Jeodezik Ağlarda L_1 Norm Minimizasyonu: Yükseklik Ağı Örneği

(L_1 Norm Mimimization in Geodetic Networks: The case of Levelling Network)

Mevlüt YETKİN, Cevat İNAL
Selçuk Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Konya
myetkin@selcuk.edu.tr

ÖZET

L_1 norm minimizasyonu jeodezik ağlarda uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için kullanılan robust bir tekniktir. L_1 norm dengelemesi bir lineer programlama probleminin çözülmesiyle gerçekleştirilebilir. Bu makalede, rank defektli bir Gauss-Markov modelinde L_1 norm minimizasyonu yönteminin formülasyonu incelenmiştir. Yöntem yapay olarak oluşturulan bir yükseklik ağında test edilmiştir. Test sonuçları bu robust dengeleme tekniğinin uyuşumsuz ölçü belirlemede ve kirletilmiş ölçü setiyle parametre kestiriminde klasik en küçük kareler yönteminden daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: *Lineer programlama, yükseklik ağı, robust kestirim, uyuşumsuz ölçüler, kaba hata analizi.*

ABSTRACT

L_1 norm minimization is a robust technique to detect outliers in geodetic networks. L_1 norm adjustment can be implemented by solving a linear programming problem. In this paper, the formulation of the L_1 norm minimization method in a rank deficient Gauss-Markov model is studied. The method has been tested in an artificially structured levelling network. The results show that L_1 norm minimization is a more successful method than the classical least squares method in outlier detection and parameter estimation with contaminated data.

Keywords: *Linear programming, levelling network, robust estimation, outliers, gross error analysis.*

1. GİRİŞ

En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) jeodezide en yaygın parametre kestirim yöntemidir. EKKY ile dengeleme hesabı, ölçülere getirilecek düzeltmelerin karelerinin toplamını minimum yaparak bilinmeyen parametreler için en iyi kestirimi verebilmektedir. EKKY'i kullanabilmek için maksimum olasılık yönteminde olduğu gibi gözlemlerin dağılımı ile ilgili herhangi bir bilgiye ihtiyaç duyulmamaktadır (Koch, 1999). Ağırlık matrisi gözlemlerin varyans-kovaryans matrisinin tersi olarak alınırsa en küçük kareler kestirimi minimum varyans ve yansız kestirim özelliklerine sahip olur. Ayrıca gözlemler normal dağılımda ise EKKY maksimum olasılık yöntemiyle özdeş bir sonuç vermektedir (Simkooei, 2003). Literatürde L_2 norm minimizasyonu olarak da bilinen ağırlıklı EKKY ağırlıklı düzeltmelerin karelerinin toplamının minimum yapılmasını amaçlayan bir parametre kestirim yöntemidir:

$$\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{v} \rightarrow \min \tag{1}$$

(1) eşitliğiyle verilen amaç fonksiyonunda $\mathbf{v}$ düzeltmeler vektörü, $\mathbf{P}$ ise ağırlık matrisidir. EKKY, bilinmeyen parametrelerin kestirimi için güçlü bir istatistiksel araç olmasına karşın yöntemin en iyi çözümü verebilmesi için gözlem hatalarının rasgele olması ve normal dağılıma uyması gerekmektedir. Diğer bir deyişle, gözlemlerin kaba ve sistematik hatalardan arındırılmış olması gerekmektedir (Kuang, 1996). Eğer bu kural gerçekleşmemişse, yani bazı gözlemler kaba hatalardan etkilenmişse EKKY yukarıda bahsedilen avantajlı özelliklerini kaybetmektedir. Bu tür durumlarda kaba hatalı gözlemlerin robust tekniklerle belirlenip elemine edilmesi gerekir. Bu işlemden sonra EKKY uygulanabilir (Simkooei, 2003). Robust parametre kestirimi hakkında ayrıntılı bilgi için Wilcox (1997), Koch (1999) ve Hekimoğlu ve Erenoğlu (2007)'ye başvurulabilir.

