Hava fotoğraflarının yeter takribiyetle Oriantasyon Unsurlarının tayini için yeni bir metod [*]

Yazan :
Yüks. Müh.
Tevfik Ateş

A - Denklemlerin çıkarılması ve ifade şekilleri :

43 Sayılı Haritacılar Dergisinin 26 ncı sayfasındaki yazımızda Oriantasyon unsurlarının X ve Y koordinelerine olan tesirleri incelenirken çıkarılan özetin II b No. lu denklemi olan,

$$X_i = \frac{H - h_i}{f}\left[x_i - \left(1 + \frac{x_i^2}{f^2}\right)u - \frac{(X_i Y_i)}{f^2} \cdot v\right], \text{ ve}$$

$$Y_i = \frac{H - h_i}{f}\left[y_i - \left(\frac{x_i y_i}{f^2}\right)u - \left(1 + \frac{y_i^2}{f^2}\right) \cdot v\right] \qquad [1]$$

denklemleri bulunmuştur.

Bu denklemlerde x_i ve y_i , İ malûm noktasının resim koordineleri olup, $F = \frac{1}{f}$; $K = \frac{1}{f^3}$ ve

$P_i = - F - K x_i^2$; $Q = - K x_i y_i$ ve $S_i = - F - K y_i^2$ olarak gösterilirse, denklemler ;

$$X_i = (H - h_i)\,[F x_i + P_i u + Q_i v]$$
$$Y_i = (H - h_i)\,[F y_i + Q_i u + S_i v) \qquad [2]$$ şeklini alırlar.

Keza $(H_i - h_i)\,P_i = p_i$, $(H - h_i)\,Q_i = q_i$ ve $(H - h_i)\,S_i = s_i$ olarak gösterilirse denklemler aşağıdaki sade bir şekilde gösterilebilirler.

$$X_i = (H - h_i)\,x_i + (p_i u + q_i v)$$
$$Y_i = (H - h_i)\,y_i + (q_i u + s_i v) \qquad [3]$$

Eğer nadir noktası koordineleri (0,0) olan o noktasından koordineleri (u, v) olan noktaya kaydırılırsa :

$$dx_i = p_i u + q_i v$$
$$dy_i = q_i u + s_i v \qquad \text{olur.} \qquad (4)$$

[*] Yazarın İngilizce yazısından özetlenmiştir.

Arazi üzerinde kontrol noktası olarak alınan A, B ve C nirengi noktaları arasındaki mesafe.

$$D_{ab} = \sqrt{(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2}$$

$$D_{bc} = \sqrt{(X_b - X_c)^2 + (Y_b - Y_c)^2}$$

$$D_{ca} = \sqrt{(X_c - X_a)^2 + (Y_c - Y_a)^2} \qquad [5]$$

olduğundan.

Bu denklemlerde (H), X ve Y nin takribî ve geçici değerleri, $(H) - \frac{1}{2}(h_a + h_b) = \frac{f}{d_{ab}} D_{ab}$, $X_n = \frac{(H) - h_n}{f} \cdot x_n$ ve $Y_n = \frac{(H) - h_n}{f} y_n$. denklemleriyle hesap edilerek bulunurlar ki bu takribi, X ve Y lerin değişmesinden dolayı D mesafelerinde meydana gelecek değişiklikler.

$$dD_{ab} = \frac{(X_a - X_b)}{D_{ab}}(dX_a - dX_b) + \frac{(Y_a - Y_b)}{D_{ab}}(dY_a - dY_b)$$

$$dD_{bc} = \frac{(X_b - X_c)}{D_{bc}}(dX_b - dX_c) + \frac{(Y_b - Y_c)}{D_{bc}}(dY_b - dY_c) \qquad [6]$$

$$dD_{ca} = \frac{(X_c - X_a)}{D_{ca}}(dX_c - dX_a) + \frac{(Y_c - Y_a)}{D_{ca}}(dY_c - dY_a)$$

şeklinde ifade edilebilirler.

