4
γ....	3,905 80423

$\beta = M\,\rho\, b \cos l/2$

M....	6,803 61899
1/ρ....	4,196 11988
M/ρ....	0,999 73887
b...	4,205 46974
cos l/2....	9,999 97929
β ...	5,205 18790
β² ...	0,410 37580

$\lambda = N/\rho\, l \cos\varphi\, (\sec b/2 \cos l/2)\, l/3$

N	6,805 35290
1/ρ	4,196 11988
N/ρ	1,001 47278
l	4,094 63734
cos φ	9,882 06976
l/3 ...	9,522 87875
sec b/2 ...	0,000 03450
cos l/2	9,999 97929
λ	4,501 07242
λ²	9,002 14484

Semtlerin hesabı:

$$\log \Delta\alpha = \log\gamma + [1]\lambda^2 + [4]\beta^2$$

γ...	3,905 80423
$[1]\lambda^2 + [4]\beta^2$	$+98,5$
$\log \Delta\alpha$....	3,905 80521,5
$\Delta\alpha$	$=$80. 50 173
$\Delta\alpha/2$	$=$ 40. 25. 0865
[1]....	6,558 60306
λ^2...	9,002 14484
1/MN....	6,391 02811
$[1]\lambda^2$...	1,951 77501
$[1]\lambda^2$	$= +$ 89,5

[ ]....	4,389 074
....	0,410 376
1/MN....	6,391 028
$\cos^2\varphi$....	9,764 140
$[4]\beta^2$....	0,954 618
$[4]\beta^2$....	$= +$ 9,0

Eu kısa mesafenin hesabı

$$\log s \sin\alpha = \log\lambda + [2]\lambda^2 - [5]\beta^2$$
$$\log s \cos\alpha = \log\beta + [3]\lambda^2 + [6]\beta^2$$

[ ]..	6,257 573
$1/N^2$...	6,389 294
[2]..	2,646 8673
λ^2...	9,002 145
$[2]\lambda^2$..	1,649 012
„	$= +$ 44,6

[ ]...	4,088 044
$1/N^2$...	6,389 294
$\cos^2\varphi$...	9 764 140
..	0,241 478
$(1+\eta^2+9t)$..	0,874 817
[5]...	1,116 295
β^2...	0,410 376
$[5]\beta^2$...	1,526 671
„	$= -$33,7

t...	9,929 063
t^2..	9,858 126
9...	0,954 242
$9t^2$..	0,812 368
	$=$ 6,49184
	1,00000
	7,49184

λ 4,501 07242	e'^2.... 7,830 471
+ 11	$\cos^2\varphi$.... 9,764 140
s sin α 4,501 07253	η^2 .... 7,594 611
	$\eta^2 = 0{,}003\ 932$
	$1 + 9t^2 = 7{,}491\ 840$
	$1 + \eta^2 + 9t = 7{,}495\ 772$
	(„) 0,874 817

[ ]... 6,257 573	[ ]... 8,131 501	... 4,565 165
$1/N^2$.. 6,389 294	$\cos^2\varphi$ .. 9,764 140	$1/N^2$ .. 6,389 294
... 2,646 867	[ ]$\cos^2\varphi$... 7,895 615	$\cos^2\varphi$ .. 9,764 140
1-[ ]$\cos^2\varphi$... 9,996 571	$\eta = 0{,}007\ 863$	(„)... 9,482 812
λ^2... 9,002 145	1-[ ]$\cos^2\varphi$= 0,992 1370	[6] .. 0,201 411
[3]λ^2... 1,645 583	„ ... 9,996 572	β^2... 0,410 379
„ = + 44,2		[6]β^2... 0,611 787
		„ = + 4,0

β ... 5,205 18790	$1 + \eta^2 = 1{,}0039320$
+ 48,3	$4\ \eta^2\ t = 0{,}0113445$
s cos α ... 5,205 13838,3	$1 + \eta^2\ 4\ t^2$ 1.0152763
	$- t^2 = 0{,}7013196$
s sin α ... 4,501 07253	$1 + \eta^2 - t^2 + 4\eta^2 t^2 = 0{,}3039569$
s cos α ... 5,205 18838	(„) ... 9,482 812
tg α ... 9,295 88415	
$\alpha = 12^g.\ 42^c.\ 23^{cc}.\ 220$	

s sin.α 4,501 07253	s cos α... 5,205 18838	$\alpha = 12^g.42^c.23^{cc}.220$
sin.α 9,287 56315	cos α.. 9,991 67900	$\Delta\alpha/2 =$ 40 25.0865
s .. 5,213 50938	s ... 5,213 50938	$\alpha_1 = 12$ 82. 48. 3065
		$\alpha_2 = 12.$ 01. 98. 1335

