

GRAVİTE ANOMALİ PREDİKSİYONU
VE
YEREL KOVARYANS FONKSİYONU

Emin AYHAN
İbrahim AYKEN

ABSTRACT

The least-squares prediction method has been successfully applied for gravity anomaly prediction, where no gravity anomaly is available. The main objective of this method is the determination of a local covariance function that fit into the gravity anomalies available in the area. In this study, the function which obtained by expansion of global covariance function with spherical harmonics, omiting lower harmonics, has been chosen as a model local covariance function. The parameters of the model local covariance function are computed using empirically determined variance C_0 , correlation length ζ and the first zero point ψ_0 . For this purpose, an efficient algorithm is developed. The prediction method mentioned above is used in the area including 424 point gravity anomalies covering also a part of Salt Lake as well. In prediction, a precision of ± 2.51 mgal is achieved involving 72 check points.

ÖZET

En küçük karelerle prediksyon yöntemi, gravite ölçüsü yapılmayan bölgelerdeki gravite anomalilerinin belirlenmesinde başarı ile uygulanmaktadır. Eldeki gravite anomalilerine uygun yerel kovaryans fonksiyonunun belirlenmesi bu yöntemin en önemli özelliğidir. Bu çalışmada, global kovaryans fonksiyonunun küresel harmonik serilere açılımında düşük dereceden harmonikler gözardı edilerek oluşturulan fonksiyon, model yerel kovaryans fonksiyonu olarak seçilmektedir. Model yerel kovaryans fonksiyonunun parametreleri, deneysel belirlenen C_0 varyans ve ζ korelasyon uzunluğu ile ψ_0 ilk sıfır nokta değerinden yararlanarak hesaplanmaktadır. Bu amaçla etkili bir algoritma geliştirilmiştir. Anılan yöntem, Tuz Gölünün bir bölümünün de yer aldığı toplam 424 nokta'daki gravite anomalisini içeren bir test alanında uygulanmıştır. 72 kontrol noktasında yapılan prediksyonda ± 2.51 mgal'lik bir duyarlık elde edilmiştir.

1. GİRİŞ

Stokes ve Vening-Meinesz integral formülleri ile gravimetrik jeoid yüksekliği ve çekül sapması hesabı, tüm yeryüzü noktalarında Δg gravite anomalilerinin bilinmesini gerektirir. Ancak en ideal gravite ağırlarında bile gravite ölçüleri belirli sıklıkta noktalarda yapılmakta, bunun yanı sıra ulaşımın zor olduğu dağlık bölgeler ile deniz ve göller üzerinde gravite ölçüsü genellikle yapılamadığından söz konusu formüllerin uygulanmasında zorluklar çıkmaktadır.

Ayrıca iki yeryüzü noktası arasındaki potansiyel farkının ΔW belirlenebilmesi ; geometrik nivelman ölçüsü ve bu iki noktayı birleştiren nivelman geçkisi üzerinde her noktada gravitenin bilinmesini gerektirir. Uygulamada ise ; nivelman geçkileri boyunca 0.3-5 Km aralıklı nivelman noktalarında gravite ölçüleri yapılmakta, bazen de zaman, ekonomi ve planlama nedenleriyle hiç yapılamamaktadır. Yükseklik kuramının temel kavramını oluşturan potansiyel farkı hesabı mutlaka gravite ölçüsü gerektirir. Gravite ölçüsü yapılmamış geçki hesaplamaları bir yaklaşımla normal gravite kullanılarak yapılmakta bu nedenle de doğruluk ve duyarlılık azalmaktadır.

Bilindiği gibi ölçülebilen bozucu potansiyel fonksiyonelleri, Δg , N , ξ , η , δg v.b. ile bozucu potansiyel T arasında bağıntılar verilebilir (Ayhan, 1985). Ayrıca tüm geodezik ölçüler ile (kenar ölçüleri hariç) ölçülebilen fonksiyoneller arasında bağıntılar bulunduğundan, bozucu potansiyel T ile geodezik ölçüler arasındaki bağıntılar da kolaylıkla kurulabilir (Hein, 1985). Söz konusu bağıntılar Bütünleşik Jeodezi kapsamında En Küçük Karelerle Kolokasyon yöntemiyle birlikte kullanılarak, homojen (Örnek: yalnızca Δg v.b.) veya heterojen (Δg , ξ , η , ΔW , Λ , Φ , α , β , $\frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y}$, $\frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x}$, v.b.) verilerden, bozucu potansiyel fonksiyonelleri, nokta koordinatları, datum parametreleri v.b. belirlenebilir.

Bu çalışmada, gravite ölçüsü yapılmamış bir bölgede, istenilen herhangi bir noktada, anomalinin En Küçük Karelerle Kolokasyon (Tam) yöntemiyle prediksyonu ve Bütünleşik Jeodezi kapsamında da kullanılabilecek gravite anomalisi yerel kovaryans fonksiyonunun belirlenmesi konu edilmektedir.

En küçük karelerle kolokasyon (Tam) yönteminin temel özellikleri ve kuramsal ilkeleri ikinci bölümde açıklandıktan sonra, bu yöntemin temel kavramını oluşturan yerel kovaryans fonksiyonu parametrelerini belirlemek için düzenlenen bir algoritma, üçüncü bölümde verilmektedir. Dördüncü bölümde

ise, söz konusu yöntem 424 serbest hava anomalisi içeren $32^{\circ} 30' \leq \lambda \leq 33^{\circ} 30'$ ve $38^{\circ} \leq \phi \leq 39^{\circ}$ boylam ve enlemleri arasındaki $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ lik bölgede test edilmekte ve ölçü bulunmayan Tuz Gölü'nün bölgeye giren parçasında serbest hava anomalisi prediksyonu yapılmaktadır.

2. EN KÜÇÜK KARELERLE KOLOKASYON

Ölçülebilen bozucu potansiyel fonksiyonellerinden ($\Delta g, \delta g, \xi, \eta, N$, v.b.) bozucu potansiyel T'nin hesaplanması için, Tam Kolokasyon ismiyle Krarup (1969,1978) tarafından verilen yöntem aslında en küçük karelerle prediksyonun özel bir uygulamasıdır (Moritz, 1980). Bu nedenle, başlangıçta en küçük karelerle prediksyonun kuramsal ilkeleri genel olarak açıklanacak ve daha sonra da kısaca en küçük karelerle kolokasyondan söz edilecektir.

Rasgele değişken (r.d.) nitelikli bozucu potansiyel fonksiyonellerinden oluşan bilinen ölçü vektörü

$$\ell = | \ell_1, \ell_2, \dots, \ell_q |^T \quad (1)$$

ile yine rasgele değişken nitelikli bilinmeyen bozucu potansiyel fonksiyonellerinden oluşan ve "sinyal" ismiyle anılan vektör

$$s = | s_1, s_2, \dots, s_p |^T \quad (2)$$

olsun. ℓ ve s vektörleri r.d. olup umut değerlerinin

$$E\{\ell\} = 0, E\{s\} = 0$$

olduğu düşünülmektedir. Umut değerleri sıfır olan r.d.'ler merkezlenmiş r.d. olarak anılır (Moritz, 1980). Ölçülerin, ölçü hataları veya hem ölçü hataları ve hem de sistematik etkilerle yüklü olmalarına uygun modeller ve çözümleri olmasına karşılık, bu çalışmada q adet ölçü noktasında bilinen ölçülerin sistematik etki ve ölçü hatalarından arındırılmış olduğunu varsayan bir hesaplama modeli kullanılmaktadır.

$P_i, i = 1, \dots, q$ ölçü noktalarında bilinen ℓ ölçüleri cinsinden $Q_i, j=1, \dots, p$ hesap noktalarında bilinmeyen s sinyallerinin en iyi değerlerini veren model ; s ile ℓ arasında fonksiyonel bir ilişki yerine kovaryans matrisleri aracılığıyla kurulmaktadır. Bu düşünce ile, kestirilen s sinyallerinin varyansını minimum yapan çözüm,

$$\hat{s} = C_{s\ell} C_{\ell\ell}^{-1} \ell \quad (3)$$

ile verilir (Moritz, 1980). (3) eşitliği "En Küçük Kareler Prediksiyon Formülü" olarak anılır ve s sinyallerinin l ölçüleri cinsinden en iyi doğrusal kestirimini verir. (3) eşitliğinde kullanılan l ölçü vektörü elemanları homojen/heterojen olabileceği gibi, kestiriler s sinyallerinin ölçüler ile aynı veya farklı türden olması hesaplama modeli açısından bir sorun yaratmaz. Bu özellik en küçük karelerle prediksyonun en iyi ve olumlu yönünü oluşturur.

