

JEODEZİK ÖLÇÜLERİN İNDİRGENMESİNDE JEOD YÜKSEKLİĞİ VE ÇEKÜL SAPMASININ ETKİSİ

Osman ALP

ÖZET

Jeodezik ölçüler fiziksel yeryüzünde yapılmaktadır. Gerekli hesaplamaların yapılabilmesi için bu ölçülerin indirgenmesi gerekmektedir. İndirgemelerin yapılmasında noktalara ait jeoid yüksekliklerinin ve çekül sapmalarının göz önünde bulundurulması esastır. Bu büyüklüklerin gözardı edilmesinin jeodezik ağların dengelenmesi ile elde edilecek nokta koordinat doğruluğunu etkileyeceği açıktır. Bu çalışmada yeryüzünde yapılan jeodezik ölçülerin elipsoide indirgenmesinde jeoid yüksekliklerinin ve çekül sapmalarının etkisi incelenmektedir.

ABSTRACT

Geodetic observations are carried out on the earth's surface. These observations must be reduced onto ellipsoid so as to make the necessary computations. The reductions onto ellipsoid require that geoidal heights and deflections of the vertical be available at observation points. It is evident that the neglect of these quantities can affect the final accuracies of the adjusted coordinates. This study evaluates the role of geoidal heights and deflections of the vertical on reducing the observations onto ellipsoid.

1. GİRİŞ

Bilindiği gibi jeodezik ölçülerin hemen hepsi jeoid ana rolü oynamak üzere eş potansiyelli yüzeyler ve çekül eğrilerine göre yapılır. Düzeçlenmiş jeodezik ölçü aletlerinin asal eksenleri çekül doğrultusunu belirlemektedir. Üzerinde hesap yapılabilen bir başlangıç yüzeyi, fiziksel yeryüzünde yapılan ölçüler arasındaki ilişkilerin kurulabilmesi ve nokta konumlarının belirlenmesi amacıyla kullanılır. Uygulamada başlangıç yüzeyi olarak normal gravite alanında jeoide karşılık olarak tanımlanan dönел elipsoit kullanılmaktadır. Fiziksel yeryüzündeki bir noktaya ait çekül doğrultusu ile elipsoit normali birbiriyle çakışmamaktadır. İkisi arasında çekül sapması olarak tanımlanan bir açı oluşmaktadır. Söz konusu ölçülerin elipsoide indirgenmesi, ölçü yapılan noktalara ait jeoid yüksekliklerinin ve yüzey çekül sapmalarının bilinmesini gerektirmektedir. Ülke temel ağları kurulurken bu bilgilerin mevcut olmaması, indirgemelerin eksik olmasına neden olmaktadır (Arslan, 1987).

Nitekim, Türkiye I'inci Derece Yatay Kontrol Ağı'nın 1954 yılı dengelemesinde jeoid yükseklikleri ve çekül sapmalarına ait bilgiler mevcut olmadığından, fiziksel yeryüzünde yapılan ölçülere gerekli indirgemeler getirilememiştir (Kınık, 1988).

Bu çalışmada, fiziksel yeryüzünde yapılan yatay ve düşey açıların, bazların ve EDM ile ölçülen uzaysal uzunlukların elipsoide indirgenmesinde, jeoid yüksekliğinin ve çekül sapmasının indirgemeye olan etkisi incelenmektedir. İkinci bölümde konu ile ilgili temel kavramlar kısaca açıklanmakta; jeoid ve çekül sapmasının indirgemeye olan etkileri üçüncü bölümde yer almaktadır. Sonuç ve öneriler dördüncü bölümde sunulmaktadır.