Diğer taraftan,

$$\frac{X_a - X_b}{D_{ab}} = \sin T_{ba}\,, \quad \frac{X_b - X_c}{D_{bc}} = \sin T_{cb}\,, \quad \frac{X_c - X_a}{D_{ca}} = \sin T_{ac}$$

$$\frac{Y_a - Y_b}{D_{ab}} = \cos T_{ba}\,, \quad \frac{Y_b - Y_c}{D_{bc}} = \cos T_{cb}\,, \quad \frac{Y_c - Y_a}{D_{ca}} = \cos T_{ac}$$

olduğundan.

$$dD_{ab} = (dX_a - dX_b)\sin T_{ba} + (dY_a - dY_b)\cos T_{ba}$$

$$dD_{bc} = (dX_b - dX_c)\sin T_{cb} + (dY_b - dY_c)\cos T_{cb} \qquad [7]$$

$$dD_{ca} = (dX_c - dX_a)\sin T_{ac} + (dY_c - dY_a)\cos T_{ac}$$

diferensiyal denklemler elde edilirki, buradaki dX ve dY lerin yerlerine eşitleri olan ve yukarıda bulunmuş olan,

$$dX_a = p_a u + q_a v \qquad dY_a = q_a u + s_a v$$

$$dX_b = p_b u + q_b v \qquad dY_b = q_b u + s_b v \qquad [8]$$

$$dX_c = p_c u + q_c v \qquad dY_c = q_c u + s_c v$$

değerleri konursa,

$$dD_{ab} =$$

$$[(p_a - p_b)u + (q_a - q_b)v]\sin T_{ba} + [(q_a - q_b)u + (s_a - s_b)v]\cos T_{ba}$$

$dD_{bc} =$ [9]
$[(p_b - p_c)\,u + (q_b - q_c)\,v]\sin T_{cb} + [(q_b - q_c)\,u + (s_b - s_c)\,v]\cos T_{cb}$
$dD_{ca} =$
$[(p_c - p_a)\,u + (q_c - q_a)\,v]\sin T_{ca} + [(q_c - q_a)\,u + (s_c - s_a)\,v]\cos T_{ca}$
sadelik ve hesapta kolaylık bakımından,

$$
\begin{aligned}
M_{ab} &= (p_a - p_b)\sin T_{ba} + (q_a - q_b)\cos T_{ba}\\
M_{bc} &= (p_b - p_c)\sin T_{cb} + (q_b - q_c)\cos T_{cb}\\
M_{ca} &= (p_c - p_a)\sin T_{ac} + (q_c - q_a)\cos T_{ac}\\
N_{ab} &= (q_a - q_b)\sin T_{ba} + (s_a - s_b)\cos T_{ba}\\
N_{bc} &= (q_b - q_c)\sin T_{cb} + (s_b - s_c)\cos T_{cb}\\
N_{ca} &= (q_c - q_a)\sin T_{ac} + (s_c - s_a)\cos T_{ac}
\end{aligned}
\qquad [10]
$$

olarak gösterilirse :

Mesafelere ait diferansiyel denklemler,

$$
\begin{aligned}
dD_{ab} &= M_{ab}\,.\,u + N_{ab}\,.\,v\\
dD_{bc} &= M_{bc}\,.\,u + N_{bc}\,.\,v\\
dD_{ca} &= M_{ca}\,.\,u + N_{ca}\,.\,v
\end{aligned}
\qquad [11]
$$

şeklini alırlar.

Şimdi eğer fotoğrafın nadir noktası, koordineleri (0,0) olan O noktasından koordineleri (u,0) olan bir noktaya hareket ederse, D_{ab}, D_{bc} ve D_{ca} mesafeleri de, denklem (11) den de anlaşılacağı gibi, hakikî uzunluklarına nazaran,

