

**GPS AĞLARININ ANALİTİK YAKLAŞIMLARLA ÖLÇÜ PLANI  
OPTİMİZASYONU**  
(SURVEY SCHEDULE OPTIMIZATION OF GPS NETWORKS BY ANALYTICAL  
APPROXIMATIONS)

**Mualla YALÇINKAYA, Kamil TEKE**  
Karadeniz Teknik Üniversitesi,  
Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Trabzon  
email:mualla@ktu.edu.tr

## ÖZET

Jeodezik ağların ölçü planı optimizasyonu işleminde amaç, ağdan beklenen duyarlık isteklerini en iyi karşılayacak ölçülerin ve en uygun ağırlık dağılımının belirlenmesidir. Optimizasyon işleminde, ağın tüm duyarlık isteklerinin en iyi biçimde yansıtılabildiği ölçüt matrislerinin amaç fonksiyonu olarak seçilmesi uygun olur. Ölçülerin en uygun ağırlık dağılımı da ölçüt matrisine yaklaşımı amaçlayan yöntemlerle belirlenebilir. Bu çalışmada, ölçüt matrisine yaklaşım yöntemlerinden direkt yaklaşım (direkt HR), yinelemeli yaklaşım (yinelemeli HR) ve ölçüt matrisinin tersine direkt yaklaşım (U,m) çözümleri ile bir GPS uygulama ağının ölçü planı optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşım modelleri ile yapılan optimizasyon sonuçları karşılaştırılarak modeller irdelenmiştir. Ölçü planı optimizasyonundan sonra ağın güven optimizasyonu da yapılarak ölçüt matrisinden olan sapma değerleri belirlenmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

## ABSTRACT

The aim of geodetic network survey schedule optimization is to find out the optimal observations of the network and their weights, which are to satisfy the demanded accuracy. In the optimization process choosing criterion matrices that fits all the accuracy demands from the network will be suitable. The optimal weights of the observations can be determined by the methods, which aim to approach the criterion matrices. In this study, GPS network survey schedule optimization was carried out by using direct approximation of the criterion matrix (direct HR), iterative approximation of the criterion matrix (iterative HR) and direct approximation of the inverse criterion matrix (U,m) which are the approximation models. These approximation models were analyzed by comparing the network optimization results. After survey schedule optimization, reliability optimization was carried out and the deviations from the criterion matrix were determined and results were interpreted.

## 1. GİRİŞ

GPS ağlarının duyarlık yönünden optimizasyonu, ölçülecek bazların muhtemel tüm bazlar arasından seçimi şeklinde gerçekleştirilebilir. Amaç fonksiyonuna en fazla hizmet eden bazlar ve bunların optimal ağırlıklarının belirlenmesi ikinci derece optimizasyon işlemi ile gerçekleştirilir. Optimizasyonda çözüm algoritmaları, simülasyon yöntemleri (Tekrarlı En Küçük Kareler, Monte-Carlo) ve analitik yöntemler (En Küçük Kareler Çözümleri (Direkt HR, Yinelemeli HR ve U,m çözümleri), Doğrusal programlama ve Doğrusal Olmayan Programlama) olmak üzere sınıflandırılır /4,8,10,11,15/.

Bu çalışmada, GPS ağlarının ölçü planı optimizasyonunda, analitik yöntemlerden ölçüt matrisine yaklaşımı amaçlayan Direkt HR, Yinelemeli HR ve U<sub>m</sub> çözümleri ile en uygun ağırlık dağılımı belirlenmiş ve sonuçlar irdelenerek yorumlanmıştır.

