

# GÜNEŞ GÖZLEMLERİ İLE AZİMUT BELİRLEME

Mehmet Ali GÜRDAL

## ÖZET

Güneşe gözlem yaparak çeşitli jeodezik büyüklüklerin belirlenmesi, Eratosthenes'in İ.Ö yaklaşık 220 yıllarında güneş gözlemleri ile yerin yarıçapını belirleme çalışmalarıyla başlar. Günümüzde ise arazide harita yapım çalışmaları sırasında doğrultu ölçmelerini kontrol etmek , lokal ağların yönlendirilmesinin sağlanması gibi jeodezik amaçlar yanında, kible tayini, manyetik deklinasyon açısının belirlenmesi ve çeşitli endüstriyel yapıların ve silah sistemlerinin yönlendirilmesi gibi bir çok pratik amaçlarla güneş gözlemleri ile azimut belirlenmekte olup pratik yaklaşımlar çeşitli ölçme kitaplarında (örn. /5/) verilmektedir.

Bu yazıda güneş gözlemleri ile azimut belirlemeye ilişkin çözümlerin genel teorisi, çözüm teknikleri ile bu tekniklere ait eşitliklerin türetilmesinde izlenen sıra ve herbirinin faydalı ve sakıncalı yanları verilmektedir. Bu yazıda verilen tüm teknikler tüm yıldızlar için uygulanabilir, ancak güneşin gündüz saatlerinde hemen hemen her zaman görülmesi ve izlenebilmesi, güneşle azimut belirlemenin tercih edilmesine neden olmaktadır.

Bu yazıda, ayrıca Harita Genel Komutanlığında çeşitli amaçlar için kullanılan güneş gözlemleri ile azimut belirlemeye ait bir uygulama ile bu uygulamadan elde edilen sonuçların kutup yıldızı ile azimut belirleme yöntemiyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması ele alınmaktadır.

## ABSTRACT

*Solar observations have a long history in surveying. Eratosthenes determined the radius of the earth in approximately 220 B.C. , using sun observations. Today, surveyors regularly observe the sun to determine azimuth, as a check on field work, orientation of local horizontal networks, and magnetic declination determination etc.*

*This paper will review for : the general solution theory, derivation and discussion the advantages and disadvantages of the five possible solutions techniques and. It should be noted that the solution techniques apply equally well to star observations.*

*At this paper, the comparative results related to the azimuth determination using sun and Polaris methods, as well as sun observations and calculations to determine the azimuth, have been given.*

## 1. GİRİŞ

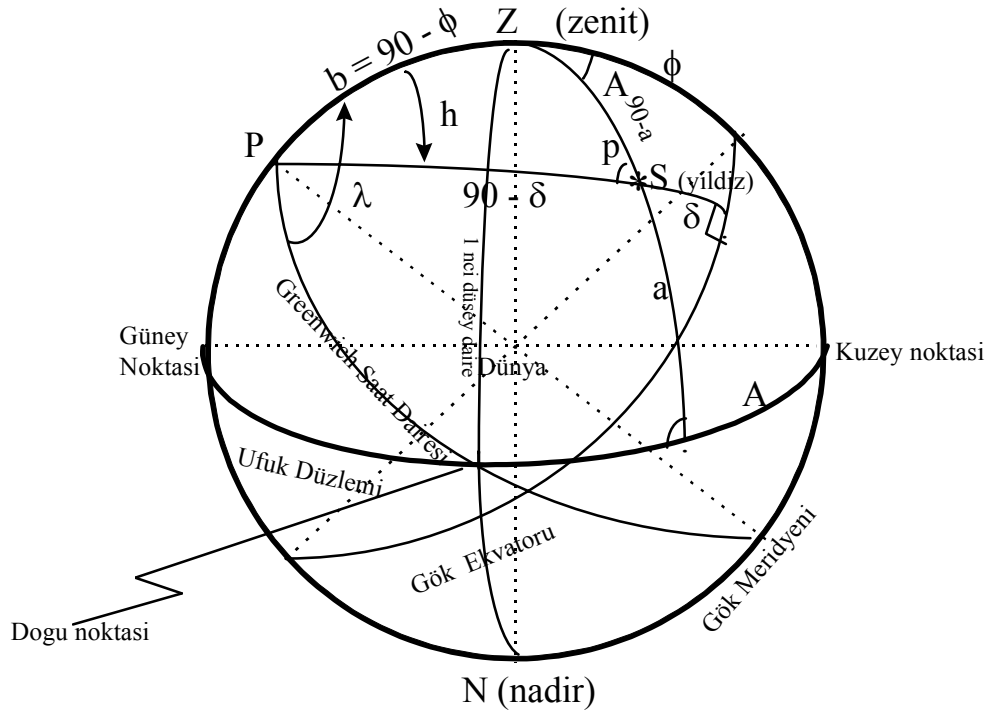
### a. Genel Teori

Astronomik gözlemlere dayalı ölçme sorunlarının çözümü; yerküreyi merkez kabul eden gök küresi içinde ele alınır. Bu modelde, dünyanın gök küresinin merkezinde ve yörüngesel hareketinin olmadığı, başka bir deyişle kendi eksenini etrafında dönmediği yani sabit olduğu varsayılır. Gök küresi sonsuz yarıçapa sahip olup diğer gök cisimleri de bu gök küresindedir. Gök küresi azimut ve konum belirleme problemleri için hesap yüzeyi olarak ele alınır. Bu model her ne kadar gerçeği yansıtmasa da , konum ve azimut belirleme problemleri için basit matematiksel çözümlere olanak sağlar. Bu nedenle bu yaklaşım, ölçme bilgisi ve jeodezide her zaman göz önünde tutulur.

Evren, küresel bir model olarak ele alındığında, azimut ve konum problemlerinin çözümüne olanak sağlanmış olunur. Konu ile ilgili bir çok eşitlik, terimler ve bunlara ilişkin tanımlar çeşitli yayınlarda (örn. /3/, /6/) verilmişse de burada bazı terim ve kabulleri tekrar gözden geçirmek yararlı olacaktır.

Küresel geometride Euclide uzayında geçerli olmayan şu önemli özellikler vardır: Bunlardan birincisi: Küresel geometride birbirine paralel çizgiler olmayıp büyük daire yayları vardır. Merkezden geçen büyük daire yaylarının kesişmesi sonucu küresel üçgen oluşur. Bu yüzden tüm azimut ve konum problemleri çözülebilir. İkincisi: Küresel üçgenlerin iç açılarının toplamı sabit olmayıp  $180^\circ$  ve  $360^\circ$  arasında bir değer alır. Üçüncüsü: Küresel üçgenlerin bütün elemanları açısal olarak ifade edilebilir (kenar elemanlar açısal (radyan) olarak ifade edilmek istendiğinde yarıçapına bölünür). Bu özelliklerden sonuncusu: Küresel üçgenin herhangi üç elemanı verildiğinde diğer elemanların hesaplanabilmesidir /1/.