$dD_{uab} = M_{ab}\,.\,u$, $dD_{ubc} = M_{bc}\,.\,u$ ve $dD_{uca} = M_{ca}\,.\,u$ kadar değişir. Şimdi bu hatlardan herhangi birini, meselâ D_{ab} nin, eski hakikî uzunluğunda kalması veya hakikî uzunluğunun tekrar elde edilmesi için fotoğraf alma noktasının irtifaı olan H nın yeteri kadar değiştirilmiş olduğunu farzedelim. Bu takdirde, değişen D_{uab} yi ilk hakikî uzunluğuna irca için H yüksekliğinin, dD_{uab} kadar değişmiş bulunan D_{uab} yi $(-M_{ab}\,u)$ kadar düzeltecek şekilde değiştirilmesi icap eder. H yüksekliğinde vuku bulacak herhangi bir değişiklik, fotogrametrik hesapla bulunmuş olan bütün uzunlukların aynı nisbet dahilinde değişmesine sebep olacağından. D_{ab} de $(-M_{ab}\,.\,u)$ kadar değişiklik suretiyle düzeltme meydana getirecek olan H daki değişiklik diğer dılılarda da, dılılarla nisbetli olarak,

D_{ab} de $-M_{ab}\,.\,u$

D_{bc} de $D_{bc}/D_{ab}\,.\,(-M_{ab}\,.\,u)$

D_{ca} da da $D_{ca}/D_{ab}\,.\,(-M_{ab}\,.\,u)$ kadar düzeltmeler tevlit edecektir.

Ayni şekilde nadir noktası koordineleri (0,0) olan o noktasından koordineleri (0,v) olan bir noktaya kayarsa, D_{ab}, D_{bc} ve D_{cd} uzunluklarında,

$dD_{vab} = N_{ab} \cdot v$, $dD_{vbc} = N_{bc} \cdot v$ ve $dD_{vcb} = N_{ca} \cdot v$ değişiklikleri husule gelmiş olur. Keza gene D_{ab} yi sabit tutmak yani $N_{ab} \cdot v$ kadar değişen D_{ab} yi tekrar $- N_{ab} \cdot v$ kadar düzelterek ilk doğru kıymetine getirmek için H yüksekliğindeki icap eden değişiklik, uzunluklarda, yukardaki aynı mütalâa ile,

D_{ab} de $(- N_{ab} \cdot v)$

D_{bc} de $D_{bc}/D_{ab} \cdot (- N_{ab} \cdot v)$

D_{ca} da da $D_{bc}/D_{ab} \cdot (- N_{ab} \cdot v)$ kadar düzeltmeler husule getirir.

Bu sebeple nadir noktası koordineleri (0,0) olan o noktasından, koordineleri (u, v) olan herhangi bir noktaya kaydırıldığında uzunluklardaki değişikliklerin miktarları (11) No. lu denklemlerden bulunacak miktarlar kadar olacaktır. Eğer H yüksekliği D_{ab} uzunluğunu sabit tutacak miktarda değiştirildiği farzedilirse bu takdirde uzunluklardaki mecmu değişiklikler,

$$dD_{ab} = 0$$

$$dD_{bc} = [M_{bc} - (D_{bc}/D_{ab})(M_{ab})]\, u + [N_{bc} - (D_{bc}/D_{ab})(N_{ab})]\, v$$

$$dD_{ca} = [M_{ca} - (D_{ca}/D_{ab})(M_{ab})]\, u + [N_{ca} - (D_{ca}/D_{ab})(N_{ab})]\, v$$

denklemleriyle ifade edilebilirler. Hesaplarda kolaylığı ve sadeliği sağlamak bakımından,

$$m_{bc} = M_{bc} - (D_{bc}/D_{ab})(M_{ab}), \quad n_{bc} = N_{bc} - (D_{bc}/D_{ab})(N_{ab})$$

$$m_{ca} = M_{ca} - (D_{ca}/D_{ab})(M_{ca}), \quad n_{ca} = N_{ca} - (D_{ca}/D_{ab})(N_{ab})$$

olarak gösterilirse : Uzunluklara ait diferansiyel denklemler,

$$dD_{ab} = 0$$

$$dD_{bc} = m_{bc} \cdot u + n_{bc} \cdot v$$

$$dD_{ca} = m_{ca} \cdot u + n_{ca} \cdot v$$ şeklini alır.

