JEODEZİK AĞLARDA UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN BELİRLENMESİ

Mustafa ŞİMŞEK

ÖZET

Jeodezik ağların en küçük kareler yöntemine göre dengelenmesinin matematik modeli kısaca açıklandıktan sonra modelin testi üzerinde durulmaktadır. Ayrıca dengelemenin matematik modelinin geçersizliğine neden olabilen uyuşumsuz ölçüleri ortaya çıkarabilecek başlıca üç test yöntemi verildikten sonra bu test yöntemleri bir yatay kontrol ağında uygulanmıştır.

ABSTRACT

After briefly explaining the mathematical model of the least square adjustment of geodetic networks, model test of adjustment is discussed. In addition, three basic statistical test methods are given to detect outliers which able to cause invalidation of the mathematical model and then all the three methods are applied in a horizontal control network.

1. GİRİŞ

Dengelemenin matematiksel modeli, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri olabildiğince gerçeğe uygun olarak içermelidir. Dengeleme sonuçlarına ve bunların duyarlıklarına ilişkin yargılar, dengelemenin matematiksel modelinin gerçek duruma uyması durumunda doğrudur.

Model hataları ya da sistematik hatalar dengeleme sonuçlarını etkileyebilmektedir. Bu nedenle hataların sonuçlar üzerindeki etkileri istatistik testlerle anlamlı olarak gösterilebilmelidir. Hataların etkilerini azaltmak için dengelemenin fonksiyonel modeli ek parametrelerle genişletilebileceği gibi stokastik model de gerçeğe uygun olarak belirlenebilir. Ancak öncelikle dolaylı ölçüler en küçük kareler dengelemesinin genel eşitlikleri özet olarak aşağıda verilecektir.

$$\begin{aligned} V &= Ax - \ell && \text{Fonksiyonel Model} \\ C &= \sigma^2 P^{-1} = \sigma^2 Q && \text{Stokastik Model} \end{aligned} \qquad (1)$$

(1)modelinden $v^T Pv=$ minimum koşulunu sağlayan ve $N = A^T P A$ ile $n = A^T P \ell$ olmak üzere

$$Nx - n = 0 \qquad (2)$$

normal denklem sistemi elde edilir. Dengelenecek ağda en azından, ağ için gerekli dış parametre verilirse N matrisinin Cayley inversi alınabilir. Buradan bilinmeyenlerin bir çözümü $\hat{x}$ ve bunların ağırlık katsayıları tersi matrisi $Q_{\hat{x}\hat{x}}$;

$$\hat{x} = N^{-1} n \quad , \quad Q_{\hat{x}\hat{x}} = N^{-1} \qquad (3)$$

elde edilir. Benzer olarak düzeltmelerin birçözümü $\hat{v}$ ve bunların ağırlık katsayıları tersi matrisi $Q_{\hat{v}\hat{v}}$;

$$\hat{v} = -Q_{\hat{v}\hat{v}} P \ell \quad , \quad Q_{\hat{v}\hat{v}} = P^{-1} - A Q_{\hat{x}\hat{x}} A^T \qquad (4)$$

ve düzeltilmiş ölçüler $\hat{\ell}$ ile bunlara ilişkin ağırlık katsayıları tersi matrisi $Q_{\hat{\ell}\hat{\ell}}$;

$$\hat{\ell} = \hat{\ell} + \hat{v} \quad , \quad Q_{\hat{\ell}\hat{\ell}} = A Q_{\hat{x}\hat{x}} A^T \qquad (5)$$

bağıntılarıyla elde edilir. Düzeltmelerin karesel toplamı,

$$\Omega = \hat{v}^T P \hat{v} = \ell^T P \, Q_{\hat{v}\hat{v}} \, P \, \ell \qquad (6)$$

ve dengeleme sonrası (a posteriori) varyans faktörü,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\Omega}{r} \quad , \quad r = n-u \text{ serbestlik derecesi} \qquad (7)$$

ile bulunur.

Yukarıdaki bağıntılarda geçen sembollerin anlamları aşağıda verilmektedir.

$\ell(nx1) = F(X_o, Y_o, Z_o, \ldots) - L$	:Fonksiyonun yaklaşık değeri ile ölçü değeri farkı (Küçültülmüş ölçüler vektörü)
A(nxu)	:Katsayılar matrisi
x(uxl)	:Küçültülmüş bilinmeyenler vektörü($X=X_o+x$)
C(nxn)	:Ölçülerin varyans-kovaryans matrisi
P(nxn)	:Ölçülerin ağırlık matrisi
Q(nxn)	:Ağırlık katsayıları tersi matrisi
σ^2	:Bilinmeyen varyans faktörü
n	:Ölçü sayısı
u	:Bilinmeyen sayısı