Uyuşumsuz ölçü analizinde temel iki yaklaşım; istatistiksel test yöntemlerinin uygulanması ya da robust kestirim yöntemlerinin kullanılmasıdır. İstatistiksel bir test yöntemi olan Pope yönteminin performansının tatmin edici olmadığı Baselga (2007a)'da gösterilmiştir. Bu yöntemde EKKY ile elde edilen kirletilmiş sonuçlar kullanıldığı için bazen uyuşumsuz ölçüler belirlenemeyebilmektedir. Öte yandan, oldukça kolay bir yöntem olan iteratif ağırlıklandırmalı en küçük kareler algoritması M-kestirimi için temel hesap algoritmasıdır. Ancak EKKY ile elde edilen kirletilmiş sonuçlar kullanılarak yeniden ağırlıklandırma yapıldığı için bu algoritma etkili bir hesap yöntemi olmayabilir (Baselga, 2007b). Bu nedenle kaba hata analizinde ideal durum bütün uyuşumsuz ölçülerin dengelemeden önce belirlenmesi ve elemine edilmesidir (Kuang, 1996; Chen, vd., 2003). Ancak bu aşamada bütün uyuşumsuz ölçüler belirlenemediği için dengeleme sonrası kaba hata analizi büyük önem taşımaya devam etmektedir.

Robust tekniklerden bir tanesi düzeltmelerin mutlak değerlerinin ağırlıklı toplamının (L_1 normunun) minimum yapılmasıdır:

$$\mathbf{p}^{\mathbf{T}}|\mathbf{v}| \rightarrow \min \tag{2}$$

(2) eşitliğiyle verilen amaç fonksiyonunda $\mathbf{p}$ ağırlık matrisinin köşegen elemanlarını içeren bir vektördür. L_1 norm minimizasyonu en küçük kareler gibi yansız bir kestirimdir. Ancak EKKY'nin diğer iki özelliği yani minimum varyans ve maksimum olasılık özellikleri L_1 norm yöntemi için geçerli değildir. Bununla birlikte, L_1 norm yönteminin EKKY'ne göre en büyük üstünlüğü robust bir teknik olmasıdır. Bu nedenle uyuşumsuz ölçülere karşı EKKY'den daha az duyarlıdır (Simkooei, 2003; Yetkin, 2008).

EKKY'nin önemli bir sakıncası kaba hataları yayma etkisidir. Bu nedenle, birden fazla uyuşumsuz ölçü söz konusu olduğu zaman EKKY'ne dayalı uyuşumsuz ölçü belirleme yöntemleriyle bunları belirlemek kolay olmayabilir. İyi bir ölçü yanlışlıkla kaba hatalı olarak belirleniyorsa buna batma etkisi denir. Benzer şekilde kötü bir ölçü uyuşumsuz olarak teşhis edilemiyorsa buna da gizleme etkisi adı verilir. Her iki etkide EKKY'nin yayma etkisiyle açıklanır (Hekimoğlu, 1997). Yine ölçülerde yapılan hataların düzeltmelerine tam olarak yansımamaları da yayma etkisinin bir sonucudur. L_1 norm yönteminin olumlu bir özelliği istatistiksel test yöntemleri veya robust M-Kestirim yöntemlerinden farklı olarak EKKY ile elde edilen herhangi bir sonuca bağlı olmamasıdır. Bu nedenle L_1 norm yöntemi bu olumsuzluktan etkilenmeyebilir.

Robust istatistikte genel güvenirlik ölçütü kırılma noktasıdır. Kırılma noktası bir kestiricinin bütünüyle bozuk bir kestirim değeri vermesine sebep olabilecek uyuşumsuz ölçü sayısının örnek kümedeki tüm ölçü sayısına oranının en küçük değeri olarak tanımlanabilir (Donoho ve Huber 1983). En düşük kırılma noktası 0, en yüksek kırılma noktası ise 0,5'dir. Çeşitli kestiricilerin kırılma noktaları hesaplanarak bunlar arasında bir güvenirlik karşılaştırması yapılabilir. Bir kestiricinin kırılma noktası ne kadar büyük ise o kestirici o kadar güvenilirdir. M-kestirimi gibi L_1 norm yönteminin de kırılma noktasının 0'dır (Xu, 2005).

