

Harita Yapımında Projeksiyon Nevileri

(I)

Yazan :
Yüks. Müh.
İslâm Erokan

Yuvarlak şekildeki cisimlerin yüzeyleri umumiyetle düzlem (müstevi) üzerine yayılamaz. Meselâ, bir portakal kabuğu düz bir satha intibak edecek şekilde yatırılmak istenirse kabuğun muhtelif yerlerinden yarıldığı görülür. Bunun gibi, küre, daha doğru olarak, elipsoid biçiminde olan arz yüzeyinin haritası yapılırken bu yüzeyi bir düzlem üzerinde göstermek icab ettiğinden aynı güçlük ile karşılaşırız. Portakal kabuğunu pek küçük parçalara bölecek olursak bunların düz bir satıhtan hemen hemen farksız olduğunu görürüz. Aynı şekilde, arzın küçük bir parçasının haritası yapılacağı vakit bu sahanın düz bir satıhtan ibaret olduğunu kabul ederek ona göre ölçer ve harita veya plânını yaparız. Köy, kasaba, şehir... gibi yerlerin plânları yapılırken bu şekilde hareket edilir.

Fakat, arz üzerindeki büyük sahaların, memleketlerin, haritaları yapılırken arz yüzeyini, benzeri bulunan küre veya elipsoid olarak kabul etmek icab eder. Bu takdirde de haritanın kullanılacağı yer ve maksada en uygun bir yol takip edilir. Yapılacak ilk iş, arzın matematik yüzeyini kaphyan arz ve tül dairelerinden ibaret sistemin aranan şartlara uygun bir tarzda bir irtisam yüzeyi üzerinde izdüşümünü almaktır. Bu daireler sistemi bir düzlem üzerinde temsil edildikten sonra, haritası yapılan sahanın içindeki münferit noktalar ve bunlara dayanarak bütün detayların düzlem yüzeyine alınması mümkün olur ki, bu suretle de harita meydana gelmiş olur.

İşte, arzın şeklinde en yakın olarak düşünülen küre veya elipsoidin üzerini kaphyan arz ve tül dairelerinin istenen şartlara uygun bir şekilde bir düzlem üzerine geçirilmesine haritacılıkta Projeksiyon denir.

Dağılma (Distorsiyon) : Yukarıdaki misali yeniden inceleyelim : Kai-desi daire olan bir parça portakal kabuğunu düzlem üzerine yayabilmek için ortasından ışınlar halinde dilimlere ayırmak suretiyle bu iş kısmen yapılabildiği gibi, küçük parçalara ayırarak bunları yan yana düzlem üzerine yerleştirerek te kabuğun düzlem üzerine yayılması kabildir. Birinci halde bir nokta etrafındaki

doğrular arasında bulunan açılar, ikinci halde satıh ve uzunluklar değişikliğe uğrar. Her iki halde de şekil değişikliği mevcuttur. Bu değişikliklere dağılma veya distorsiyon denmektedir. Bu misalden anlaşıldığı gibi, dünya yüzeyi üzerindeki arz ve tül daireleri şebekesinin tam tamına aslına uygun bir şekilde projeksiyonunu elde etmiye imkân yoktur. Harita üzerindeki mesafelerin aynı ölçekte olmaları, bir birini kesen doğrular arasındaki açılarının aslına sadık kalmaları, satıhların (kıt'a veya memleket gibi) değişmemeleri veya harita merkez noktasından veya herhangi bir hattan olan mesafelerinin aynı ölçekte kalmaları gibi şartların bir arada temin edilmesini mümkün kılan herhangi bir projeksiyon sistemi yoktur. Bu sebeble haritanın kullanılacağı sahaya göre bu şartlardan bir veya bir kısmını temin edecek şekilde projeksiyon nevi seçilir.

Bu izahattan anlaşıldığı gibi, kavisli bir yüzeydeki sonsuz derecede küçük bir dairenin düzlem üzerindeki iz düşümü sonsuz derecede küçük bir ellipse olur. Buna hata ellipsesi (İndikatrik) denilmektedir. Demek oluyor ki, yuvarlak bir yüzeye ait herhangi bir dairenin düzlem veya düzlem üzerine yayılabilen bir yüzey üzerindeki iz düşümü büyük çapı (a) küçük çapı (b) ile gösterilebilen bir ellipse olur. (a), dairenin ençok değişikliğe uğramış olduğu istikametini gösterdiği gibi, $axb = s$ çarpımı da distorsiyonun hattı ve sathı mikyasını verir. Veyahut,

$$w = \frac{a - b}{a + b}$$

ile gösterilmek suretiyle, $2w$ değeri açı distorsiyonunu (dağılmasını) verir.

s ve w değerleri, haritanın projeksiyon nev'ine göre noktadan noktaya değişen değerlerdir.