Güneş gözlemleri ile semt belirleme bir küresel üçgen çözümü problemidir. Söz konusu küresel üçgen gök kutbundan (P), gözlemcinin zenitinden (Z) ve yıldızdan (S, burada güneş) geçen büyük daire yayları ile oluşturulur (Şekil-1). Gök kutupları yerin dönme ekseninin gök küreyi deldiği



Şekil-1 : Saat açısı ve ufuk koordinat sistemleri.

noktalar olup kuzey (P) ve güney (S) gök kutbu olarak adlandırılırlar. Gözlemcinin düşeyi gök küreyi iki noktada keser; bunlardan gözlemcinin başı istikametindeki nokta, "zenit" (Z) tersi ise "nadir" (N) olarak adlandırılır. Bu üçgenin kenarlarını gözlemcinin bulunduğu noktanın enlemini, yıldızın deklinasyonunu ve yıldızın yüksekliğini  $90^\circ$ 'ye tamamlayan ve sırasıyla "eş-enlem", "eş-deklinasyon" ve "eş-yükseklik" olarak adlandırılan kenarlar oluşturur. Şekil-2'de genel küresel üçgen ve Şekil-3'te ise üç küresel açı (yerel saat açısı (h), azimut (A) ve paraktik açı (p)) ve kenarları verilen astronomik üçgen gösterilmektedir. PZS astronomik üçgeninin 6 elemanından birisi olan paraktik

açı gözlemlerle belirlenemez. Öte yandan bilinmeyen azimut olduğundan, çözüm için küresel üçgenin diğer dört elemanı ile işlem yapılır. Küresel üçgen çözümünde yalnızca üç eleman kullanıldığından, burada dört elemanlı bir kümenin üçlü kombinasyonu söz konusudur. Buna göre azimut belirlemede çözüm sayısı, (1) eşitliği ile aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$C_3^4 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4 \quad (1)$$

Tablo-1 : Azimut belirlemede yöntem, teknik ve parametreler.

Çözüm Yöntemi	Çözüm Tekniği	PZS Üçgeninin Elemanları
Yükseklik (Altitüd)	Üç Kenar	Eş-yükseklik Eş-deklinasyon Eş-enlem
Saat açısı	İki kenar, bir açı	Eş-deklinasyon Eş-enlem Yerel saat açısı
Efemeris kullanılmayan	İki kenar, bir açı	Eş-yükseklik Eş-enlem Yerel saat açısı
Enlem kullanılmayan	İki kenar, bir açı	Eş-yükseklik Eş-deklinasyon Yerel saat açısı

## 2. AZİMUT BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Azimut belirlemede kullanılan çözüm teknikleri ve PZS üçgenin elemanları Tablo-1'de, bu teknikler için kullanılacak ölçüler ise Tablo-2'de verilmektedir.

Çözüm yöntemlerinden üç tanesi ya küresel üçgen kosinüs teoremi ya da küresel üçgen sinüs teoremi yardımıyla elde edilir. Dördüncü yöntem ise küresel dik üçgen ve açıların toplamını kullanan daha karmaşık çözümlerle elde edilir.

### a. Yükseklik (Altitüd) Yöntemi

Yükseklik yöntemi parametre olarak üç kenar kullanır ve küresel kosinüs teoremi ile çözüm yapılır. Şekil-2' de, a, b ve c kenarları verildiğinde, B açısı

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \quad (2)$$

eşitliği kullanılarak,

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\sin a \sin c} \quad (3)$$

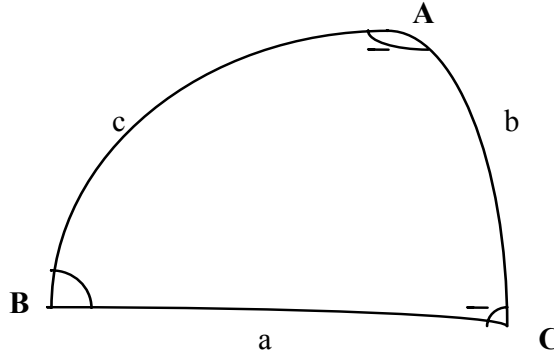
eşitliği ile hesaplanır. Bu eşitlik Şekil-3' de uygulanacak olursa azimut açısı (A),

$$\cos A = \frac{\cos (90 - \delta) - \cos (90 - a) \cos (90 - \phi)}{\sin (90 - a) \sin (90 - \phi)} \quad (4)$$

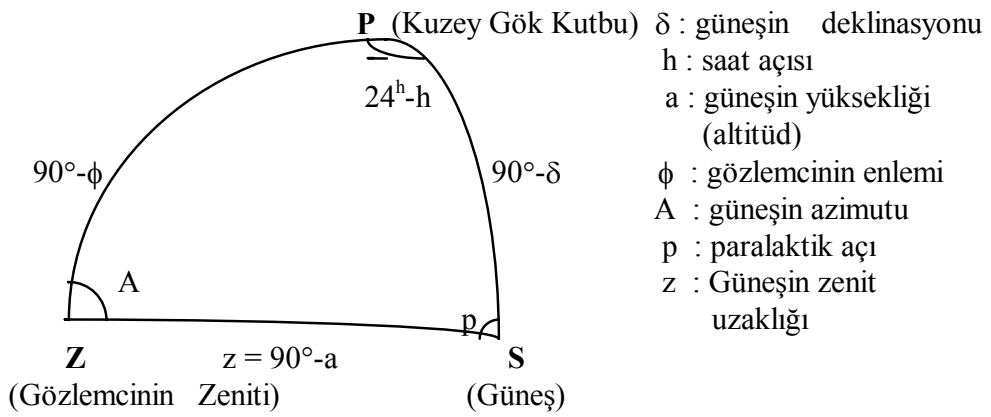
eşitliği yardımıyla,

$$\cos A = \frac{\sin \delta - \sin a \sin \phi}{\cos a \cos \phi} \quad (5)$$

eşitliğinden hesaplanır.



Şekil-2: Genel küresel üçgen.



Şekil-3 : PZS astronomik üçgeni.