2. bölümde L_1 norm yönteminin rank defektli bir Gauss-Markov modelindeki formülasyonu verilecektir. Simpleks metoduyla bir lineer programlama problemi olarak çözülebilen bu formülasyon hem genel bir Gauss-Markov modeli için geçerlidir hem de jeodezik ağlardaki datum problemini göz önünde bulundurmaktadır (Simkooei, 2003).

2. L_1 NORM MİNİMİZASYONU

Klasik Gauss-Markov modelinde, lineer veya lineer hale getirilmiş parametrik bir dengeleme ile bilinmeyen parametreler vektörü $\mathbf{x}$ aşağıdaki fonksiyonel ve stokastik modellere göre belirlenir:

$$\begin{aligned} &\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \\ &\mathbf{D}^{T}\mathbf{x} = 0 \\ &\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1} = \sigma_0^2 \mathbf{C}_{\mathbf{l}}^{-1} \end{aligned} \tag{3}$$

(3) eşitliklerinde $\mathbf{v}_{\mathbf{n}\times\mathbf{1}}$ düzeltmeler vektörü; $\mathbf{l}_{\mathbf{n}\times\mathbf{1}}$ gözlemler vektörü; $\mathbf{A}_{\mathbf{n}\times\mathbf{u}}$ rank defektli tasarım matrisi; $\mathbf{P}_{\mathbf{n}\times\mathbf{n}}$ ağırlık matrisi; $\mathbf{D}_{\mathbf{u}\times\mathbf{d}}$ tasarım matrisinin rank defektliğini tamamlamak için kullanılan datum matrisi; $\mathbf{0}_{\mathbf{d}\times\mathbf{1}}$ sıfır vektörü; $\mathbf{C}_{\mathbf{l}(\mathbf{n}\times\mathbf{n})}$ gözlemlerin kovaryans matrisi; $\mathbf{Q}_{\mathbf{l}(\mathbf{n}\times\mathbf{n})}$ kofaktör matrisi ve σ_0^2 önsel varyans faktörüdür.

Hem en küçük kareler dengelemesi hem de L_1 norm minimizasyonu $\mathbf{x}$ bilinmeyenler vektörünü yukarıdaki Gauss-Markov modeline göre (1) ve (2) eşitliklerinde verilen kendi amaç fonksiyonlarına göre belirlemektedir (Simkooei, 2003).

L_1 norm minimizasyonu diğer bir deyişle en küçük toplam yöntemi düzeltmelerin mutlak değerlerinin ağırlıklı toplamını minimize eden bir parametre kestirim yöntemidir. Simkooei (2003)'de L_1 norm minimizasyonunun genel bir Gauss-Markov modeli için formülasyonu verilmiştir. L_1 norm parametre kestirim probleminin bir lineer programlama problemi olarak çözümü için bütün parametrelerin ve düzeltmelerin negatif olmadığı matematiksel bir modelin geliştirilmesi gerekir. Bu matematiksel modeli elde etmek için (2) ile verilen amaç fonksiyonu ve (3) kısıtlamaları gevşek (aylak) değişkenler kullanarak L_1 norm parametre kestirim problemine dönüştürülebilir. Böylece amaç fonksiyonu mutlak değer işaretleri olmadan yazılabilir. (2) bağıntısıyla verilen amaç fonksiyonunu ve (3) bağıntılarıyla verilen kısıtlamaları, bütün parametrelerin ve düzeltmelerin negatif olmadığı bir forma dönüştürmek için parametreler için 2 tane (α, β) ve düzeltmeler için de 2 tane (u, w) olmak üzere 4 adet gevşek değerler vektörü modele katılabilir. Bilindiği gibi parametreler ve düzeltmeler pozitif veya negatif olabilir. Bu nedenle gevşek değerleri kullanarak düzeltmeler ve bilinmeyenler vektörleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{u} - \mathbf{w} \qquad \mathbf{u}, \mathbf{w} \geq 0 \\ \mathbf{x} &= \alpha - \beta \qquad \alpha, \beta \geq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