(3) eşitliğinde kullanılan kovaryans matrisleri

$$C_{ll} = \text{Cov}(l, l) \quad (4)$$

$$C_{sl} = \text{Cov}(s, l) \quad (5)$$

olup, C_{ll} ölçülerin otokovaryans matrisi ve C_{sl} sinyaller ile ölçüler arasındaki çapraz kovaryans matrisidir. (3) eşitliği ile hesaplanan sinyallerin doğrulukları

$$E\{s, s\} = C_{ee} = C_{ss} - C_{sl} C_{ll}^{-1} C_{sl}^T \quad (6)$$

ile belirlenir. Bu eşitlikle kullanılan C_{ee} , prediksyonu yapılan sinyallerin (s) hata kovaryans matrisi ve

$$C_{ss} = \text{Cov}(s, s) \quad (7)$$

sinyallerin otokovaryans matrisidir.

En küçük karelerle prediksyon formülü, ölçülebilen bozucu potansiyel fonksiyonelleri (Δg , δg , ξ , η , N , ...), l vektörünün elemanları alındığında, sinyale karşılık getirilen T bozucu potansiyelin hesaplanmasında kullanılabilir. Bozucu potansiyel T'nin bu şekilde belirlenmesine "En Küçük Karelerle Kolokasyon" ismi verilir (Moritz, 1980).

(3) ve (6) eşitliklerinde l, C_{sl} , C_{ll} ve C_{ss} bilinen ve s bilinmeyendir. Bilinenlerden l, jeodezik ölçü aletleri ile ölçülerek bilinmesine karşılık, bilinen kovaryans matrisleri, ölçü ve sinyallerin türlerine bağlı olarak ölçülerden belirlenen kovaryans fonksiyonun bilinmesini zorunlu kılmaktadır. Bu çalışmada, P ölçü noktalarındaki Δg serbest hava anomalilerinden, ölçü yapılmayan hesap noktalarında yine Δg serbest hava anomalileri hesaplanmaktadır. Ayrıca yukarıda sözkonusu edilen kovaryans matrislerinin tümü, serbest hava anomalisi kovaryans fonksiyonundan belirlenebildiğinden söz konusu bu fonksiyonun belirlenmesi gereklidir. Serbest hava anomalisi kovaryans fonksiyonu $\text{Cov}(\Delta g, \Delta g)$ belirleme işlemi, bu çalışmanın en önemli, yorucu ve zaman alıcı bölümünü oluşturmakta ve 3 ncü bölümde ayrıntılı olarak incelenmektedir.

3. GRAVİTE ANOMALİSİ YEREL KOVARYANS FONKSİYONU

Bu çalışmada $1^\circ \times 1^\circ$ lik yerel bir alandaki verilerle uğraşıldığından, bu başlık altında yerel kovaryans fonksiyonu konu edilmektedir. Ölçülebilir bozucu potansiyel fonksiyonlarından gravite anomalileri, genellikle çok sayıda ve düzenli dağılmış noktalarda belirli olduğundan, yerel kovaryans fonksiyonu belirleme çalışmaları gravite anomalisi yerel kovaryans fonksiyonunu belirlemeye indirgenerek yürütülür. Daha sonra "Kovaryans Yayılma Yasası" uygulanarak istenilen fonksiyonların otokovaryans veya çapraz kovaryans fonksiyonları üretilebilir (Moritz, 1972, 1980).

Yerel kovaryans belirleme çalışmasına öncelikle bir model fonksiyon belirleterek başlanır. Bu amaçla Moritz (1980)'de verilen basit model kovaryans fonksiyonlarından herhangi biri seçilebilir. Ancak bu tür fonksiyonlar farklı fonksiyonların kestirilmesinde zorluklar çıkarmakta hatta olanaksız kılmaktadır.

Bu çalışmanın devamında farklı fonksiyonları kestirim çalışması düşünüldüğünden, bu tür uygulamalara çok uygun olan, model global kovaryans fonksiyonunun küresel harmonik serilere açılımında düşük dereceden harmonikler yok edilerek oluşturulan fonksiyon yerel kovaryans fonksiyonu olarak seçilmektedir (Tscherning, 1973, 1974, 1974a, 1984), (Lachapelle, 1975), (Ning, 1984). Gravite anomalileri için seçilen yerel kovaryans fonksiyonu, Tscherning & Rapp (1974)'deki 4 numaralı derece varyansı modelini kullanan,

$$C(P, Q) = A \sum_{n=N}^{\infty} c_n \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+2} P_n(C_{\psi}) \quad (8)$$

dönel simetrik harmonik kovaryans fonksiyonudur. P ve Q uzay noktaları arasındaki uzaklığa bağlı ve genel formu (8) eşitliği ile verilen homojen, isotrop kovaryans fonksiyonunda kullanılan gösterimlerin anlamları aşağıdadır.

$$c_n = \frac{n-1}{(n-2)(n+B)} \quad (9)$$

A, B Katsayılar

r_P, r_Q P ve Q noktalarına ait konum vektörlerinin büyüklüğü

R_B Bjerhammer yarıçapı

ψ r_P ve r_Q konum vektörleri arasındaki açı

P_n n inci dereceden Legendre Polinomu

N Gözardı edilen düşük dereceli küresel harmoniklerin üst sınırı.

Yerel bir alandaki uygulamada (8) eşitliği ile verilen kovaryans fonksiyonu yerine ;

$$r_P \approx r_Q \approx R, s \approx \left(\frac{R_B}{R}\right)^2 \quad (10)$$

yaklaşımları ile

$$C(\psi) = A \sum_{n=N}^{\infty} c_n s^{n+2} P_n(\cos \psi) \quad (11)$$

fonksiyonu alınabilir. Bu tanımlamada kullanılan R, ortalama yeryuvarı yarıçapıdır ve ~ 6371 Km alınmaktadır.

Genel şekli (11) eşitliği ile belirlenen yerel kovaryans fonksiyonunun, yerel alandaki deneysel kovaryans fonksiyonuna uygun parametreleri iki aşamada belirlenebilir (Lachapelle - Schwarz, 1980) :

* Kovaryans fonksiyonunun deneysel hesaplanabilen yerel karakteristik parametrelerinin belirlenmesi.

* Yerel karakteristik parametreler ile model yerel kovaryans fonksiyonunun parametreleri arasındaki bağıntı gösterilerek model fonksiyon parametrelerinin hesaplanması.

Birbiriyle sıkı sıkıya bağıntılı olan her iki aşama aşağıda ayrı ayrı incelenmekte ve yerel kovaryans fonksiyonunu belirlemek için iki ayrı algoritma verilmektedir.

İlk aşamada sözü edilen kovaryans fonksiyonunun yerel karakteristik parametreleri Moritz (1976)'da ayrıntılı incelenmekte ve

C_0 Varyans

ζ Korelasyon uzunluğu

χ Eğrilik parametresi

olmak üzere vazgeçilmez ve belirleyici üç parametre verilmektedir. Vazgeçilmez parametrelerden C_0 kovaryans fonksiyonunun $\psi = 0^\circ$ için aldığı değerdir,

$$C_0 = C(0) \quad (12)$$

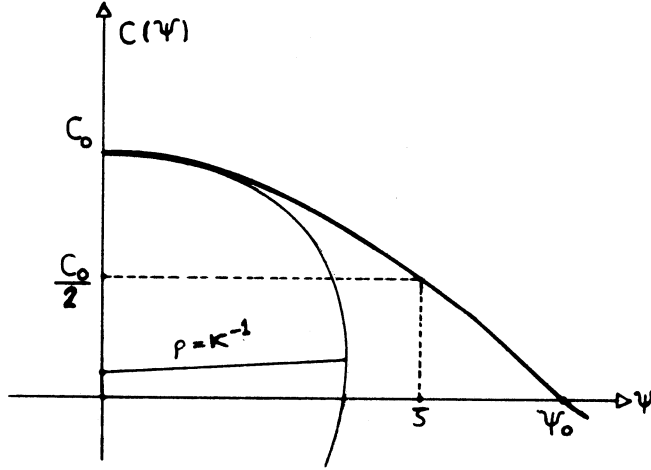
Korelasyon uzunluğu ζ ise,

$$C(\psi) = \frac{C_0}{2} \quad (13)$$

eşitliğini sağlayan ψ değerine eşittir ($\zeta = \psi$). Birimsiz olan χ eğrilik parametresi $\psi = 0^\circ$ noktasında kovaryans fonksiyonunun eğriligi κ ile ilgili olup

$$\chi = \frac{\kappa \zeta^2}{C_0} \quad (14)$$

eşitliği ile tanımlanır. Söz konusu vazgeçilmez ve belirleyici yerel parametrelerin geometrik anlamları şekil-1'de gösterilmektedir (Moritz, 1976, 1980).