## b. Saat Açısı Yöntemi

Bu yöntemde iki kenar ve bir açı parametre olarak seçilir ve çözüm küresel kosinüs ve sinüs teoremleri kullanılarak elde edilir. Şekil-2 küresel üçgende A, b ve c verildiğinde B açısı,

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \quad (6)$$

ve

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\sin a \sin c} \quad (7)$$

eşitlikleri ile bulunur. Buradaki  $(\cos a)$  değeri, küresel kosinüs teoremi ile

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (8)$$

ile bulunur. (8) eşitliği (7) ' de yerine konarak,

$$\cos B = \frac{\cos b - (\cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A) \cos c}{\sin a \sin c} \quad (9)$$

eşitliği ile ,  $(\sin a)$  terimi ise

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} \quad (10)$$

eşitliğinden,

$$\sin a = \frac{\sin A \sin b}{\sin B} \quad (11)$$

şeklinde hesaplanır. (11) eşitliği (9) eşitliğinde yerine konursa,

$$\cos B = \frac{\cos b - (\cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A) \cos c}{\frac{\sin A \sin b}{\sin B} \sin c} \quad (12)$$

elde edilir. Bu eşitliğin her iki tarafı  $(1/\sin B)$  terimi ile çarpılırsa

$$\frac{\cos B}{\sin B} = \frac{\cos b - (\cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A) \cos c}{\sin A \sin b \sin c} \quad (13)$$

elde edilir. Bu eşitlikte gerekli çarpımlar ve sadeleştirmeler yapıldıktan sonra

$$\frac{\cos B}{\sin B} = \frac{\cos b (1 - \cos^2 C) - \sin b \sin b \cos c \cos A}{\sin A \sin b \sin c} \quad (14)$$

elde edilir.  $1 - \cos^2 C = \sin^2 C$  olduğundan

$$\frac{\cos B}{\sin B} = \frac{\cos b \sin^2 C - \sin b \sin c \cos c \cos A}{\sin A \sin b \sin c} \quad (15)$$

elde edilir. (15) eşitliğinin sağ tarafının payı (sin c) ortak parantezine alınıp gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra bu kez eşitliğin sol tarafı (1/sin b : 1/sin b) ile çarpılır ve eşitlik ters çevrilip yeniden yazılırsa

$$\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\sin A}{\sin c \cot b - \cos c \cos A} \quad (16)$$

elde edilir. (16) eşitliği Şekil-3 için dikkate alınırsa,

$$\tan A = \frac{\sin (24 - h)}{\cos \phi \tan \delta - \sin \phi \cos (24 - h)} \quad (17)$$

elde edilir.

### c. Efemeris Kullanılmayan Yöntem

Bu yöntemde PZS küresel üçgeni, parametre olarak iki kenar ve yerel saat açısı alınarak dolaylı olarak çözülür. Diğer iki büyük daire ile birlikte uygun bir büyük daire yayı yardımıyla küresel dik üçgen oluşturulur. Büyük daire yaylarından birisi gözlemcinin zenitinden (Z) geçer, böylece güneşten geçen meridyen dairesi ile iki küresel dik üçgen oluşacak şekilde kesişir (Şekil-4). Dik üçgenin yüksekliği (h') küresel dik üçgenin çözülmesi ile hesaplanır. Azimut açısı (A) gözlemci ve yıldızın konumuna bağlı olarak X ve Y açılarının toplamı ya da farkı alınarak bulunur. Şekil-4' deki küresel dik üçgenin çözümüne ilişkin eşitlikler aşağıda verilmektedir.

$$\cot (X) = \cos c \cdot \tan A \quad (18)$$

$$\cos (Y) = \tan h' \cdot \cot a \quad (19)$$

$$\sin h' = \sin c \cdot \sin A \quad (20)$$

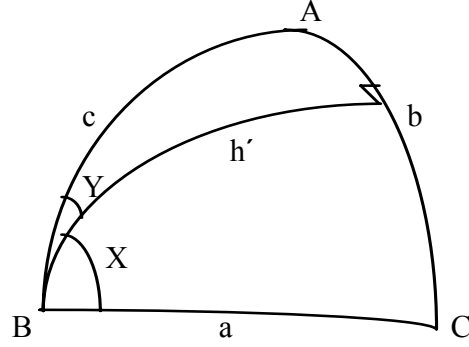
$$B = X \pm Y \quad (21)$$

Bu eşitlikler Şekil-3 için düşünülerek yeniden düzenlenirse,

$$\cot X = \cos (90 - \phi) \cdot \tan (24 - h) \quad (22)$$

$$\cos Y = \tan h' \cdot \cot (90 - h') \quad (23)$$

$$\sin h' = \sin (90 - \phi) \sin (24 - h) \quad (24)$$



Şekil-4. Dik üçgen çözümü.

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitlikler aynı zamanda,

$$\cot X = \sin \phi \cdot \tan (24-h) \quad (25)$$

$$\cos Y = \tan h' \cdot \tan (24-h) \quad (26)$$

$$\sin h' = \cos \phi \cdot \sin (24-h) \quad (27)$$

$$A = X \pm Y \quad (28)$$

eşitlikleri ile özdeşdir.(25),(26),(27) nolu eşitlikler ise dik açılar için geçerlidir. Eğer zenit açıları ölçülmüşse, bu durumda, yukarıdaki eşitlikler,

$$\cos X = \sin \phi \cdot \tan (24-h) \quad (29)$$

$$\cos Y = \tan h' \cdot \cot A \quad (30)$$

$$\sin h' = \cos \phi \cdot \sin (24-h) \quad (31)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu yöntemin iki çözümü vardır :

- $\phi > \delta$  olması durumunda;  $A = X + Y$  (Türkiye için bu durum geçerlidir)
- $\phi = \delta$  olması çok özel bir durum olup, çözüm ya  $A = X - Y$  ya da  $A = X + Y$  ile bulunur. Çözüm  $\delta$ ,  $\phi$  ve  $h$  değerine bağlıdır. Bu yöntem  $\phi$  ve  $\delta$  değerlerinin birbirine eşit ya da çok yakın olduğu durumlarda kullanılmamalıdır.

#### d. Enlem Kullanılmayan Yöntem

Bu yöntemde iki kenar ve bu kenarlara karşılık gelmeyen diğer açı kullanılır ve çözüm için küresel sinüs teoremi kullanılır. A, a, b elemanları verilirken B açısı, küresel sinüs teoremi ile,

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} \quad (32)$$

eşitliğinden,

$$\sin B = \frac{\sin b \sin A}{\sin a} \quad (33)$$

şeklinde bulunan eşitlik yardımıyla hesaplanır.

(33) eşitliği Şekil-2 dikkate alınarak azimut açısı (A) açısı için düzenlenirse,

$$\sin A = \frac{\sin (90 - \delta) \sin (24 - h)}{\sin (90 - a)} \quad (34)$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik yeniden düzenlemeyle,

$$\sin A = \frac{\cos \delta \sin (24 - h)}{\cos a} \quad (35)$$

şeklinde elde edilir. (35) eşitliği düşey açılar için geçerlidir. Eğer güneşin zenit uzaklığı ölçülürse,

$$\sin A = \frac{\cos \delta \sin (24 - h)}{\cos z} \quad (36)$$

eşitliği geçerli olur.

#### e. Meridyen Geçişi Yöntemi

Yeryüzünde keyfi bir P noktasından geçen çekül doğrusunun teğeti "P' nin astronomik normali" olarak tanımlanır. P noktasındaki astronomik normali içeren ve yerin anlık dönme eksenine paralel olan düzlem "P' nin astronomik meridyen düzlemidir" . Aynı astronomik enlem veya boylam noktaları sırasıyla aynı " astronomik paralel" veya "astronomik meridyen" üzerindedir /3/.