$a = b$ ve bunu bir neticesi olarak $w = 0$ olunca açılara sadık şartı temin edilmiş olur. $a \times b = 1$ olunca sonsuz derecede küçük olan daire aslı ile iz düşümü bir birine eşittir ve satha sadık bir projeksiyon elde edilir. $a \times b$ çarpımı satıh elamanın genişleme faktörünü verir.

Arz ve tül daireleri şebekesinin hazırlanması : Harita projeksiyonlarının sistemi ne olursa olsun mümkün olduğu kadar distorsiyonu az olanı kullanılmak suretiyle haritası yapılacak olan sahaya ait her noktanın düzlem üzerine yayılabilen bir yüzey üzerindeki iz düşümleri alınır. Bu iz düşümler ya geometrik olarak çizilir veya, matematik usullere göre noktalara ait koordineler hesaplanarak noktalar ayrı ayrı projeksiyon yüzeyine geçirilir. Bütün noktaların ayrı ayrı projeksiyonları alınamayacağından, haritası yapılacak sahaya giren arz ve tül daireleri şebekelerinin projeksiyonu alındıktan sonra başlıca noktalar bu şebekelere göre projeksiyon yüzeyine geçirilir ve bunlara göre de çeşitli usullerden biri kullanılarak araziye ait teferruatın

işlenmesi yapılır. Bu şebeke, haritanın maksadına, haritası yapılan bölgenin durumuna ve büyüklüğüne göre seçilir.

Projeksiyon yüzeyleri : Yukarıda anlatıldığı gibi arz yuvarlaklığı ihmal edilebilecek derecede küçük sahaların haritası yapılırken bu saha içinde (sahanın ortası en uygun yerdir.) bulunan bir noktaya teget olarak düşünülen bir düzlem projeksiyon yüzeyi kabul edilir. Bu sahaların harita yapımlarında düzlem trigonometrisindeki formüller kullanılmak suretiyle düz koordine hesapları yapılır.

Büyük arazi parçalarının haritası yapılırken arazinin mümkün olduğu kadar ortasından geçen dairelerden birine teget olacak ve düzlem üzerine yayılabilecek bir şekil, projeksiyon yüzeyi olarak alınır. Bu geometrik şekil umumiyetle bir konidir. Bu koninin durumu, resinin küre yüzeyinden olan uzaklığı, teget olarak geçirilen daire ve yapılacak haritanın nevi'ne bağlıdır.

Genel olarak projeksiyon yüzeyi koni olduğuna göre bütün projeksiyon çeşitleri koninin durumuna göre aşağıda gösterilen şekilde sınıflandırılabilir.

1 — Konik projeksiyon veya normal konik projeksiyonu : Arz küre veya elipsoid kabul edildiğine göre, konininresi yarı çaplardan birinin uzaması üzerinde ve bu küre veya ellipsoid yüzeyinden muayyen bir uzaklıkta olmak üzere küre veya elipsoid yüzeyinin dışında bulunur.

Bu sınıfa giren başlıca projeksiyon neveleri şunlardır :

- a) Polikonik projeksiyon,
- b) Transvers polikonik projeksiyon,
- c) Bonne projeksiyonu,
- d) Lambert projeksiyonu,
- e) Albers projeksiyonu,
- f) Lambert semt ve eşit alan projeksiyonu,

2 — Silindrik Projeksiyon : Bu sınıftaki projeksiyonlar da bir nevi koni projeksiyonudur. Çünkü, konininresi sonsuza doğru uzaklaştıkça teget koni teget silindire münferit olur. Bu takdirde, büyük dairelerden birine teget olan silindirik yüzeyi projeksiyon yüzeyi vazifesini görür ki, yapılacak haritalarda aranan geometrik ve matematik şartların nevelerine göre aşağıda yazılı başlıca projeksiyon nevelerinden biri kullanılır :

- a) Basit silindrik projeksiyonu,
- b) Eşit alanlı silindrik projeksiyonu,
- c) Eşit aralıklı silindrik projeksiyonu,
- d) Konform silindrik projeksiyonu (Merkator projeksiyonu),
- e) Gauss - Kruşner (Transvers Merkator) projeksiyonu.