Şekil-1

Eğrilik parametresi χ 'nin uygulama açısından önemli olan diğer bir tanımı

$$\chi = \frac{G_0 \zeta^2}{C_0} \quad (15)$$

eşitliği ile verilmektedir. Bu eşitlikteki gravite anomali yatay gradyenti varyansı G_0 , anomali ölçülerinden yararlarla dolaylı veya gradietreler ile dolaysız olarak ölçülerek belirlenebilmektedir.

Böylece kovaryans fonksiyonunun yerel karakteristiklerini temsil eden vazgeçilmez belirleyici üç parametre ; C_0 , χ , G_0 veya C_0 , ζ , χ olarak alınabilir. Söz konusu parametrelerin ölçülerden deneysel olarak belirlenebilmeleri uygulamadaki önemlerini daha da artırmaktadır. Bunun yanı sıra, diğer bazı araştırmalarda kovaryans fonksiyonunun ilk sıfır değerini aldığı nokta ψ_0 önemli ve vazgeçilmez yerel parametrelerden sayılmakta ve buna bağlı olarak kovaryans fonksiyonunun yerel karakteristikleri C_0 ve ψ_0 dan oluşan iki parametre ile temsil edilmektedir (Tscherning-Rapp,1974, Ning,1984).

Bu çalışmada, kovaryans fonksiyonunun yerel karakteristikleri C_0 , ζ ve ψ_0 'den oluşan üç parametre ile karakterize edilmektedir. (11) eşitliği ile verilen kovaryans fonksiyonu, A, B, R_B ve N 'den oluşan, 4 parametrelili bir fonksiyondur. Uygulamada B ve N veya yalnızca B sabit tutulup geri kalan iki yada üç parametrenin belirlenmesi ile ilgilenilir. Yapılan sayısal incelemeler

sonucunda B parametresinin küçük etkiye sahip olduğu belirlendiğinden bu çalışmada B sabit tutulmakta ve (11) eşitliği ile verilen kovaryans fonksiyonu üç parametrelili bir fonksiyon olarak ele alınmaktadır.

Böylece yerel karakteristik parametreler için üç ayrı parametre gurubu ve (11) eşitliği ile verilen kovaryans fonksiyonun parametreleri belirlendiğinden bu aşamada yapılacak işlem ;

$$C_o, \zeta, G_o \longleftrightarrow A, B, R_B, N \quad (16.a)$$

$$C_o, \psi_o \longleftrightarrow A, B, R_B, N \quad (16.b)$$

$$C_o, \zeta, \psi_o \longleftrightarrow A, B, R_B, N \quad (16.c)$$

eşitlikleri ile topluca gösterilen yerel karakteristik parametreler ile kovaryans fonksiyonu parametreleri arasındaki karşılıklı ilişkileri göstermektedir. (16.a) ile verilen parametreler arasındaki ilişkiler (Lachapelle - Schwarz, 1980) ve Hein (1984)'de, (16.b) deki parametrelerin karşılıklı ilişkileri Tscherning (1974, 1984) de incelenmektedir. Bu çalışmada ise (16.c) ile verilen parametre gurupları arasındaki ilişkiler sayısal olarak incelenecektir.

B katsayısı sabit tutularak ($B=24$) R_B ile N parametrelerindeki değişimlere karşılık A ve kovaryans fonksiyonundan hesaplanan C_o , ζ ve ψ_o parametrelerinde değişimlerin aranması biçiminde yürütülen sayısal incelemeler sonunda, parametrelerin karşılıklı ilişkileri ile ilgili elde edilen genel özellikler aşağıda verilmektedir :

* Varyans C_o ; N sabit tutulduğunda R_B 'deki artıma bağlı olarak artmakta ve R_B 'nin sabit değerleri için N artırıldığında azalmaktadır.

* Ölçek faktörü karakterindeki A katsayısı, N sabit tutulup R_B artırıldığında azalmakta ve R_B sabit tutulup N artırıldığında artmaktadır.

* Korelasyon uzunluğu ζ ; N sabit için R_B artırıldığında azalmakta ve R_B sabit için N arttıkça azalmaktadır.

* ψ_o ilk sıfır noktası ise genelde R_B 'den bağımsız ve yalnızca N'ye bağlı olup N arttıkça azalmaktadır.

* N ve R_B sabit tutulduğunda A (C_o) 'ın farklı değerlerine karşılık, ζ ve ψ_o değerlerinde gözardı edilebilecek kadar küçük değişim gözlenir.

* N için yaklaşık değer olarak $N \gg \frac{90^\circ}{\psi_o}$ alınabilir. (Tscherning-Rapp, 1974).

(16.c) eşitliğindeki parametrelerin karşılıklı ilişkileri ile ilgili yukarıda verilen genel özelliklerden yararlanarak, deneysel olarak belirlenen C_0 , ζ ve ψ_0 parametrelerine uygun kovaryans fonksiyonu parametrelerinin (A, B, R_B, N) belirlenmesinde, aşağıda verilen algoritma uygulanabilir.

ALGORİTMA A :

1. Deneysel C_0 , ζ ve ψ_0 parametreleri, ölçü noktalarındaki Δg ölçülerinden belirlenir.

2. Başlangıç değerleri olarak $A=425.28$, $B=24$, $R=6371$ km. $R_B=6360$ km. ve $N \geq \frac{90^\circ}{\psi_0}$ alınır.

3. (11) eşitliği ile ilk önce $C(0)=\hat{C}_0$ ve $\hat{C}_0=\hat{C}_0/2$ bulunur. Daha sonra ψ , 0° den başlayarak $1'$ lik artımlara karşılık $C(\psi_i)$ değerleri $C(\psi_i) < \hat{C}_0$ koşulu sağlanana kadar hesaplanır ve $|C(\psi_{i-1}), C(\psi_i)|$ aralığında $\hat{C}_0$ 'a karşılık gelen $\hat{\zeta}=\psi$ doğrusal interpolasyon ile bulunur.

4. $|\zeta - \hat{\zeta}| < 1'$ koşulunun sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Eğer sağlanmıyorsa ikinci adıma dönülür R_B ve N artırılarak koşul sağlanana kadar işleme devam edilir.

5. $C(\psi_k) \leq 0$ koşulu sağlanana kadar $C(\psi_k)$ değerleri $1'$ aralıklarla hesaplanır ve $|C(\psi_{k-1}), C(\psi_k)|$ aralığında doğrusal interpolasyonla $C(\psi) = 0$ 'a karşılık gelen $\hat{\psi}_0$ bulunur.

6. $|\psi_0 - \hat{\psi}_0| \leq 1'$ olup olmadığı kontrol edilir, eğer sağlanmıyorsa 2 nci adıma dönülür, 4 ve 6 ncı adımlarda verilen koşulların her ikisinde sağlanıncaya kadar R_B ve N artırılarak yinelemeye devam edilir.

7. Uygun R_B ve N parametreleri ile $\hat{C}_0$ hesaplanır

$$\frac{\hat{C}_0}{C_0} = f \quad (17.a)$$

ve

$$\hat{A} = f A \quad (17.b)$$

ile uygun $\hat{A}$ katsayısı bulunur.

8. $|C_0 - \hat{C}_0| \leq 1$ koşulunun sağlanıp sağlanmadığı sınanır. Sağlanmıyorsa 2 nci adıma dönülür. $A = \hat{A}$ alınıp R_B ve N artırılarak 4, 6 ve 8 ncı adımlarda verilen koşullar sağlanıncaya kadar yinelenir. Her üç koşul bir arada

sağlandığında algoritma sona erdirilir ve son yinelemeden bulunan A, R_B ve N değerleri yerel kovaryans fonksiyonunun parametreleri olarak alınır.