"Meridyen geçişi", güneşin ya da yıldızın, gözlemcinin astronomik meridyeninden alt (güney) ya da üst (kuzey) geçişine (külminasyon) ait durumlar için kullanılan özel bir terimdir . Bu özel durum sırasında PZS küresel üçgeni oluşmaz; çünkü enlemi ve deklinasyonu 90 dereceye tamamlayan kenarlar birbirleriyle çakışır. Bu yöntem kullanılmak istendiğinde, (37) eşitliği ile önceden güneşin gözlemcinin astronomik meridyeninden alt geçiş zamanı hesaplanır ve hesaplanan zamanda güneşe tatbik yapılır. Bu durumda alet tam olarak güneye yönlendirilmiş olur. (37) eşitliğindeki zaman denklemi (Eq.T.) ise bir almanaktan (örneğin Harita Genel Komutanlığı Astronomik Almanagi) doğrudan alınır veya /3/ ' de açıklandığı şekliyle hesaplanabilir.

$$\text{Meridyen Alt Geçiş Zamanı} = \lambda^\circ / 15 + 12^h + \text{Zaman Denklemi} \quad (37)$$

Meridyen geçişinin gündüz saatleri içinde yalnızca bir defa meydana gelişi bu yöntemin tek olumsuz yanıdır. Bu yöntemde kaba hatalar ile alet hataları ortaya çıkarılamaz;  $\phi = \delta$  olması durumunda ise, yatay açı düşey bir düzlemde ölçülemeyeceğinden, çözüm yoktur.



Her bir yöntem için gerekli olan ölçmeler Tablo 2' de verilmiştir. Yükseklik yöntemi için ihtiyaç duyulan ölçmelerle, gözlemcinin boylamının ( $\lambda$ ) bilinmesi durumunda, ilk dört yöntemden herhangi birisi ile çözüm elde etmek olanaklıdır.

Yukarda da açıklandığı gibi küresel üçgenin çözümü için üç parametrenin bilinmesi gereklidir. Optik aletlerle yalnızca (A) ' nin bir parametresi ve yükseklik (a) ölçüldüğünden, yerel saat açısı (h), deklinasyon ( $\delta$ ), enlem( $\phi$ ) gibi diğer parametreler dolaylı yollarla belirlenebilir.

### 3. GÜNEŞ GÖZLEMLERİ İLE AZİMUT TAYİNİ

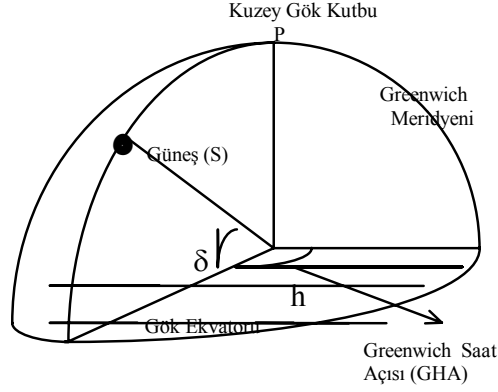
Güneşin saat açısı (h) veya zenit uzaklığı (z) ölçülmek sureti güneşle azimut belirlemesi yapılabilir. Ancak bu yöntemde, güneş koordinatlarının yıldız koordinatlarına göre duyarlığın düşük olması ve gözlemlerdeki hatalar nedeniyle, yıldızlar ile elde edilen doğruluğa erişilemez. Bu nedenle  $\pm$  beş derece saniyesi altında hassasiyet (precision) isteyen durumlarda güneşle azimut tayini yapılmamalıdır /2/.

Tablo-2 : Çözüm yöntemlerine göre ölçme çeşitleri.

Arazi Verileri	ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ			
	Enlem	Saat Açısı	Efemeris Kullanılmayan	Enlem Kullanılmayan
Yatay açı	evet	evet	evet	evet
Düşey açı	evet	-	evet	evet
Zaman gözlemi	evet	evet	evet	evet
Ölçü tarihi	evet	evet	evet	evet
Basınç	evet	-	evet	evet
Sıcaklık	evet	-	evet	evet
Noktanın enlemi	evet	evet	evet	evet
Noktanın boylamı	-	evet	evet	evet

Güneşin yörüngesi büyük daire olarak kabul edilir. Güneşin konumu ise saat açısı ve deklinasyonu ile tanımlanır (Şekil-5). Bununla birlikte güneşin gök küresindeki yörüngesi sabit olmayıp, yıl içindeki deklinasyonu  $\pm 23^\circ$  arasında değişir. Bu durum, gök ekvator düzleminin, güneşin yörünge düzlemiyle çakışmamasından kaynaklanır.

Güneşin hareketi birisi gök ekvatoru düzleminde, diğeri ise deklinasyon düzlemindeki iki bileşenle ifade edilirse , güneşin hareketi ve konumu gözlem anının (tarih ve yıl zaman gözleminin



Şekil-5 : Saat açısı koordinat sistemi

Minimum çözümde yine üç parametre kullanılır. Ancak burada küresel üçgene ilişkin altıdan fazla parametre bilinmektedir. Astronomik üçgenin tepe noktalarının (P,Z,S) koordinatları da küresel üçgenin parçalarıdır. Güneşle azimut belirlemenin tam çözümü için PZS üçgeninin gök küresindeki konumu çok iyi tanımlanmalıdır. Yalnızca iki tepe noktasının konumu bilindiğinde, meridyen geçişi öncesi ve sonrasına ait olmak üzere iki çözüm bulunur. Tüm tepe noktalarının konumları bilindiğinde tek bir çözüm elde edilir.

Buna göre ölçülerden beklenen hatanın büyüklüğü bir yöntemin seçimini etkileyen faktördür.

#### 4. YÖNTEMLERİN OLUMLU VE OLUMSUZ YANLARI

##### a. Yükseklik Yöntemi

Yükseklik yöntemi genel olarak geleneksel bir seçimdir. Zaman hatalarına karşı duyarlı oluşu bu yöntemin en olumlu yanıdır. Deklinasyon nedeniyle zaman hataları azimut (A) açısını etkilemektedir. Deklinasyonun zaman içindeki değişimi oldukça azdır (en fazla 58' / saat) , bu yüzden zaman gözlemlerindeki bağıl bir hatanın deklinasyon ve azimut açısı üzerindeki etkisi oldukça küçüktür.

Bu yöntemin olumsuz yanı güneş yüksekliğinin önemli oranda değişen tek parametre olmasıdır. Bu ise en önemli hata kaynağıdır.

Azimut açısı (A), (4) ve (5) eşitliklerinde kosinüs fonksiyonları ile hesaplanmaktadır. Kosinüs değerinin 180 ve 0 derecelerindeki değişim oranı oldukça fazladır. Ancak, 0 ve 180 derece değerleri , (A) açısının ancak yerel öğle zamanında (meridyen geçiş zamanı) alabileceği olası değerlerdir. Sonuç olarak, yerel öğle zamanı sırasında güneş yüksekliğinde (a) yapılacak küçük bir hata azimut açısında büyük hatalara neden olur. Bu yüzden, yerel öğle zamanından (12<sup>h</sup>) 2 saat önce ve sonrası arasında kalan zamanlarda (10<sup>h</sup> - 14<sup>h</sup>) güneş gözlemi yapılmamalıdır.

