GPS ÖLÇÜLERİNİN YERSEL ÖLÇÜLERLE BİRLİKTE DENGELENMESİNDE ÜÇ BOYUTLU GEOMETRİK MODELLER

Hüseyin DEMİREL
Uğur DOĞAN

ÖZET

Üç boyutlu koordinat bileşenlerinin yüksek doğrulukla hızlı ölçülmesini sağlayan, noktalar arasında görüş zorunluluğunu ortadan kaldıran ve hava koşullarından etkilenmeyen global konumlama sisteminin (Global Positioning System = GPS) kullanımı ülkemizde de giderek yaygınlaşmaktadır.

Bu çalışmada, noktaların WGS-84 (World Geodetic System 84)' de belirlenen mutlak (X, Y, Z) ve bağıl (ΔX, ΔY, ΔZ) koordinatlarından oluşan GPS verileri (ölçüler) ile yersel ölçülerin (yatay doğrutular, düşey açılar, eğik uzunluklar ve yükseklik farkları) global jeodezik dik, elipsoidal eğri ve yerel jeodezik dik koordinat sistemlerinde birlikte değerlendirilmesine ilişkin dengeleme modelleri açıklanmaktadır.

ABSTRACT

The use of Global Positioning System that provides three-dimensional components of coordinate very accurately fast surveying without having necessary visibility condition between points and being not effected in any weather condition is gradually expanding in our country.

In this paper, in global geodetic, ellipsoidal curvilinear and local geodetic coordinate system, adjustment models of evaluation of GPS data together with the terrestrial data (horizontal direction, vertical angle, slant distance and height differences) which have determined from absolute(X,Y,Z) and relative (ΔX, ΔY, ΔZ) coordinates of points in WGS-84(World Geodetic System-84) are explained.

1. GİRİŞ

Noktaların üç boyutlu koordinatları ve koordinat farkları, doğrudan gözlenen kod ya da faz ölçülerinin fonksiyonlarıdır ve GPS uydularının yörünge bilgileriyle tanımlanan WGS-84 sisteminde belirlenirler.Konum belirlemede hem GPS hem de yersel ölçme yöntemleri kullanılmışsa tüm ölçülerin birlikte değerlendirilmesi gerekir. Bunun için aşağıdaki çözüm olanakları verilebilir:

- Bilinen dönüşüm parametreleri yardımıyla GPS koordinatları, koordinat farkları ve bunların kovaryans matrisleri WGS-84'den ülke koordinat sistemine (global jeodezik dik koordinat sistemi) dönüştürülür ve ardından dönüştürülmüş GPS verileri yersel ölçülerle birlikte dengelenir.

- WGS-84'de verilen GPS koordinatları, koordinat farkları ve yersel ölçüler ülke koordinat sisteminde birlikte dengelenir. Bu dengeleme sonucunda noktaların üç boyutlu koordinatları yanında GPS verileri için dönüşüm parametreleri de belirlenir.

- GPS ile belirlenen nokta koordinatları kendi içinde WGS-84'de dengelenir ve sonra bilinen parametreler yardımıyla ülke koordinat sistemine dönüştürülmüş dengeli koordinatlar, bunların kovaryans matrisi de göz önüne alınarak yersel ölçülerle birlikte dengelenir /9/.

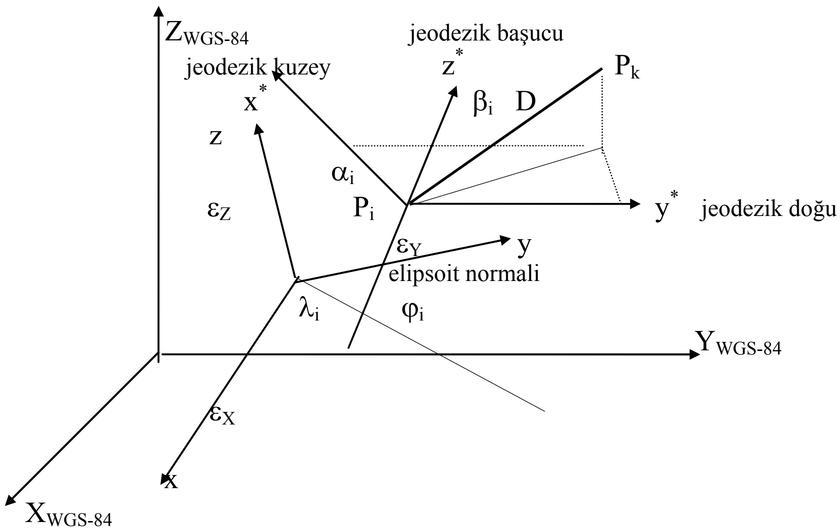
2. GLOBAL JEODEZİK DİK KOORDİNAT SİSTEMİNDE FONKSİYONEL MODELLER

a. Yersel Ölçüler için Fonksiyonel Model

Global jeodezik (x, y, z) ve yerel jeodezik (x*,y*,z*) koordinat sistemleri (Şekil-1) arasında

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} -\sin\varphi\,\cos\lambda & -\sin\varphi\,\sin\lambda & \cos\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\varphi\,\cos\lambda & \cos\varphi\,\sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}_{ik} \tag{2.1}$$

dönüşüm eşitliği geçerlidir /2/.



Şekil - 1 : Global jeodezik koordinat sistemleri; $(X,Y,Z)_{WGS-84}$ ve (x,y,z) ile yerel jeodezik koordinat sistemi (x^*,y^*,z^*) ve P_k noktasının jeodezik kutupsal koordinatları α,β,D

Global jeodezik sistemde (ülke sistemi) P_i ve P_k noktaları arasındaki koordinat farkları $\Delta x = x_k - x_i$, $\Delta y = y_k - y_i$, $\Delta z = z_k - z_i$ olmak üzere P_i noktasında ölçülen ve elipsoit normaline indirgenmiş azimut α , indirgenmiş düşey açı β ve eğik uzunluk D için (2.1) eşitliği göz önüne alınarak Şekil-1'den

$$\alpha = \arctan\frac{y^*}{x^*} = \arctan\frac{-\Delta x\,\sin\lambda + \Delta y\,\cos\lambda}{-\Delta x\,\sin\varphi\,\cos\lambda - \Delta y\,\sin\varphi\,\sin\lambda + \Delta z\,\cos\varphi} \tag{2.2}$$

$$\beta = \arccos\frac{z^*}{D} = \arccos\frac{\Delta x\,\cos\varphi\,\cos\lambda + \Delta y\cos\varphi\,\sin\lambda + \Delta z\sin\varphi}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \tag{2.3}$$

$$D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \tag{2.4}$$

yazılabilir. Bu eşitliklerde geçen φ, λ P_i noktasının jeodezik enlem ve boylamıdır.