Algoritma A'nın 4, 6 ve 8 nci adımlarında söz konusu olan yinelemeler çok fazla bilgisayar zamanı ve sayısal işlem gerektirir. Algoritmanın bu noksanlığı, ilk yinelemede model kovaryans fonksiyonu parametreleri için daha gerçekçi başlangıç değerleri verilerek giderilebilir. Bu amaçla (11) eşitliğinde, $A = 425.28$, $B = 24$ ve $R = 6371$ km. değerleri sabit verilerek R_B ve N 'de değişimlere karşılık C_0 , ψ_0 ve ζ deki değişimler eş eğriler biçiminde temsil edilmiş olup Şekil-2'de gösterilmektedir. Kovaryans fonksiyonu belirleme çalışmalarında B ve R_B sabit tutulduğundan söz konusu grafikler yalnızca A'ya bağlı olmaktadır. Ancak deneysel yerel parametreler ile model kovaryans fonksiyonu parametreleri arasındaki ilişkilerle ilgili genel özelliklerde de belirtildiği gibi, Şekil-2'deki eş C_0 eğrileri doğrudan A'ya bağlı olmakla, eş ψ_0 ve eş ζ eğrileri A'daki değişimden etkilenmeyip aynı kalmaktadır. Eş C_0 eğrileri, farklı A katsayıları için birbirlerine göre konumlarını koruyarak doğrusal bir kayma gösterdiğinden herhangi bir $\hat{A} \neq 425.28$ değerine karşılık grafikler, yalnızca eş C_0 eğri değerleri bir ölçek faktörü ile çarpılarak, Şekil-2'den yararla kolayca oluşturulabilir. Bu özellik uygulama açısından çok büyük bir önem taşımaktadır.

Şekil-2'de verilen grafik kullanılarak, kovaryans fonksiyonu parametrelerini belirlemek amacıyla oluşturulacak optimum bir algoritma, aşağıda verilen işlem adımlarında gerçekleştirilebilir.

ALGORİTMA-B :

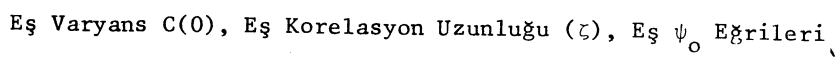
1. Yerel alandaki ölçülerden yararla kovaryans fonksiyonunun yerel karakteristik parametreleri C_0 , ψ_0 ve ζ belirlenir.

2. $N=90^\circ/\psi_0$ ile N için yaklaşık bir başlangıç değeri bulunur.

3. Bulunan bu yaklaşık değere eşit veya daha büyük N değerleri için Şekil-2'deki grafikten deneysel C_0 , ψ_0 ve ζ 'ye karşılık gelen eğrilerin ortak noktası (N, R_B) bulunur.

4. $A = 425.28$, $B = 24$ ve $R = 6371$ km. sabit değerleri ile üçüncü adımda bulunan N, R_B değerleri Algoritma A'da başlangıç değerleri alınıp ikiden yediye kadar işlem adımları gerçekleştirilerek C_0 ve uygun A katsayısı hesaplanır.

5. $|C_0 - \hat{C}_0| \leq 1$ koşulunun sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Eğer



29

sağlanmıyorsa Şekil-2'deki eş C_0 değerleri $f = \frac{\hat{A}}{A}$ ile çarpılarak $\hat{A}$ ya uygun yeni grafik hazırlanır.

6. Üçten beşe kadar işlem adımları yeni hazırlanan grafik ile yinelenerek uygun $\hat{A}$, R_B ve N parametreleri belirlenir.

Bu bölümde seçilen kovaryans fonksiyonu ve önerilen algoritmalar bölüm 4'de $1^\circ \times 1^\circ$ lik yerel bir alanda sayısal olarak uygulanmaktadır.

4. SAYISAL UYGULAMA

Bölüm 2'de kuramsal ilkeleri verilen en küçük karelerle kolokasyon (prediksiyon) yöntemi bu başlık altında $32^\circ 30' \leq \lambda \leq 33^\circ 30'$ boylamları ve $38^\circ \leq \phi \leq 39^\circ$ enlemleri arasında kalan $1^\circ \times 1^\circ$ büyüklüğündeki test bölgesinde gravite anomali prediksiyonu amacıyla kullanılmaktadır. Test bölgesi, İç Anadolu Bölgesinde, Tuz Gölü'nün hemen güney batısında uzanan az engebeli bir bölge olup 424 gravite ölçü noktasını ve Tuz Gölü'nün üzerinde ölçü bulunmayan bir parçasını kapsamaktadır. Ölçü noktalarında enlem, boylam (sağa değer, yukarı değer), yükseklik, serbest hava anomalisi, Bouguer anomalisi ve topoğrafik düzeltme bilinmektedir. Bu çalışmadaki sayısal uygulamalarda serbest hava anomalileri ölçü olarak kullanılmaktadır.

Test bölgesi olarak seçilen ve yukarıda genel özellikleri belirtilen $1^\circ \times 1^\circ$ lik alanda en küçük karelerle prediksiyon ile gravite anomali prediksiyonu, uygulamada birbirini izleyen iki adımda gerçekleştirilir.

- * Yerel kovaryans fonksiyonunun belirlenmesi
- * En küçük karelerle prediksiyonun uygulanması

Sözü edilen her iki adım aşağıda iki alt bölümde ayrı ayrı ele alınmakta ve test bölgesinde sayısal olarak incelenmektedir.

4.1. YEREL KOVARYANS FONKSİYONU

Bu çalışmada (11) eşitliği ile verilen kovaryans fonksiyonu kullanılmakta ve bu fonksiyonun parametrelerini belirlemek için 3 ncü bölümde verilen algoritma A izlenmektedir. İlk adımda yerel karakteristik parametreler C_0 , ζ , ψ_0 , test bölgesine giren serbest hava anomalilerinden yararlanarak belirlenmeli, ancak öncelikle ölçülerden sistematik etki niteliğindeki global etki alınmalıdır. Uygulamada ya dünya gravite modellerinden biri (GPM2, RAPP81, GEM10C, GRIM3, v.b.) kullanılarak, yada ölçülerin aritmetik ortalaması

ölçülerden çıkarılarak global etki ölçülerden alınmaktadır. Global etkinin alınması ile elde edilen ölçüler sırasıyla " Artık Ölçü " ve " Merkezlenmiş Ölçü " ismi ile anılır (Ayhan, 1985), (Moritz, 1980). (11) eşitliği ile verilen yerel kovaryans fonksiyonu, artık ölçülerden yararlarla belirlendiğinde, global kovaryans fonksiyonu ile bağıntısı kolaylıkla kurulabildiğinden en küçük karelerle kolokasyona çok uygundur. Ancak bu çalışmada, anomali prediksyonu amacıyla aritmetik ortalama $\bar{\Delta g}$,

$$\bar{\Delta g} = \frac{\sum_{i=1}^{424} \Delta g_i}{424} \quad (18)$$

ölçülerden global etkinin alınmasında kullanılmakta ve

$$\tilde{\Delta g}_i = \Delta g_i - \bar{\Delta g} \quad (19)$$

eşitliği ile tanımlanan merkezleştirilmiş ölçülerle işlem yapılmaktadır.

Merkezleştirilmiş ölçülerin deneysel varyansı,

$$C_o = \frac{\sum_{i=1}^{424} \tilde{\Delta g}_i^2}{424} \quad (20)$$

ile hemen hesaplanır. Deneysel korelasyon uzunluğu ζ ve ilk sıfır noktası ψ_o , ölçülerden direkt olarak hesaplanamayıp deneysel kovaryans fonksiyonunun belirlenmesini gerektirdiğinden, merkezlenmiş ölçüler kullanılarak { 0, 5, 10, 15, 20, } km uzaklıklar için deneysel kovaryanslar hesaplanmıştır. Hesaplanan deneysel kovaryanslardan, (13) eşitliğini ve $C(\psi) = 0$ koşulunu sağlayan korelasyon uzunluğu ζ ile ilk sıfır noktası ψ_o bulunur. Gravite anomali yatay gradyenti varyansı G_o ise, ölçü noktalarından en çok 5 km. uzaklıktaki gravite anomali ölçülerinden yararlanarak

$$G_o = \frac{q}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{\tilde{\Delta g}_i - \tilde{\Delta g}_j}{s_{ij}} \right)^2} \quad (21)$$

ile hesaplanır. Bu eşitlikte s_{ij} ; i ve j noktaları arasındaki uzaklığı, q ; nokta sayısını (424) ve n_i ; i inci ölçü noktasına 5 km'den daha kısa uzaklıkta nokta sayısını göstermektedir.