$X_n = Fx_n$ ve $Y_n = Fy_n$ denklemleri yardımiyle ve H da Tayyaredeki hassas bir altimetre veya d/D gibi herhangi bir münasebetten istifade suretiyle yakın bir takribiyetle bulunabileceklerinden (D) takribi uzunlukları ile P, Q, S ve dolayısiyle p, q, s, M, N ve nihayet m ve n değerleri kolayca hesaplanabilirler, Keza D hakikî arazi uzunluklarıda bilindiğinden veya kontrol noktalarının hakikî koordinelerinden hesap edilebileceğinden $dD = D - (D)$ değişme miktarlarıda malûm olmuş olur. Bu suretle,

$$dD_{bc} = m_{bc} \cdot u + n_{bc} \cdot v$$

$dD_{ca} = m_{ca} \cdot u + n_{ca} \cdot v$ denklemlerinde dD, m ve n ler bilinen kıymetler olacağından nadir noktasının u ve v koordinelerinin kolayca hesaplanması mümkün olmuş olur.

Bu değerler yardımı ve,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{u}{f}, \quad \operatorname{tg}\omega = \frac{v}{f} \quad \text{ve} \quad \tan\varkappa = \frac{u}{v} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\omega}$$

denklemleri yardımiyle φ, ω ve $\varkappa$ oriantasyon unsurlarının bulunması mümkün olur. Fotoğraf alımı yüksekliği olan H ya gelince :

$$\frac{f}{(H) - h_v} = \frac{d}{D_{ab}} \quad \text{ve buradanda}$$

$$(H) - h = \frac{f}{d} \times D_{ab} \quad \text{olduğundan}$$

$$d(H) = \frac{f}{d} \times dD_{ab} = \frac{(H) - h_v}{D_{ab}} \times dD_{ab} \quad \text{olur.}$$

dD_{ab} nin yerine müsavisi olan $M_{ab}\, u + N_{ab}\, v$ ifadesi ve $(H) - h_v$ nin yerine de $h_v = \frac{h_a + h_b}{2}$ olarak alındığından $(H) - \frac{h_a + h_b}{2}$ konursa:

$$d(H) = (H) - \frac{h_a + h_b}{2} (M_{ab}\, u + N_{ab}\, v)$$

denklemi elde edilir ki burada $(H) - h_a = \Delta H_a$ ve $(H) - h_b = \Delta H_b$ olduğundan,

$$d(H) = 1/2\, (\Delta H_a + \Delta H_b)\, (M_{ab}\, u + N_{ab}\, v) \quad \text{olur.}$$

$d(H) = (H) - H$ olduğu düşünülürse :

$H = (H) - 1/2\, (\Delta H_a + \Delta H_b)\, (M_{ab}\, u + N_{ab}\, v)$ denklemi elde edilirki bu denklem yardımiyle de doğru uçuş irtifaı veya daha doğrusu fotoğraf alım noktasının irtifaı bulunabilir.

B - Hesap sırası :

1 — A, B ve C gibi üç (Kontrol) nirengi noktasına ait bir liste tanzim edilir.

2 — A, B ve C noktalarına ait h_a, h_b ve h_c rakamları sıra ile yazılır.

3 — Kontrol nirengileri arasındaki D_{ab}, D_{bc} ve D_{ca} mesafeleri sıra ile yazılır.

4 — Fotoğraf kamarası markalarının tayin ettiği fotoğraf eksenlerine nazaran A, B ve C noktalarının fotoğraf üzerindeki hayalleri a, b ve c noktalarının (x_a, y_a), (x_b, y_b) ve (x_c, y_c) dik koordineleri ölçülerek bulunur ve kaydedilir.

5 — Fotoğraf kamarası sabiteleri olan $F=1/f$ ve $K=1/f^2$ değerleri hesaplanır.

6 — $F.x_a$, $F.y_a$; $F.x_b$, $F.y_b$ ve Fx_c, Fy_c miktarları hesaplanır.