Yatay doğrultu ölçüsü r için, ölçü yapılan noktadaki yöneltme açısı "o" olmak üzere α = r + o ve düşey açı ölçüsü $\beta^/$ için, kırılma etkisi D k / 2 r_m (k = kırılma katsayısı, r_m = ortalama yeryuvarı yarıçapı) nedeniyle $\beta = \beta^{/} + D\ k\ /\ 2\ r_m$ eşitliği geçerlidir. Bir noktada gözlenen tüm yatay doğrultular için çekül sapması etkileri nedeniyle elipsoit normaline indirgeme değerleri yaklaşık eşittir.

Bir noktadaki tüm yatay doğrultular için eşit indirgeme büyüklüğü o noktaya ilişkin yöneltme açısı (bilinmeyeni) içinde düşünülerek ölçüler değiştirilmeyebilir /2/. Düşey açı ölçülerini elipsoit normaline indirgemek için kırılma etkisi yanında noktalardaki çekül sapması etkilerini de hesaba katmak gerekir. Bu etkiler küçüktür, genellikle gözardı edilebilir.

Ölçüler; azimut (= yatay doğrultu ölçüsü + yöneltme bilinmeyeni), düşey açı (=düşey açı ölçüsü + kırılma etkisi) ve eğik uzunluk için (2.2), (2.3), (2.4) eşitlikleri P_i ve P_k noktaları arasındaki elipsoidal yükseklik farkı Δh için (2.6) eşitlikleri göz önüne alınırsa dengelemenin fonksiyonel modeli genel olarak

$$\bar{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \qquad (2.5)$$

biçimindedir. Doğrusal olmayan bu modelde P_i ve P_k noktalarının global jeodezik sistemdeki koordinatları, ayrıca yöneltme açıları ve kırılma katsayıları bilinmeyenlerdir. Bölgesel bir tek "k" yerine fazla ölçü sayısı yeterli ise her nokta için "k_i" ya da çok sayıda bölge için k_I, k_{II},..bilinmeyenleri öngörülebilir /15/. Buna göre (2.5) eşitliği açık yazılırsa

$$r + v_r = f_\alpha\ (x_i, y_i, z_i, x_k, y_k, z_k) - o \qquad (2.6a)$$
$$\beta^{/} + v_{\beta}^{/} = f_\beta\ (x_i, y_i, z_i, x_k, y_k, z_k) - D\ k\ /\ 2\ r_m \qquad (2.6b)$$
$$D + v_D = f_D\ (x_i, y_i, z_i, x_k, y_k, z_k) \qquad (2.6c)$$
$$\Delta h + v_{\Delta h} = f_{\Delta h}\ (x_i, y_i, z_i, x_k, y_k, z_k) \qquad (2.6d)$$

olur.

Bu eşitliklerde $x_i = x_{i0} + \delta x_i$, $y_i = y_{i0} + \delta y_i$, $z_i = z_{i0} + \delta z_i$, $h_i = h_{i0} + \delta h_i$, $o = o_0 + \delta o$ ve $k_0 = 0.13$ olmak üzere $k = k_0 + \delta k$ yazılır ve Taylor dizisi uygulanırsa

$$v_r = \delta\alpha - \delta o - l_r \qquad -l_r = \alpha_0 - (r + o_o) \qquad (2.7a)$$
$$v_{\beta}^{/} = \delta\beta - D\ \delta k - l_\beta \qquad -l_\beta = \beta_0 - (\beta^{/} + D\ k_0\ /\ 2\ r_m) \qquad (2.7b)$$
$$v_D = \delta D - l_D \qquad -l_D = D_0 - D \qquad (2.7c)$$
$$v_{\Delta h} = \delta\Delta h - l_{\Delta h} \qquad -l_{\Delta h} = \Delta h_0 - \Delta h \qquad (2.7d)$$

modeli elde edilir. α_0, β_0 ve D_0 yaklaşık değerleri (2.2), (2.3) ve (2.4)' den yaklaşık koordinat farkları ile hesaplanır. Δh_0 yaklaşık elipsoit yüksekliklerinin farkına eşittir ve (2.6)'dan hesaplanır: $\Delta h_0 = h_{k0} - h_{i0}$.
(2.2), (2.3), (2.4) ve (2.6) fonksiyonlarının koordinat bilinmeyenlerine göre parsiyel türevleri a ile gösterilirse $\delta\alpha$, $\delta\beta$, δD, $\delta\Delta h$ diferansiyelleri

$$\begin{bmatrix} \delta\alpha \\ \delta\beta \\ \delta D \\ \delta\Delta h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \\ \delta z_i \\ \delta x_k \\ \delta y_k \\ \delta z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{A}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x}_i \\ \delta \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \qquad (2.8)$$

olur. Fonksiyonlara ilişkin parsiyel türevler Tablo-1'de verilmiştir /2,6,15/.