Yukarda belirtildiği gibi, güneşin gözlemcinin yatay ve düşey düzlemlerine göre hızları söz konusudur. Bu hareketler gün boyunca değişir ve bağıl olarak da oldukça yüksektir. Anlık yatay ve düşey ölçülerde hata olasılığı oldukça yüksektir. Güneş hareketli bir hedef olduğundan, alet hataları

(yani kolimasyon hataları) aletin birinci ve ikinci durumlarında ölçme yapmakla tam olarak giderilemez.

Güneş yükseklik ölçüleri (a) ya da zenit açıları refraksiyon nedeniyle düzeltilmelidir. Refraksiyon hatası Snell Yasasına bağlı olarak oluşur ve ortam yoğunluğunun değişmediği yani sabit olduğu varsayılır. Ancak bu kabul sadece bir yaklaşımdır. Refraksiyon düzeltilmesi zenit açısının bir fonksiyonu olup yükseklik (a) ölçmelerinde hataların artmasına neden olur. Refraksiyon düzeltilmesi yükseklik açısı  $7^{\circ}$  ' de iken 6 dakika 53 saniye;  $90^{\circ}$  ' de iken 0 (sıfır) büyüklüğe ulaşır. Refraksiyon hatasının büyüklüğü ve değişim oranı gözönünde tutularak önerilecek en az güneş yükseklik açısı  $20^{\circ}$  dir. Zenit açısına bağlı olarak refraksiyon düzeltilmesine ilişkin tablo değerleri /2/, /3/ ve /4/ ' de bulunabilir.

En küçük yükseklik ve yerel öğle zamanı şeklinde ifade edilen iki kısıtlama nedeniyle, yılın belirli peryodlarında yükseklik yönteminin kullanılması olanaksızdır. Örneğin  $40^{\circ}$  enleminde, kış gündönümünde, aynı anda bu iki kriterin sağlanması olanaksızdır.  $45^{\circ}$  de ise yaklaşık olarak 15 Kasımdan 25 Ocak tarihine kadar her iki kriter aynı anda sağlanamaz.  $35^{\circ}$  de ise, yaklaşık olarak 22 Kasım ile 21 Ocak tarihleri arasında yerel öğle vaktinden 3 saat öncesine kadar güneş yüksekliği (a)  $20^{\circ}$  ye erişemez.  $45^{\circ}$ enleminde ise bu süre 25 Ekim'den 18 Şubat'a kadar devam eder. Yükseklik yöntemi bu süreler arasında kısıtlamaya uğrar /1/.

## **b. Saat Açısı Yöntemi**

Saat açısı yöntemi modern bir seçimdir (Harita Genel Komutanlığında kullanılmakta olan yöntem). En az parametre bu yöntemde kullanılır. Bu yöntem tüm bir yıl boyunca kullanılabilir ve güneşin yüksekliğine gereksinim olmadığından bir önceki yöntemde olduğu gibi, öğleden önce veya öğleden sonra ölçü yapma şeklinde kısıtlamalar söz konusu değildir. Yerel öğle zamanı kısıtlaması olmakla beraber, yapılabilecek hatanın büyüklüğü 1 yay dakikasından azdır. Böylece, öğle zamanı civarında yapılan gözlemler arazide yapılan ölçüleri kontrol etmek amacıyla kullanılabilir.

Saat hataları bu yöntemin en olumsuz yanını teşkil etmektedir. Zaman belirlemede yapılacak 1 dakikalık hata, ölçü yer ve zamanına bağlı olarak azimut açısının (A) 6-14 yay dakika hata ile belirlenmesine neden olur. Ancak günümüzde kuartz kol saatleri ile 1/100 zaman saniyesi duyarlık elde etmek olanaklıdır. Ayrıca günümüzde kısa dalga radyolarla yüksek duyarlıklı zaman bilgisi sağlanmaktadır. Günümüzde çok ucuz bir şekilde, 0.1 saniye ve daha yüksek duyarlıkla zaman bilgisi elde etmek oldukça kolaylaşmıştır.

Bu yöntemde, ölçü sırasında kullanılacak olan saatin, ayar saati veren bir radyo istasyonunda sinyaller alınarak ayarlanması gerekir. Örneğin TRT (Türkiye Radyo Televizyonu)-1 Radyosunda yerel saatle 07:30, 13:00 ve 19:00 ana haber bültenleri öncesinde ayar saati sinyalleri verilmektedir. Bu zamanlarda, ölçü için kullanılacak saat, ayar saati ile karşılaştırılarak saatin ne kadar ileri ya da geri olduğu belirlenir. Daha sonra, hesap işlemleri sırasında bu fark ( $\Delta U$ ) dikkate alınarak çözüm yapılır.

## **c. Efemeris Kullanılmayan Yöntem**

Bu yöntemde güneşin deklinasyon açısı kullanılmamaktadır. Efemeris bilgilerinin önceden hesaplanabilir olması bu yöntemin en olumlu yanıdır. Ayrıca, az duyarlıklı efemeris sorunu kolaylıkla çözülebilmektedir. Bu yöntemin olumsuzlukları ise yükseklik yöntemindekilerle aynı olup aynı kısıtlamalar bu yöntemde de söz konusu olmaktadır. Bu yöntemde de, saat açısı yönteminde olduğu gibi, zamanın duyarlı olarak belirlenmesi zorunluluğu vardır. Bu yöntem diğerleri içinde en karmaşık olanıdır.

#### **d. Yükseklik Kullanılmayan Yöntem**

Bu yöntemin iki olumlu yanı vardır. Birincisi, hesaplama yönünden en kolay yöntem oluşudur. Basit bir hesap makinası ile sonuç alınabilmektedir. İkincisi ise, sinüs fonksiyonunun yerel saat açısını (h) ve azimut açısını (A) kullanmasıdır. Yerel öğle zamanı civarında, bu parametreler 0° ve/veya 180° değerlerine sahip olurlar. Sinüs fonksiyonunun değişim oranı bu derecelerde en az düzeydedir. 40° enleminde, ölçü tarihine bağlı olarak yerel öğle vaktinden 15 dakika önce yapılan bir zaman ölçmesindeki 1 saniyelik hata, azimut açısında 1-4 yay saniyesi düzeyinde bir hataya neden olur. 30 dakika önce yapılan bir ölçmedeki hata ise azimut açısında 2 saniye veya daha az bir hataya neden olur. Tüm bunlara ilave olarak, yükseklik açısındaki hatalar en aza indirgenebilir. Yerel öğle zamanı civarında, güneşin düşey düzlemdeki hızı en az düzeydedir. Bu esnada güneşe tatbik kolaylıkla yapılabilir. Öte yandan, güneş gökyüzünde en yüksekte olduğundan refraksiyonun etkisi en düşük seviyededir.