2. TEMEL TANIMLAR

Jeoid, yerin kitleleri ve yerin kendi ekseni etrafında dönmesinden kaynaklanan gerçek gravite alanının eşpotansiyelli yüzeylerinden özel bir tanesine karşılık gelir. Jeodezik uygulamaların çoğunda jeoid ile ortalama deniz yüzeyi özdeş kabul edilmektedir (Liddle, 1989). Üzerinde matematik hesapların olanaklı ancak çok karmaşık olması nedeniyle jeoid yerine uygulamada geometrik şekli jeoide olabildiğince uyan ve potansiyeli jeoidin potansiyeline eşit bir dönel elipsoit kullanılmaktadır (Karaali, 1985). Ortometrik yükseklikler için başlangıç yüzeyi olan jeoide olan ihtiyaç özellikle Global Konumlama Sistemi (GPS)'nin jeodezide etkin olarak kullanılmaya başlanmasından sonra artmıştır. GPS ile elde edilen elipsoit yüksekliklerinin pratikte kullanılan ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi jeoid yüksekliklerinin bilinmesini gerektirmektedir. Fiziksel yeryüzünde ölçülen uzunlukların elipsoide indirgenmesi de jeoide olan ihtiyacın diğer bir göstergesidir. Ölçü noktasındaki elipsoit normali ile çekül doğrultusu arasındaki açı olan yüzey çekül sapması yeryüzünde ölçülen açıların elipsoide indirgenmesinde rol oynamaktadır.

Jeoid ile elipsoit arasındaki ilişkiden yararlı fiziksel yeryüzündeki herhangi bir A noktası için değişik yüksekliklerden söz edilebilir (Şekil-1).

Şekil-1'deki kavramlar basit olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

Jeoid Yüksekliği (N): Jeoid ile elipsoit arasındaki uzaklıktır.

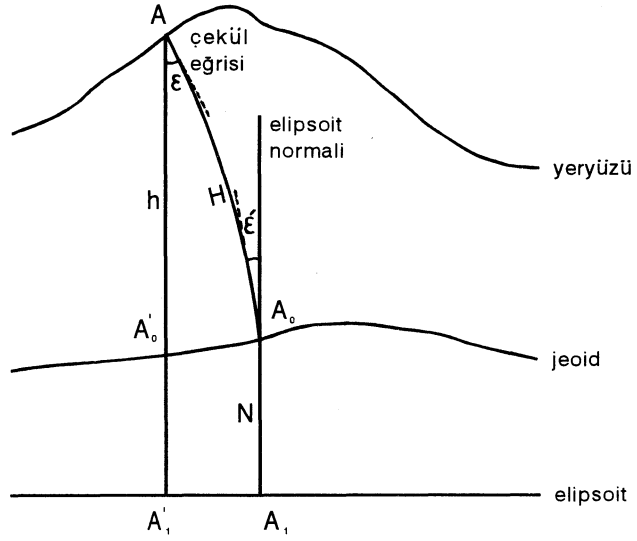
Elipsoit Yüksekliği (h): A noktasından elipsoide inilen dik boyunca elipsoide olan uzaklıktır.

Ortometrik Yükseklik (H): A noktasından çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklıktır.

Söz konusu yükseklikler arasında yaklaşık olarak;

$$h = H + N \quad (1)$$

ilişkisi geçerlidir.



Şekil-1: h, H ve N yüksekliği

AA_0 çekül eğrisinin A noktasındaki teğeti ile AA'_1 elipsoit normali arasındaki ϵ açısına A noktasına ait yüzey çekül sapması denir. Şekil-2'de fiziksel yeryüzündeki A noktasında merkezi bu nokta olan bir yardımcı küre alınmıştır. Çekül sapmasının biri kuzey-güney doğrultusundaki bileşeni ξ , diğeri doğu-batı bileşeni η olmak üzere iki bileşeni vardır (Heiskanen ve Moritz, 1967).