Test bölgesinde merkezlenmiş anomalilerden hesaplanan yerel kovaryans fonksiyonunun deneysel karakteristik parametreleri Tablo-1'de verilmektedir. Deneysel kovaryans fonksiyonunun grafiği ise Şekil-3'de gösterilmektedir.

Ölçü Sayısı	Δg (mgal)	C_o (mgal ²)	ζ (')	ψ_o (')	G_o (E ²)	X
424	50.38	250.76	5!6	17!6	$0.716 \cdot 10^{-5}$	3.096

Tablo-1 : Deneysel karakteristik parametreler.

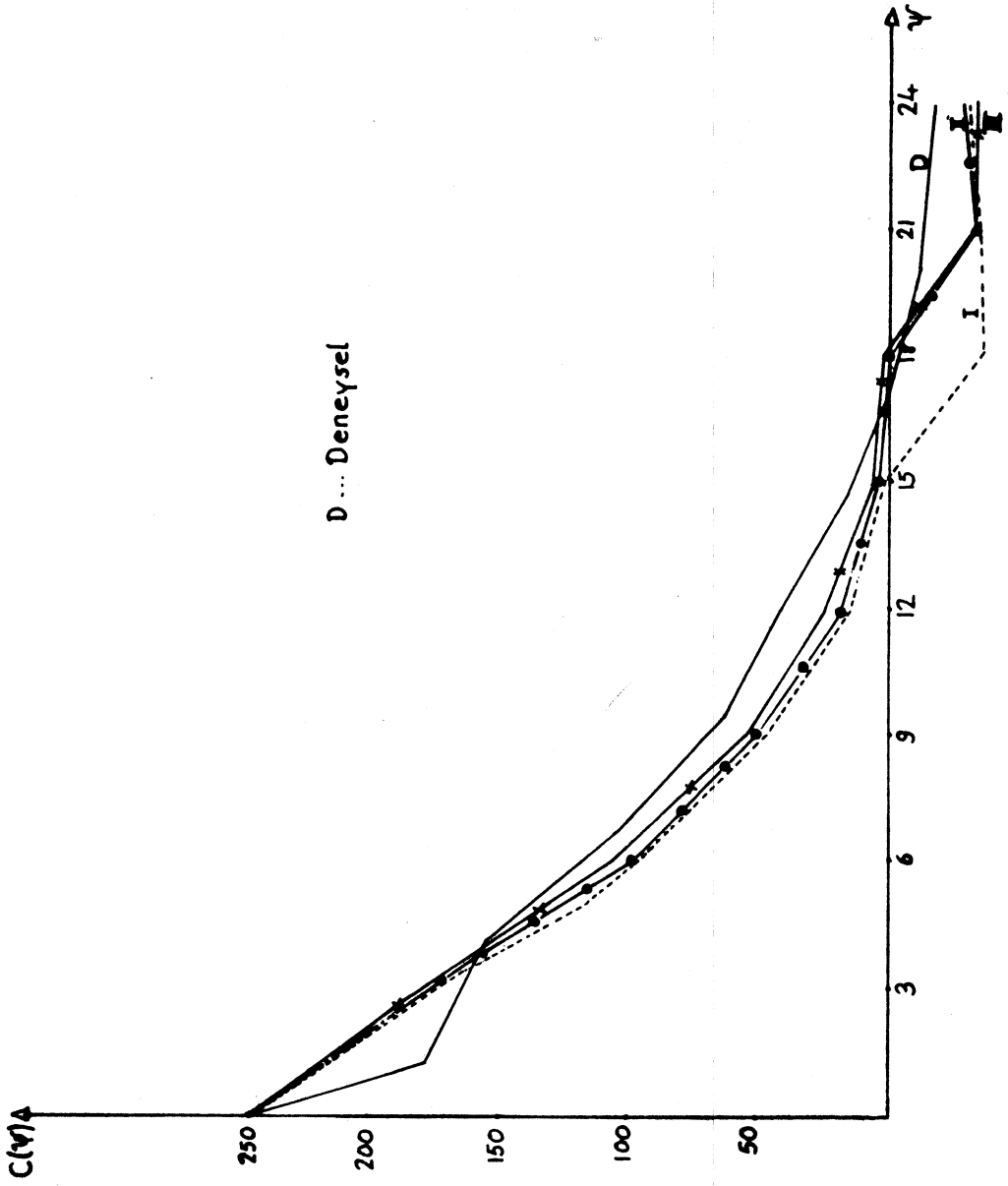
Algoritma A daki işlem adımları izlenerek, denemek ve test etmek üzere 3 ayrı A,B,R_B,N parametre gurubu belirlenmiştir. Parametreler sayısal olarak Tablo-2'le verilmekte ve bu parametre guruplarına karşılık gelen kovaryans fonksiyonu grafikleri Şekil-3'de gösterilmektedir.

Kovaryans Fonksiyonu	A	B	R _B (m)	N
I	284.21	24	6369000.	475
II	272.32	24	6369000.	450
III	260.63	24	6369000.	425

Tablo-2 : Kovaryans fonksiyonu parametreleri.

4.2. GRAVİTE ANOMALİ PREDİKSİYONU

Test bölgesinde, ölçü noktalarında bilinen gravite anomalilerinden hesap noktalarında bilinmeyen gravite anomalilerinin interpolasyonu, (3) eşitliği ile verilen en küçük karelerle prediksyon formülü ve interpolate edilen anomalilerin doğrulukları (6) eşitliği ile bulunabilir. Ancak test bölgesinde 424 ölçü noktasının yer alması ve ideal durumda tüm ölçülerin kullanılması, (3) ve (6) formüllerinde 424 x 424 boyutlu $C_{\ell\ell}$ ölçü kovaryans matrisinin inversinin alınmasını gerektirmekte ve sonuçta harcanan bilgisayar zamanı ile hesap yükü artmaktadır. Bu tür problemlerde ölçü sayısı genellikle büyük olduğundan, ölçü sayısı boyutunda kare bir matrisin inversi gerekmesi, en küçük karelerle prediksyonun en olumsuz yönünü oluşturur. Bu sorunun çözümü



Şekil-3 : KULLANILAN YEREL KOVARYANS FONKSİYONLARI

için sayısal uygulamalarda genellikle üç ayrı yol izlenir (Schwarz, 1979):

* Ölçüler uygun sayı ve dağılımlı noktalara sahip guruplara ayrılır ve ilk gurup ile hesaplama sonucu bulunan değerlere, sonraki adımlarda diğer gurup ölçülerin etkileri teker teker düzeltme olarak getirilir. Bu tür veri işlemeye adım adım kolokasyon (prediksiyon) ismi verilir (Moritz, 1980).

* Hesaplamaları etkilemeyecek dağılım ve sıklıkta seyrekleştirilen ölçülerde işlem yapılır.

* Hesap noktasının hemen yakınındaki ölçülerin prediksiyonda etkileri büyük olup uzaklaştıkça etkileri azalır. Bu özellikten yararla, prediksiyon, hesap noktasından belirli bir uzaklık içinde kalan ölçüler ile yürütülür.

Bu çalışmada, ölçü sayısının fazla olmasından kaynaklanan hesap yükünü azaltmak için yukarıda sözü edilen çözümlerden üçüncüsü benimsenmekte ve hesap noktası çevresinde $r = a.\zeta$ yarıçaplı daire içinde kalan ölçüler prediksiyonda kullanılmaktadır. Söz konusu yarıçap eşitliğinde geçen a bilinmeyen bir katsayı olup, test bölgesinde prediksiyon işlemine uygun değerinin bulunması gerekir. a bilinmeyen katsayısının uygun değerini bulabilmek için Tablo-2'de III ncü parametre gurubu ve (11) eşitliğinde verilen kovaryans fonksiyonu kullanılarak, farklı a değerleri için 5 ölçü noktasında prediksiyon yapılmıştır.

Tablo-3'de verilen bu sayısal değerlerden ölçü eksi hesap farkları ve hesap değerinin (6) eşitliği ile bulunan varyansları (σ_0^2) incelendiğinde ; $a \geq 1.4$ için farklarda ve varyanslarda belirgin farklılıkların görülmediği, ancak $a < 1.4$ için anlamlı farklılıkların ortaya çıktığı gözlenmektedir. Bu kısa inceleme sonunda $a = 1.4$ alınarak,

$$r = 1.4 \zeta \quad (22)$$

ile veri seçiminin uygun olacağı kanısına varılmaktadır.