2. MODEL HİPOTEZİNİN TEST EDİLMESİ

Model testi için hipotez olarak, matematiksel modelin, ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkiler ile ölçülerin stokastik özelliklerini doğru ve noksansız olarak tanımladığı ileri sürülür. Bu hipotezin geçerliliğini test etmek için dengeleme öncesi (a priori) varyans σ^2 ile dengeleme sonucunda bulunan varyans $\hat{\sigma}^2$ karşılaştırılır. Model hipotezi doğru ise;

$$H_o : E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2 \qquad (8)$$

sıfır hipotezi

$$H_a : E(\hat{\sigma}^2) \neq \sigma^2$$

seçenek hipotezine karşı geçerli olmalıdır. Varyanslar için

$$T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim F_{r,\infty,1-\alpha} = (\chi^2_{r,1-\alpha})/r \qquad (9)$$

dağılımı geçerlidir (DE HEUS,1982). T test büyüklüğü r,∞ serbestlik dereceleri ve $s = 1-\alpha$ istatistik güveni ile F dağılımının kritik değerinden ya da r serbestlik derecesi ve aynı istatistik güvenle χ^2 dağılımının kritik değerinin serbestlik derecesi r ye bölümünden elde edilen değerden küçük,

$$T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} < F_{r,\infty,1-\alpha} = (\chi^2_{r,1-\alpha})/r \qquad (10)$$

ise sıfır hipotezi geçerlidir ve model hatası yoktur sonucuna varılır. Aksi durumda sıfır hipotezi reddedilir ve model hatası olduğuna karar verilir. Bu test kaynaklarda varyans faktörü için global test olarak da geçmektedir(KAVOURAS, 1982). Sıfır hipotezinin reddedilme nedenleri olarak

a. Ağırlıkların doğru olarak tahmin edilememesi (Stokastik modelin eksik oluşu),

b. Fonksiyonel modelin eksik oluşu,

c. Ölçüler arasında uyuşumsuz ölçülerin bulunması

sayılabilir.

Sıfır hipotezinin reddedilmesine bunlardan hangisinin neden olduğu bilinemez ve yukarıda verilen test de bu konuda ek bilgi vermez (KAVOURAS, 1982).

(9) eşitliğinde $r = n-u$, dengeleme sonrası varyans $\hat{\sigma}^2$ ve ∞ ise dengeleme öncesi varyans σ^2 için serbestlik derecesidir. (9) bağıntısı $\hat{\sigma}^2 > \sigma^2$ için geçerlidir. Eğer $\hat{\sigma}^2 < \sigma^2$ oluyorsa eşitlikte pay ve payda yer değiştirmelidir. Bu durumda dağılımın güven sınırı da $F_{\infty,r,1-\alpha}$ olur.

Sıfır hipotezine göre (9) test büyüklüğü merkezi bir $F_{r,\infty}$ dağılımına sahiptir ve ümit değeri

$$E\left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_o\right) = 1 \tag{11}$$

dir. Buna karşılık seçenek hipotezindeki durumu incelemek için ölçülerde uyuşumsuzluğa neden olan $\nabla \ell$ kadar hata mevcut olduğu varsayılırsa, bu hatanın düzeltmelerde (4) formülüne göre

$$\nabla v = - Q_{\hat{v}\hat{v}}\, P\, \Delta \ell \tag{12}$$

kadar etkili olacağı görülebilir. Böylece seçenek hipotezine göre ∇v'nin (9) test büyüklüğünün ümit değerine etkisi

$$E\left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_a\right) = E\left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_o\right) + \nabla\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}\right) \tag{13}$$

bağıntısıyla gösterilebilir. Burada,

$$\nabla\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}\right) = \frac{\nabla\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2}\;\frac{\nabla v^T . P . \nabla v}{n-u} \tag{14}$$

olur ve

$$\lambda = \frac{1}{\sigma^2}\; \nabla v^T . P . \nabla v \tag{15}$$

denirse (11) bağıntısının da dikkate alınmasıyla (13) eşitliği

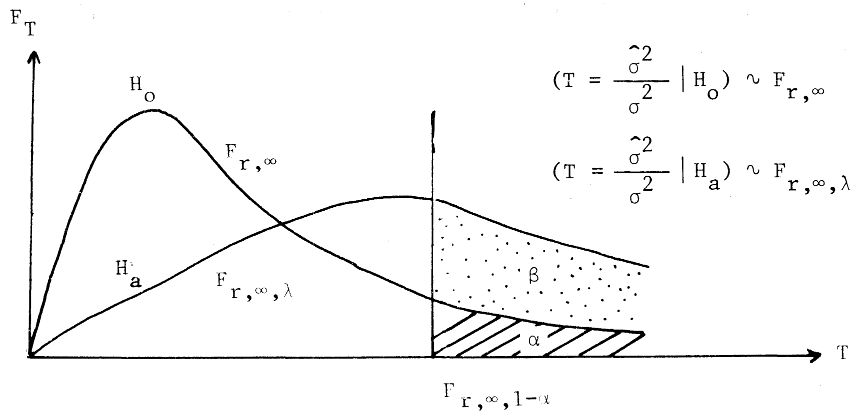
$$E\left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_a\right) = 1 + \frac{\lambda}{n-u} = 1 + \frac{\lambda}{r} \tag{16}$$

olur. Görüldüğü gibi seçenek hipotezinde test büyüklüğü merkezi olmayan bir $F_{r,\infty,\lambda}$ dağılımına sahip olup merkez dışı parametre λ'dır. (16) bağıntısı ölçülerdeki $\nabla \ell$ hatasına göre dağılımın değişimini göstermektedir (şekil-1).

