

Interpolation hesapları

Yazan: General
Abdurrahman Aygün

Lisânı Riyazîde; (Tadili ma beynessatreyn) namile anılan bu gibi hesapların hartacılıkta pek büyük bir mevkii vardır. Yekdiğerinden bir nisbeti muaayyene üzere büyüye büyüye veya küçüle küçüle giden miktarların aralarını, daha küçük ifadelere müteallik mütenazır kıymetlere ayırmak lâzımgelse; bu ameliyatı her hangi bir tenasüp düsturile yapamayız. Ve esasen yapılamaz. Bu gibi işler için mevzuu bahs interpolation düsturları vardır. Meselâ:

Lugaritmelerin büyüme ve küçülme miktarları bu cinsdendir. Yani 75 adedinin lûğaritmesi ne ise; bu adedin iki misli olan 150 nin lugaritmeside iki misli değildir. Ve keza; 15 derecelik bir kavsin ceyp lûğaritmesi ne ise, 30 dereceliğin lûğaritmesi elbette yine iki misli olamaz.

Bundan dolayı; bu işlere mahsus hesabâtı yapmak zarureti vardır.

(Tadili ma beynessatreyn) hesaplarında belli başlı iki türlü iş vardır. Birisi; iki kıymetin arasını lâalettayin aksama ayırmak; ve diğeri de aşarî olarak on kısma tefrik etmek. Bunları tafsil edelim:

“A.,

İki kıymetin arasını lâalettayin bir kaç kısma ayırmak. Meselâ; 50 dakikadan 50 dakikaya mürettep olan bir celveli, aralarına dört kemmiyet idhali suretile 5 hadde iblâğ etmek lâzımgelse:

Birinci tefazulu mazrubî namile “n,, ifadesi $1/5$ olur. Buna göre:

İkinci tefazulu mazrubî	$\frac{n(n-1)n}{2}$	olurki	0,08	
Üçüncü “ “	$\frac{n(n-2)n}{3}$	“	0,48	
Dördüncü “ “	$\frac{n(n-3)n}{4}$	“	0,0336	
Beşinci “ “	$\frac{n(n-4)n}{5}$	“	0,2508	bulunur.

Ledelicap altıncı, yedinci, sekizinci, dokuzuncu mazruplarda bu minvâl üzere elde edilir.

Birinci kemmiyetin birinci tefazulu mazrubî, $\frac{1}{5}$ düşüncesi-ne göre 0,2 olup ikinci, üçüncü, dördüncü kemmiyetlerin bi-rinci tefazul mazrupları buna göre; yani

$\frac{1}{5} = n = 0,2$ olduğuna nazaran:

$2n = 0,4$ ikinci kemmiyet birinci tefazulu mazrubî

$3n = 0,6$ üçüncü “ “ “ “

$4n = 0,8$ dördüncü “ “ “ “ olacağı

gibi aynı kemmiyetlerin ikinci tefazulu mazrubileride;

$\frac{n(1-n)}{2}$ düsturile

0,08 Birinci kemmiyet ikinci tefazulu mazrubî

0,12 İkinci “ “ “ “

0,12 Üçüncü “ “ “ “

0,08 Dördüncü “ “ “ “ bulunur.

Üçüncü, dördüncü, beşinci ve hakeza tefazulu mazrubiler-de icabına göre aynı usullerde hesap edilebilir. Şimdi bir misâl yapalım:

Misâl: $43^g, 50'$ arz dairesi üzerinde; her hangi bir mebde'-den itibâren tulü coğrafisi $2^g, 00'$, $2^g, 50'$, $3^g, 00'$, $3^g, 50'$ olan

nokata âit faslalarından 2^g,00' ile 2^g,50' arasına beher onar dakikalık dört had fasla ilâvesi matlup olsa, berveçhi âtî muamele yapılır:

Tulü coğrafi	Δ_1	Δ_2	Δ_3
2 ^g ,00'	48401,0		
2 ,50	47524,7	476,3	
3 ,00	46453,8	1070,9	194,6
3 ,50	45188,1	1265,7	194,8

Bu vechile; birinci ve ikinci deltalar yani tefazullar hazırlanır.