Tablo - 1 : Global jeodezik dik koordinat sistemde parsiyel türevler

$$a_{11} = (-\sin\varphi_i \ \cos\lambda_i \ \sin\alpha_i + \sin\lambda_i \ \cos\alpha_i) / D \sin\beta_i = -a_{14} \qquad a_{31} = -\frac{\Delta x}{D} = -a_{34}$$

$$a_{12} = (-\sin\varphi_i \ \sin\lambda_i \ \sin\alpha_i - \cos\lambda_i \ \cos\alpha_i) / D \sin\beta_i = -a_{15} \qquad a_{32} = -\frac{\Delta y}{D} = -a_{35}$$

$$a_{13} = (\cos\varphi_i \ \sin\alpha_i) / D \sin\beta_i = -a_{16} \qquad a_{33} = -\frac{\Delta z}{D} = -a_{36}$$

$$a_{21} = (D \cos\varphi_i \ \cos\lambda_i - \cos\beta_i \ \Delta x) / D^2 \sin\beta_i = -a_{24} \qquad a_{41} = -\cos\varphi_i \ \cos\lambda_i$$

$$a_{42} = -\cos\varphi_i \ \sin\lambda_i$$

$$a_{22} = (D \cos\varphi_i \ \sin\lambda_i - \cos\beta_i \ \Delta y) / D^2 \sin\beta_i = -a_{25} \qquad a_{43} = -\sin\varphi_i$$

$$a_{44} = \cos\varphi_k \ \cos\lambda_k$$

$$a_{23} = (D \sin\varphi_i - \cos\beta_i \ \Delta z) / D^2 \sin\beta_i = -a_{26} \qquad a_{45} = \cos\varphi_k \ \sin\lambda_k$$

$$a_{46} = \sin\varphi_k$$

(Katsayıların hesabında azimut, düşey açı, eğik uzunluk, koordinat farkları,enlem ve boylamlar yerine yaklaşık değerleri kullanılır.)

b. GPS ile Ölçülen Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

(1) Dönüşüm Parametreleri Bilinmediğine Göre GPS ile Ölçülen Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

Bir P noktasının iki global jeodezik sistemdeki koordinatları; ülke sistemi koordinatları x, y, z ile WGS-84 koordinatları X, Y, Z arasındaki ilişki (Şekil-1),

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{GPS} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + (1+m) \ \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad (2.9)$$

biçimindedir /6,10/. Burada;

(1+m) : Sistemler arasındaki ölçek faktörü,

$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x & t_y & t_z \end{bmatrix}^T$: Öteleme parametreleri ((x,y,z) sisteminin başlangıç noktasının $(X,Y,Z)_{GPS}$ sistemindeki koordinatları)

R : İki sistemin eksenlerini paralel kılan, elemanları (x, y, z) koordinat sisteminin eksenleri etrafındaki üç dönüklük açısına bağlı bir dönüklük matrisidir.

WGS-84'ün eksenleriyle ülke sisteminin eksenleri arasındaki dönüklük açıları genellikle çok küçüktür. Çok küçük dönüklük açıları için

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{I} + \mathbf{Q} \qquad (2.10)$$

dir /1/.

Ülke sisteminde koordinatlar bilinmeyen ve GPS koordinatları düzeltilmesi gereken büyüklükler (ölçüler) olduğuna göre (2.9)'dan (2.10) ile

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{GPS} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{y} \\ \delta \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -z_0 & y_0 & x_0 \\ z_0 & 0 & -x_0 & y_0 \\ -y_0 & x_0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

fonksiyonel modeli elde edilir /14/. Burada,

$$\mathbf{-l} = -\begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{GPS} \tag{2.12}$$

ve x_0, y_0, z_0 ülke sisteminde yaklaşık koordinatlardır.

(2.9) eşitliği P_i ve P_k noktaları için ayrı ayrı yazılır ve farkları oluşturulursa GPS koordinat farkları için öteleme parametrelerini içermeyen

$$\Delta \mathbf{X}_{GPS} = (1+m) \ \mathbf{R}\, \Delta\mathbf{x} \tag{2.13}$$

dönüşüm eşitliği elde edilir. Bu bağıntıda **R** yerine (2.10)'daki eşiti konursa GPS koordinat farkları için yalın terimler

$$\mathbf{-l} = -\begin{bmatrix} l_{\Delta X} \\ l_{\Delta Y} \\ l_{\Delta Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{GPS} \tag{2.14}$$

olmak üzere

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta X} \\ v_{\Delta Y} \\ v_{\Delta Z} \end{bmatrix}_{GPS} = -\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta z_0 & \Delta y_0 & \Delta x_0 \\ \Delta z_0 & 0 & -\Delta x_0 & \Delta y_0 \\ -\Delta y_0 & \Delta x_0 & 0 & \Delta z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{\Delta X} \\ l_{\Delta Y} \\ l_{\Delta Z} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

fonksiyonel modeli elde edilir. Δx_0, Δy_0 ve Δz_0 ülke sisteminde yaklaşık koordinat farklarıdır.

(2) Dönüşüm Parametreleri Bilindiğine Göre GPS ile Ölçülen ve Ülke Sistemine Dönüştürülmüş Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

GPS ile ölçülen ve ülke sistemine dönüştürülmüş $[X', Y', Z']^T$ koordinatları ölçüler anlamında görülür ve bunların düzeltilmiş değerlerinin ülke sistemindeki dengeli koordinatlara eşit olması istenir. Buna göre fonksiyonel model,

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{X'} \\ v_{Y'} \\ v_{Z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

olur. (2.16) eşitliğinde $x = x_0 + \delta x$, $y = y_0 + \delta y$, $z = z_0 + \delta z$ yazılırsa

$$\begin{bmatrix} v_{X'} \\ v_{Y'} \\ v_{Z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{X'} \\ l_{Y'} \\ l_{Z'} \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

dönüştürülmüş fonksiyonel modeli elde edilir.

Koordinatlar gibi GPS ile ölçülen ve ülke sistemine dönüştürülmüş $[\Delta x', \Delta y', \Delta z']^T$ koordinat farkları da düzeltilmesi gereken ölçüler anlamında görülür ve bunların düzeltilmiş değerlerinin ülke sisteminde koordinat farklarına eşit olması istenir. Buna göre (2.16) eşitliği P_i ve P_k noktaları için yazılır ve ikisinin farkları oluşturulursa,

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta X'} \\ v_{\Delta Y'} \\ v_{\Delta Z'} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X' \\ \Delta Y' \\ \Delta Z' \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} l_{\Delta X'} \\ l_{\Delta Y'} \\ l_{\Delta Z'} \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

elde edilir.