Merkez dışı parametre λ, toplam yanılma olasılığı α ve test gücü β ile r, ∞ serbestlik derecelerinin bir fonksiyonu olarak

$$\lambda = f(\alpha, \beta, r, \infty) \tag{17}$$

biçiminde kapalı bir fonksiyon ile ifade edilebilmektedir.



Şekil-1 : r ve ∞ serbestlik dereceli merkezi ve merkezi olmayan Fisher dağılımı.

3. UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTLERİ

Yukarıda sayılan nedenlerden biri olan ölçüler arasındaki uyuşumsuz ölçülerin (8) deki H_o hipotezinin reddedilmesini gerektirdiği ele alınarak ölçülerdeki bu uyuşumsuzlukları ortaya çıkaracak testler bulunmaktadır. Yaygın olarak kullanılan başlıca testler, data-snooping, tau-testi ve t-testidir.

Ölçüler genellikle normal dağılımlı olarak kabul edilir. Herhangi bir ℓ_i ölçüsü normal dağılımlı evrensel kümeden bir örnekleme değilse (diğer bir deyişle normal dağılıma girmiyorsa) bu ölçü merkezi olmayan bir dağılıma aittir. Buna göre ℓ_i ölçüsü $\nabla\ell_i$ kadar bir hata ile yüklüdür denilebilir. Bir ℓ_i ölçüsündeki hata (4) eşitliğine göre düzeltmeler vektörü $\hat{v}$ yi etkiler. Bir ölçüde $\nabla\ell_i$ kadar hata varsayımı ile ölçüler vektörü

$$\ell'^T = \ell^T + \begin{bmatrix} o & o & \ldots & \nabla\ell_i & \ldots & o & o \end{bmatrix} = \ell^T + e_i^T \, \nabla\ell_i \qquad (18)$$

biçiminde yazılabilir. Burada ℓ' hatalı, ℓ hatasız ölçü ve

$$e_i^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 1 & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (19)$$

biçimindedir.

Uyuşumsuz ölçüyü kontrol için geliştirilen test yöntemleri kullanılan varyans faktörüne bağlıdır. (1) modelinde ℓ_i ölçüsüne ait düzeltme denklemi çıkarılarak kalan düzeltmeler vektörü v_1, ℓ_i dışında kalan ölçülere ilişkin ağırlık katsayıları matrisi P_{11} ile gösterilerek, ölçülerin korelasyonsuz olduğu varsayımı ile

$$\Omega_1 = v_1^T P_{11} v_1 \tag{20}$$

yazılabilir. Buradan ℓ_i ölçüsünün düzeltmeler toplamına etkisi (6) eşitliği de dikkate alınarak

$$\Theta_i = \Omega - \Omega_1 = \frac{v_i^2}{q_{v_i v_i}} \tag{21}$$

bağıntısıyla bulunabilir. Bu bağıntıdan hareket edilerek Ω_1 düzeltmeler toplamı yeni bir dengeleme yapmadan

$$\Omega_1 = \Omega - \frac{v_i^2}{q_{v_i v_i}} \tag{22}$$

şeklinde elde edilebilir. v_i düzeltmesine ilişkin $q_{v_i v_i}$ ağırlık katsayısı tersi (4) de verilen $Q_{\hat{v}\hat{v}}$ matrisinin i nci köşegen elemanıdır. Hatalı kabul edilen ℓ_i ölçüsünün bulunmadığı modelden dengeleme sonrası varyans için

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\Omega_1}{r_1}, \quad r_1 = n-u-1 \tag{23}$$

yazılabilir.

a. DATA - SNOOPING

(18) eşitliği ile belirtilen herhangi bir ölçüdeki $\nabla\ell_i$ hatasının (8)sıfır hipotezinin reddedilmesine neden olduğu kabul edilir. Hatalı ölçünün ortaya çıkarılması için n sayıda ölçünün herbiri

$$H_o : E(\nabla\ell_i) = 0$$

sıfır hipotezi ve (24)

$$H_a : E(\nabla\ell_i) \neq 0$$

seçenek hipotezleriyle test edilir. n sayıda hipotezin herbiri için ölçülerin korelasyonsuz olduğu varsayımı ile test büyüklüğü olarak

$$W_i = \frac{|v_i|}{\sigma_{v_i}} = \frac{|v_i|}{\sigma\sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim N(0,1) \tag{25}$$

kullanılır (FÖRSTNER, 1979).