## 2. GPS AĞLARININ ANALİTİK YAKLAŞIMLARLA ÖLÇÜ PLANI OPTİMİZASYONU

Tasarımı yapılacak jeodezik ağın varyans-kovaryans matrisinin seçilen ölçüt matrisine yakınsaması için ağın en uygun baz konfigürasyonunun ve bu bazların ağırlık dağılımının belirlenmesi, ikinci derece optimizasyon ile gerçekleştirilebilir. Çözüm algoritması olarak ölçüt matrislerine uygulanan analitik yöntemlerden en küçük kareler çözümü kullanılabilir. Optimizasyon işleminin en önemli bölümünü ölçüt matrislerinin oluşturulması almaktadır. Ölçüt matrisi beklenen duyarlık isteklerini karşılayabilmeli, ayrıca uygulanabilir olmalıdır. Diğer bir ifade ile gerçekleştirilecek varyans-kovaryans matrisi ölçüt matrisine yakınsayabilmelidir. Bu nedenle ölçüt matrisi ağın geometrik yapısına uygun olmalıdır /2,8/.

### a. Ölçüt Matrisinin Oluşturulması

Ağdan beklenen tüm lokal duyarlık isteklerini ayrı ayrı karşılayabilen ideal bir yapay varyans-kovaryans matrisi biçiminde tanımlanan ölçüt matrisleri ağın optimizasyonu için seçilebilecek en genel amaç fonksiyonudur /8,14/. İdeal bir ağ olarak homojen-izotrop yapıda duyarlık istekleri karşılanmak istenildiğinde Taylor-Karman yapısındaki ölçüt matrisleri seçilebilir. Ölçüt matrisi, elemanları ağ noktaları arasındaki uzunluklara bağlı olarak yazılan korelasyon fonksiyonlarından oluşan bir matristir. Datumdan bağımsız ölçüt matrisi,  $\Delta X = X_i - X_j$ ,  $\Delta Y = Y_i - Y_j$ ,  $\Delta Z = Z_i - Z_j$ , i ve j noktaları için baz vektörleri büyüklükleri;  $\varphi_m(S)$  enine korelasyon fonksiyonu;  $\varphi_1(S)$  boyuna korelasyon fonksiyonu ve S iki noktayı birleştiren vektörün uzunluğu olmak üzere,

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \varphi_m(S) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_m(S) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_m(S) \end{bmatrix} + [\varphi_1(s) - \varphi_m(s)] \begin{bmatrix} \frac{\Delta X^2}{S^2} & \frac{\Delta X \Delta Y}{S^2} & \frac{\Delta X \Delta Z}{S^2} \\ \frac{\Delta X \Delta Y}{S^2} & \frac{\Delta Y^2}{S^2} & \frac{\Delta Y \Delta Z}{S^2} \\ \frac{\Delta X \Delta Z}{S^2} & \frac{\Delta Y \Delta Z}{S^2} & \frac{\Delta Z^2}{S^2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

eşitliğinden hesaplanır /8,10,16/. Ölçüt matrisi elemanları (1) eşitliğinden görüleceği gibi noktalar arasındaki uzunluklara bağlı olarak yazılan korelasyon fonksiyonlarından elde edilir. Bu nedenle harita üzerinde tasarlanmış ağ noktalarının WGS-84 datumunda hesaplanacak kartezyen koordinatlarına gereksinim vardır. Ağ noktalarının haritadan okunacak projeksiyon koordinatları (UTM veya DUTM), Gauss-Krüger (x, y) koordinatlarına, sonra Hayford elipsoidi coğrafi koordinatlarına (B, L),

$$\begin{aligned} B &= B_f + B_2 y^2 + B_4 y^4 \\ L &= L_0 + B_1 y + B_3 y^3 + B_5 y^5 \end{aligned} \quad (2)$$

tek değişkenli kuvvet serileri ile dönüştürülür. Burada, B<sub>f</sub> ayak noktası enlemini; (B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>4</sub> ve B<sub>5</sub>), tek değişkenli kuvvet serileri katsayılarını ve L<sub>0</sub>, dilim orta meridyeni boylamını

göstermektedir. Noktaların elipsoid yükseklikleri (h), haritadan elde edilen ortometrik yüksekliklerine (H) jeoid ondülasyonları (N) eklenerek,