3 -- Semt Projeksiyonu : Projeksiyon yüzeyi olarak kullanılan koninin re'si arz küresine (veya ellipsoide) yaklaşarak arz yüzeyi üzerindeki bir nokta veya arzın merkezi ile üst üste gelir. Bu takdirde perspektif projeksiyonları meydana gelir. Bu türlü projeksiyonlarda semtler asıllarına uygun olmakla semt projeksiyonları adını alırlar.

Bu sınıftaki projeksiyonların başlıcaları aşağıda gösterilmiştir. :

- a) Stereografik projeksiyon,
- b) Gnomik projeksiyon,
- c) Ortografik projeksiyon,
- d) Mesafelere sadık projeksiyon,

Guruplardaki projeksiyon sistemlerinin genel vasıfları : Yukarda izah edildiği gibi, düzlem üzerinde yayılabilecek şekilde alınacak her türlü projeksiyon yüzeyinin esasını koni teşkil etmektedir. Silindir, düzlem ve perspektif projeksiyonlar koni projeksiyonlarının çeşitli gayelerinden ibarettir.

Konik, silindirik ve semtli projeksiyonlarından biri kullanılırken açılarda, alanlarda, uzunluklarda veya bunların arasında sadakat temin eden matematik esaslar aranır.

Re'si T noktasında bulunan ve φ arzı boyunca küreye teget olan koninin iki meridyani arasındaki açı λ ve bu meridyen açısının harita üzerindeki mukabil açısı l ve bu iki açı arasındaki nisbet (orantı) n ile gösterilecek olursa : (Şekil : 1, 2)

$$n = l : \lambda = r_1 : R = \sin \varphi \text{ olur.}$$

Buna mukabil silindirik projeksiyonlardaki T resi sonsuza yaklaştığından n değeri de sıfıra yaklaşır. Bunun gibi, T resi küre yüzeyine yaklaştıkça da $n=1$ olacağından meridyenler arasındaki açıların asılları ile izdüşümleri bir birine eşit olur.

a) **Konik projeksiyon :** φ_m arz dairesine teget olan basit konik projeksiyonunda konstrüksiyon yarı çapı R ile gösterilecek olursa : (*)

$$R = r \cdot \cotan \varphi_m$$

$$n = \sin \varphi_m$$

$$l = n \cdot \lambda = \sin \varphi_m \cdot \lambda \text{ olur.}$$

$$(*) \quad n = \sin \varphi_m$$

$$l = n \lambda$$

$$l = \sin \varphi_m \lambda$$

$$\frac{R}{r} = \sin \varphi_m ; \quad R = r \cdot \sin \varphi_m$$

Teget daire üzerindeki noktaların merkez meridyandan olan dik koordineleri (y) ve (x) ile gösterilecek olursa :

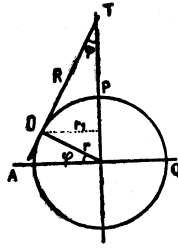
$$\begin{aligned} y &= R (1 - \cos l) \\ x &= R \sin l \quad \text{olur.} \end{aligned}$$

Kanavadaki diğer noktaların koordineleri :

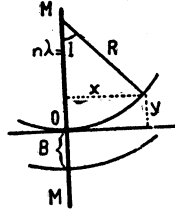
$$R \pm B$$

değeri ile bulunur. Bu formüldeki B değeri, O başlangıç noktasından ; istenen paralel dairesine kadar olan uzaklığı göstermektedir.

Bu tip projeksiyon, meridyen ve paraleller biri birine dik olmasına rağmen, açılara sadık bir projeksiyon değildir.



Şekil. 1



Şekil. 2

Koni projeksiyonunda dağılmayı (distorsiyon) azaltmak maksadı ile haritadaki paralellerden biri üzerinde uzunluklar sadık olacağı yerde, iki paralel daire üzerinde uzunluğa sadık şartı temin edebilir. Bu takdirde koni iki paralel daire boyunca küreyi kesecek şekilde münasebetler kurulur. φ_m merkez paralelin arzını, φ_1 ve φ_2 koni ile kürenin kesitleri olan paralellerin arzlarını gösterdiğine göre, konstruksiyon yarı çapları ile n değerleri aşağıdaki formüller ile hesaplanır :

$$R_1 = \frac{r \cos \varphi_1}{\sin \varphi_m}; R_2 = \frac{r \cos \varphi_2}{\sin \varphi_m} \quad n = \sin \varphi_m$$

Meridyenlerde uzunlukların sadık olmalarını temin etmek için :

$$R_1 = R_m + B; R_2 = R_m - B; R_m = \frac{r \cotan \varphi_m \Delta \varphi}{\tan \Delta \varphi \varphi}; n = \frac{\sin \varphi_m \sin \Delta \varphi \varphi}{\Delta \varphi}$$

formüllerinden istifada edilir. Bu formüllerde $\Delta \varphi$ değeri, kesit paralellerin arzları ile orta paralel arzı arasındaki farkı gösterir. B ile $\Delta \varphi$ arasında :

$$B = \Delta \varphi / \varphi$$

münasebeti mevcuttur.