W_i test büyüklüklerinden en büyüğü W_{max} normal dağılımdan türetilen kritik değerden daha büyük oluyorsa,

$$W_i = W_{max} = \frac{|v_i|}{\sigma \sqrt{q_{v_i v_i}}} > N_{1-\alpha_o/2} = \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_o}} \tag{26}$$

i nci ölçünün uyuşumsuz olduğu varsayılır. Duruma göre o ölçü atılır ya da yeniden ölçülür. Sonra tekrar dengeleme yapılır. Bu işleme uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar devam edilir. Kritik değer, standartlaştırılmış normal dağılımdan iki taraflı istatistik güven $S = 1-\alpha_o/2$ ile elde edilir.

Burada (9) çok boyutlu test ve (26) tek boyutlu testler için test gücü $\beta=\beta_o$ ve merkez dışı parametre $\lambda=\lambda_o$ eşit alınarak tek boyutlu test için α_o olasılığı ile çok boyutlu test için α olasılığı arasında

$$\lambda_o = \lambda\ (\alpha_o,\ \beta_o, 1, \infty) = \lambda\ (\alpha, \beta = \beta_o, r, \infty) \tag{27}$$

bağıntısı geçerlidir (KOK, 1982; The Staff of the Geodetic Computing Centre LGR, 1982).

Tek boyutlu teste ilişkin merkez dışı parametre, tek bir ölçüye ilişkin yanılma olasılığı α_o ve test gücü $\beta_o = \beta$ ile $1,\infty$ serbestlik derecelerinin bir fonksiyonudur ve

$$\delta_o = \sqrt{\lambda_o} = \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_o}} + \sqrt{F_{1,\infty,\beta_o}} \tag{28}$$

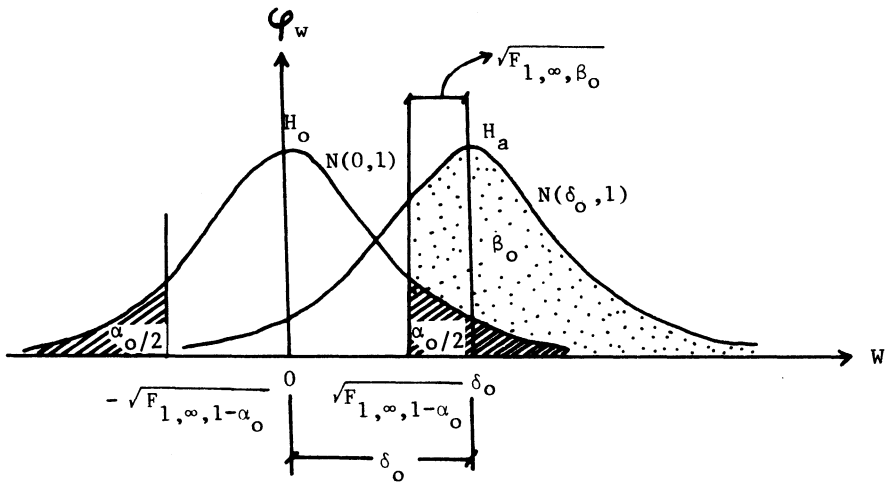
olarak ifade edilebilmektedir (KAVOURAS, 1982)

Sıfır ve seçenek hipotezine göre sırasıyla merkezi ve merkezi olmayan normal dağılım şekil-2'de görülmektedir.

$\alpha_o = 0.001$ için $\sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_o}} = 3.29$ olacağından (26) eşitliğine göre

$$|vi| > 3.29\sigma_{v_i} \tag{29}$$

olan, diğer bir deyişle düzeltmesi standart sapmasının yaklaşık 3 katı olan ölçü uyuşumsuz kabul edilir.



Şekil-2: Sıfır ve seçenek hipotezine göre normal dağılım yoğunluk fonksiyonu.

(9) global test ile (26) tek boyutlu test için test gücü eşit ($\beta = \beta_o$) alınmakta, fakat testlerin yanılma olasılıkları değişmektedir. Yanılma olasılığı (9) testi için α, (26) testi için α_o dır. $\beta = \beta_o$ ise α ve α_o merkez dışı parametre λ_o aracılığıyla birbirine bağlıdır. Genellikle α_o ve β_o seçilir(örneğin $\alpha_o = 0.001$, $\beta_o = 0.80$) ve λ_o bir fonksiyon olarak (3-10) eşitliğinden,

$$\lambda_o = \lambda(\alpha_o,\beta_o,1,\infty)$$

biçiminde ve bundan sonra

$$\lambda_o = \lambda(\alpha,\beta_o,r,\infty)$$

bağıntısından da α hesaplanır. α ve α_o arasındaki ilişki (BAARDA, 1968) de verilen nomogramlardan bulunabilir. Örneğin, $\alpha_o = 0.001$, $\beta_o = 0.80$ ve serbestlik derecesi r = 11 için

$$\lambda_o = 16.8 \quad , \quad \alpha = 0.05 \quad , \quad \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_o}} = 3.29 \quad , \quad F_{r,\infty,1-\alpha} = 1.79$$

değerleri bulunur.