Çekül sapması bileşenleri;

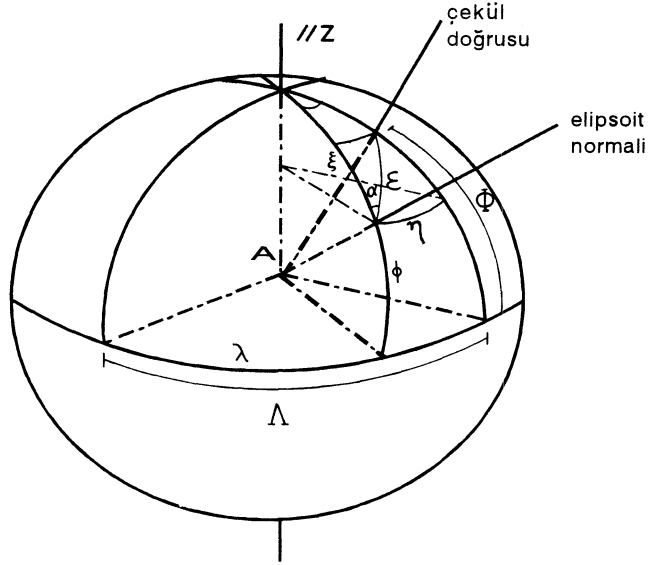
$$\xi = \Phi - \phi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \phi \cong (\Lambda - \lambda) \cos \phi \quad (2)$$

eşitlikleri ile elde edilmektedir. Burada Φ ve Λ , A noktasının astronomik enlemi ve boylamı; ϕ ve λ ise jeodezik enlem ve boylamdır. A noktasından herhangi bir α azimutundaki çekül sapması;

$$\epsilon_\alpha = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3)$$

ile verilmektedir.



Şekil-2: Çekül sapması bileşenleri

Çekül sapması bileşenleri ξ , η ile N jeoid yüksekliği arasında doğrudan ilişki kurmak için çekül sapmasının jeoid üzerinde bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle, fiziksel yeryüzünde ölçülerle elde edilen ϵ değerine çekül eğrisinin eğriliğinden dolayı düzeltme getirilerek jeoid seviyesindeki değeri ϵ' elde edilir (Heiskanen and Moritz, 1967). Çekül sapması ile jeoid yüksekliği arasında;

$$\epsilon' = - \frac{\partial N}{\partial S} \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} \xi' = - \frac{\partial N}{R \partial \phi} \\ \eta' = - \frac{\partial N}{R \cos \phi \partial \lambda} \end{array} \right. \quad (4)$$

ilişkisi vardır (Sideris, 1990; Tuğluoğlu, 1975).

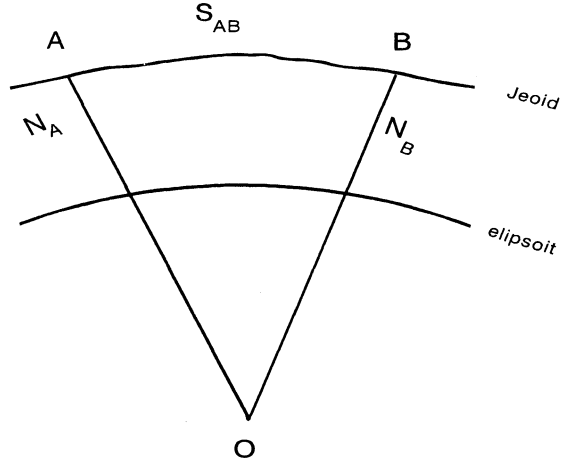
3. ÖLÇÜLERİN ELİPSOİDE İNDİRGENMESİNDE N , ξ ve η DEĞERLERİNİN ETKİSİ

a. Uzunlukların İndirgenmesindeki Etki

Baz ve EDM uzunluk ölçülerinin elipsoidde indirgenmesinde elipsoid yüksekliği h yerine H ortometrik yükseklik kullanıldığında jeoid yüzeyindeki uzunluklar elde edilmektedir. Jeoid yüzeyindeki uzunlukların elipsoid yüzeyine indirgenebilmesi için Şekil-3'te gösterilen S_{AB} uzunluğunun;

$$\Delta S_{AB} = \frac{N_A + N_B}{2R} S_{AB} \quad (5)$$

değeri kadar düzeltilmesi gerekmektedir (Sideris, 1990). Burada N_A, N_B sırasıyla A ve B noktalarının jeoid yükseklikleri; R ise A ve B noktaları için hesaplanan ortalama eğrilik yarıçapıdır.