Bu yöntemin olumsuz yanları efemeris kullanılmayan yöntemde anlatılanlarla aynıdır.

### **5. YÖNTEMLERE İLİŞKİN SONUÇLAR**

a. Güneşle azimut belirleme, modern ölçü donanımı kullanılarak, yukarıda anlatılan beş ayrı yöntemle de yapılabilir.

b. Arazi çözüm yöntemleri, yukarıda teorisi açıklanan yöntemlerden birinin uygulanması olup hiçbir yöntem diğerinden bağımsız değildir.

c. Yöntemlerden herhangi birinin seçiminde, ölçü yeri ve tarihi ile ölçmelerden beklenen hataların büyüklüğü de gözönünde tutulur.

d. Zaman ölçmesinin duyarlı olarak 1/100 saniye duyarlıklı kuartz saati ya da kronometre ile yapılması durumunda, saat açısı yöntemi en doğru, güvenilir ve en kullanışlı yöntemdir.

e. Yerel öğle zamanına yakın zamanlarda (yerel öğle zamanından  $\pm 15$  dakika önce ve sonra) ölçme yapılacaksa, yükseklik olmayan yöntem seçilmelidir. Azimut açısındaki (A) hatalar beş yay saniyesinden daha azdır.

f. Ölçü noktasının enlemine ek olarak yükseklik yöntemi için veri elde edilmesi durumunda, güneşle azimut belirleme için diğer tekniklerin de kullanılmasına olanak sağlanmış olunur, böylece arazi verisindeki hataların analizinin yapılmasına da olanak sağlanır.

### **6. UYGULAMA**

Güneş ölçüleri ile elde edilen azimut sonuçlarını irdelemek amacıyla Ankara Sabit GPS İstasyonu yanındaki SLR platformu üzerindeki SLR noktasından (7589) ve C röper noktasından Kuş Tepe' ye olan azimut değerinin belirlenmesi için hem güneş hem de Kutup Yıldızı (Polaris) ile azimut gözlemleri yapılmıştır. Güneş gözlemleri ile azimut belirlemede, saat açısı yöntemi uygulanmış, 1<sup>cc</sup> bölümlü T-2 teodoliti ve ölçü ve hesaplamalar için ise Şekil-6 ve Şekil-7' de verilen standart ölçü ve hesap karneleri kullanılmıştır.

## SEMT İÇİN GÜNEŞ RASATLARI

Tarih : Rasıt :  
 İstasyon : Alet ve No :  
 Hedef :  $\Delta U$  :  
 $\varphi$  :  
 $\lambda$  :

Ölçü Sırası	Bakılan	Aletin Durumu	G.M.T. h. m. s.	Yatay Doğrultu	Açıklama	Kontrol
1	$\Delta$	I				
4	$\Delta$	II				
					$K_{\Delta 1} =$	
8	$\odot$	II				
12	$\odot$	I				
			$\Delta U :$		$K_{\odot 1} =$	
9	$\odot$	II				
13	$\odot$	I				
			$\Delta U :$		$K_{\odot 2} =$	
2	$\Delta$	I				
5	$\Delta$	II				
					$K_{\Delta 2} =$	
3	$\Delta$	I				
6	$\Delta$	II				
					$K_{\Delta 3} =$	
10	$\odot$	II				
14	$\odot$	I				
			$\Delta U :$		$K_{\odot 3} =$	
15	$\odot$	I				
11	$\odot$	II				
			$\Delta U :$		$K_{\odot 4} =$	
16	$\Delta$	I				
7	$\Delta$	II				
					$K_{\Delta 4} =$	

Şekil-6 : Güneş gözlemleri ile azimut belirleme ölçü karnesi

Kutup yıldızı ile azimut belirleme ölçülerinde  $0^{\text{cc}}.1$  duyarlıklı T-3 teodoliti kullanılmıştır. Ölçülere her iki yöntemde de hiçbir düzeltme getirilmemiştir.

## GÜNEŞ RASATLARINDAN SEMT HESABI

$$- \cot A_{\odot} = \cos \varphi \tan \delta \operatorname{cosec} t_{\odot} - \sin \varphi \cot t_{\odot}$$

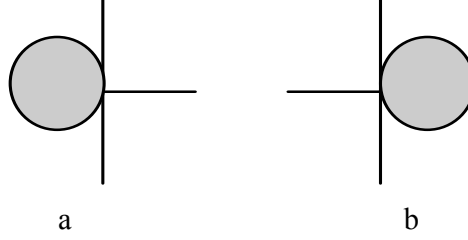
Tarih :  
İstasyon :  
Hedef :  
 $\varphi$  :  
 $\lambda$  :  
 $\delta$  :

G.M.T.				
G.H.A..				
$\lambda$				
$t_{\odot}$				
$\operatorname{cosec} t_{\odot}$				
$\cot t_{\odot}$				
$\sin \varphi$				
$\cos \varphi$				
$\tan \delta_{\odot}$				
$\cos \varphi \tan t_{\odot}$				
(I) $\cos \varphi \tan \delta_{\odot} \operatorname{cosec} t_{\odot}$				
(II) $\sin \varphi \cot t_{\odot}$				
(I - II) = $-\cot A_{\odot}$				
$A_{\odot}$ (Do, Ba)				
$A_{\odot}$				
$K_{\odot}$				
$(K_{\odot} - A_{\odot}) = \Sigma$				
$K_{\Delta}$				
$(K_{\Delta} - \Sigma) = A'_{\Delta}$				
$A_{\Delta}$				

Şekil-7 : Güneş gözlemleri azimut hesap karnesi

Dürbünden geçen güneş ışığı gözü rahatsız edeceğinden, bir teodolitin gözleme dürbünü ile güneşe gözlem yapmak olanaksızdır. Bunu önlemek için uygulamada dürbün okülerine bir güneş filtresi takılmaktadır. Güneş filtresinin kullanılması durumunda ise görüntü kontrastı bozulur ve gözleme çizgileri ile tatbik hatalı olur. Diğer taraftan, gözleme dürbünü sonsuza ayarlandığından, güneşten gelen ışınlar gözleme çizgileri plakasında yoğunlaşır ve sıcaklık nedeniyle gözleme doğrusunda sapma olur.

Güneşin çapı ortalama 30 derece dakikası olduğundan güneşin merkezine tatbik yapmak olanaksızdır. Bu nedenle yatay açı ölçüsünde düşey gözleme çizgisi güneşin kenarına teğet olacak şekilde tatbik yapılır (Şekil-8).



Şekil-8 : Güneşin sağına ve soluna tatbik.