$$h = H + N \quad (3)$$

eşitliğinden hesaplanır. Böylece ağ noktalarının Avrupa datumu (ED-50)'deki coğrafi koordinatları (B, L, h)<sub>ED50</sub>, kartezyen koordinatlara (X, Y, Z)<sub>ED50</sub>,

$$\begin{aligned} e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} ; & \rho &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \\ X_{ED50} &= (\rho + h) \cos B \cos L \\ Y_{ED50} &= (\rho + h) \cos B \sin L \\ Z_{ED50} &= \left(\frac{b^2}{a^2} \rho + h\right) \sin B \end{aligned} \quad (4)$$

eşitlikleri ile dönüştürülür. Burada, e, elipsoidin birinci eksentrisitesini ve  $\rho$ , elipsoidin enine eğrilik yarıçapını göstermektedir. ED-50 datumundan WGS-84 datumuna dönüşüm için kartezyen koordinat sistemleri arasındaki 7 dönüşüm parametresi, 3 ortak noktanın koordinatları kullanılarak dengelemeli benzerlik dönüşümü ile hesaplandıktan sonra  $t_x, t_y, t_z$ , iki sistem orijinleri arasındaki ötelemeler;  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ , iki sistemin koordinat eksenleri arasındaki dönüklükler ve k, ölçek faktörü olmak üzere dönüşüm,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ED50} \quad (5)$$

eşitliğiyle yapılır. Noktaların WGS84 datumundaki koordinatlarının farkları alınarak tasarlanan bazlar  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{WGS-84}$  elde edilir /16,17/.

Ağın homojen ve izotrop yapıda olması öngörüldüğünde, ölçüt matrisi olarak nokta hata elipsoidleri küre görünümünde (izotropluk), tüm hata elipsoidleri eşit büyüklükte (homojenlik) ve bağıl hata elipsoidlerinin yarıçapları noktalar arasındaki uzunluğun bir fonksiyonu olan tam izotrop yapıda Taylar-Karman matrisi seçilebilir. Bu durumda tek bir korelasyon fonksiyonu,

$$\varphi_m(S) = \varphi_1(S) = \varphi(S) \quad (6)$$

biçiminde tanımlanır. d, izotrop görünümdeki nokta hata elipsoidlerinin yarıçapları; c, tüm  $\varphi(S)$  değerlerinin pozitif olmasını sağlayacak şekilde seçilen keyfi bir katsayı olmak üzere,

$$\varphi(S) = d^2 - 2c^2 S_{ij(km)} \quad (7)$$

eşitliği ile korelasyon fonksiyonu belirlenir. GPS ölçülerinden bilinmektedir ki baz vektörlerinin düşey bileşeni ( $\Delta Z$ ), yatay bileşenlerinden ( $\Delta X, \Delta Y$ ) yaklaşık iki kat daha

düşük duyarlığa sahiptir. Bu nedenle  $p_{\Delta X}=p_{\Delta Y}=1$  ve  $p_{\Delta Z} = 1/4$  alınarak, normal denklem katsayıları matrisi (N) ve koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisi  $Q_{xx}$ ,

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \quad ; \quad N^{-1} = Q_{xx} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

şeklinde oluşturulur. Bu durumda GPS ağlarının i ve j noktaları için tam izotrop yapıdaki Taylor-Karman ölçüt matrisi,

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 4d^2 & 0 & 0 & 4(d^2 - 2c^2 S_{ij}) \\ d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 & 0 \\ 0 & 0 & 4(d^2 - 2c^2 S_{ij}) & 0 & 0 & 4d^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