b. TAU - TESTİ

Dengeleme öncesi teorik varyans σ^2 yeterli olarak bilinemiyor ya da güvenilir ve tecrübelere dayanan bir değer verilemiyorsa, test için uyuşumsuz ölçülerin de fonksiyonu olan dengeleme sonrası varyans $\hat{\sigma}^2$ kullanılabilir. Sıfır ve seçenek hipotezi olarak (24) eşitlikleri geçerlidir. Test büyüklüğü (25)'e benzer olarak

$$T_i = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_{v_i}} = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}\sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim \tau_r \qquad (30)$$

biçiminde önerilmektedir (POPE, 1976). T_i test büyüklüğü r serbestlik dereceli τ (tau) dağılımlıdır.

τ dağılımının kritik değeri c olmak üzere herhangi bir T_i nin c değerinden büyük olma olasılığı

$$\begin{aligned} \alpha &= P\{T_{max} > c\} = P\{\text{Bir ya da daha fazla } T_i > c\} \\ &= 1 - P\{\text{Tüm } T_i \leq c\} \qquad (31) \\ &= 1 - P\{(T_1 \leq c) \cap (T_2 \leq c) \cap \ldots\} \end{aligned}$$

ile tanımlanır. T_i ler korelasyonsuz ve benzer dağılımda kabul edilirse

$$P\{\text{Tüm } T_i \leq c\} = \prod_i^n P(T_i \leq c) = \{P(T_i \leq c)\}^n \qquad (32)$$

yazılabilir. T_i değerlerinden herhangi birinin c den büyük olma olasılığı(α_o),

$$\alpha_o = P(T_i > c) = 1 - P(T_i \leq c)$$

$$P(T_i \leq c) = 1 - \alpha_o \qquad (33)$$

denirse

$$P\{(T_i \leq c)\}^n = (1 - \alpha_o)^n \qquad (34)$$

olur. Böylece

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_o)^n \qquad (35)$$

ya da

$$\alpha_o = 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{n}} \cong \frac{\alpha}{n} \qquad (36)$$

bulunur (BENNING - THEISSEN, 1985).

Test büyüklüklerinden en büyüğü T_{max}, serbestlik derecesi r, ölçü sayısı n ve (36) eşitliğinden bulunacak α_o yanılma olasılığı ile belirlenecek $c = \tau_{r,1-\alpha_o}$ kritik değerinden büyükse,

$$T_{max} \geqslant c \qquad (37)$$

ilgili ölçünün uyuşumsuz olduğuna karar verilir. Bu ölçü atılır ya da yeniden ölçülür. Bu işleme data-snooping yöntemindeki gibi ardışık dengelemelerle devam edilir. τ dağılımı ile t dağılımı arasında

$$\tau_r = \frac{\sqrt{r} \cdot t_{r-1}}{\sqrt{r-1+t^2_{r-1}}} \quad \text{ya da} \quad t_{r-1} = \tau \sqrt{\frac{r-1}{r-\tau^2}} \qquad (38)$$

bağıntısı geçerlidir (POPE, 1976). Ayrıca t ve F dağılımları arasında da

$$t^2_{r-1,\ 1-\alpha_{o/2}} = F_{1,r-1,1-\alpha_o} \qquad (39)$$

bağıntısı bulunmaktadır. Bu bağıntılarla τ dağılımının kritik değerleri t ya da F dağılımlarının kritik değerleri ile hesaplanabilmektedir.

Yukarıdaki bağıntılarda geçen α tüm ölçülere ait yanılma olasılığıdır. Tek boyutlu testin yanılma olasılığı ise α_o dır. Ölçü sayısı çok olduğunda (36) eşitliğiyle belirlenen α_o çok küçük çıkabilir ve tek boyutlu test duyarlı olmaz. Bu durumda, tek boyutlu test için geçerli yanılma olasılığı α_o'ı sabit (örneğin $\alpha_o = 0.001$) alıp ve gerekirse toplam olasılık α yı buna göre hesaplamak uygun olur (DEMİREL, 1987). Ya da bu sakınca, incelenecek ağ küçük bölümlere ayrılarak giderilir (BILL, 1984; AKSOY, 1987).

c. t - TESTİ

İncelenen ölçünün tüm düzeltmeler toplamı Ω içindeki payı çıkarılırsa bu ölçünün hatasından arınmış olarak elde edilen dengeleme sonrası varyans (23) de $\hat{\sigma}_1$ ile gösterilmektedir. Bu varyans ile yukarıda verilen testlere benzer biçimde i nci ölçü için test büyüklüğü olarak

$$t_i = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_{lv_i}} = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_1 \sqrt{q_{v_i v_i}}} = |v_i| \sqrt{\frac{r-1}{\Omega\, q_{v_i v_i} - v_i^2}} \sim t_{r-1} \qquad (40)$$