$\boxed{s = 163\ 493{,}151\ \text{m.}}$

p, q, r kıymetlerini hesap etmek için aşağıdaki şu şartları kabul etmek lâzımdır:

$$\varphi_1^{\circ} + \varphi_1' / 2 = \varphi_1 \qquad \varphi_1 + \varphi_2 / 2 = \varphi$$
$$\varphi_2^{\circ} + \varphi_2' / 2 = \varphi_2$$

α ve l de aynı şekilde muameleye sokulacaktır

$$m = r_{\varphi} \sin s / r_{\varphi}$$

(m) sathı müsteviye irca edilmiş en kısa mesafedir.

M_1 ...	6,803 565
M_2 ...	6,803 674
$\sin \varphi$ ...	9,811 133
$\cos \varphi$ ...	9,882 069
$\sin \varphi_1$ ...	9,804 603
$\cos \varphi_1$ ..	9,886 660
$\sin \varphi_2$ ...	9,817 496
$\cos \varphi_2$ ...	9,887 360
$\sin l$ ...	8,290 710
$\cos l$ ...	9,999 917
$\operatorname{tg} \varphi_2$ ...	9,940 137
N_2 ...	6,805 342
$\sin \alpha_2$ ...	9,307 276
$\cos \alpha_2$ ...	9,991 122
s ...	5,213 51469
s 2 ...	0,427 02938
r_{φ} ...	6,804 471
r_{φ}^2 ...	3,608 942
l ...	4,094 655
b ...	4,205 469

$b = 1.\ 60.\ 49.\ 765$

$\varphi_1 = 44^g.02^c.12.^{cc}230$

$\varphi_2 = 45.\ 62.61.\ 995$

$\varphi = 44\ 82.\ 37.\ 112$

$l = 1.24\ 35.259$

$\alpha = 12.82.61.856$

Bu kıymetler ve XIX numaralı formüller ianesile (p, q, r) lerin hesaplanmış neticeleri:

$$p_1 = -0{,}9996 \quad p_2 = +0{,}0033 \quad p_3 = +0{,}0980 \quad p_4 = -0{,}0051$$
$$p_5 = -16027 \quad p_6 = -11948$$

$$q_1 = -0{,}0169 \quad q_2 = -0{,}9788 \quad q_3 = +0{,}0264 \quad q_4 = +0{,}0419$$
$$q_5 = -4325 \quad q_6 = +6668$$

$$r_1 = -0{,}0394 \quad r_2 = -0{,}9463 \quad r_3 = q_3 \quad q_4 = 1{,}4840 \quad q_5 = r_5$$
$$r_6 = +7375$$

Şakul inhirafı muadelatı:

$$\zeta_1 = +1{,}^{cc}9867 + \delta\varphi''_2 - 0{,}9996\,\delta\varphi'_1 + 0{,}0900\,\delta s' - 0{,}5051\,\delta\alpha''_1 - 16027\,\frac{da}{a} - 11048\,da$$

$$\lambda_2 = -66{,}2914 + \delta L''_2 - \delta L'_1 - 0{,}0169\,\delta\varphi'_1 + 0{,}0264\,\delta s'' + 0{,}0419\,\delta\alpha''_1 - 4325\,\frac{da}{a} + 6668\,da$$

$$\lambda_2 = +65{,}0048 + 1{,}3263\,\delta\alpha'_2 - 0{,}0394\,\delta\varphi''_1 + 0{,}0264\,\delta s'' - 1{,}4840\,\delta\alpha''_1 - 4325\,\frac{da}{a} + 6375\,da$$

Laplas muadelesi:

$$\delta L''_2 - \delta L'_1 + 1{,}3263\,\delta\alpha''_2 + 0{,}0225\,\delta\varphi'_1 + 1{,}5259\,\delta\alpha'_1 + 293\,d\alpha - 0{,}0225\,\zeta_1 + 0{,}0325\,\lambda_1 - 66{,}9915 = 0$$

Vaziyetin izahı

Yapılan bütün işlerden anlaşıldığı veçhile mebde Kandilli olarak ve bu noktanın şakul inhirafı, ya malûm ve yahut sıfıra müsavi kabul edildiği takdirde dığer noktaların şakul inhirafların hesaplayabiliriz. Şu şartlaki, esas muadelede görülen ζ; λ; λ' kıymetleri üç meçhul teşkil ediyorlar. Bunları muvazene edebilmek için elimizde mutlaka bu noktaya nazaran üç değil daha çok muadelelerin olması iktiza eder. Zaten bunu muvazene şartları da gösterir.