şeklinde elde edilir. Datumdan bağımsız olarak oluşturulan ölçüt matrisinin, ölçü planından oluşturulan varyans-kovaryans matrisi ile karşılaştırılabilmesi için I, birim matris; G, dönüşümün ortogonal özellikli katsayılar matrisi olmak üzere, dönüşüm matrisi (S) ve datum uyumu sağlanmış ölçüt matrisi ( $\bar{Q}_{xx}$ ),

$$S = I - G(G^T G)^{-1} G^T \quad (10)$$

$$\bar{Q}_{xx} = S C_{xx} S^T \quad (11)$$

eşitliklerinden hesaplanır /5,6,8,14/. Bilindiği gibi optimizasyon işleminde ölçüt matrisleri ağırlık gerçek varyans-kovaryans matrislerinin yerine kullanılır. Bu nedenle oluşturulacak ölçüt matrisi ağırlık varyans-kovaryans matrisi ile aynı özelliklere sahip olmalıdır. Ağırlık datumundan bağımsız olarak gerçekleştirilecek bir optimizasyon işlemi için oluşturulması gereken ölçüt matrisi pozitif yarı tanımlı olmalıdır /8,13/.

## b. Ölçü Planının Optimizasyonunda Analitik Yaklaşımlar

Ölçü ağırlıklarının en uygun değerleri ölçüt matrisine uygulanan direkt yaklaşım (direkt-HR), yinelemeli yaklaşım (yinelemeli-HR) ve ölçüt matrisinin tersine direkt yaklaşım (U,m) çözümleri ile hesaplanabilir. Yaklaşımlarda, ikinci derece optimizasyonun temel eşitliğinden

$$A^T P A \doteq \bar{Q}_{xx}^+ \quad (12)$$

yararlanılır. Bu eşitlikte P, ölçülerin bilinmeyen ağırlıklar matrisini;  $\bar{Q}_{xx}$  ölçüt matrisini; A, maksimum ölçü planından oluşturulan şekil matrisini;  $\doteq$ , tutarsız eşitlik işaretini göstermektedir /16/.

### (1) Ölçüt Matrislerinin Tersine Direkt Yaklaşım (U,m Yaklaşımı)

Ölçüt matrisinin tersine direkt yaklaşım olan U,m çözümünde (12) eşitliği,  $\odot$ , Khatri-Rao çarpım işaretini; p, ölçülere ilişkin bilinmeyen ağırlık matrisinin (P) köşegen elemanlarından oluşan vektörü ve q, ölçüt matrisi inversinin ( $\overline{Q}_{xx}^+$ ) sütun şeklinde düzenlenmiş tüm elemanlarından oluşan vektörü göstermek üzere,

$$\begin{aligned} (A^T \odot A^T)p &\doteq q \\ p &= \text{vektör}(P) \\ q &= \text{vektör}(\overline{Q}_{xx}^+) \end{aligned} \quad (13)$$

biçiminde doğrusal denklem sistemine dönüştürülür /7/. (13) eşitliği ile verilen tutarsız doğrusal denklem sistemi, tutarsızlık parametrelerinin (d) ilavesi ile,

$$(A^T \odot A^T)p = q + d \quad (14)$$

şeklinde tutarlı hale getirilir. e, bir vektörünü göstermek üzere, ölçü ağırlıkları (p),

$$d^T d = e^T \{[(A^T P A) - \overline{Q}_{xx}^+] * [(A^T P A) - \overline{Q}_{xx}^+]\} e \Rightarrow \min \quad (15)$$

koşulunun sağlandığı en küçük kareler çözümü ile,

$$p = [(A^T \odot A^T)^T (A^T \odot A^T)]^+ (A^T \odot A^T)^T q \quad (16)$$

eşitliğinden hesaplanır /1,9/. Burada \*, Hadamart çarpım işaretini göstermek üzere Khatri-Rao çarpımları, Hadamard çarpımları ile

$$(A^T \odot A^T)^T (A^T \odot A^T) = (A A^T * A A^T) \quad (17)$$

gösterilerek ölçü ağırlıkları,

$$p = (A A^T * A A^T)^+ (A^T \odot A^T)^T q \quad (18)$$

eşitliğinden de hesaplanabilir /8,15/. p vektöründeki negatif ağırlıklı elemanlara karşılık gelen bazlar amaç fonksiyonuna katkısı olmadığından ölçü planından çıkarılarak oluşturulan en uygun baz geometrisinden (18) eşitliğiyle kalan bazların optimal ağırlıkları hesaplanır /8/.