c. Genelleştirilmiş Dengeleme Modeli

Tüm yersel gözlemler; yatay doğrultular ($\mathbf{l}_r$), düşey açılar ($\mathbf{l}_{\beta'}$), eğik uzunluklar ($\mathbf{l}_D$) ve elipsoidal yükseklik farkları ($\mathbf{l}_{\Delta h}$) olmak üzere ve GPS gözlemlerinden elde edilen mutlak koordinatlar $\mathbf{l}_X$, $\mathbf{l}_Y$, $\mathbf{l}_Z$ ile bağıl konum koordinatları $\mathbf{l}_{\Delta X}$, $\mathbf{l}_{\Delta Y}$, $\mathbf{l}_{\Delta Z}$ alt vektörleri içinde toplanır ve yöneltme bilinmeyenlerinin önceden yok edildiği varsayılırsa global jeodezik sistemde (ülke sistemi) nokta koordinatları **x** , kırılma katsayısı δk ve GPS koordinatları ile koordinat farkları için dönüşüm parametreleri bilinmeyenler olduğuna göre fonksiyonel model (düzeltme denklemleri),

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_r \\ \mathbf{l}_{\beta'} \\ \mathbf{l}_D \\ \mathbf{l}_{\Delta h} \\ \mathbf{l}_X \\ \mathbf{l}_Y \\ \mathbf{l}_Z \\ \mathbf{l}_{\Delta X} \\ \mathbf{l}_{\Delta Y} \\ \mathbf{l}_{\Delta Z} \end{bmatrix} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} & : & - & - & - & - & - & - & - & - \\ & : & * & - & - & - & - & - & - & - \\ & : & - & - & - & - & - & - & - & - \\ & : & - & - & - & - & - & - & - & - \\ A & : & - & * & - & - & - & * & * & * \\ & : & - & - & * & - & * & - & * & * \\ & : & - & - & - & * & * & * & - & * \\ & : & - & - & - & - & - & * & * & * \\ & : & - & - & - & - & * & - & * & * \\ & : & - & - & - & - & * & * & - & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dots \\ \delta k \\ t_x \\ t_y \\ t_z \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

olur. Bu modelin **A** ve "*" içeren bölümden oluşan katsayıları 2.a ve 2.b bölümlerinde verilen yersel ve GPS ölçülerine ilişkin fonksiyonel modellerde açıklanmaktadır.

Üç boyutlu ağlarda ölçülerin içermediği dışarıdan verilmesi gereken parametre sayısı (datum parametreleri) en çok 7 dir. Uzunluk ölçüleri ağın ölçeğini, azimutlar z ekseni etrafındaki dönüklüğü, en az 2 düşey açı x ve y eksenleri etrafındaki dönüklükleri, elipsoidal yükseklik farkları yükseklik koordinatlarının ölçeğini, en az 2 GPS noktası 3 öteleme, 3 dönüklük ve ölçeği, en az 2 GPS noktasının koordinat farkları 3 dönüklük ve ölçeği tanımlar. Ağı serbest dengelemek, başka bir deyişle ağın iç geometrisini belirlemek için (2.19) fonksiyonel modelinin datum parametresi tanımlayan ölçü gruplarına karşılık bölümleri uygun ek parametrelerle genişletilmelidir /7/.

Ölçülerin stokastik modeli

$$\Sigma_{ll} = \begin{bmatrix} \sigma_{0r}^2 \underline{Q}_{rr} & & & & & \\ & \sigma_{0\beta'}^2 \underline{Q}_{\beta'\beta'} & & & & \\ & & \sigma_{0D}^2 \underline{Q}_{DD} & & & \\ & & & \sigma_{0\Delta h}^2 \underline{Q}_{\Delta h \Delta h} & & \\ & & & & \sigma_{0GPS}^2 \underline{Q}_{XX} & \\ & & & & & \sigma_{0GPS}^2 \underline{Q}_{\Delta X \Delta X} \end{bmatrix} \qquad (2.20)$$

olur.

Ölçü grupları için geçerli σ^2_{0i} varyans faktörleri dengeleme sırasında varyans kestirimiyle tahmin edilir. İlgili kofaktör matrisler kural olarak köşegen matrislerdir.

Kampanyalara ilişkin GPS koordinat ya da koordinat farkı kümeleri söz konusu ise (2.19) modelindeki dönüşüm parametreleri her biri için farklı öngörülebilir. Ayrıca modelde, çeşitli elektronik uzaklık ölçerler için, GPS koordinatları ya da koordinat farklarına ilişkin ölçek parametrelerinden farklı ölçek faktörleri de bilinmeyen olarak geçebilir.

3. ELİPSOİDAL EĞRİ KOORDİNAT SİSTEMİNDE FONKSİYONEL MODELLER

Fonksiyonel model elipsoidal eğri koordinat sisteminde oluşturulmak istenirse bilinmeyenler φ, λ enlem ve boylamı ile h elipsoidal yüksekliği olur. Katsayılar matrisi bu sisteme bağlı olarak hesaplanmalıdır. Global jeodezik dik koordinatlarla elipsoidal koordinatlar arasında

$$\begin{aligned} x &= (N+h)\cos\varphi\,\cos\lambda \\ y &= (N+h)\cos\varphi\,\sin\lambda \\ z &= \left(\frac{b^2}{a^2}N+h\right)\sin\varphi = \left[\left(1-e^2\right)N+h\right]\sin\varphi \end{aligned} \qquad (3.1)$$

eşitlikleri geçerlidir /3/. Görüldüğü gibi x, y, ve z elipsoidal eğri koordinatların fonksiyonlarıdır :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(\varphi, \lambda, h) \\ y(\varphi, \lambda, h) \\ z(\varphi, \lambda, h) \end{bmatrix} \qquad (3.2)$$

Bu eşitliğe toplam diferansiyel kuralı uygulanırsa

$$\begin{bmatrix}\delta x\\ \delta y\\ \delta z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial x}{\partial\varphi}\delta\varphi+\frac{\partial x}{\partial\lambda}\delta\lambda+\frac{\partial x}{\partial h}\delta h\\ \frac{\partial y}{\partial\varphi}\delta\varphi+\frac{\partial y}{\partial\lambda}\delta\lambda+\frac{\partial y}{\partial h}\delta h\\ \frac{\partial z}{\partial\varphi}\delta\varphi+\frac{\partial z}{\partial\lambda}\delta\lambda+\frac{\partial z}{\partial h}\delta h\end{bmatrix}=\mathbf{J}(\varphi,\lambda)\begin{bmatrix}\delta\varphi\\ \delta\lambda\\ \delta h\end{bmatrix} \tag{3.3}$$

elde edilir. Bu eşitlikte

$$\mathbf{J}(\varphi,\lambda)=\begin{bmatrix}\frac{\partial x}{\partial\varphi} & \frac{\partial x}{\partial\lambda} & \frac{\partial x}{\partial h}\\ \frac{\partial y}{\partial\varphi} & \frac{\partial y}{\partial\lambda} & \frac{\partial y}{\partial h}\\ \frac{\partial z}{\partial\varphi} & \frac{\partial z}{\partial\lambda} & \frac{\partial z}{\partial h}\end{bmatrix} \tag{3.4}$$

ya da

$$\mathbf{J}(\varphi,\lambda)=\begin{bmatrix}-(M+h)\sin\varphi\cos\lambda & -(N+h)\cos\varphi\sin\lambda & \cos\varphi\cos\lambda\\ -(M+h)\sin\varphi\sin\lambda & (N+h)\cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda\\ (M+h)\cos\varphi & 0 & \sin\varphi\end{bmatrix} \tag{3.5}$$

dir /5,15/.