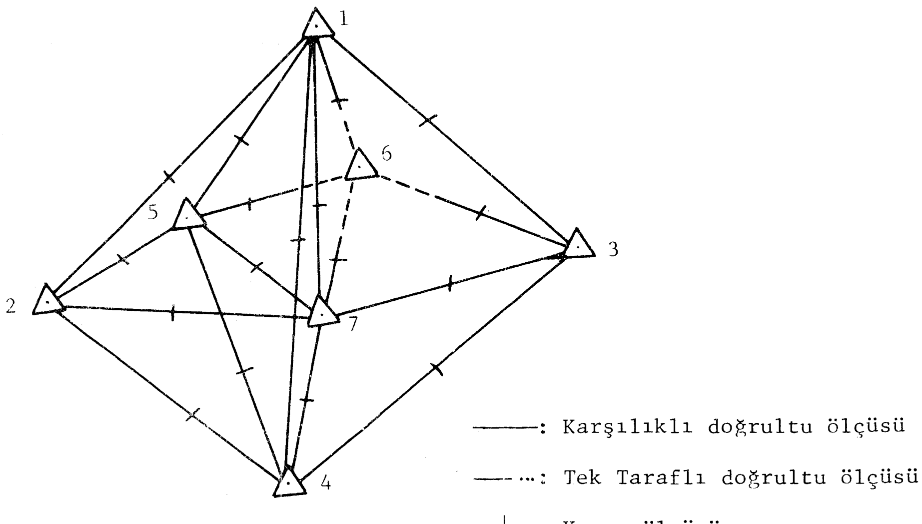
oluşturulabilir (HECK, 1980). Bu test büyüklüğü r-1 serbestlik dereceli t dağılımındadır. t_i test büyüklüklerinin en büyüğü t_{max}, serbestlik derecesi r-1 ve (36) eşitliğinden bulunacak α_o yanılma olasılığı ile hesaplanacak $t_{r-1,1-\alpha_o/2}$ kritik değerinden büyükse,

$$t_{max} > t_{r-1,1-\alpha_o/2} = \sqrt{F_{1,r-1,1-\alpha_o}} \qquad (41)$$

ilgili ölçü uyuşumsuz varsayılarak atılır ya da yeniden ölçülür. Dengeleme işlemine diğer testlerde olduğu gibi uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar devam edilir.

4. SAYISAL UYGULAMA

Şekil-3'de verilen ağda 30 doğrultu, 17 kenar olmak üzere toplam 47 ölçü bulunmaktadır. 6 nolu noktada alet kurulmamıştır.



Şekil-3: Ölçü Planı

Dengelemenin stokastik modelini belirlemek için ağda toplam 13 üçgen oluşturularak dengeleme öncesi varyans için Ferrero eşitliği ile bulunan $\sigma = \pm\, 8.39$ cc değeri alınmıştır. Kenar ölçüleri için $\sigma_s = \pm(1\text{cm}+10\text{ppm})$ bağıntısından yararlanarak $P_s = (\sigma/\sigma_s)^2$ ile ağırlıklar belirlenmiştir. Doğrultu ölçülerinin ağırlıkları $P_r = (\sigma/\sigma_r) = 1$ olarak alınmıştır.

Uyuşumsuz ölçü araştırmak amacıyla yapılan serbest dengeleme, uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar 4 kez yinelenmiştir. Dengeleme adımları kısaca şöyledir.

1 nci İterasyon:

Ölçü sayısı n = 47; serbestlik derecesi r = 30, dengeleme öncesi varyans $\hat{\sigma} = \pm 8.39$ cc, dengeleme sonrası varyans $\hat{\sigma} = \pm 17.58$ cc dir.

(10) bağıntısına göre,

$$T = \left(\frac{17.58}{8.39}\right)^2 = 4.39 \qquad \text{ve} \qquad F_{30,\infty,0.95} = 1.46$$

bulunmaktadır. Burada T>F olduğundan (8) sıfır hipotezi geçersizdir. Bu duruma göre data-snooping yöntemine göre uyuşumsuz ölçü araştırılabilir. $\alpha_o = 0.001$ seçilerek $\sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_o}} = 3.29$ alınmıştır. Test büyüklükleri (26) ya göre hesaplanmış ve 3.29' dan büyük olanları çizelge-1'de gösterilmiştir.

Tau-testi için toplam yanılma olasılığı $\alpha = 0.05$ alınarak (36) ya göre $\alpha_o = 0.001$ ve τ dağılımının kritik değeri

$$c = \tau_{r,1-\alpha_o} = \tau_{30,0.999} = 3.060$$

olarak bulunmuştur. (30)'a göre hesaplanan test büyüklüklerinden c den büyük olanlar ve c ye yakın olanlar çizelge-1 de listelenmiştir.

t-testi için t dağılımının kritik değeri

$$t_{r-1,1-\alpha_o/2} = t_{29,0.999} = 3.626$$

bulunmuştur. Test büyüklükleri (40)'a göre hesaplanmış ve 3.626 kritik değerinden büyük olanlar ve yakın olanlar çizelge-1 de verilmiştir.