Şekil-2'de grafikleri gösterilen ve sayısal değerleri Tablo-2'de verilen parametre guruplarına karşılık gelen yerel kovaryans fonksiyonlarından, hangisinin deneysel kovaryans fonksiyonuna en uygun olduğunu araştırmak için Tablo-3'deki hesap noktalarında, $a = 1.4 \zeta$ alınarak, I, II ve III kovaryans fonksiyonları ile ayrı ayrı prediksiyon yapılmıştır. Tablo-4'de sergilenen prediksiyon sonuçları incelendiğinde, interpolate edilen anomali değerlerinin farklı kovaryans fonksiyonları kullanılmasından etkilenmedikleri, ancak doğruluklarının etkilendiği görülmektedir. Bu nedenle en uygun yerel kovaryans

fonksiyonu seçiminde, en küçük varyans ölçüt alınarak, III ile verilen parametre gurubuna karşılık gelen yerel kovaryans fonksiyonunun en uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo-4'ün incelenmesiyle bulunan farklı yaklaşık kovaryans fonksiyonlarının, interpolate edilen anomalileri değiştirmeyip doğruluklarını değiştirmesi, aslında en küçük karelerle kestirimin temel bir özelliğidir. Bilindiği gibi tam doğru P ağırlık matrisi yerine yaklaşığı olan ağırlık matrisleri ile en küçük karelerle dengeleme yapıldığında, bilinmeyenlerin değeri değişmemekte ancak düzeltmeler ve doğruluk ölçütleri (m_o , Σ_{xx}) değişmektedir (Moritz, 1976), (Mikhail, 1976).

Test bölgesindeki ölçülerle en küçük karelerle prediksyonu test etmek amacıyla, III nolu parametre gurubuna karşılık gelen yerel kovaryans fonksiyonu ve hesap noktası çevresinde (22) eşitliği ile verilen r yarıçaplı daire içine giren anomalilerle, 72 ölçü noktasında anomali prediksyonu yapılmıştır. Prediksyonda, hesap noktası olarak seçilen ölçü noktasında bilinen anomali, o noktaya ait hesaplamalarda kullanılmayıp değeri hesapla bulunmaktadır. Söz konusu hesaplama sonuçları Tablo-5'de sergilenmektedir.

Tablo-5'in ikinci sütununda verilen, bir nokta hesabında kullanılan ölçü sayıları incelendiğinde, prediksyon işlemlerinde ortalama 30 ölçünün kullanıldığı, böylelikle, (22) eşitliği ile verilen r yarıçaplı dairenin ölçü seçiminde kullanılmasıyla bilgisayar kullanım zamanından ve yüklü sayısal işlemlerden büyük bir kazanç sağlandığı görülmektedir.

Uygulanan yöntemin güvenilirliğini göstermek üzere, Tablo-5'de verilen ölçü eksi hesap farklarından (ϵ_i) yararlanarak,

$$\hat{\sigma} = \bar{+} \left(\frac{\sum_{i=1}^{72} \epsilon_i^2}{72} \right)^{1/2} \quad (23)$$

eşitliği ile hesaplanan ve mutlak doğruluk olarak düşünülebilen değer ölçüt alınabilir. Tablo-5'de verilen ϵ_i değerinden (23) eşitliği ile

$$\hat{\sigma} = \bar{+} 2.51 \text{ mgal}$$

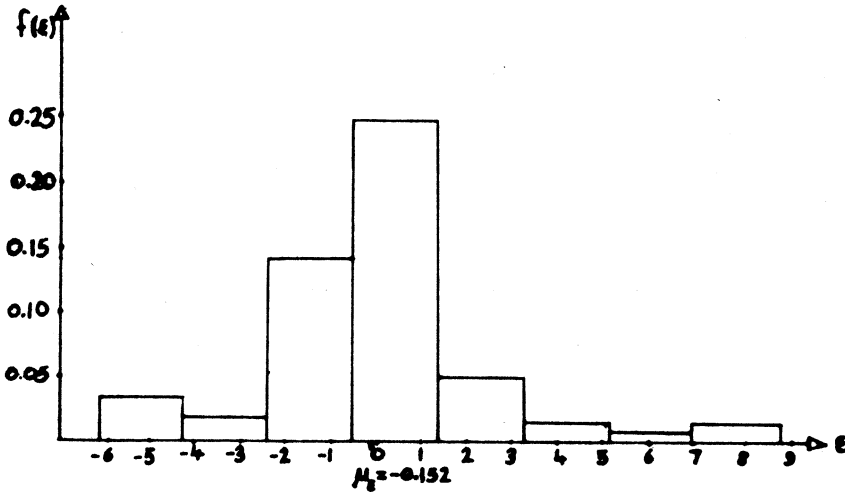
bulunmaktadır.

En küçük karelerle prediksyonda her hesap noktasında hesaplanan $\hat{\sigma}^2$ hata

varyansının güvenilirliği, $\hat{\sigma}^2$ ile karşılaştırılarak gösterilebilir. Ancak hata varyansları, hesap noktasının konumu ile ölçülerin doğruluğu, sıklığı, dağılımı ve sayısına bağlı olduğundan, teker teker $\hat{\sigma}^2$ ile karşılaştırılmaları yerine, hesap noktalarındaki hata varyanslarının aritmetik ortalaması,

$$\bar{\sigma} = \bar{\epsilon} \left(\frac{\sum_{i=1}^{72} \sigma_i^2}{72} \right)^{1/2} = \bar{\epsilon} 4.34 \text{ mgal}$$

ile karşılaştırılmaları daha uygundur. Test bölgesi verileriyle bulunan $\bar{\sigma}$ ve $\hat{\sigma}$ 'nin birbirine yakın sayısal değerlere sahip olması uygulanan prediksyon yönteminin tutarlı ve uyumlu olduğunun bir göstergesi sayılabilir. Tablo-5'deki farkların, Şekil-4'de verilen histogramdan görülebileceği gibi normal dağılımlı olmaları, uygulanan prediksyon yönteminin fonksiyonel ve stokastik modellerinin uyumlu seçildiğinin bir göstergesi olduğu düşünülmektedir.



Şekil-4

Ayrıca Tuz Gölü'nün, ölçü bulunmayan ve test bölgesine giren parçasında seçilen 16 noktada, serbest hava anomali prediksyonu yapılmış olup, hesaplama sonuçları Tablo-6'da verilmektedir. Bu bölgedeki çalışmada; hesaplamada kullanılan ölçülerin seçimi amacıyla değişik a katsayıları denenmiş ve sonuçta a = 2.0 alınarak işlemler yürütülmüştür.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, en küçük karelerle prediksyon (kolokasyon) yöntemi kuramsal ilkeleri ile öz olarak verilip, yerel bir alanda kovaryans fonksiyonu belirleme konusu ele alınarak, birbiri ile iç içe iki yerel kovaryans belirleme algoritması gösterilmiştir. Anılan yöntem ve algoritmalarından ilki (A), az engebeli ve 424 nokta gravite ölçüsü içeren bir bölgede ve seçilen 72 ölçü noktasında test edilmiştir. Üç ayrı yerel kovaryans fonksiyonu ile yürütülen incelemeler sonucunda ; farklı kovaryans fonksiyonlarının prediksyonu yapılan anomalileri değiştirmedığı, ancak doğruluklarını değiştirdiği gözlenerek, minimum varyans ölçütünü sağlayan yerel kovaryans fonksiyonu en uyumlu fonksiyon olarak seçilmiştir. Ayrıca, ölçü noktaları ile çakışık seçilen hesap noktalarında ölçülen ve hesaplanan anomaliler arasındaki farkların sıfır çevresinde yığılım göstermesi, söz konusu yöntemin anomali prediksyonu probleminde başarılı bir şekilde uygulanabileceğini göstermektedir.