#### a. Saat Açısı Yöntemi Kullanılarak Güneşle Azimut Belirlemek İçin Ölçülerin Yapılması

Uygulamada genellikle bir saniye T2 teodoliti ve saniye göstergeli bir saat (dijital kuartz saatler tercih edilmelidir) kullanılmalıdır. Ölçüden önce, saatin ayar saatinden olan farkı ( $\Delta U$ ) tesbit edilmelidir. Teodolit önce azimut belirlenecek nokta üzerinde düzeçlenir. Gözlemler için Şekil-6 'daki ölçü karnesinin 1 ' nci sütununda verilen sıra izlenir. Güneşe tatbik sırasında yazıcı ölçmeci tarafından daha önceden anlaşıldığı biçimde uyarılır. Güneşe tatbik sağlandığında yazıcı önce UT (Universal Time) zamanını kaydeder. Daha sonra ölçmeci, yatay okuma yapabilmek için aletin düşey hareket vidasını gevşetir. Bu şekilde önce aletin I ' ci durumunda dört kez hedefe tatbik yapılır. Daha sonra alet II ' nci duruma alınır ve bu kez de azimut değeri belirlenecek hedefe üç kez yatay doğrultu okuması yapılır. II ' nci durumda hedef okumaları tamamlanınca teodolit kabaca güneşe doğru çevrilir ve gözle bakmadan el okülerin arkasında tutularak güneşin objektif içinde olup olmadığı kontrol edilir. Güneş objektif içinde değilse, ince ayar vidaları ile objektif içine alınır ve okülere güneş filtresi takılır. Alet II ' nci durumda iken Şekil-8a 'da olduğu gibi, güneşin sağ kenarına tatbik yapılır. Bu şekilde dört kez tatbik yapıp yatay açı zaman okumaları kaydedilir. Daha sonra alet I ' inci duruma getirilir ve Şekil-8b 'de görüldüğü gibi güneşin soluna dört kez tatbik yapılarak zaman ve yatay açı bölüm dairesinden yatay okuma yapılır ve karneye kaydedilir. Daha sonra filtre çıkarıldıktan sonra alet sehпасında bir kayıklığın olup olmadığını kontrol amacıyla son kez hedefe yatay doğrultu okuması yapılır ve ölçüye son verilir. Alet kaldırılmadan önce karnenin son sütunundaki kontroller yapılmalıdır. Bu kontroller hesaplardan önce pratik bir yarar sağlar. Buradaki kontroller Keppler'in ikinci hareket yasasının uygulaması olup I - II, II - III ve III - IV ' üncü silsileler arasındaki yatay doğrultu farklarının ( $\Delta r$ ) zaman farklarına ( $\Delta h$ ) olan oranları arasındaki farkın  $\pm 1$  olup olmadığı şeklindedir. Bu kontrol sağlandığında, silsilerden elde edilen azimut değerleri arasındaki fark genellikle  $\pm 5''$  civarında olmaktadır.

#### b. Saat Açısı Yöntemi ile Güneşle Azimut Belirlemede Hesapların Yapılması

Ölçüler istenen koşulları sağlayacak şekilde sonuçlandırıldığında, teodolit yerinden kaldırılabilir ve hesaplara geçilebilir. Güneşle azimut belirleme amacıyla Şekil-7' de verilen hesap karnesi kullanılmaktadır. Bu karneye, ölçü karnesinde herbir silsiledeki hedef ve güneşe yapılan yatay doğrultu (sırasıyla  $K_{\Delta}$  ve  $K_{\odot}$ ) ve zaman okumaları (G.M.T. : Greenwich Mean Time), ölçü noktasının 1/25 000 ölçekli standart topografik haritadan alınan coğrafi enlem ( $\phi$ ) ve boylam ( $\lambda$ ) değerleri, ölçü tarihi, istasyon ve hedef isimleri hesaplardan önce yazılır.

Güneşin deklinasyonu, günlük değişimi az olduğundan, her bir silsile için hesaplanmaz. Bunun yerine, dört silsiledeki G.M.T. değerlerinin ortalaması alınarak güneş için yalnız bir deklinasyon değeri hesaplanır. Öte yandan G.H.A (Greenwich Hour Angle) ise her bir silsile için ayrı ayrı hesaplanır. G.H.A. değeri notik almanalarda zamana göre düzenlenerek verilmektedir (örneğin ; Seyir Hidrografi ve Oşinografi Dairesi Başkanlığı tarafından yayınlanan notik almanak). Ancak bazı astronomik almanalarda da (örneğin; Harita Genel Komutanlığı tarafından yayınlanan astronomik almanak) G.H.A. değerleri doğrudan verilmez ve bu nedenle de, almanaktaki "güneşin görünen koordinatları" bölümünde her bir gün için verilen zaman denklemi (Equation of Time) yardımıyla hesaplanır. G.H.A. değeri, zaman denklemi yardımıyla aşağıda verilen sırada hesaplanır.

Yerel saat açısının ( $t_{\odot}$ ) her silsiledeki değeri, G.H.A. ve  $\lambda$  değerlerinin aritmetik toplamı şeklinde hesaplanır. Elektronik hesap makinaları kullanıldığından, hesap karnesindeki (I) ve (II) değerleri ile (I - II) fark değerleri doğrudan hesaplanır ve ilgili yerlere yazılır.  $A_{\odot}(Do, Ba)$  değeri  $(-\cot A_{\odot})$  değeri yardımıyla hesaplanır.

Tablo-3 : Zaman denklemi yardımıyla Greenwich Saat Açısının (GHA) hesaplanması.

<p>•</p> <p>•</p> <p>• <b><u>G.H.A.'nın zaman denklemi yardımıyla hesaplanması</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Her bir silsiledeki G.M.T. 'ye ilişkin zaman denklemi, enterpolasyonla hesaplanır.</li> <li>• Hesaplanan zaman denklemi ile G.M.T. değeri toplanır.</li> </ul> <p>Toplam değer <math>12^h</math> 'den büyükse <math>12^h</math> çıkarılır ; küçük ise <math>12^h</math> ile toplanır. Bu değer daha sonra derece birimine dönüştürülmek üzere 15 sabit sayısı ile çarpılır (<math>24^h = 360^{\circ}</math>) ve GHA değeri olarak ilgili sütuna yazılır.</p>
--

**$A_{\odot}$  değerinin hesaplanmasında aşağıdaki durumlar gözönünde bulundurulur :**

- Önce,  $-\cot A_{\odot}$  değeri eksi ile çarpılarak  $+\cot A_{\odot}$  değerine dönüştürülür.
- Tablo-4a ve Tablo-4b 'de gösterilen durumlar dikkate alınarak  $A_{\odot}$  değeri hesaplanır.

Daha sonra hesap karnesindeki sıra takip edilerek her bir silsile için istasyondan hedefe olan azimut değeri hesaplanır. Silsileler arasındaki fark daha önceden belirlenmiş sınırlar içinde ise kesin azimut değeri silsilelerin ortalaması olarak hesaplanır, aksi halde kaba hatalı olan silsileler ya atılır ya da yenilenir.