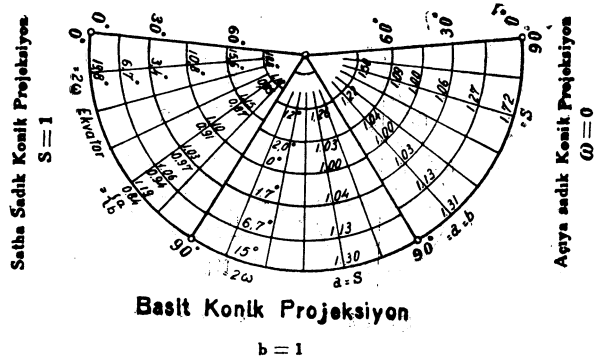
Açı ve satırların sadık olmaları şartı konduğu takdirde R ile n arasında aşağıdaki münasebetler elde edilir :

$$R = cr \tan \frac{1}{2} (90^\circ - \varphi) \text{ n açılara sadık, c sabit bir sayı.}$$

$$R = 2r \sin \frac{1}{2} (90^\circ - \varphi) / \sqrt{n} \text{ satırlara sadık.}$$

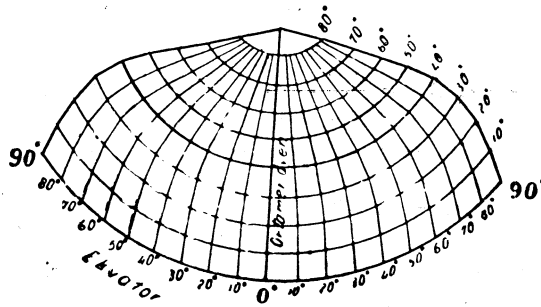
Bu türlü projeksiyonlar ilk defa Lambert tarafından tertiplenmiştir.

Muhtelif tipteki koni projeksiyonların bir biriyle olan farklarını mukayese edebilmek maksadı ile ve $n = 0.7$ olmak üzere bu projeksiyonlar Ş. 3 te bir arada çizilmiştir. Dağılma (distorsiyon) derecelerini incelemek maksadı ile de bu projeksiyonların üzerlerine a, b, 2w ve s değerleri yazılmıştır.



Şekil. 3

Paralellerin dairelerden ve meridyenlerin ise bir yere birleşen doğrular yerine eğrilerden ibaret olmaları temin edilmekle hakiki koni projeksiyon olmayan başka bir projeksiyon elde edilir. (Şekil : 4)



Şekil. 4

Bu projeksiyonda paralel dairelerin arasında kalan meridyen parçaları ile meridyenler arasında kalan paralel daire parçaları kendi hakiki uzunluklarına

eşit olacak (tabii miyasına göre küçültülmek suretiyle) şekilde alınırsa projeksiyon alana sadık olur. Buna mukabil, açılarda fazlasıyla distorsiyon (dağılma) vardır. Bununla beraber, projeksiyondaki konstruksiyon kolaylığı ve satırların değişmemesinden ötürü bilhassa memleketlerin coğrafi harita yapımlarında kullanılmasını mümkün kılmıştır. Bu projeksiyon 1584 tarihinde Merkator tarafından kullanılmıştır. 1808 de Fransa haritası bu projeksiyona göre yapılmıştır. Bu tarihten itibaren bir çok memleketler de kullanılmaktadır. Projeksiyonun tercih vasıfları dikkat nazarına alınarak bazı maksatları karşıyacak şekilde tadilat gördükten sonra Amerikada Polikonik, Almanya'da plidörprojeksiyon neveleri kullanılmaktadır.

Konik projeksiyon gurubuna giren belli başlı projeksiyonların vasıfları ile Silindrik projeksiyonlar ve perspektif projeksiyonlar bu başlık altında olmak üzere diğer yazılarda anlatılacaktır.