Meridyen eğrilik yarıçapı M ve meridyene dik doğrultudaki normal kesit eğrilik yarıçapı N için

$$M=\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}} \tag{3.6a}$$

$$N=\frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} \tag{3.6b}$$

eşitlikleri geçerlidir /12/.

a. Yersel Ölçüler İçin Fonksiyonel Model

(3.5)' de verilen dönüşüm matrisi P_i ve P_k noktaları için oluşturulur, $\mathbf{J}_i(\varphi_i, \lambda_I)$ ve $\mathbf{J}_k(\varphi_k, \lambda_k)$ (2.8)'de yerine konursa;

$$\begin{bmatrix}\delta\alpha\\ \delta\beta\\ \delta D\\ \delta\Delta h\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_i\,\mathbf{J}_i & : & \mathbf{A}_k\,\mathbf{J}_k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\varphi_i\\ \delta\lambda_i\\ \delta h_i\\ \delta\varphi_k\\ \delta\lambda_k\\ \delta h_k\end{bmatrix} \tag{3.7}$$

çıkar. Burada,

$$\mathbf{A}_i\, \mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{A}_k\, \mathbf{J}_k = \begin{bmatrix} b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{34} & b_{35} & b_{36} \\ b_{44} & b_{45} & b_{46} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

dir. Katsayılar Tablo-2' de verilmiştir /2,15/.

Tablo - 2 : Elipsoidal eğri koordinat siteminde parsiyel türevler

$b_{11} = (M + h)_i \sin \alpha_i / D \sin\beta_i$
$b_{12} = -(N + h)_i \cos \varphi_i \cos \alpha_i / D \sin\beta_i$
$b_{13} = 0$
$b_{14} = -[(M + h)_k \sin \alpha_i / D \sin\beta_i][\cos\varphi_i \cos\varphi_k + \sin\varphi_i \sin\varphi_k \cos(\lambda_k-\lambda_i) + \sin\varphi_k \sin(\lambda_k-\lambda_i)\cot \alpha_i]$
$b_{15} = [(N + h)_k \cos\alpha_i \cos\varphi_k / D \sin\beta_i][\cos(\lambda_k-\lambda_i) - \sin\varphi_i \sin(\lambda_k-\lambda_i) \tan \alpha_i]$
$b_{16} = [\cos\alpha_i \cos\varphi_k / D \sin\beta_i]\{ \sin(\lambda_k-\lambda_i) + [\sin\varphi_i \cos(\lambda_k-\lambda_i) - \tan\varphi_k \cos\varphi_i] \tan \alpha_i\}$

$b_{21} = -(M + h)_i \cos\beta_i \cos \alpha_i / D$
$b_{22} = -(N + h)_i \cos\beta_i \sin\alpha_i \cos \varphi_i / D$
$b_{23} = \sin\beta_i / D$
$b_{24} = (M + h)_k [\cos \varphi_i \sin\varphi_k \cos(\lambda_k-\lambda_i) - \sin \varphi_i \cos \varphi_k - \cos\beta_i \sin\beta_k \cos \alpha_k] / D \sin\beta_i$
$b_{25} = (N + h)_k \cos \varphi_k[\cos\varphi_i \sin(\lambda_k-\lambda_i) - \cos\beta_i \sin\beta_k \sin\alpha_k] / D \sin\beta_i$
$b_{26} = -[\cos \varphi_i \cos\varphi_k \cos(\lambda_k-\lambda_i) + \sin \varphi_i \sin\varphi_k + \cos\beta_i \cos\beta_k] / D \sin\beta_i$

$b_{31} = -(M + h)_i \sin\beta_i \cos \alpha_i$ $b_{41} = 0$ $b_{44} = 0$
$b_{32} = -(N + h)_i \cos \varphi_i \sin\beta_i \sin\alpha_i$ $b_{42} = 0$ $b_{45} = 0$
$b_{33} = -\cos\beta_i$ $b_{43} = -1$ $b_{46} = 1$
$b_{34} = -(M + h)_k \sin\beta_k \cos \alpha_k$
$b_{35} = -(N + h)_k \cos \varphi_k \sin\beta_k \sin\alpha_k$
$b_{36} = -\cos\beta_k$

(Katsayıların hesabında azimut, düşey açı, eğik uzunluk,enlem ve boylamlar yerine yaklaşık değerleri kullanılır.)

b. GPS ile Ölçülen Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

(1) Dönüşüm Parametreleri Bilinmediğine Göre GPS ile Ölçülen Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

(2.11)'deki fonksiyonel modelde (3.3) eşitliği göz önüne alınırsa elipsoidal eğri koordinatların fonksiyonları biçiminde, GPS ile ölçülen koordinatlar için

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{GPS} = \mathbf{J}(\varphi, \lambda) \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -z_0 & y_0 & x_0 \\ z_0 & 0 & -x_0 & y_0 \\ -y_0 & x_0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

ve (2.15)' den GPS ile ölçülen koordinat farkları için

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta X} \\ v_{\Delta Y} \\ v_{\Delta Z} \end{bmatrix}_{GPS} = -\mathbf{J}_i \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta h \end{bmatrix}_i + \mathbf{J}_k \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta h \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta z_0 & \Delta y_0 & \Delta x_0 \\ \Delta z_0 & 0 & -\Delta x_0 & \Delta y_0 \\ -\Delta y_0 & \Delta x_0 & 0 & \Delta z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{\Delta X} \\ l_{\Delta Y} \\ l_{\Delta Z} \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

fonksiyonel modelleri elde edilir /1/.