(2) bağıntısıyla verilen amaç fonksiyonu ve (3) bağıntılarıyla verilen kısıtlamalar, gevşek değer vektörleri ile aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

Amaç fonksiyonu;

$$f = \mathbf{p}^T |\mathbf{v}| = \mathbf{p}^T |\mathbf{u} - \mathbf{w}| = \mathbf{p}^T (\mathbf{u} + \mathbf{w}) \rightarrow \min \tag{5}$$

Kısıtlamalar;

$$\begin{aligned} \mathbf{l} + \mathbf{u} - \mathbf{w} &= \mathbf{A}(\alpha - \beta) \\ \mathbf{D}^T (\alpha - \beta) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Aynı amaç fonksiyonu ve kısıtlamalar daha açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

Amaç fonksiyonu;

$$f = \underbrace{\begin{bmatrix} 0^T & 0^T & \mathrm{p}^T & \mathrm{p}^T \end{bmatrix}}_{\underline{\mathrm{c}}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \mathrm{w} \\ \mathrm{u} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathrm{x}}} \rightarrow \min \tag{7}$$

Kısıtlamalar;

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{A} & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{D}^T & -\mathbf{D}^T & \mathbf{Z} & \mathbf{Z} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{l} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{b}}} \tag{8}$$

Z sıfır matrisi, I ise birim matristir. Sonuç olarak L_1 norm minimizasyonu problemi;

$$f = \underline{\mathbf{c}}^{\mathbf{T}} \underline{\mathbf{x}} \rightarrow \min \tag{9}$$

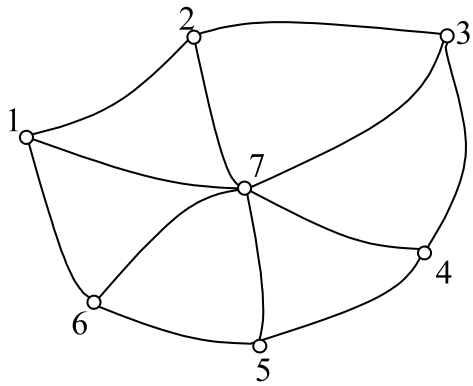
$$\underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}}; \qquad \underline{\mathbf{x}} \geq 0 \tag{10}$$

şeklinde yazılabilir. Böylece parametre kestirimi lineer programlama yöntemiyle çözülebilen bir optimizasyon problemine dönüşmüş olur. $\underline{\mathbf{x}}$ vektörünün bu optimizasyon problemi ile çözülmesiyle $\alpha, \beta, \mathbf{u}$ ve $\mathbf{w}$ vektörleri elde edilir. Sonuç olarak da bilinmeyen parametreler vektörü $\mathbf{x}$ ve düzeltmeler vektörü $\mathbf{v}$ (4) eşitliğine göre hesaplanabilir. Bu işlem kenar ağları gibi doğrusal olmayan bir Gauss-Markov modelinin söz konusu olduğu ağlarda iteratif bir şekilde yapılır. İterasyona $\underline{\mathbf{x}}$ çözüm vektörü sıfıra yakınsayıncaya kadar devam edilir. Yükseklik ağlarında ise lineer bir model söz konusu olduğu için iterasyona gerek yoktur. Bir lineer programlama problemini çözmek için genellikle simpleks yöntemi kullanılır (Simkooei, 2003). Konu hakkında daha geniş bilgi Dantzig (1963)'de bulunabilir.

3. SAYISAL UYGULAMA

Yukarıda formülasyonu verilen L_1 norm yöntemini test etmek için bilgisayar ortamında bir simülasyon çalışması yapılmıştır.