Şebekenin vaziyetine göre şakul inhirafı muadelâtı şu şekilde de mevkiî tatbika konulabilir.

Farz edelimki Kandilli ve Balıkesir arasında n noktaya ait n dane birinci dereceden müselles ve bu n noktada astronomik ve geodezik kıymetler bir tarafdan hesapla diğer tarafdan da rasat neticeleri olarak elde bulunsun. O halde biz basit bir düşünce ile aynı noktaya ait olan muadelatı bulabiliriz.

Bunu yapmaktan maksat birinci usulle elde edilen şakul inhirafı komponentlerinin kontroludur.

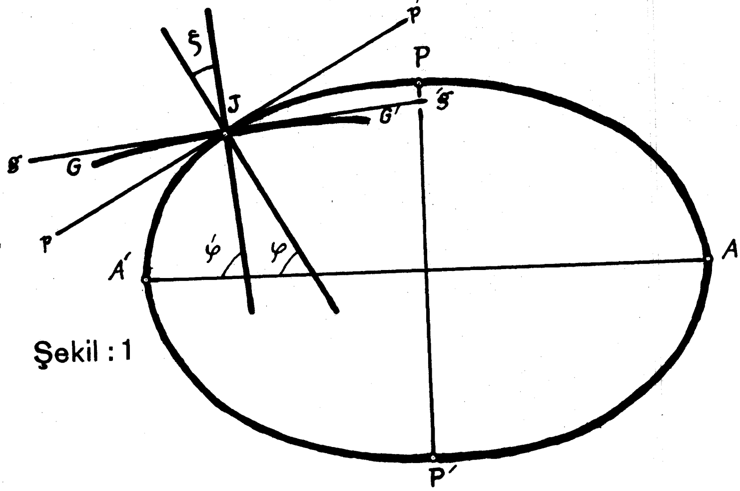
Şekilde görüldüğü veçhile:

B ..... Balıkesir, K .... Kandilli.

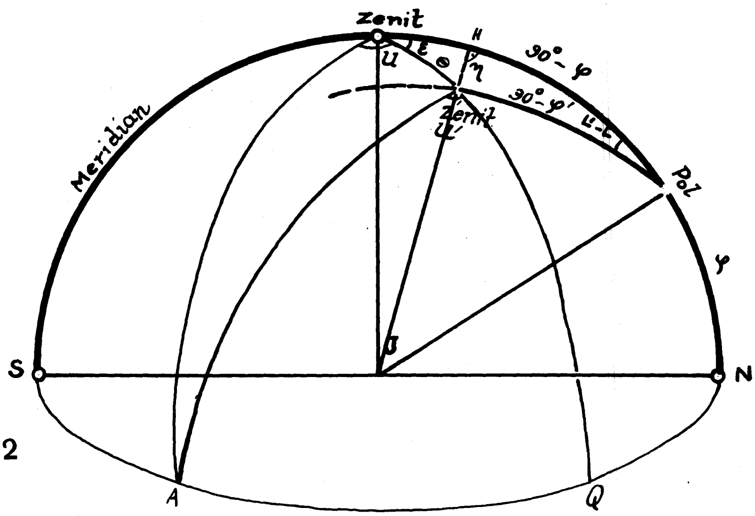
1 2 3 4 5 6 .... n de ara noktalarını ifade etmektedirler. Teşkil edeceğimiz muadelât şu şekilde olmalıdırlar:

I ... B — K	V ... B — 5
II ... B — n	VI ... B — 4
III ... B — n_{n-1}	VII ... B — 3
: :	VIII ... B — 2
IV ... B — 6	IX ... B — 1