### (2) Ölçüt Matrisine Direkt Yaklaşım (Direkt-HR Yaklaşımı)

Direkt-HR çözümünün temel eşitliği, ikinci derece optimizasyonun temel eşitliği (12)'nin her iki taraftan  $\overline{Q}_{xx}$  ölçüt matrisi ile çarpılarak,

$$\overline{Q}_{xx} A^T P A \overline{Q}_{xx} \doteq \overline{Q}_{xx} \overline{Q}_{xx}^+ \overline{Q}_{xx} \quad (19)$$

elde edilen (19) eşitliğinde  $K = \overline{Q}_{xx} A^T$  biçiminde kısaltması yapılarak,

$$KPK^T \doteq \overline{Q}_{xx} \quad (20)$$

elde edilir. Bu tutarsız eşitlik,

$$\begin{aligned} (K \odot K)p &\doteq q \\ p &= \text{vektör}(P) \\ q &= \text{vektör}(\overline{Q}_{xx}) \end{aligned} \quad (21)$$

şeklinde doğrusal bir denklem sistemine dönüştürülür. Ölçü ağırlıkları,

$$p \doteq (K \odot K)^+ q \quad (22)$$

eşitliği ile verilen doğrusal tutarsız denklem sistemi,

$$p = (K^T K * K^T K)^+ (K \odot K)^T q \quad (23)$$

biçiminde tutarsızlık parametrelerinin ilavesinin ardından yapılan en küçük kareler çözümü ile hesaplanır /8/.

### (3) Ölçüt Matrisine Yinelemeli (İteratif) Yaklaşım (Dolaylı-HR Yaklaşımı)

Dolaylı HR çözümü ölçüt matrisinin kendisine yaklaşımı amaçlayan iteratif bir çözümdür. En küçük kareler yöntemi ile bir jeodezik ağın dengelenmesinde koordinat bilinmeyenleri,

$$x = (A^T P A)^+ A^T P l \quad (24)$$

denklem sisteminin çözümünden elde edilir. (24) eşitliğinden hesaplanan koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisi ise,

$$Q_{xx} = ((A^T P A)^+ A^T P) Q_{ll} (P A (A^T P A)^+) \quad (25)$$

eşitliğinden elde edilir. Yinelemeli HR yaklaşımının temel eşitliği, (25) eşitliğinde koordinat bilinmeyenlerinin gerçekleştirilen ters ağırlık matrisi yerine tasarım aşamasında oluşturulan yapay ölçüt matrisi ( $\overline{Q}_{xx}$ ) konulup,  $H = (A^T P A)^+ A^T P$  kısaltması da yapılarak,

$$H P^+ H^T \doteq \overline{Q}_{xx} \quad (26)$$

biçiminde elde edilir. Bu tutarsız eşitlik,

$$\begin{aligned} (H \odot H)p &\doteq q \\ p &= \text{vektör}(P^+) \\ q &= \text{vektör}(\overline{Q}_{xx}) \end{aligned} \quad (27)$$

şeklinde doğrusal bir denklem sistemine dönüştürülür. Bilinmeyen ölçü ağırlıkları,

$$p \doteq (H \odot H)^+ q \quad (28)$$

eşitliği ile verilen doğrusal tutarsız denklem sistemi, tutarsızlık parametrelerinin ilavesinin ardından yapılan en küçük kareler çözümü ile,

$$p = (H^T H * H^T H)^+ (H \odot H)^T q \quad (29)$$

eşitliğinden hesaplanır. Yinelemeli çözüm ile ölçü ağırlıkları,

$$p^{(i+1)} - p^{(i)} < \varepsilon \quad (30)$$

eşitsizliği ile verilen bir yakınsama ölçütüne ( $\varepsilon$ ) bağlı olarak belirlenir /8,10,13/.