Kullanılan yükseklik ağı 7 nokta ve 12 adet yükseklik farkı ölçüsünden oluşmaktadır (Şekil 1). Ağın datumu 1 numaralı nokta sabit kabul edilerek tanımlanmıştır. Ağın serbestlik derecesi 6'dır. Ağ noktalarının yükseklik değerlerinin başlangıçta bilindiği kabul edilmiştir. Bu değerleri kullanarak ilk önce hatasız yükseklik farkları hesaplanmıştır. MATLAB programındaki normal dağılımlı rasgele sayı üretecini kullanarak rasgele ölçü hataları üretilmiştir. Rasgele ölçü hatalarının $e_{\Delta h_i} \sim \mathrm{N}\left(\mu = 0, \sigma^2_{\Delta h_i}\right)$ şeklinde ortalama değeri ve varyansı verilen normal dağılıma uyduğu varsayılmaktadır. $\sigma^2_{\Delta h_i} = 2 \cdot \mathrm{s_{ij}} \left(\mathrm{mm}^2\right)$ olarak alınmıştır. $\mathrm{s_{ij}}$ km biriminde noktalar arasındaki uzaklıktır. Üretilen rasgele ölçü hataları $\left(e_{\Delta h_i}\right)$ hatasız yükseklik farklarına eklenerek uyuşumlu ölçüler elde edilmiştir. Daha sonra 2 adet kaba hata simüle edilerek 1-2 ve 5-6 ölçülerinin hatasız değerlerine eklenmiştir. Böylece kirletilmiş ölçü kümesi elde edilmiştir. Bu 2 ölçü kısmi redundans sayısı en küçük olan 2 ölçüdür. Simüle edilen kaba hatalar sırasıyla -10 ve -20 cm'dir (Tablo 1'in 4. sütununda koyu değerler).



Şekil 1: Yükseklik ağı.

EKKY ve L_1 norm yöntemi kirletilmiş ölçü kümesine uygulanmıştır. Bu örnekte L_1 norm yöntemini uygularken 13x38 boyutlu bir $\underline{\mathbf{A}}$ matrisi; 13x1 boyutlu bir $\underline{\mathbf{b}}$ vektörü ve 38x1 boyutlu bir $\underline{\mathbf{c}}$ vektörü kullanılmıştır. L_1 norm yönteminin lineer programlama ile çözümünde MATLAB programındaki linprog.m altyordamı kullanılmıştır. Sonuç olarak 38x1 boyutlu $\underline{\mathbf{x}}$ çözüm vektörü elde edilmiştir. Bu vektör yukarıda da bahsedildiği gibi $\alpha, \beta, \mathbf{w}$ ve $\mathbf{u}$ alt vektörlerini içermektedir. Bu vektörleri (4) bağıntılarında kullanarak $\mathbf{v}$ düzeltme değerleri ve $\mathbf{x}$ dengelenmiş yükseklik değerleri elde edilmiştir.

Tablo 1'de nivelman hatları (1'inci sütun), gözlem değerleri (2'nci sütun), gözlemlerin kısmi redundans sayıları (3'üncü sütun), simüle edilen rasgele ve kaba hatalar (4'üncü sütun) ve EKKY ile L_1 norm yöntemi dengelemesi sonucu bulunan düzeltmeler (5'inci ve 6'ncı sütun) verilmektir. Tablo 1'in 5'inci ve 6'ncı sütunundaki italik değerler incelenecek olursa simüle edilen kaba hataların L_1 norm yönteminde ilgili ölçünün düzeltmesine çok büyük oranda yansıdığı görülür. Oysa EKKY ile bulunan düzeltmeler hataları tam olarak yansıtmamaktadır. -10 cm'lik kaba hata yapılan ölçünün düzeltmesi L_1 norm yönteminde 10.2 cm, EKKY'nde ise 5.5 cm'dir. Benzer şekilde -20 cm'lik bir kaba hata yapılan ölçünün düzeltmesi L_1 norm yönteminde 19.9 cm, EKKY'nde ise 8.7 cm'dir. Ayrıca Tablo 1'in 6'ncı sütununda koyu ve italik değerlere bakılırsa EKKY'nde 1-6 ve 6-7 ölçüleri gerçekte kaba hatalı olmamasına rağmen kaba hatalı 1-2 ölçüsünden daha büyük düzeltme değerlerine sahip olmaktadır. Öte yandan 5-7 ölçüsü de rasgele hatalı bir ölçü olmasına rağmen neredeyse kaba hatalı 1-2 ölçüsü ile aynı düzeltme değerini almaktadır. Bütün bunlar uyuşumsuz ölçü belirlemede L_1 norm yönteminin EKKY'nden daha başarılı olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte L_1 norm yönteminde 1-7, 2-7, 4-7 ve 5-7 ölçülerinin düzeltmeleri 0; 3-7 ve 6-7 ölçülerinin düzeltmeleri ise 0'a çok yakın bir değer almaktadır.