7 — (H) o şekilde hesap edilmelidir ki,

$$(\Delta H_a) = (H) - h_a$$
$$(\Delta H_b) = (H) - h_b$$
$$(\Delta H_c) = (H) - h_c$$
hesap edildikten,

8 — $(X_a) = (\Delta H_a)\,Fx_a \quad , \quad (Y_a) = (\Delta H_a)\,Fy_a$

$(X_b) = (\Delta H_b)\,Fx_b \quad , \quad (Y_b) = (\Delta H_b)\,Fy_b$

$(X_c) = (\Delta H_c)\,Fx_c \quad , \quad (Y_c) = (\Delta H_c)\,Fy_c$ ve

9 — $(\Delta X_{ab}) = (X_a) - (X_b)\,, \quad (\Delta Y_{ab}) = (Y_a) - (Y_b)$

$(\Delta X_{bc}) = (X_b) - (X_c)\,, \quad (\Delta Y_{bc}) = (Y_b) - (Y_c)$

$(\Delta X_{ca}) = (X_c) - (X_a)\,, \quad (\Delta Y_{ca}) = (Y_c) - (Y_a)$ bulunduktan sonra.

10 — D_{ab} uzunluğunun $(D_{ab}) = \sqrt{(\Delta X_{ab})^2 + (\Delta Y_{ab})^2}$ denklemiyle hesap edilerek bulunacak kıymeti hakikî arazi uzunluğu olan D_{ab} kıymetine eşit olsun.

11 — $D_{ab} = (D_{ab}) = \sqrt{(\Delta X_{ab})^2 + (\Delta Y_{ab})^2}$

$(D_{bc}) = \sqrt{(\Delta X_{bc})^2 + (\Delta Y_{bc})^2}$

$(D_{bc}) = \sqrt{(\Delta X_{ca})^2 + (\Delta Y_{ca})^2}$ uzunlukları hesap edilir.

12 — P, Q ve S emsalleri,

$$P_a = -F - Kx_a^2\,, \quad Q_a = -Kx_a y_a\,, \quad S_a = -F - Ky_a^2$$
$$P_b = -F - Kx_b^2\,, \quad Q_b = -Kx_b y_b\,, \quad S_b = -F - Ky_b^2$$
$$P_c = -F - Kx_c^2\,, \quad Q_c = -Kx_c y_c\,, \quad S_c = -F - Ky_c^2$$

denklemler yardımiyle hesaplanırlar.

13 — p, q ve s emsalleri de,

$$p_a = (\Delta Z_a)\,P_a\,, \quad q_a = (\Delta Z_a)\,Q_a\,, \quad s_a = (\Delta Z_a)\,S_a$$
$$p_b = (\Delta Z_b)\,P_b\,, \quad q_b = (\Delta Z_b)\,Q_b\,, \quad s_b = (\Delta Z_b)\,S_b$$
$$p_c = (\Delta Z_c)\,P_c\,, \quad q_c = (\Delta Z_c)\,Q_c\,, \quad s_c = (\Delta Z_c)\,S_c$$

denklemleri yardımiyle bulunurlar,

14 — a, b ve c noktaları arasındaki T semtlerinin trigırometrik değerleri,

$$\sin T_{ba} = (\Delta X_{ab})/D_{ab}\ ,\quad \cos T_{ba} = (\Delta Y_{ab})/D_{ab}$$

$$\sin T_{cb} = (\Delta X_{bc})/D_{bc}\ ,\quad \cos T_{cb} = (\Delta Y_{bc})/D_{bc}$$

$$\sin T_{ac} = (\Delta X_{ca})/D_{ca}\ ,\quad \cos T_{ac} = (\Delta Y_{ac})/D_{ca}$$

ile hesap edilir.

15 — M ve N kıymetleri,

$$M_{ab} = (p_a - p_b) \sin T_{ba} + (q_a - q_b) \cos T_{ba}$$

$$M_{bc} = (p_b - p_c) \sin T_{cb} + (q_b - q_c) \cos T_{cb}$$

$$M_{ca} = (p_c - p_a) \sin T_{ac} + (q_a - q_c) \cos T_{ac}$$

ve

$$N_{ab} = (q_a - q_b) \sin T_{ba} + (s_a - s_b) \cos T_{ba}$$

$$N_{bc} = (q_b - q_c) \sin T_{cb} + (s_b - s_c) \cos T_{cb}$$

$$N_{ca} = (q_a - q_c) \sin T_{ac} + (s_c - s_a) \cos T_{ac}$$

ifadelerinden elde edilirler. Bunlar yardımiyle de.