Çizelge-1 den görüldüğü gibi data-snooping testine göre 3 tane, diğer iki teste göre 1 tane uyuşumsuz ölçü vardır. 1-3 ölçüsü her üç test yönteminde de en büyük test büyüklüğüne sahip olduğu için atılmış ve ikinci iterasyona geçilmiştir.

D.N.	B.N.	Düzeltme	Data-Snooping İçin Test Büyüklüğü	Data-Snooping İçin Kritik Değer	Tau Testi İçin Test Büyüklüğü	Tau Testi İçin Kritik Değer	t Testi İçin Test Büyüklüğü	t Testi İçin Kritik Değer
1	3	-0.27 m	7.44	3.29	3.55	3.060	4.59	3.626
3	7	-0.18 m	6.12	3.29	2.92	3.060	3.40	3.626
3	6	0.14 m	5.27	3.29	2.51	3.060	2.78	3.626

Çizelge-1 : 1 nci iterasyonda test büyüklükleri ve kritik değerler

2 nci İterasyon:

$n = 46, \quad r = 29, \quad \sigma = \pm 8.39$ cc, $\hat{\sigma} = \pm 13.60$ cc dir.

$$T = \left(\frac{13.60}{8.39}\right)^2 = 2.62 \quad , \quad F_{29,\infty,0.95} = 1.47$$

bulunmuş ve T>F olduğundan model hipotezi reddedilmiştir. Üç test yöntemi için kritik değer, kritik değeri geçen test büyüklükleri çizelge-2'de verilmiştir.

D.N.	B.N.	Düzeltme	Data-Snooping İçin Test Büyüklüğü	Data-Snooping İçin Kritik Değer	Tau Testi İçin Test Büyüklüğü	Tau Testi İçin Kritik Değer	t Testi İçin Test Büyüklüğü	t Testi İçin Kritik Değer
3	7	-0.22 m	7.43	3.29	4.58	3.048	8.58	3.633

Çizelge-2 : 2 nci iterasyonda test büyüklükleri ve kritik değerler.

Çizelge-2 den de görüleceği gibi bu adımda her üç yönteme göre bir tane uyuşumsuz ölçü saptanmıştır.

3 ncü İterasyon:

$n = 45, \quad r = 28, \quad \sigma = \pm 8.39$ cc, $\hat{\sigma} = \pm 7.27$ cc dir.

$$T = \left(\frac{8.39}{7.27}\right)^2 = 1.33 \quad , \quad F_{\infty,28,0.95} = 1.66$$

bulunmuş ve T<F olduğundan model hipotezi geçerli çıkmıştır. Model hipotezi geçerli olduğuna göre data-snooping yöntemine göre uyuşumsuz ölçü araştırmaya gerek yoktur. Ancak burada deneme için araştırma yapılmış ve uyuşumsuz ölçü olmadığı görülmüştür.

Üç test yöntemi için kritik değer. kritik değeri geçen ve kritik değere yakın olan test büyüklükleri çizelge-3'de verilmiştir.

D.N.	B.N.	Düzeltme	Data-Snooping İçin		Tau Testi İçin		t Testi İçin	
			Test Büyüklüğü	Kritik Değer	Test Büyüklüğü	Kritik Değer	Test Büyüklüğü	Kritik Değer
2	4	-19.71cc	3.12	3.29	3.60	3.036	4.83	3.639

Çizelge-3 : 3 ncü iterasyonda test büyüklükleri ve kritik değerler

Çizelge-3'den görüleceği gibi bu adımda tau ve t-testine göre uyuşumsuz ölçü vardır; data snooping yöntemine göre yoktur. Ancak bu yöntemde de test büyüklüğü kritik değere yakındır.

Uyuşumsuz çıkan ölçü atılarak 4'üncü iterasyon yapılmıştır. Bu iterasyonda uyuşumsuz ölçü kalmadığı görülmüştür.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

a. τ_r dağılımı ile t_{r-1} dağılımının olasılığı

$$P\,(-\tau_r < \tau_i < \tau_r) = P\,(-t_{r-1} < t_i < t_{r-1})$$

şeklinde birbirine eşittir (BILL, 1984). Uyuşumsuz ölçü olması durumunda aynı α_o olasılığı ile bu iki test aynı sonucu vermelidir. Yapılan uygulamada $\alpha_o = 0.001$ için bu durum bütün iterasyonlarda gözlenmiştir. Buna göre aynı α_o olasılığı için bu iki testden bir tanesini uygulamak yeterli olacaktır.