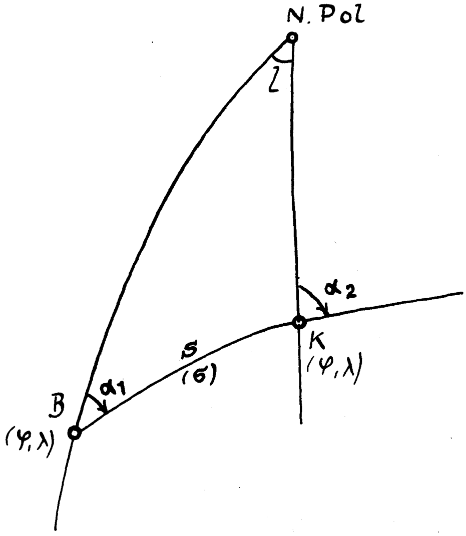
Binaenaleyh normal muadelelerin halli için meçhullerin adedinden fazla olarak elimizde müsavatlar teşekkül ediyor (yani hata muadeleları). Hem şekillerden hemde hesaplardan



Şekil : 1

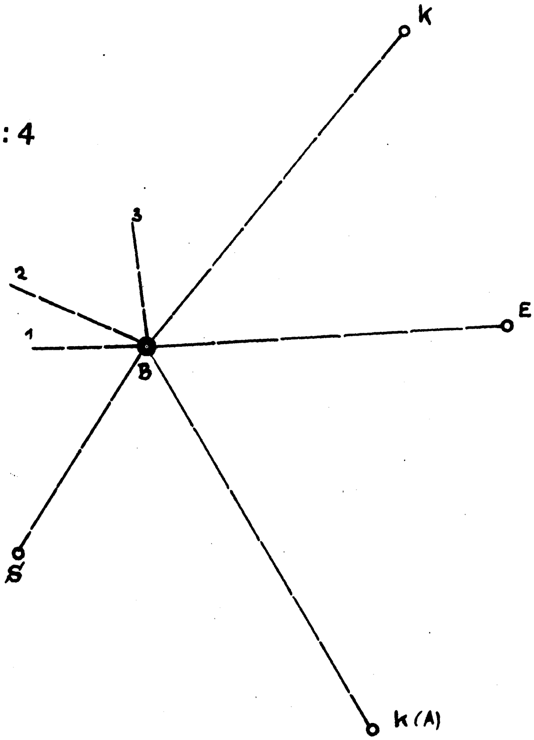


Şekil : 2

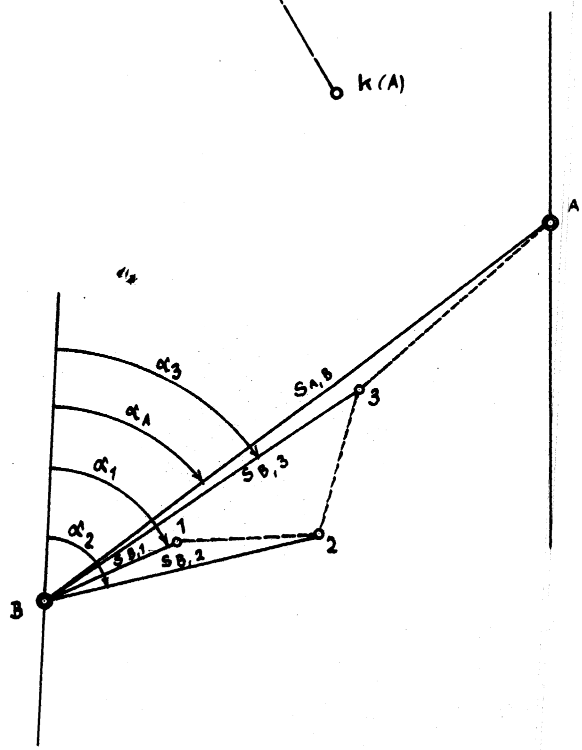


Şekil : 3

Şekil : 4



Şekil : 5



(yani hesaplanan kıymetlerden) anlaşılacağı üzere şakul inhirafı muadeleleri bizde yalnız Kandilli ile Balıkesir ve Balıkesir - Söke Laplacé noktaları arasında mevcuttur. Diğer noktalardan da aynı surette yapılacak hesaplar Balıkesirde dıl'ı esasın (Bazın) aynı noktasına ait bulunan muadelât olacaktır. Bu halde bir nokta için farzedelimki n noktadan gelen muadelât vardır. Buna nazaran muvazene yapmak çok basittır. Fakat vaziyetten gördüğümüz ve anladığımıza nazaran her halde geodezik ve astronomik kıymetler arasındaki farklar yalnız bir takım şahsî rasat ve hesap hataları olmayup şakul inhirafı namı altında toplanan gayet cüzî kıymetlerdir.