16 — $m_{bc} = M_{bc} - [(D_{bc})/D_{ab}]\, M_{ab}\ ,\quad n_{bc} = N_{bc} - [(D_{bc})/D_{ab}]\, N_{ab}$

$m_{ca} = M_{ca} - [(D_{ca})/D_{ab}]\, M_{ab}\ ,\quad n_{ca} = N_{ca} - [(D_{ca})/D_{ab}]\, N_{ab}$

m ve n emsalleri bulunur,

17 — $m_{bc}\, u + n_{bc}\, v = D_{bc} - (D_{bc})$

$m_{ca}\, u + n_{ca}\, v = D_{ca} - (D_{ca})$

denklemleri yazılır ki bunların çözülmesiyle,

18 — Nadir noktasının fotoğraf koordineleri olan u ve v bulunur.

19 — Bulunan u ve v yardımiyle, $\overline{ov} = \sqrt{u^2 + v^2}$ bulunur.

20 — İleri eğiklik (schwenkung veya length neigung longitudimel, tilt = tip) φ, yana eğiklik (querneigung veya lateral tilt list) ω, dönüklük (kantung veya Swing) $\varkappa$ ve eğiklik (neigung, tilt) t :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{u}{f} = F.\, u\ ,\quad \operatorname{tg} \varkappa = \frac{u}{v} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \omega}$$

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{v}{f} = F.\, v\ ,\quad \operatorname{tg} t = \frac{\overline{ov}}{f} = F.\, (\overline{ov})$$

$$\operatorname{tg} t = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 \omega}$$

eşitliklerinden hesap edilirler,

21 — Fotoğraf alım noktasının düzeltilmiş irtifaı,

$$H = (H) - \frac{1/2\,(\Delta H_a + \Delta H_b)}{D_{ab}}\,(M_{ab}\, u + N_{ab}\, v)$$

denklemi yardımiyle hesaplanır.

	Fx	Fy	P	Q	S	p	q	s
a b c								
	(X)	(Y)	(ΔX)	(ΔY)	(D)	$\Delta p =$	Δq	Δs
a b c			ab bc ca					
	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\Delta P \sin\alpha$	$\Delta q \cos\alpha$	M	$\Delta q \sin\alpha$	$\Delta s \cos\alpha$	N
ab bc ca								
	$[M_{ab}/D_{ab}]$ (D)	m	$[N_{ab}/D_{ab}]$ (D)	n	$m\,u +$	$n\,v =$	$D - (D)$	
cb ac	·				$u +$ $u +$	$v =$ $v =$		

$u =$ $\quad v =$ $\quad \frac{u}{f} =$ $\quad \frac{v}{f} =$ $\quad \frac{t}{y} =$ $\quad \frac{t}{x} =$

$$F = \frac{1}{f} \qquad K = F^3 = \frac{1}{f^3}$$

$$P = -F - Kx^2 \; ; \; p = P.\Delta Z \; ; \; M = \Delta p \sin\alpha + \Delta q \cos\alpha$$

$$Q = -Kxy \; ; \; q = Q.\Delta Z \; ; \; N = \Delta q \sin\alpha + \Delta s \cos\alpha$$

$$S = -F - Ky^2 \; ; \; s = S.\Delta Z \; ; \; \sin\alpha = \frac{(\Delta X)}{(D)} \; ; \; \cos\alpha = \frac{(\Delta Y)}{(D)}$$

$$m_i = M_b - \frac{M_{ab}}{D_{ab}} (D_i) \; ; \; n_i = N_i - \frac{N_{ab}}{D_{ab}} (D_i)$$

$$Z = (Z) - \frac{1/2\,(\Delta Z_a + \Delta Z_b)}{D_{ab}} (M_{ab}\, u + N_{ab}\, v)$$