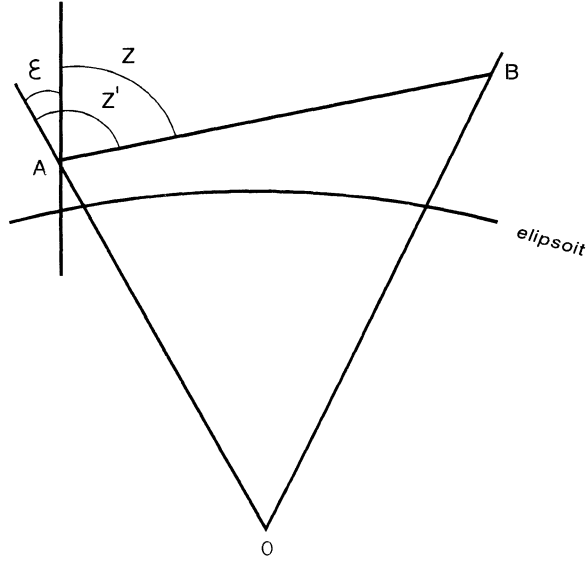
Şekil-3: Uzunluk indirgemesi

b. Düşey Açıların İndirgemesindeki Etki

Şekil-4'de gösterilen elipsoit normaline göre tanımlı düşey açı Z'_{AB} nin elde edilmesi için ölçülen açı Z_{AB} değerinin;

$$\Delta Z = \epsilon = \xi \cos \alpha_{AB} + \eta \sin \alpha_{AB} \quad (6)$$

yüzey çekül sapması kadar düzeltilmesi gerekmektedir (Heiskanen ve Moritz, 1967; Tuğluoğlu, 1975).



Şekil-4: Düşey açı indirgemesi

c. Doğrultu ve Yatay Açıların İndirgenmesindeki etki

Ölçülen doğrultular;

$$\Delta \delta_{AB} = - (\xi \cos \alpha_{AB} - \eta \sin \alpha_{AB}) \cot Z_{AB} \quad (7)$$

miktarda kadar düzeltilmelidir (Heiskanen ve Moritz, 1967; Sideris, 1990). Burada α_{AB} jeodezik azimut, ξ ve η A noktasına ait yüzey çekül sapması bileşenleridir. Yataya çok yakın doğrultular için $\Delta \delta_{AB}$ düzeltme miktarı gözardı edilir.

Gözlenen bir yatay açı iki doğrultu ölçüsü arasındaki fark olduğundan ölçülen açıya getirilecek düzeltme;

$$\Delta W = \Delta \delta_{AC} - \Delta \delta_{AB} \quad (8)$$

ile ifade edilmektedir. Ancak açılara getirilecek bu düzeltme doğrultulara getirilecek düzeltmeden çok daha küçüktür ve gözardı edilebilir (Heiskanen ve Moritz, 1967; Sideris, 1990).