Şimdi onar dakikalık tulü coğrafilere müteallik faslaları bulalım:

I:

876,3	Birinci tefazul
<u>× 0,2</u>	„ kemmiyet
175,26	„ madrup
<u>+ 175,26</u>	
350,52	İkinci „
<u>+ 175,26</u>	
525,78	Üçüncü „
<u>+ 175,26</u>	
701,04	Dördüncü „

II:

194,6	İkinci tefazul
<u>× 0,08</u>	Birinci ve dördüncü kemmiyetler
15,568	„ „ „ madruplar
146,6	İkinci tefazul
<u>× 0,12</u>	İkinci ve üçüncü kemmiyetler
23,352	„ „ „ madruplar

III:

Birinci Kmm.	İkinci Kmm.	Üçüncü Kmm.	Dördüncü kemmiyet
175,26	350,52	525,78	701,04 Birinci Tef. Mad.
+ 15,57	23,35	23,35	15,57 İkinci Tef. Mad.
190,83	373,87	549,13	716,61 mecmular olup,

Bulduğumuz bu miktarlâr, 2^s,00' tûlü coğrafiye ait 48401,00 faslasından tarh edilirse; sıra ile 2^s,10', 2^s,20', 2^s,30', 2^s,40' tûlü coğrafilerin faslaları elde edilir. Binaenaleyh:

Δ 48401,00	2 ^s ,00' Tul faslası
— 190,83	Birinci kemmiyet mecmuu
48210,17	= 2 ^s ,10' faslası

Δ 48401,00	2 ^s ,00' Tul faslası
— 373,87	İkinci kemmiye mecmuu
48027,13	= 2 ^s ,20' faslası

Δ 48401,00	2 ^s ,00' tul faslası
— 549,13	üçüncü kemmiye mecmuu
47851,87	2 ^s ,30' faslası

Δ 48401,00	2 ^s ,00' tul faslası
— 716,61	Dördüncü kemmiyet mecmuu
47684,39	= 2 ^s ,40' faslası

Δ 47524,70 = 2^s,50' tul faslası olur.

Bu misâlde, kemmiyet mecmularını tarh ettiğimiz sebebi, faslaların git gide küçülmesi dolayısıyledir. Aksi vaziyet olsaydı; şüphesizdir ki bu defa kemmiyet mecmularını cemederdik.

“B.,

İki kıymetin arasını dokuz had ilâvesile 10 a ayırmak. Interpolation hesaplarında; Fransız zadei fikri olan 10 a

tefrik mesailinde emsâl usulünü kullanmak çok faydalıdır. Ve hele çok kolaydır. Bunun için:

$fa\ n = f_1 \Delta_1 + f_2 \Delta_2 + f_3 \Delta_3 + f_4 \Delta_4 \dots$ düsturu kullanılır.

İşbu düsturdaki (fa n); beher 10 için, miktarı asliye ilâvesi veya ondan tenzili icabeden kemmiyeti verecektir. Bilfarz; biz 3,5 grada âit bir tertibi veya faslayı hesabetmek istiyorsak; bu düsturla bulacağımız miktar, 0,5 grada âit tefazul olup bunu, icabına göre 3,0 grada müteallik miktar ile ya cemedeceğiz veya ondan tenzil edeceğiz.