(2) Dönüşüm Parametreleri Bilindiğine Göre GPS ile Ölçülen ve Ülke Sistemine Dönüştürülmüş Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

Bir P noktasının GPS ile ölçülmüş ve ülke sistemine dönüştürülmüş $[X^/, Y^/, Z^/]^T$ koordinatları için (2.17)'de verilen fonksiyonel modelde elipsoidal eğri koordinat sistemine geçişi sağlayan (3.3) dönüşüm eşitliği yerine konursa elipsoidal eğri koordinatlar $[\varphi, \lambda, h]^T$ cinsinden

$$\begin{bmatrix} v_{X'} \\ v_{Y'} \\ v_{Z'} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\varphi, \lambda) \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta h \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{X'} \\ l_{Y'} \\ l_{Z'} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

fonksiyonel modeli elde edilir.

(3.3) bağıntısı (2.18) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta x'} \\ v_{\Delta y'} \\ v_{\Delta z'} \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_i \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta h \end{bmatrix}_i + \mathbf{J}_k \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta h \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} l_{\Delta X'} \\ l_{\Delta Y'} \\ l_{\Delta Z'} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

fonksiyonel modeli çıkar.

4. YEREL JEODEZİK DİK KOORDİNAT SİSTEMİNDE FONKSİYONEL MODELLER

Yerel jeodezik sistemdeki x*, y*, z* koordinatları ile elipsoidal eğri koordinatların diferansiyelleri arasında

$$\begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathrm{M}+\mathrm{h}) & 0 & 0 \\ 0 & (\mathrm{N}+\mathrm{h})\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta \mathrm{h} \end{bmatrix} = \mathbf{H}(\varphi) \begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta \mathrm{h} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

ilişkisinin olduğu gösterilebilir /6/. (4.1)' den

$$\begin{bmatrix} \delta\varphi \\ \delta\lambda \\ \delta \mathrm{h} \end{bmatrix} = \mathbf{H}^{-1}(\varphi) \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

çıkar. Bu eşitlik (3.3)' de yerine konursa global jeodezik dik koordinatlar ile elipsoidal eğri koordinatların diferansiyelleri arasında

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\varphi,\ \lambda)\, \mathbf{H}^{-1}(\varphi) \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

bağıntısı elde edilir.

a. Yersel Ölçüler İçin Fonksiyonel Modeller

(4.3) eşitliği (2.8)' de yerine konursa;

$$\begin{bmatrix} \delta\alpha \\ \delta\beta \\ \delta D \\ \delta\Delta h \end{bmatrix} = \left[\mathbf{A}_\mathrm{i}\, \mathbf{J}_\mathrm{i}\, \mathbf{H}_\mathrm{i}^{-1} \quad : \quad \mathbf{A}_\mathrm{k}\, \mathbf{J}_\mathrm{k}\, \mathbf{H}_\mathrm{k}^{-1}\right] \begin{bmatrix} \delta\ \mathrm{x}_\mathrm{i}^* \\ \delta\ \mathrm{y}_\mathrm{i}^* \\ \delta\ \mathrm{z}_\mathrm{i}^* \\ \delta\ \mathrm{x}_\mathrm{k}^* \\ \delta\ \mathrm{y}_\mathrm{k}^* \\ \delta\ \mathrm{z}_\mathrm{k}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{c}_{11} & \mathrm{c}_{12} & \mathrm{c}_{13} & : & \mathrm{c}_{14} & \mathrm{c}_{15} & \mathrm{c}_{16} \\ \mathrm{c}_{21} & \mathrm{c}_{22} & \mathrm{c}_{23} & : & \mathrm{c}_{24} & \mathrm{c}_{25} & \mathrm{c}_{26} \\ \mathrm{c}_{31} & \mathrm{c}_{32} & \mathrm{c}_{33} & : & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & : & c_{44} & c_{45} & c_{46} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\ \mathrm{x}_\mathrm{i}^* \\ \delta\ \mathrm{y}_\mathrm{i}^* \\ \delta\ \mathrm{z}_\mathrm{i}^* \\ \delta\ \mathrm{x}_\mathrm{k}^* \\ \delta\ \mathrm{y}_\mathrm{k}^* \\ \delta\ \mathrm{z}_\mathrm{k}^* \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

olur. Katsayılar Tablo-3' de verilmiştir /2,15/.

Tablo - 3 : Yerel jeodezik dik koordinat sisteminde parsiyel türevler

$$c_{11} = \sin\alpha_i \ / (\mathrm{D} \sin \beta_i)$$

$$c_{12} = -\cos\alpha_i \ / (\mathrm{D} \sin \beta_i)$$

$$\mathrm{c}_{13} = 0$$

$$c_{14} = -\left[\sin\alpha_i \ / (\mathrm{D} \sin \beta_i)\right] \left[\cos\ (\varphi_\mathrm{k} - \varphi_i) + \sin\varphi_\mathrm{k}\ \sin\ (\lambda_\mathrm{k} - \lambda_\mathrm{i})\ \cot\ \alpha_i\right]$$

$$c_{15} = -\left[\cos\alpha_i \ / (\mathrm{D} \sin \beta_i)\right] \left[\cos\ (\lambda_\mathrm{k} - \lambda_i) - \sin\varphi_\mathrm{i}\ \sin\ (\lambda_\mathrm{k} - \lambda_\mathrm{i})\ \tan\ \alpha_i\right]$$

$$c_{16} = \left[\cos\alpha_i\ \cos\varphi_\mathrm{k} / (\mathrm{D} \sin\beta_i)\right] \left[\sin(\lambda_\mathrm{k} - \lambda_i) + \left[(\sin\varphi_\mathrm{i}\ \cos(\lambda_\mathrm{k} - \lambda_\mathrm{i}) - \cos\varphi_i\ \tan\varphi_\mathrm{k}\right]\ \tan\alpha_i\right]$$