d. Astronomik Azimutun İndirgenmesindeki Etki

A_{AB} astronomik azimuttan α_{AB} jeodezik azimut

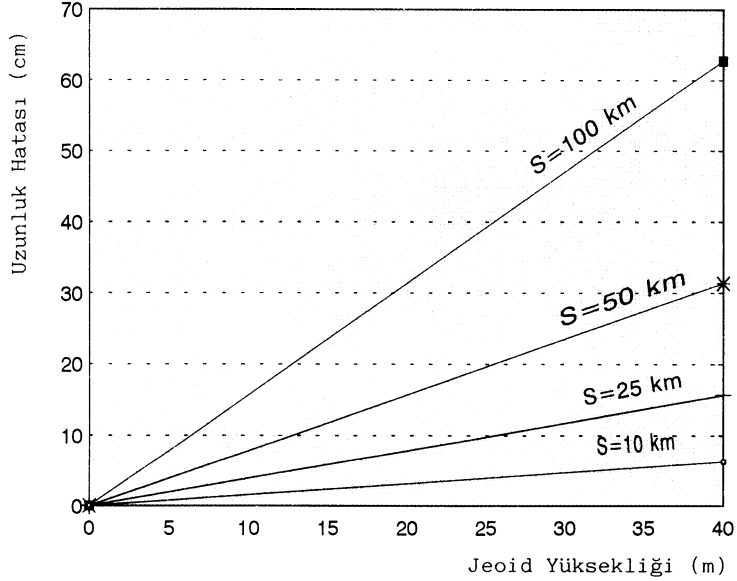
$$\alpha_{AB} = A_{AB} - \Delta\alpha_{AB} \quad (9)$$

eşitliği ile sağlanır. $\Delta\alpha_{AB}$ düzeltme miktarı;

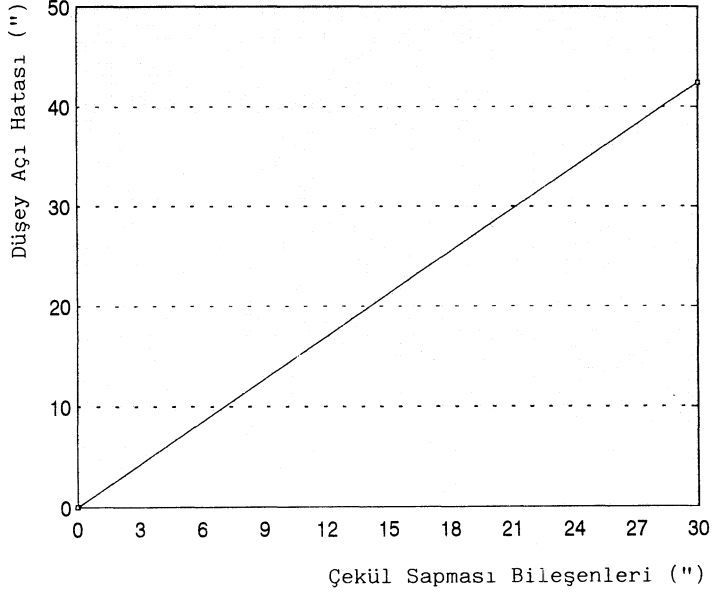
$$\Delta\alpha_{AB} = \Delta\delta_{AB} - \eta \tan\phi_A \quad (10)$$

ile elde edilir (Heiskanen ve Moritz, 1967). Burada bütün azimutlar için $-\eta \tan\phi_A$ teriminin sabit olduğu görülmektedir. İlk terim, $Z=90$ için sıfır olmaktadır.

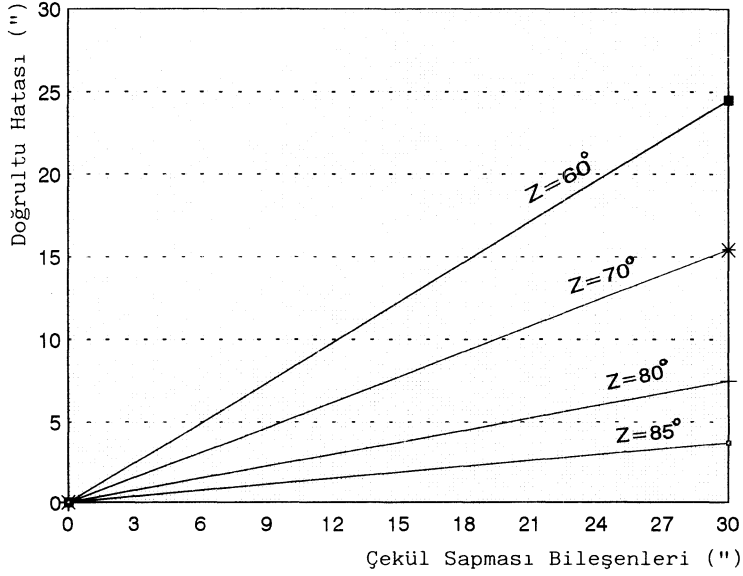
(5)-(10) eşitlikleri N ve ξ , η değerlerinin gözardı edilmesi durumunda oluşacak hataları vermektedir. Şekil-5, değişik S uzunlukları için N jeoid yüksekliklerinin gözardı edilmesiyle oluşacak hatayı; Şekil-6 ve Şekil-7, ξ ve η değerlerinin gözardı edilmesiyle düşey açı ve doğrultularda oluşacak hatayı göstermektedir.