Tablo 2, nokta yüksekliklerinin hatasız değerlerini (2'nci sütun); EKKY ile bulunan dengelenmiş yükseklikleri (3'üncü ve 4'üncü sütun) ve L_1 norm yöntemi ile bulunan dengelenmiş yükseklikleri göstermektedir (5'inci sütun). Tablo 2'nin son satırı ise dengelenmiş yükseklikler ile hatasız yüksekliklerin farklarının karelerinin toplamını göstermektedir. Buna göre EKKY kaba hatalı ölçüler söz konusu olduğu zaman oldukça bozuk sonuç verirken, L_1 norm yöntemi daha iyi sonuç vermektedir. En iyi parametre kestirimi ise EKKY'nin kaba hata içermeyen rasgele hatalı ölçülere uygulanması ile gerçekleştirilmiştir.

Tablo 1: Yükseklik farkları, kısmi redundans sayıları, simüle edilen hatalar ve düzeltmeler.

Nivelman Hatları	Gözlem Değerleri (m)	Kısmi Redundans Sayıları	Hatalar (cm)	Düzeltmeler (cm)	
				L_1	EKKY
1-2	0.90	0.3995	**-10**	*10.18*	*5.52*
2-3	0.9971	0.5012	-0.29	0.23	3.68
3-4	1.0002	0.4259	0.02	0.05	1.99
4-5	-1.5005	0.5590	-0.05	0.05	4.38
5-6	0.30	0.4056	**-20**	*19.87*	*8.74*
1-6	2.0018	0.4768	0.18	-0.12	***-6.18***
1-7	2.5017	0.5143	0.17	0	-0.37
2-7	1.4999	0.5931	-0.01	0	4.29
3-7	0.5005	0.5649	0.05	0.0000	0.84
4-7	-0.5002	0.5000	-0.02	0	-1.11
5-7	0.9998	0.4587	-0.02	0	***-5.43***
6-7	0.5011	0.6009	0.11	0.0000	***5.70***

Tablo 2: Noktaların hatasız yükseklikleri ve dengeleme sonucu bulunan yükseklik değerleri.

Nokta No	Hatasız Yükseklikler H (m)	Dengelenmiş Yükseklikler H (m) (EKKY) (kaba hata yok)	Dengelenmiş Yükseklikler H (m) (EKKY) (kaba hata var)	Dengelenmiş Yükseklikler H (m) (L_1) (kaba hata var)
1	100	100	100	100
2	101	101.0010	100.955	101.0018
3	102	102	101.9892	102.0012
4	103	103.0011	103.0093	103.0019
5	101.5	101.5015	101.5526	101.5019
6	102	102.0006	101.9400	102.0006
7	102.5	102.5012	102.4980	102.5017
$\sum_{i=1}^{7}(\mathrm{H}_i - H_i)^2$ mm^2	0	6.3	8598.9	15.2

4. SONUÇ

Jeodezik ağlarda yaygın olarak kullanılan parametre kestirim yöntemi EKKY'dir. Ancak bu yöntem kaba hatalara karşı duyarlıdır. Bu nedenle jeodezik ağların değerlendirilmesinde kaba hata analizi güvenilir sonuçlar elde etmek için büyük önem taşır. Uyuşumsuz ölçülerin parametre kestirimleri üzerindeki etkisini azaltmada kullanılan prosedürlerden birisi robust kestirimdir. Literatürde bu yöntemlerin hem lineer regresyon modelinde hem de lineer (veya lineer hale getirilmiş) Gauss-Markov modelinde uygulamaları tartışılmıştır. Ayrıca robust yöntemler ölçme tekniği ve jeodezi bilimlerinde de uygulanmıştır.