$$c_{21} = -\left[\cos\ \beta_i\ \cos\ \alpha_i\right] / \mathrm{D}$$

$$c_{22} = -\left[\cos\ \beta_i\ \sin\ \alpha_i\right] / D$$

$$c_{23} = \sin\ \beta_i \ / \mathrm{D}$$

$$c_{24} = \left[\cos\varphi_i\ \sin\varphi_k\ \cos(\lambda_\mathrm{k} - \lambda_\mathrm{i}) - \sin\varphi_i\ \cos\varphi_k - \cos\beta_i\ \sin\beta_k\ \cos\alpha_i\right] / D\ \sin\beta_\mathrm{i}$$

$$c_{25} = \left[\cos\varphi_i\ \ \sin(\lambda_\mathrm{k} - \lambda_\mathrm{i}) - \cos\beta_i\ \sin\beta_k\ \sin\alpha_k\right] / D\ \sin\beta_\mathrm{i}$$

$$c_{26} = -\left[\cos\ \beta_i \cos\ \beta_k + \sin\varphi_i\ \sin\varphi_k + \cos\ \varphi_{\mathrm{i}} \cos\varphi_k \cos(\lambda_{\mathrm{k}} - \lambda_{\mathrm{i}})\right] / D \sin\beta_{\mathrm{i}}$$

$c_{31} = -\sin\beta_i\ \cos\alpha_i$ $\qquad$ $c_{34} = -\sin\beta_k\ \cos\alpha_k$

$c_{32} = -\sin\beta_i\ \sin\alpha_i$ $\qquad$ $c_{35} = -\sin\beta_k\ \sin\alpha_k$

$c_{33} = -\cos\beta_i$ $\qquad$ $c_{36} = -\cos\beta_k$

$c_{41} = 0$ $\qquad$ $c_{44} = 0$

$c_{42} = 0$ $\qquad$ $c_{45} = 0$

$c_{43} = -1$ $\qquad$ $c_{46} = 1$

(Katsayıların hesabında azimut, düşey açı, eğik uzunluk, enlem ve boylamlar yerine yaklaşık değerleri kullanılır.)

b. GPS ile Ölçülen Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

(1) Dönüşüm Parametreleri Bilinmediğine Göre GPS ile Ölçülen Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

(2.11)' deki fonksiyonel modelde (4.3) eşitliği yerine konursa yerel jeodezik koordinatların fonksiyonları biçiminde, GPS ile ölçülen koordinatlar için

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{GPS} = \mathbf{J}(\varphi, \lambda)\, \mathbf{H}^{-1}(\varphi) \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -z_0 & y_0 & x_0 \\ z_0 & 0 & -x_0 & y_0 \\ -y_0 & x_0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

ve (2.15)' den GPS ile ölçülen koordinat farkları için

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta X} \\ v_{\Delta Y} \\ v_{\Delta Z} \end{bmatrix}_{GPS} = -\mathbf{J}_{\mathrm{i}}\, \mathbf{H}_{\mathrm{i}}^{-1} \begin{bmatrix} \delta\ x^* \\ \delta\ \mathrm{y}^* \\ \delta\ \mathrm{z}^* \end{bmatrix}_i + \mathbf{J}_{\mathrm{k}}\, \mathbf{H}_{\mathbf{k}}^{-1} \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta\ y^* \\ \delta\ \mathrm{z}^* \end{bmatrix}_{\mathrm{k}} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta z_0 & \Delta y_0 & \Delta x_0 \\ \Delta z_0 & 0 & -\Delta x_0 & \Delta y_0 \\ -\Delta y_0 & \Delta x_0 & 0 & \Delta z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{\Delta X} \\ l_{\Delta Y} \\ l_{\Delta Z} \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

fonksiyonel modelleri elde edilir /1/.

(2) Dönüşüm Parametreleri Bilindiğine Göre GPS ile Ölçülen ve Ülke Sistemine Dönüştürülmüş Koordinatlar ve Koordinat Farkları için Fonksiyonel Modeller

Bir P noktasının GPS ile ölçülmüş ve ülke sistemine dönüştürülmüş $[X^{/}, Y^{/}, Z^{/}]^{T}$ koordinatları için (2.17)'de verilen fonksiyonel modelde yerel jeodezik sisteme geçişi sağlayan (4.3) dönüşüm eşitliği yerine konursa yerel jeodezik koordinatlar $[x^*, y^*, z^*]^T$ cinsinden

$$\begin{bmatrix} v_{X'} \\ v_{Y'} \\ v_{Z'} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\varphi, \lambda)\, \mathbf{H}^{-1}(\varphi) \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{X'} \\ l_{Y'} \\ l_{Z'} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

fonksiyonel modeli elde edilir.

(4.3) bağıntısı (2.18) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\begin{bmatrix} v_{\Delta X'} \\ v_{\Delta Y'} \\ v_{\Delta Z'} \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_i\, \mathbf{H}_i^{-1} \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix}_i + \mathbf{J}_k\, \mathbf{H}_k^{-1} \begin{bmatrix} \delta x^* \\ \delta y^* \\ \delta z^* \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} l_{\Delta X'} \\ l_{\Delta Y'} \\ l_{\Delta Z'} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

fonksiyonel modeli çıkar.

5. SONUÇ

GPS gözlemlerinden elde edilen noktaların mutlak (X, Y, Z) ve bağıl (ΔX, ΔY, ΔZ) koordinatları WGS-84 koordinat sisteminde üç boyutlu bilgiler olduğundan yersel ölçülerle bütünleştirmenin büyük ağlar için global jeodezik ve küçük ağlar için yerel jeodezik koordinat sistemlerinde üç boyutlu dengeleme ile gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada GPS verileriyle (noktaların mutlak ve bağıl koordinatları) yersel ölçülerin (yatay doğrultular, düşey açılar, eğik uzunluklar ve yükseklik farkları) global jeodezik dik, elipsoidal eğri ve yerel jeodezik dik koordinat sistemlerinde birlikte değerlendirilmesine ilişkin fonksiyonel modeller açıklanmıştır.

