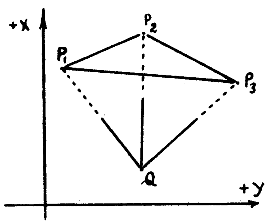
Hesap makinesi ile koordineye göre geriden kestirme

Yazan :
Dipl. Ing.
Max Kneissl

Terc. eden :
Yüks. Müh.
M. Ali Erkan

Gauss, Burkhardt, Collins, Runge nin bilinen geriden kestirme usulleri logaritma yardımı iledir. Makine ile elverişli değildir. «Geriden kestirme» nin makine ile elverişli bir halli Jordan - Eggert 9. A., 2 Cilt, 1. Kısım, Sahife 444 de Cassini tarzına göre mevcuttur. Bundan başka Ansermet tarafından da hesap makinesi ile bir usul verilmiştir. Lâkin; bu usule göre, müteaddit defalar trigonometrik cetvel istimali zaruridir.

Aşağıda izah edilen yeni hal tarzında. iki defa trigonometrik cetvel kullanmak, 2 taksim ve 6 zarp yapmak kâfidir. P_1, P_2, P_3 sabit noktalar olduğuna göre; Q noktasının mahalli hendesisi, $P_1 Q$, $P_2 Q$, $P_3 Q$ hatlarının tekatuundan ibarettir. Bu hatların umumî «Koordine sisteminde» ki muadeleleri :



$$P_1 Q \equiv (\eta - y_1) = (\xi - x_1)\ \mathrm{tg}\ (\alpha - 180^\circ) = (\xi - x_1)\ \mathrm{tg}\ \alpha \qquad (1')$$
$$P_2 Q \equiv (\eta - y_2) = (\xi - x_2)\ \mathrm{tg}\ (\alpha + \gamma_1) \qquad (2')$$
$$P_3 Q \equiv (\eta - y_3) = (\xi - x_3)\ \mathrm{tg}\ (\alpha + \gamma_2) \qquad (3')$$

Burada α, $(Q P_1)$ istikamet zaviyesidir. «Koordine Sistemi) nin P_1 noktasına müvazi olarak kaydırılması ile :

$$x'_1 = o \ ; \ x'_2 = x_2 - x_1 \ ; \ x'_3 = x_3 - x_1 \ ; \qquad \Delta x = \xi$$
$$y'_1 = o \ ; \ y'_2 = y_2 - y_1 \ ; \ y'_3 = y_3 - y_1 \qquad \Delta y = \eta$$

elde edilerek (1'), (2'), (3') müsavatları

$$P_1 Q \equiv \Delta y \qquad = \ldots \mathrm{tg}\,\alpha \qquad (1)$$
$$P_2 Q \equiv \Delta y - y'_2 = (\Delta x - x'_2)\ \mathrm{tg}\ (\alpha + \gamma_1) \qquad (2)$$
$$P_3 Q \equiv \Delta y - y'_3 = (\Delta x - x'_3)\ \mathrm{tg}\ (\alpha + \gamma_2) \qquad (3)$$

şekline girer.

Bu üç muadele yekdiğeri ile kesişmeye getirilecektir.

Δx, Δy, yeni «Koordine Sisteminde» Q noktasının koordineleridir.

(1) e göre : $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

(2) den : $\dfrac{\Delta y - y'_2}{\Delta x - x'_2} = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma_1}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\gamma_1}$

veyahut : $$\frac{\Delta y - y'_2}{\Delta x - x'_2} = \frac{\Delta y + \Delta x \operatorname{tg}\gamma_1}{\Delta x - \Delta y \operatorname{tg}\gamma_1} \qquad (4)$$

ve ayni şekilde (3) den :

$$\frac{\Delta y - y'_3}{\Delta x - x'_3} = \frac{\Delta y + \Delta x \operatorname{tg}\gamma_2}{\Delta x - \Delta y \operatorname{tg}\gamma_2} \qquad (5)$$

elde edilir.