b. 1 nci iterasyonda data-snooping yöntemine göre 3, diğer iki yönteme göre 1 er tane uyuşumsuz ölçü saptanmıştır. Data-snooping yönteminde en büyük test büyüklüğüne sahip ölçünün diğer iki yöntemde de uyuşumsuz olduğu gözlenmektedir. Buradaki gibi, test yöntemlerinden herhangi biri ile bir anda, birden fazla uyuşumsuz ölçü saptanması durumunda uyuşumsuz ölçülerin hepsi atılmamalı,içlerinden en büyük test büyüklüğüne sahip olan ilk önce atılmalı ve dengeleme yenilenmelidir. Çünkü en büyük test büyüklüğüne sahip ölçü diğer ölçüleri etkilemiş olabilir. Nitekim 1 inci iterasyonda data-snooping yöntemine göre uyuşumsuz bulunan 3 - 6 ölçüsü daha sonra uyuşumsuz bulunamamıştır ve bu ölçünün 1 - 3 uyuşumsuz ölçüsü tarafından etkilendiği düşünülmektedir.

c. 3 üncü iterasyonda tau ve t-testine göre uyuşumsuz çıkan 2-4 ölçüsü data-snooping yönteminde uyuşumlu çıkmış ancak, test büyüklüğü kritik değere yakın bulunmuştur. Buradaki gibi bir ölçü diğer test yöntemleriyle uyuşumsuz olarak bulunmuşsa, diğer bir test yönteminde de test büyüklüğü kritik değere yakınsa söz konusu ölçü o test yönteminde de uyuşumsuz olarak yorumlanabilir. Bu nedenle 2 - 4 ölçüsü 3 üncü iterasyonda data-snooping yöntemi için de uyuşumsuz olarak değerlendirilebilir.

d. Ölçü sayısı fazla olduğu zaman serbestlik derecesi büyük olacaktır. Büyük serbestlik derecelerinde τ ve t dağılımları normal dağılıma dönüşeceklerinden (HÖPCKE, 1980), $\sigma, \hat{\sigma}, \hat{\sigma}_1$ yaklaşık olarak eşit olurlarsa aynı α_o olasılığı için her üç test ile benzer sonuçlar elde edilecektir. Küçük serbestlik derecelerinde (r<10), τ ve t testleri etkisiz kalmaktadır(HECK, 1980).

e. Kullanılan test yöntemi ne olursa olsun uyuşumsuz çıkan bir ölçü atılmadan önce ağın ölçü planı incelenmeli ve bu ölçü atıldığında ağda şekil defekti oluşup oluşmadığına dikkat edilmelidir. Ayrıca şekil defekti ortaya çıkmasa bile bir ölçü uyuşumsuz diye atılmadan ve/veya tekrar ölçüsü ile yinelenmeden önce, bu ölçü için rasat karnelerinin ve bilgisayar ortamındaki kayıt hatalarının kontrolü gibi tüm olanaklar kullanılmalıdır.

K A Y N A K L A R

/1/ Aksoy,A. : Jeodezik Değerlerin Matematik İstatistik Testlerle irdelenmesi. Türkiye I.Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara 1987.

/2/ Baarda,W. : A testing procedure for use in geodetic networks. New series, Volume 2, Number 5, Delft, 1968.

/3/ Benning,W.; Theissen,R. : Ausreissertests bei der freier stationierung. AVN, Heft 8-9, S.283-293, 1985.

/4/ Bill,R. : Eine Strategie zur Ausgleichung und Analyse von Verdichtungsnetzen, DGK, Reihe C,Nr.295,1984.

/5/ De Heus,H. : Data-Snooping in Control Network. Proceedings "Survey Control Networks" in Schriftenreihe der HSBw, Heft d, S.211-224, München, 1982.

/6/ Demirel,H. : Nirengi Ağlarının Dengelenmesi ve Sonuçların Test Edilmesi, Harita Dergisi Sayı: 98, Sayfa. 1-18, 1987.

/7/ Förstner,W. : Das Program TRINA zur Ausgleichung und Gütebeurteilung geodaetischer Lagenetze.ZfV,Heft 2, S.61-72, 1979.

/8/ Höpcke,W. : Fehlerlehre und Ausgleichungsrechnung,Walter de Gruyter, Berlin, Newyork, 1980.

/9/ Heck,B. : Statistische Ausreisserkriterien Zur Kontrolle Geodaetischer Beobachtungen.VIII.Internat. Kurs für Ingenierungvermessung, Zuerich, 1980.

/10/ Kavouras,M. : On the detection of outliers and the determination of reliability in geodetic network. Tekhnical Report, No:87 University of New Brunswick, 1982.

/11/ Kok,Johan J. : Statistical Analysis of Deformation Problems using Baarda's Testing Procedures.Forth Years of Though. Vol.2, S.469-488, 1982.

/12/ Pope, Allen J. : The Statistics of Residuals and The Detection of Outliers, NOAA Technical Report, NOS 65 NGS 1, 1976.

/13/ The Staff of the Geodetic Computing Centre (LGR) : The Delft Approach for the Design and Computation of Geodetic Networks. Forth years of Though. Vol. 1, S.202-274, 1982.