Günümüze dek alışılmış ölçme teknikleriyle elde edilen verilerin değerlendirilmesinde başka ülkelerdeki gibi ülkemizde de farklı referans sistemleri; yatay konum koordinatları için bir yerel elipsoit ve yükseklikler için jeoid kullanılmıştır. Noktaların Gauss-Krüger koordinatları ülke temel ağı sisteminde düzlemde ve elipsoidal eğri koordinatları Meşedağ sisteminde Hayford elipsoidine göre tanımlanmıştır. Söz konusu referans sistemleri arasındaki yükseklik farklarının (jeoid ondülasyonları) belirsiz olması ya da yükseklik referans sistemi olan jeoidin genellikle yeterli doğrulukla bilinmemesi üçüncü boyutta sorun yaratmakta ve bu durum elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde ya da bunun tersi bir işlemde yükseklik doğruluğunun düşmesine neden olmaktadır.

GPS gözlemlerinden elde edilen mutlak ve bağıl koordinatlar ile yersel ölçülerin birlikte dengelenmesinde bu çalışma kapsamında aşağıdaki işlem adımları sıralanabilir:

- Noktaların Gauss-Krüger koordinatları ve ortometrik ya da normal ortometrik yükseklikleri ilgili jeoid göz önüne alınarak yaklaşık elipsoidal eğri koordinatlara (φ_0 , λ_0 ,h_0) dönüştürülür ve bunlar yardımıyla yaklaşık global jeodezik dik koordinatlar (x_0 , y_0 , z_0) hesaplanır.

- GPS ile elde edilen koordinatlar ve koordinat farkları, kovaryans matrisleri de göz önüne alınarak ölçüler anlamında serbest dengelenir. GPS koordinat bileşenleri hakkında bir yargıya varabilmek için varyans kestirimi ve kaba hata araştırması için istatistiksel test yöntemleri uygulanır. Dengeleme için gerekli yaklaşık koordinat değerleri olarak yaklaşık GPS koordinatları ya da global jeodezik dik koordinat sisteminden WGS-84'e dönüştürülmüş yaklaşık koordinatlar kullanılır.

- Global jeodezik sistemde yatay konum ve yükseklikleri bilinen ve GPS ağı ile ilişkili eşlenik nokta sayısının en az 3 olması durumunda benzerlik dönüşümü ile hesaplanan ya da bölge için geçerli, bilinen dönüşüm parametreleri yardımıyla global jeodezik dik koordinat sistemine dönüştürülmüş

GPS koordinatları ($X^/$, $Y^/$, $Z^/$) ve koordinat farkları ($\Delta X^/$, $\Delta Y^/$, $\Delta Z^/$) elde edilir. Hata yayılma kuralı uygulanarak dönüştürülmüş büyüklüklerin kovaryans matrisleri bulunur. Dönüştürülmüş bu koordinat bileşenleri (ölçüler) ve kaba hatalar bakımından denetlenmiş yersel ölçüler için oluşturulan fonksiyonel modelin dayandığı koordinat sistemine bağlı olarak dengeli (global jeodezik, elipsoidal eğri ya da yerel jeodezik) koordinatlar ve bunların kovaryans matrisi elde edilir ya da, GPS gözlemlerinin sonucu olan koordinatlar ve koordinat farkları için, benzerlik dönüşümü parametrelerinin de bilinmeyen olarak geçtiği fonksiyonel modeller ile yersel ölçülere ilişkin olanlar öngörülen koordinat sisteminde birlikte değerlendirilerek dengeli koordinatlar, dönüşüm parametreleri ve bunların kovaryans matrisleri bulunur.

K A Y N A K L A R

/1/ Doğan,U. :GPS Ölçüleri İle Yersel Ölçülerin Birlikte Dengelenmesi Üzerine Bir İnceleme. Yüksek Lisans Tezi, Y.T.Ü., Fen Bil. Enst., İstanbul, 1996.

/2/ Heck, B. :Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung, Helbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1987.

/3/ Hekimoğlu, Ş. :Generalized İterative Solution for Geodetic Coordinates From Cartesian Coordinates .Bollettıno Dı Geodesıa E Scıenze Affını, N.2, 1995.

/4/ İllner, M. :GPS- Integration Nach. Lage und Höhe. In: GPS- Leistungsbilanz'94, (Hrsg. : Heck, B.; İllner, M.), Verlag Konrad Wittwer, s. 349-365, Stuttgart, 1995.

/5/ Landau, H. :GPS Baseline Vectors in a Three dimensional Integrated Adjustment Approach. GPS Research 1985 at the Institute of Astronomical and Physical Geodesy. Schriftenreih, heft 19, München, 1986.

/6/ Leick, A. :GPS Satellite Surveying. John Wiley and Sons, New York, 1990.

/7/ Niemeier, W. :Nutzung Datumsfreier Informationen Zur Kombination Von Terrestrischen und GPS - Messungen. In: GPS Leistungsbilanz 94 (Hrsg. : Heck, B.; İllner, M.), Verlag Konrad Wittwer, s. 335-347, Stuttgart, 1995.

/8/ Öztürk, E., Konak, H. , Yaşayan, Y. :Ankara GPS Test Ağında Yersel Gözlemlerle GPS Ölçülerinin Birlikte Dengelenmesi. Harita ve Kad. Müh. Dergisi, Sayı:76, s.7-20, 1994.

/9/ Strauss, R. , :Die Ausgleichung von GPS-Beobachtungen in System der Walter, H. Landeskoordinaten. AVN 6, Juni, s. 207-212, 1993.

/10/ Strauss, R. :Dreidimensionales Konzept Zur GPS- Integration. In: GPS Leistungsbilanz 94 (Hrsg. :Heck, B.; İllner, M.),Verlag Konrad Wittwer, s. 320-334, Stuttgart, 1995.

/11/ Şimşek, M. :Uydu Tekniklerinin Ağ Sıklaştırmasında Kullanılabilirliği Üzerine Bir Araştırma. Doktora Tezi, Y.T.Ü., Fen Bil. Enst., İstanbul, 1995.

/12/ Ulusoy, E. :Matematiksel Geodezi. İ.D.M.M.A. yayınları, Sayı: 144, İstanbul, 1977.

/13/ Üstün, A :Datum Dönüşümleri, Yüksek Lisans Tezi, Y.T.Ü., Fen Bil. Enst., İstanbul, 1996.

/14/ Vincenty, T. :Methods of Adjusting Space Systems Data and Terrestrial Measurements. Bulletin Geodesique, Vol.56, No:3, 1982.

/15/ Wolf, H. :Die Grundgleichungen der Dreidimensionalen Geodasie in Elementarer Darstellung. ZFV, Heft 6, 1963.