Şekil-5: Jeoid yüksekliğinin uzunluk indirgemesine etkisi ($N_A = N_B$)



Şekil-6: ξ, η değerlerinin düşey açı indirgemesine etkisi ($\xi = \eta, \alpha = 45^\circ$)



Şekil-7: ξ, η değerlerinin doğrultuya etkisi ($\xi = \eta, \alpha = -45^\circ$)

Yukarıda verilen düzeltme değerlerinin indirgemeye dahil edilmesi durumunda göz önünde bulundurulacak hatalar ξ , η ve N değerlerinin belirlenmesindeki hatalardır. ξ , η ve N değerlerine ait standart sapmalar σ_ξ ,

σ_{η} ve σ_N kullanılarak hata yayılma kuralından yararlar söz konusu düzeltmelere ait standart sapmalar türetilir.

Uzunluk düzeltmesine ait varyans (5) eşitliğinden yararlar;

$$\sigma_{\Delta S}^2 = \frac{S_{AB}^2}{4R^2} (\sigma_{N_A}^2 + \sigma_{N_B}^2 + 2\sigma_{N_A} \sigma_{N_B}) \quad (11)$$

ile bulunur. Bu eşitlik $\sigma_{N_A} = \sigma_{N_B} = \sigma_N$ ve $\sigma_{N_A} \sigma_{N_B} = 0$ varsayımları ile;

$$\sigma_{\Delta S} = \frac{S_{AB}}{\sqrt{2} R} \sigma_N \quad (12)$$

şeklini alır. Düşey açı düzeltmesine ait varyans (6) eşitliğinden yararlar;

$$\sigma_{\Delta Z}^2 = \sigma_{\xi}^2 \cos^2 \alpha + \sigma_{\eta}^2 \sin^2 \alpha \quad (13)$$

ile elde edilir. Burada $\alpha_{\xi} = \sigma_{\eta} = \sigma_d$ varsayılırsa;

$$\sigma_{\Delta Z} = \sigma_d \quad (14)$$

yazılabilir. Aynı şekilde doğrultu düzeltmesine ait varyans için (7) eşitliğinden yararlar;

$$\sigma_{\Delta \delta} = (\cos^2 \alpha_{AB} \sigma_{\eta} + \sin^2 \alpha_{AB} \alpha_{\xi}) \cot Z_{AB} \quad (15)$$