Kovaryans fonksiyonu için verilen (11) eşitliğinde kullanılan serilerde, ulaşılmak istenilen doğruluğa bağlı olarak genellikle açılımın üst sınırı büyük olduğundan, herhangi bir ψ 'ye karşılık kovaryansların hesaplanması, prediksyon probleminin en çok zaman alan bölümünü oluşturmaktadır. Bu zamanı kısaltmak için, söz konusu kovaryans fonksiyonuna karşılık Tscherning & Rapp (1974)'de verilen kapalı analitik formülün veya hazır alt programın (COVAX) kullanılması uygun olacaktır. Böylece bilgisayar zamanını optimum kullanan bir program hazırlamanın mümkün olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada kovaryans fonksiyonunun yerel yapısı C_0 , ψ_0 ve ζ parametreleri ile tanımlanmaktadır. Söz konusu üç yerel parametre ile belirlenen yerel kovaryans fonksiyonunun olumlu ve olumsuz yönlerini açığa çıkarmak için, C_0 , G_0 , ζ ve ayrıca C_0 , G_0 , ψ_0 ve ζ parametre gurupları ile ayrı ayrı kovaryans fonksiyonları belirlenip bir test bölgesinde karşılaştırılmalıdır.

Bölüm-3'de önerilen algoritmalar (A,B), dünya gravite modelleri kullanılarak global etkinin alınmasıyla elde edilen artık ölçülere ait yerel kovaryans fonksiyonunun belirlenmesinde de kullanılabilir. Tscherning (1974)'de verilen adım adım kolokasyonda, veri olarak artık ölçüler kullanılarak mutlak jeoidin ve diğer ölçülebilir bozucu potansiyel fonksiyonların belirlenmesi mümkün olduğundan, artık ölçülerin önemi günümüzde hızla artmaktadır.

Merkezlenmiş anomalilere uygun parametreleri bulunan yerel kovaryans

fonksiyonu, merkezleendirilmiş anomaliler ve en küçük karelerle kolokasyon yöntemi birlikte kullanılarak, göreceli gravimetrik jeoid belirlenebilir. Böyle bir çalışma için gerekli kovaryans fonksiyonları $Cov(N,N)$ ve $Cov(N,\Delta g)$, kovaryans yasası ile $Cov(\Delta g,\Delta g)$ yerel kovaryans fonksiyonundan kolayca türetilebilir (Tscherning & Rapp, 1974). Ancak zaman yetersizliği nedeniyle böyle bir çalışma ele alınamayıp bu çalışmanın devamından gerçekleştirilmesi düşünülmektedir.

Türkiye'de gravite ölçüleri jeodezik amaçlarla Harita Genel Komutanlığına ve jeofizik amaçlarla M.T.A. Enstitüsü ile yerli ve yabancı petrol arama şirketlerince yapılmakta, her kurum gravite ölçü ve hesaplarını kendi arşivlerinde toplamaktadır. Bugüne kadar hemen hepsi İç Anadolu Bölgesinde olmak üzere, 50 adet 1/100.000 ölçekli paftanın kapladığı alanda yaklaşık 5.000 adet nokta gravite ölçüsü Harita Genel Komutanlığınca yapılmış olup, ülkenin diğer bölgelerindeki gravite ölçülerinin büyük bölümü M.T.A. Enstitüsü ve petrol şirketlerince tamamlandığı bilinmektedir. Ülke boyunda jeodezik ve jeofizik çalışmaları hızlı ve ekonomik olarak gerçekleştirebilmek için, değişik kurumlarca yapılan gravite ölçülerinin tek bir hesap merkezinde toplanması gerekmekte ve bugünkü koşullarda söz konusu merkezin Harita Genel Komutanlığında oluşturulması uygun görülmektedir. Bu konudaki çalışmaya, kısa zamanda organize olunarak başlanması ve sonuçlandırılması, Türkiye'de yürütülen jeofizik ve özellikle jeodezik çalışmaların geleceği açısından önem kazanmaktadır.

Nokta No.	a	Nokta Sayısı	Δg Ölçü (mgal)	Δg Hesap (mgal)	Fark (mgal)	$\sqrt{C_{EE}}$ (mgal)
65	1.0	18	56.264	57.016	-0.752	3.549
	1.3	32		56.749	-0.485	3.534
	1.4	36		56.816	-0.552	3.533
	1.5	40		56.825	-0.561	3.533
	1.6	49		56.822	-0.558	3.532
	2.0	--				
66	1.0	18	55.419	48.433	6.986	3.334
	1.3	29		48.443	6.976	3.318
	1.4	36		48.202	7.217	3.314
	1.5	43		48.189	7.230	3.314
	1.6	48		48.176	7.243	3.314
	2.0	75		48.252	7.167	3.314
78	1.0	18	37.140	37.529	-0.389	3.630
	1.3	25		37.309	-0.169	3.418
	1.4	35		37.325	-0.185	3.415
	1.5	40		37.344	-0.204	3.414
	1.6	43		37.317	-0.177	3.414
	2.0	--				
83	1.0	16	39.021	38.866	0.155	2.699
	1.3	26		38.894	0.126	2.695
	1.4	31		38.901	0.120	2.691
	1.5	40		38.890	0.131	2.691
	1.6	45		38.903	0.118	2.690
	2.0	--				
345	1.0	16	67.967	58.812	9.135	3.381
	1.3	24		59.001	8.946	3.370
	1.4	32		59.138	8.809	3.366
	1.5	36		59.140	8.807	3.365
	1.6	43		59.121	8.826	3.364
	2.0	69		58.773	9.174	3.364

Tablo-3 : III Nolu Kovaryans Fonksiyonu ve Farklı a,ç Sınır Değerleri ile Çözüm.

Nokta No.	Kov. Fonk. Türü	Nokta Sayısı	Δg Ölçü (mgal)	Δg Hesap (mgal)	Fark (mgal)	$\sqrt{C_{\epsilon\epsilon}}$ (mgal)
65	I	36	56.264	56.825	-0.551	3.689
	II			56.825	-0.551	3.611
	III			56.826	-0.552	3.533
66	I	36	55.419	48.199	7.220	3.462
	II			48.201	7.218	3.388
	III			48.202	7.217	3.314
78	I	35	37.140	37.325	-0.185	3.566
	II			37.325	-0.185	3.491
	III			37.325	-0.185	3.415
83	I	31	39.021	38.903	0.118	2.810
	II			38.902	0.119	2.751
	III			38.901	0.120	2.691
345	I	32	67.967	59.137	8.810	3.515
	II			59.138	8.809	3.441
	III			59.138	8.809	3.366

Tablo-4 : I, II ve III No.lu Kovaryans Fonksiyonu ve 1.4 ζ Sınır Değeri İle Prediksyon.

Nokta No.	Nokta Sayısı 2.0. ζ	Δg Ölçü (mgal)	Δg Hesap (mgal)	$\sqrt{C_{\epsilon\epsilon}}$ (mgal)
500	34	-	41.950	10.681
506	33	-	31.538	8.713
508	28	-	31.003	9.478
511	23	-	30.262	9.619
505	29	-	38.434	10.605
507	20	-	39.638	12.563
501	35	-	40.091	8.605
503	31	-	44.988	10.833
509	17	-	40.271	11.389
513	20	-	30.504	10.681
515	40	-	31.574	2.652
502	27	-	42.673	7.364
504	20	-	47.592	10.307
510	12	-	44.704	11.505
512	13	-	41.511	11.766
514	12	-	37.406	12.114

Tablo-6 : Tuz Gölü Üzerinde Gravite Prediksyonu.