Uygulama çalışmasında, SLR noktasından (7589) ve C röperinden Kuş Tepe'ye olan azimutun belirlenmesi için güneş gözlemleri ile Kutup yıldızı gözlemleri ile bulunan azimut değerleri ile iki yöntemin karşılaştırılmasına ilişkin sonuçlar Tablo-5' de verilmiştir.



Tablo-4a:  $A_{\odot}$  değerinin hesaplanmasında dikkate alınacak pratik kurallar

Ölçüler yerel öğle saatinden önce ( yani , yerel saat ile 12 <sup>h</sup> 'den önce ) yapılmış ise
i ) $\cot A_{\odot} > 0$ ise $A_{\odot} =   \text{arc cot } A_{\odot}  $ ii ) $\cot A_{\odot} < 0$ ise $A_{\odot} = 180^{\circ} -   \text{arc cot } A_{\odot}  $
eşitlikleri ile hesaplanmalıdır.

Tablo-4b :  $A_{\odot}$  değerinin hesaplanmasında dikkate alınacak pratik kurallar

Ölçüler yerel öğle saatinden sonra ( yani yerel saat ile 12 <sup>h</sup> 'den sonra ) yapılmış ise
i ) $\cot A_{\odot} > 0$ ise $A_{\odot} = 180^{\circ} +   \text{arc cot } A_{\odot}  $ ii ) $\cot A_{\odot} < 0$ ise $A_{\odot} = 180^{\circ} -   \text{arc cot } A_{\odot}  $
eşitlikleri ile hesaplanmalıdır.

Tablo-5: Azimut belirleme amacıyla yapılan Kutup yıldızı ve güneş gözlemleri

		GÜNEŞ SİLSİLELERİ				KUTUP YILDIZI SİLSİLELERİ			
Durulan Nokta	Bakılan Nokta	I	II	III	IV	I	II	III	IV
SLR (7589) Noktası	Kuş T.	.6667	.6673	.6682	.6668	.6674	.6676	.6674	.6672
ORTALAMA		365 <sup>g</sup> .66725				365 <sup>g</sup> .66740			
FARK		0 <sup>g</sup> .00015							
SLR (7589) Noktası	Kuş T.	.9536	.9537	.9527	.9503	.9478	.9511	.9508	.9509
ORTALAMA		365 <sup>g</sup> .95258				365 <sup>g</sup> .95015			
FARK		0 <sup>g</sup> .00243							

Buna göre SLR noktasından Kuş T. ' ye yapılan güneş gözlemlerinden hesaplanan azimut değerinin standart sapması  $\pm 6^{\text{cc}}.86$ , kutup yıldızı ile belirlenen azimut değerini standart sapması ise

$\pm 1^{\circ}.63$  tür. Öte yandan SLR noktasının C röperinden Kuş T. ' ye yapılan güneş gözlemlerinden hesaplanan azimut değerinin standart sapması  $\pm 15^{\circ}.42$ , kutup yıldızı ile belirlenen azimut değerini standart sapması ise  $\pm 15^{\circ}.72$  olarak hesaplanmıştır. Bu uygulamada her iki istasyondaki gözlemciler sabit tutulmuştur. Standart sapmalardaki bu düzeydeki farklılığın, gözlemcinin bir silsilede güneş yada yıldızla yanlış tatbik yapmasından kaynaklandığı değerlendirilmektedir.

## 7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Uygulamada elde edilen sonuçlar, buradaki uygulamada gerçekleştirilen Kutup yıldızı ile azimut belirleme çözümü ile karşılaştırıldığında, azimut probleminin güneş gözlemleri yardımıyla çözümünün, oldukça yüksek doğrulukla yapılabildiğini göstermektedir. Ancak yapılan ölçülere hiçbir düzeltme getirilmemiştir. Bununla birlikte, güneş gözlemleri yardımıyla azimut belirleme yönteminin,  $10^{\circ}$  'den fazla duyarlık istenmeyen bir çok pratik işler için tereddüt etmeden kullanılabileceği söylenebilir.

Azimut belirlemede en kolay ve en uygun yönteminin, refraksiyon düzeltmesini gerektirmeyen saat açısı yöntemi olduğu değerlendirilmektedir.

Güneş yardımı ile azimut belirlemede sonucu etkileyen temel faktörler; kullanılan gözlem teodolit'inin yatay daire bölüm aralığı, zaman belirleme doğruluk ve inceliği, güneşe tatbik doğruluğu ve almanakta verilen zaman denkleminin belirlendiği inceliklerdir. Azimut belirlemenin doğruluğu bu faktörlere bağlı olarak artırılabilir.

Güneş ve Kutup yıldızı ile elde edilen sonuçların daha anlamlı karşılaştırılması farklı konum ve zamanlarda yapılmış karşılaştırma ölçüleri gerektirdiğinden, yukarıdaki uygulamada elde edilen sonuçlar gerçeği tam olarak yansıtmayabilir. Bu yüzden çok sayıda karşılaştırma ölçüsü yapılmalıdır.

Yapılacak işin gerektirdiği doğruluk, zaman, hız ve ekonomi göz önünde tutularak, azimut belirleme işleminin Güneş ya da Kutup yıldızı ölçüleri ile yapılmasına karar verilmelidir.

## Teşekkür

*Güneş ile azimut belirlemede kullanılan istasyon ve hedef noktalarında, Kutup yıldızı gözlemlerinin yaptırılmasını sağlayarak, her iki yöntemden elde edilen sonuçların karşılaştırılmasına ve çeşitli irdelemelerin yapılmasına katkıda bulunan Yük.Müh.Kd.Yzb. Onur LENK' e teşekkür etmeyi bir borç bilirim.*

## KAYNAKLAR

- /1/ **BOUCHER, P.** (1983) : Azimuth Determination by Solar Observation: New Perspectives on an Old Problem. Surveying and Mapping Vol. 43, No. 3, pp. 307 - 314.
- /2/ **ERBUDAK M., TUĞLUOĞLU A.** (1984) : Geodezik Astronomi. Yıldız Üniversitesi Yayınları Sayı: 174. Yıldız Üniversitesi Matbaası. İstanbul.
- /3/ **MUELLER, I.** (1977) : Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy. Second Printing. Frederick Ungar Publishing

Co. Library of Congress Catalog Card No. 68-31-453.

- /4/ **ÖZGEN, M.G., AKSOY, A.** (1973) : Kern DKM 3A ile Yapılan Astronomik Gözlemlerle Yer, Zaman ve Azimut Tayini. Çeviri. (Yazan:Prof.Dr.Helmut Müller) İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi Sayı : 944. İTÜ Matbaası. Gümüşsuyu
- /5/ **SONGU, C.** (1981) : Ölçme Bilgisi.II nci Cilt. Daily News Web. Ofset Tesisleri, 2 nci Baskı, Ankara, Aralık.
- /6/ **YAŞAYAN, A., HEKİMOĞLU, Ş.** (1982) : Küresel Trigonometri. K.T.Ü. Yer Bilimleri Fakültesi, Yayın No. 143/22. K.T.Ü. Basımevi. Trabzon