Düsturundaki $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9$, miktarları birer emsâl olup, 0,1 den 0,9 a kadar olan kıymetleri berveçhi âtidir:

(Emsâl cetveli)

f_1	f_2	f_3	f_4
+ 0,1	— 0,045	+ 0,0285	— 0,0207
+ 0,2	— 0,080	+ 0,0480	— 0,0336
+ 0,3	— 0,105	+ 0,0595	— 0,0402
+ 0,4	— 0,120	+ 0,0640	— 0,0416
+ 0,5	— 0,125	+ 0,0625	— 0,0391
+ 0,6	— 0,120	+ 0,0560	— 0,0336
+ 0,7	— 0,105	+ 0,0455	— 0,0262
+ 0,8	— 0,080	+ 0,0320	— 0,0176
+ 0,0	— 0,045	+ 0,0165	— 0,0087

Buna göre bir mesele yapalım:

Mesele: 38 grad arz dâiresi üzerinde ve mebd'e'den itibaren 4,4 grad tuü şarkide bulunan (yani 38 ile 39 gradlar arasında) bir noktanın faslasını bulmak

Bu mesele; 38 ile 39 gradın arasını 9 a Interpole ederken, yalnız dördüncü haneyi yâni 40 dakikanın faslasını bulmak demektir.

$\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4$ miktarlarını bulabilmek için evvelemirde; hesap edilmiş birer grad faslaları şöylece yazalım.

(İnkişaf cedvellerinden alınmak üzere)

38 grad arz dâiresi üzerindeki birer gradlık faslalar ve bunların birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü Δ ları					
Şarkî tuller	X	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4
g. 0	0000,000	+ 82931,976			Farklar ehemmiyetsiz
„ 1	+ 82931,976	+ 82925,808	— 6,168	— 6,168	
„ 2	+ 165857,784	+ 82913,472	— 12,336	— 6,165	
„ 3	+ 248771,256	+ 82894,971	— 18,501	— 6,167	
„ 4	+ 331666,227	+ 82870,303	— 24,668	— 6,167	
„ 5	+ 414536,530	+ 82839,468	— 30,835	— 6,167	

Görüldüğü üzere, faslaların dördüncü deltalarında şâyanı dikkat bir fark kalmamıştır. Binâenaleyh; Tadili mabeynes-satereyn hesabında da, Δ_4 bulunmasına rağmen ondan sarfı nazar etmek icabeder.

Hesabın sureti icrası:

4 grad için fasla	+	331666,227
4 ile 5 gradlar arasındaki Δ_1	+	82870,303
” ” ” Δ_2	—	30,835
” ” ” Δ_3	—	6,167

olduğundan bermucibi düstur:

Δ_1 miktarının f_1 ile yâni + 0,4 ile

Δ_2 miktarının f_2 ile yâni — 0,120 ile

Δ_3 miktarının f_3 ile yâni + 0,064 ile

zarp edilmesi lâzımgelir.

Binâenaleyh:

+ 0,4 $\times$ + 82870,303 = + 33148,1212 haddievvel

— 0,120 $\times$ — 30,835 = + 3,7002 haddi sâni

+ 0,064 $\times$ — 6,167 = — 0,3945 haddi sâlis olup

zâitler mecmuundan, nakıs bulunan haddi sâlis miktarı tarh edildikte:

fa $n = 4^g,4$ faslası + 33151,4269 olur.

Diğer onar dakkalık faslalar da böylece hesap olunduğu gibi tertiplerde aynı düsturla ve aynı veçhile bulunur.

Tertip ve fasla mahiyetinde bulunmayan her hangi iki kıymet arası dahi gösterilen nümüne veçhile 9 kısma tefrik olunabilir. Yalnız + ve — lara ve bunların hasılı zarplarına dikkat lâzımdır. π Hakkında;

π harfi; bir emsâli sabit olup dâire muhitinin kutruna nisbetini temsil eder. Hesabatla $\pi = 3,14159$ olarak kullanılırsada, Fransızca dört mısra, π nin hakiki kıymetini

verir. Mısraın her kelimesine mukabil müteşekkel bulunduğu harflerin adetleri yazılmakla büyük bir silsile elde edilir. Mısralar şunlardır:

Que J'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages . .
 İmmortel Archimède artiste, ingénieur
 Qui, de ton Jugement, peut priser la valeur
 Pour moi, ton problème eut de pareils avantages

Binaenaleyh; her kelimenin harf adedine göre:

$\pi = 3,141592653589793238262643383279$ olur.