Nokta No.	1.4 Sınırında Nokta Adedi	Δg Ölçü (mgal)	Δg Hesap (mgal)	Fark (mgal)	$\hat{\sigma}$ (mgal)	$\hat{\sigma}^2$
51	36	29.870	30.927	-1.057	$\bar{+}$ 5.3176	28.28
61	38	44.485	46.383	-1.898	4.0398	16.32
62	34	49.221	48.616	0.605	3.6834	13.54
63	36	50.618	51.312	-0.694	4.6783	21.90
64	34	56.165	56.368	-0.203	2.7210	7.40
65	36	56.264	56.816	-0.552	3.5330	12.46
66	36	55.419	48.202	7.217	3.3144	10.96
67	35	60.333	57.979	2.354	3.6511	13.32
68	36	50.539	56.707	-6.168	3.2687	10.69
69	38	59.270	63.875	-4.605	4.5533	20.70
70	36	56.090	55.209	0.881	4.3306	18.75
71	37	53.067	47.825	5.242	3.5583	12.67
72	37	41.994	46.267	-4.273	2.8868	8.35
73	36	40.971	40.312	0.6587	2.7501	7.56
74	34	33.487	33.134	0.353	4.1200	16.97
75	31	31.626	32.734	-1.108	3.7089	13.76
76	35	37.320	38.101	-0.781	3.7065	13.76
77	34	47.992	47.009	0.983	3.3164	11.02
78	35	37.140	37.325	-0.1848	3.4152	11.66
79	37	47.897	47.798	0.099	4.6456	21.62
80	37	41.902	40.382	1.520	4.3208	18.66
81	37	50.156	52.535	-2.379	5.8169	33.87
82	37	38.499	39.738	-1.239	5.8379	34.11
83	31	39.021	38.901	0.120	2.6911	7.24
84	36	57.344	61.630	-4.286	3.6091	13.03
85	31	47.382	48.110	-0.728	5.5022	30.25
86	34	54.628	51.888	2.740	3.8575	14.90
219	25	27.054	28.542	-1.488	4.1872	17.56
220	21	28.429	28.166	0.263	5.4839	30.03
221	12	43.528	44.014	-0.486	7.5113	56.40
242	29	30.221	29.844	0.376	3.3946	11.49
243	27	29.888	31.172	-1.2842	3.9378	15.52
244	27	35.878	33.313	2.565	4.5646	20.79
245	23	32.594	32.256	0.338	3.6496	13.32
246	22	30.220	30.555	-0.335	4.3362	18.84
247	33	37.296	38.932	-1.636	5.8247	33.87
248	25	32.279	32.776	-0.497	3.9804	15.84
249	27	37.543	36.514	1.029	4.7763	22.85
250	20	30.271	31.366	-1.095	5.7097	32.60
251	20	32.281	32.702	-0.421	5.5511	30.80
252	17	28.503	28.913	-0.410	5.4788	30.03
253	16	26.253	25.551	0.702	4.6450	21.62
254	18	31.931	32.801	-0.870	3.6612	13.40
255	24	36.697	35.142	1.555	4.8727	23.72
256	20	32.245	31.775	0.450	3.0022	9.00
257	19	27.013	27.938	-0.925	4.5765	20.98
258	23	36.572	36.042	0.530	5.2948	28.03
259	33	37.311	37.526	-0.215	2.1888	4.80
260	34	37.590	37.539	0.051	3.1795	10.11

Tablo-5

Nokta No.	1.4 ζ Sınırında Nokta Adedi	Δg Ölçü (mgal)	Δg Hesap (mgal)	Fark (mgal)	$\hat{\sigma}$ (mgal)	$\hat{\sigma}^2$
261	28	37.308	36.544	0.764	5.3974	29.16
262	31	40.075	39.792	0.282	2.7740	7.67
263	30	39.780	42.898	-3.118	7.5808	57.46
264	29	44.510	42.766	1.744	3.5574	12.67
265	32	42.544	43.558	-1.014	3.0011	9.00
266	30	45.494	46.078	-0.584	3.1512	9.92
317	30	41.956	42.036	-0.050	3.4126	11.63
329	34	52.945	54.089	-1.144	3.2735	10.69
330	34	52.723	54.252	-1.529	4.0296	16.24
331	34	57.136	52.182	4.954	3.4879	12.18
332	35	47.838	47.030	0.808	5.4627	29.81
333	35	49.208	51.114	-1.906	4.4398	19.71
334	33	43.697	41.953	1.744	3.9505	15.60
335	34	36.870	41.870	-5.000	4.9141	24.11
336	32	39.207	39.680	-0.474	3.8702	14.98
337	34	55.270	55.105	0.165	2.8367	8.07
338	34	54.017	59.337	-5.320	4.3748	19.10
339	34	56.222	56.702	-0.480	4.0582	16.48
340	37	62.070	58.210	3.860	5.6043	31.36
342	35	59.985	59.905	0.080	5.2440	27.46
343	32	47.566	52.622	-5.056	4.2120	17.72
344	31	66.839	66.091	0.748	4.4153	19.54
345	32	67.947	59.138	8.809	3.3659	11.36

Tablo-5 (Devam)

K A Y N A K L A R

- /1/ Ayhan, E. : Küresel Harmonik Serilerin Jeodezik Uygulamaları.
Harita Dergisi Sayı : 94 (1985)
- /2/ Benciolini, B. : Geoid Computations in the Italian Area. Bolletino di
Mussio, L. Geodesia e Scienze Affini, N. 3. (1984)
Sanso, F.
Gasperini, P.
Zerbini, S.
- /3/ Goad, C. C. : Gravity Empirical Covariance Values for the Continen-
Tscherning, C.C. tal United States. Journal of Geophysical Research,
Chin, M.M. Vol. 89, No. B9, pp 7962 - 7968. (1984)
- /4/ Hein, G. W. : The Local Gravity Field in The Concept of Integrated
Geodesy. Beijing International Summer School, Beijing.
(1984)
- /5/ Heiskanen, W. : Physical Geodesy. Freeman. (1967)
Moritz, H.
- /6/ Krarup, T. : Contribution to The Mathematical Foundation of physical
Geodesy. Geodaetisk Institut, Kopenhavn. (1969)
- /7/ Krarup, T. : Some remarks about Collocation. (In : Approximation
Methods in Geodesy, Eds. Helmut Moritz, Hans Sünkel).
(1978)
- /8/ Lachapelle, G. : Determination of The Geoid Using Heterogeneous Data.
Mitteilungen der geodatischen Ins. der Tech. Univ.
Graz, Graz. (1975)
- /9/ Lachapelle, G. : Empirical Investigations on the Anisotropy of the Free
Mainville, A. Air Gravity Anomaly Covariance Functions. Bollettino
Schwarz, K.P. di Geodesia e Science Affini, N.1. (1983)
- /10/ Mikhail, E. : Observations and Least Squares. IEP. (1976)
- /11/ Moritz, H. : Studies on the Accuracy of The Computation of Gravity
in High Elevations. Pub. of Isostatic Ins. of the IAG,
No. 38, Helsinki. (1962)
- /12/ Moritz, H. : Interpolation and Prediction of Point Gravity Anoma-
lies. Isostatic Ins. of the IAG, No. 40, Helsinki.
(1963)
- /13/ Moritz, H. : Advanced Least Squares Methods. OSU. Rept. No: 1,
Columbus. (1972)
- /14/ Moritz, H. : Covariance Functions in Least - Squares Collocation.
OSU. Rept. No.3, Columbus. (1976)

- /15/ Moritz, H. : On the Computation of a Global Covariance Function.
OSU. Rept. No.10, Columbus. (1977)
- /16/ Moritz, H. : Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichmann Verlag,
Karlsruhe, (1980)
- /17/ Ning, J. S. : The Determination of Relative Geoidal Height by
Least - Squares Collocation. Beijing International
Summer School, Beijing. (1984)
- /18/ Schwarz, K. P. : Local Characteristics of the Gravity Anomaly
Lachapelle, G. Covariance Function. Bull. Geod. 54, pp. 21 - 36.
(1980)
- /19/ Schwarz, K. P. : On the Application of Least - Squares Models to
Physical Geodesy. (In : Approximation Methods in
Geodesy. Eds. Helmut Moritz, Hans Sünkel). (1978)
- /20/ Sünkel, H. : A General Surface Representation Module Designed
for Geodesy. OSU. Rept. No. 292, Columbus. (1980)
- /21/ Tscherning, C. C. : Application of Collocation. Determination of a
Local Approximation to the Anomalous Potential of
the Earth Using " Exact " Astro - Gravimetric
Collocation. International Summer School, Ramsau.
(1973)
- /22/ Tscherning, C. C. : Closed Covariance Expressions for Gravity Anoma-
lies, Geoid Undulations, and Deflection of the
Vertical Implied by Anomaly Degree Variance Models.
OSU. Rept. No. 14, Columbus. (1974)
- /23/ Tscherning, C. C. : A Fortran Program for the Determination of the
Anomalous Potential Using Stepwise Least Squares
Collocation. OSU. Rept. No. 212, Columbus. (1974 a)
- /24/ Tscherning, C. C. : Determination of a (quasi) geoid for the Nordic
Countries from heterogeneous data using collocation.
Symposium " Figure of the Earth, Moon and other
planets " , Prag. (1982)
- /25/ Tscherning, C. C. : Local Approximation of the Gravity Potential by
Least - Squares Collocation. Beijing International
Summer School, Beijing. (1984)
- /26/ Tscherning, C. C. : Current Problems in Gravity Field Approximation.
I. Hotine - Marussi Symposium, Rome. (1985)