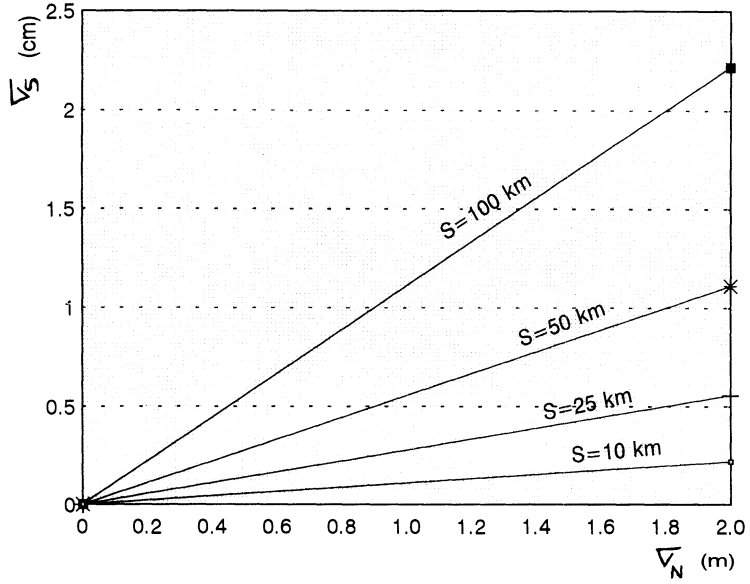
yazılabilir. Burada $\sigma_{\xi} = \sigma_{\eta} = \sigma_d$ ile (15) eşitliği;

$$\sigma_{\Delta \delta} = \cot Z \sigma_d \quad (16)$$

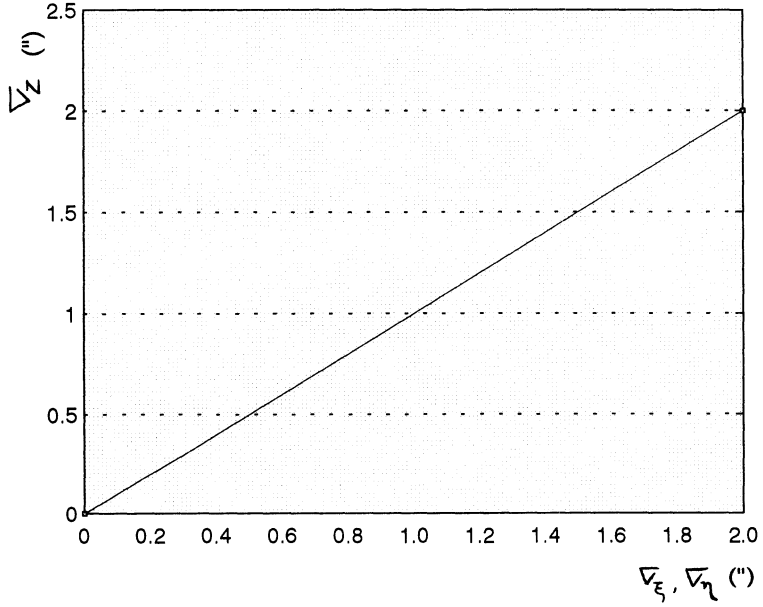
şeklini alır. Şekil-8,9,10 jeoid yüksekliğine ve çekül sapması bileşenlerine ait hataların sırasıyla uzunluk, düşey açı ve doğrultu indirgemelerine etkisini göstermektedir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

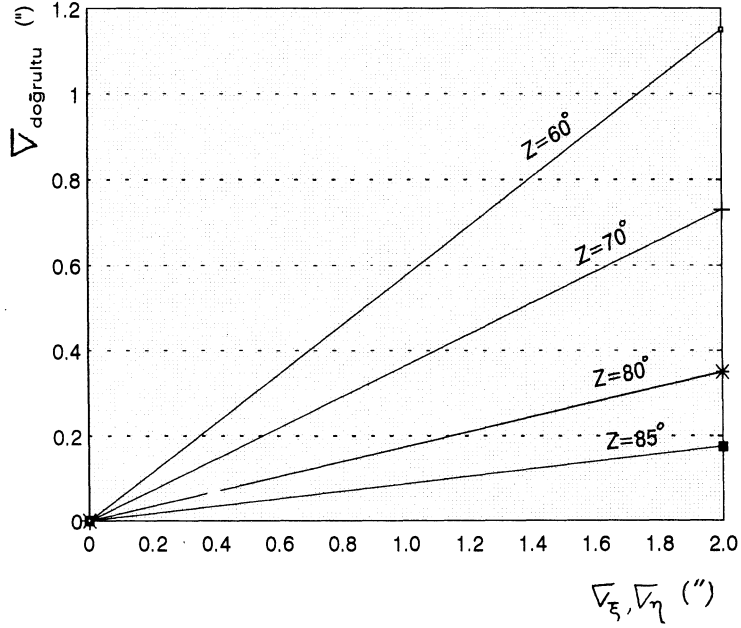
Fiziksel yeryüzünde yapılan jeodezik ölçülerin, noktalar arasındaki ilişkilerin kurulabilmesi amacıyla bir başlangıç yüzeyi olan elipsoide indirgenmesi gerekebilmektedir. Bu da ölçü yapılan noktalara ait jeoid yüksekliklerinin ve çekül sapmalarının bilinmesini ve indirgemeye dahil edilmesini gerektirmektedir. İndirgemedede bu büyüklüklerin gözardı edilmesinin