$\operatorname{cotg}\gamma_1 = a$ ve $\operatorname{cotg}\gamma_2 = b$ dersek :

(4) den $\Delta y^2 + \Delta x^2 + \Delta x (a y'_2 - x'_2) - \Delta y (a x'_2 + y'_2) = 0$ (6)

ve (5) den $\Delta y^2 + \Delta x^2 + \Delta x (b y'_3 - x'_3) - \Delta y (b x'_3 + y'_3) = 0$ (7)

(6)—(7) $\Delta x (a y'_2 - x'_2 - b y'_3 + x'_3) - \Delta y (a x'_2 + y'_2 - b x'_3 - y'_3) = 0,$ (8)

$$\Delta x = -\Delta y \, \frac{y'_3 - y'_2 + b x'_3 - a x'_2}{x'_3 - x'_2 - b y'_3 + a y'_2} \qquad (9)$$

$\boxed{\Delta x = \Delta y \cdot c}$ burada $\boxed{C = -\dfrac{y'_3 - y'_2 + b x'_3 - a x'_2}{x'_3 - x'_2 - b y'_3 + a y'_2}}$ (10)

(10) ü (6) da yerine korsak :

$$\Delta y^2 (1 + C^2) + \Delta y \cdot c \{ a y'_2 - x'_2 \} - \Delta y \{ a x'_2 + y'_2 \} = 0, \qquad (11)$$

veyahut (7) den
$$\left[\begin{array}{ll} \Delta y = \dfrac{(a x'_2 + y'_2) - C (a y'_2 - x'_2)}{1 + C^2} & (12) \\[2ex] \Delta y = \dfrac{(b x'_3 + y'_3) - C (b y'_3 - x'_3)}{1 + C^2} & (13) \end{array}\right]$$

Bu suretle Q nun nihai koordineleri :

$$x_Q = x_1 + \Delta x, \qquad (14)$$
$$y_Q = y_1 + \Delta y. \qquad (15)$$

(QP_1), (QP_2), (QP_3) düz semtlerinin koordinelerden hesabı, hesap kontrolu olarak, γ_1 ve γ_2 değerlerini verir.

P. Reuzel; (Zeitschrift für Vermessungswesen 1908, S. 57 — 59) de; buna mümasil düsturları başka bir yoldan inkişaf ettirmiştir. Yukarıda tarafımdan verilen hal tarzı biraz daha basittir.

Adedi misal :

Formül sistemi :

$$\operatorname{ctg}\gamma_1 = a\,;\quad a\,(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1) = k_1\,;\quad b\,(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1) = k_3\,;$$

$$\operatorname{ctg}\gamma_2 = b\,;\quad a\,(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = k_2\,;\quad b\,(x_3 - x_1) + (y_3 - y_1) = k_4\,;$$

$$C = \frac{k_2 - k_4}{k_1 - k_3}\,;\quad \Delta y = \frac{k_2 - C\,k_1}{1 + C^2} = \frac{k_4 - C\,k_3}{1 + C^2}\,;\quad \Delta x = C\,\Delta y\,;\quad x_Q = x_1 + \Delta x\,;$$

$$y_Q = y_1 + \Delta y.$$

Noktalar	X	Y	Ölçülen istikametler	
	m	m		
P_1	+ 93575.89	— 13879.79	o	o
P_2	+ 93254.39	— 14657.52	γ_1	24° 58′ 47″
P_3	+ 92808.28	— 16145.76	γ_2	66 01 45
$x'_2 = x_2 - x_1$	— 321.50	— 777.73	$y'_2 = y_2 - y_1$	
$x'_3 = x_3 - x_1$	— 767.61	— 2265.97	$y'_3 = y_3 - y_1$	
$x'_3 - x'_2 = x_3 - x_2 =$ Kontrol	— 446.11	— 1488.24	$y'_3 - y'_2 = y_3 - y_2 =$ Kontrol	
$\operatorname{ctg}\gamma_1 = a$	2.146490	k_1	—	1 347.889
$\operatorname{ctg}\gamma_2 = b$	0.444619	k_2	—	1 467.826
c	— 1.028366	k_3	—	239.883
c^2	1.057537	k_4	—	2 607.264
x_1	+ 93575.89	y_1	—	13879.79
Δx	+ 1426.42	Δy	—	1387.07
x_Q	+ 95002,31	y_Q	—	15266.86