L_1 norm yöntemi önemli bir robust kestirim yöntemidir. Ancak eski bir yöntem olmasına karşın EKKY ile karşılaştırıldığında çözümü daha zor olduğu için geçmişte jeodezide yaygın bir kullanım alanı bulamamıştır. Bu yöntem robust M-kestirimi yöntemlerinden farklı olarak en küçük kareler algoritması yerine yöneylem araştırmasının bir dalı olan lineer programlama yöntemiyle çözülmektedir. Bilindiği gibi bir lineer programlama problemi lineer bir amaç fonksiyonunu bazı lineer eşitlik ve/veya eşitsizlik kısıtlarına göre minimize veya maksimize edilmesidir.

Simkooei (2003), jeodezik ağların dengelenmesinde kullanılan lineer veya lineer hale getirilmiş bir Gauss-Markov modelinde L_1 norm minimizasyonu probleminin lineer programlama yöntemiyle çözümünü incelemiştir. Sözü geçen makalenin temel amacı genel bir Gauss-Markov modeli için kullanılabilir bir formülasyon geliştirmek ve bu formülasyon içerisinde jeodezik ağlardaki datum problemini göz önünde bulundurmaktır.

Bu makalede; Simkooei (2003)'de sunulan yöntem incelenmiş ve yapay olarak üretilmiş bir yükseklik ağına uygulanmıştır. Yapılan simülasyon çalışması L_1 norm yönteminin hem parametre kestiriminde hem de uyuşumsuz ölçü belirlemede EKKY'ne göre daha başarılı olduğunu göstermiştir. Jeodezik ağların EKKY'nden başka L_1 norm yöntemiyle de dengelenmesi önerilmektedir. L_1 norm yöntemiyle uyuşumuz ölçüler belirlenip elemine edildikten sonra EKKY uygulanmalıdır.

L_1 norm yönteminin EKKY'ne göre en büyük dezavantajı gerçekleştirilmesinin daha zor oluşudur. Ancak MATLAB yazılımında mevcut bulunan linprog.m altyordamı kullanılarak L_1 norm yöntemi kolaylıkla gerçekleştirilebilir.

KAYNAKLAR

Baselga, S., 2007a, **Critical Limitation in Use of τ Test for Gross Error Detection,** J. Surv. Eng., 133(2):52–55.

Baselga, S., 2007b, **Global Optimization Solution of Robust Estimation**, J. Surv. Eng., 133(3):123–128.

Chen, M., Ling, Z., Ding, X., Zhuo, J., 2003, **Gross Error Diagnostics Before Least Squares Adjustment of Observations**, J. Geodesy, 77(9):503-513.

Donoho, D.L., Huber, P.J., 1983, **The Notion of Breakdown Point. A Festschrift for Erich L. Lehmann Wadsworth**, Belmont, 157-184.

Dantzig, G.B., 1963, **Linear Programming and Extensions,** Princeton University Press, Princeton, USA.

Hekimoğlu, Ş., 1997, **The Finite Sample Breakdown Points of Conventional Iterative Outlier Detection Procedures**, J. Surv. Eng., 123(1):15-31.

Hekimoğlu, Ş., Erenoğlu, R.C., 2007, **Effect of Heteroscedasticity and Heterogeneous on Outlier Detection for Geodetic Networks,** J. Geodesy, 81:137-148.

Koch, K.R., 1999, **Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models,** Springer, Berlin.

Kuang, S., 1996, **Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts and Applications**. Ann Arbor Press, Ann Arbor USA.

Simkooei, A. A., 2003, **Formulation of L_1 Norm Minimization in Gauss-Markov Models**. J. Surv. Eng., 129(1):37–43.

Wilcox, R. R., 1997, **Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing**, Academic Press, New York.

Xu, P. L., 2005, **Sign-constrained Robust Least Squares, Subjective Breakdown Point and the Effect of Weights of Observations on Robustness,** J. Geod., 79:146-159.

Yetkin, M., 2008, **GPS Ağlarının Optimal Tasarımı ve Robust İstatistik Yöntemlerin Kullanılabilirliği,** SÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Konya.