Şekil-8: Hatalı N değerlerinin uzunluk indirgemesine etkisi



Şekil-9: Hatalı ξ, η değerlerinin düşey açı indirgemesine etkisi



Şekil-10: Hatalı ξ , η değerlerinin doğrultu indirgemesine etkisi

sonuç koordinatların doğruluğunu etkileyeceği açıktır. Üçüncü bölümde sunulan grafiklerden N , ξ ve η değerlerinin gözardı edilmesinin ölçülere yansımaları sayısal olarak görülmektedir. Şekil-5 incelendiğinde jeoid yüksekliklerinin, elipsoide indirgemede oldukça etkili olduğu anlaşılmaktadır. Çekül sapması bileşenlerinin düşey açı ve doğrultu ölçülerinin indirgenmesindeki etkileri Şekil-6 ve Şekil-7'den açıkça görülmektedir.

Uygulamada astronomi ölçüleri sınırlı sayıda noktada yapılabildiğinden, jeodezik ölçü yapılan her nokta için çekül sapması mevcut değildir. Bu nedenle mevcut astronomi noktalarındaki çekül sapmalarından yararlı herhangi bir noktadaki çekül sapmasının kestirilmesi için uygun yöntemler araştırılmalı ve test edilmelidir. Ayrıca jeodezik ölçülerin elipsoide indirgenmesi yerel datumda duyarlı bir astrojeodezik jeoidin belirlenmesini gerektirmektedir. Sınırlı sayıda belirlenecek astrojeodezik jeoid yüksekliklerinden yararlı herhangi bir noktada jeoid yüksekliği kestirimi için de uygun algoritmalar geliştirilmelidir.

K A Y N A K L A R

- /1/ Arslan,E. : Ülke Temel Ağlarında İki ve Üç Boyutlu Dengeleme Modellerinin Uygulamalı Karşılaştırılması, Doktora Tezi, İTÜ, 1987.
- /2/ Bretreger,K. : Reference Surfaces and Ellipsoids for Geodetic Use. Australian Surveyor, Vol.36, No.:3, 1991.
- /3/ Heiskanen,W.H., : Fiziksel Jeodezi, Çeviren: Onur Gürkan,1967.
H.Moritz.
- /4/ Karaali,C. : Astrojeodezik Jeoid Belirleme Denemesi, Doktora Tezi, KTÜ, 1985.
- /5/ Kınık,İ. : Türkiye I'inci Derece Yatay Kontrol Ağı'nın 1954 Yılı Dengelemesine Göre Konum Hataları, HGK, Bilimsel Rapor No.:1, 1988.
- /6/ Liddle,D.A. : Orthometric Height Determination by GPS, Surveying and Mapping, Vol.49, No.:1, 1989.
- /7/ Sideris,M. : The Role of the Geoid in One, Two and Three Dimensional Network Adjustment, CISM Journal ACSGC Vol.40, No.:1, 1990.
- /8/ Tuğluoğlu,A. : Geodezik Ölçülerin Elipsoit Yüzeyine İndirgenmesi, Doçentlik Tezi, İDMMA, 1975.