### c. Yaklaşımların Kalite Değerlendirmesi

Tutarsız eşitlikler üzerinden gerçekleştirilen yaklaşımların kalite değerlendirmeleri ölçü planından hesaplanan ters ağırlık matrisleri ile ölçüt matrisinin farkı alınarak,

$$D = (A^T P A)^+ - \overline{Q}_{xx} \quad (31)$$

eşitliğinden elde edilir. Yaklaşımın kalitesini gösteren ve optimizasyon sonuçlarının denetlenmesi açısından önemli bir global ölçüt  $d = \text{vektör}(D)$  olmak üzere,

$$d^T d \quad (32)$$

eşitliğinden hesaplanır. Yaklaşım kalitesini denetleme de diğer bir ölçüt ise,

$$B = (A^T P A)^+ \overline{Q}_{xx}^+ \quad (33)$$

eşitliğinden hesaplanan B matrisinin en büyük özdeğeri olan eşdeğerlik testi değeridir. Bu değer olabildiğince 1'e yaklaşmalıdır. Eğer ağırlığı negatif olan çok sayıda ölçü var ise ölçüt matrisinin uygun seçilmediği sonucuna varılır. B matrisinin en büyük özdeğerinin minimum olduğu durumda ise gerçekleştirilen ters ağırlık matrisinin ölçüt matrisine en çok yaklaştığı yorumu yapılır. Böyle bir yorumun gerçekçi olabilmesi için global ölçüt değerinin de küçük olmasını sağlayan bir ölçüt matrisi seçilmelidir /1,8,10,13/.

Ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşımın ( $U, m$  çözümü) global ölçüt değeri diğer iki yaklaşımdan farklı olarak büyük çıkmaktadır. Ölçüt matrisine daha iyi bir yaklaşım sağlayabilmek ve diğer iki yaklaşımın global ölçüt değerleri ile direkt olarak karşılaştırma yapabilmek için  $U, m$  çözümünden hesaplanan ağırlıklara  $\lambda$  çarpanı ile,

$$p_d = \lambda p \quad (34)$$

şeklinde bir doğrusal dönüşüm uygulanır. Normal denklemlerin tersi ile ölçüt matrisi arasındaki sapmaların kareleri toplamı minimum olması koşulu ile  $\lambda$  çarpanı,

$$\lambda = \frac{iz[(A^T PA)^+ (A^T PA)^+]}{iz[(A^T PA)^+ \overline{Q_{xx}}]} \quad (35)$$

eşitliğinden elde edilir.  $\lambda$  çarpanı, elde edilen ve öngörülen nokta duyarlıklarının olabildiğince birbirine yaklaşmasını sağlar /8,10,13/.

### ç. Güven Optimizasyonu

GPS ağ geometrisinin model ve ölçü hatalarını ortaya çıkarabilme kabiliyetini arttırmak amacıyla ağın güven optimizasyonu yapılır. Güven optimizasyonunda esas alınacak amaç fonksiyonları ve sınır değerleri Tablo 1’de verilmiştir. Tablo 1’de verilen eşitliklerde  $Q_{vv}$ , düzeltmelerin ters ağırlık matrisini;  $P$ , ölçülerin ağırlık matrisini;  $\alpha_0$ , 1. tip hata;  $\beta_0$ , 2. tip hata;  $w_0 = F_{(\alpha_0, \beta_0, f, \infty)}$  dış merkezlik parametresinin sınır değerini göstermektedir /3,10,12/. Ağın güven optimizasyonu, güvenilirliği yetersiz bazların ağırlıkları küçültülerek veya bu bazlara dik yönde yeni bazlar planlanarak gerçekleştirilir.

Tablo-1: Güven optimizasyonunda seçilebilecek amaç fonksiyonları

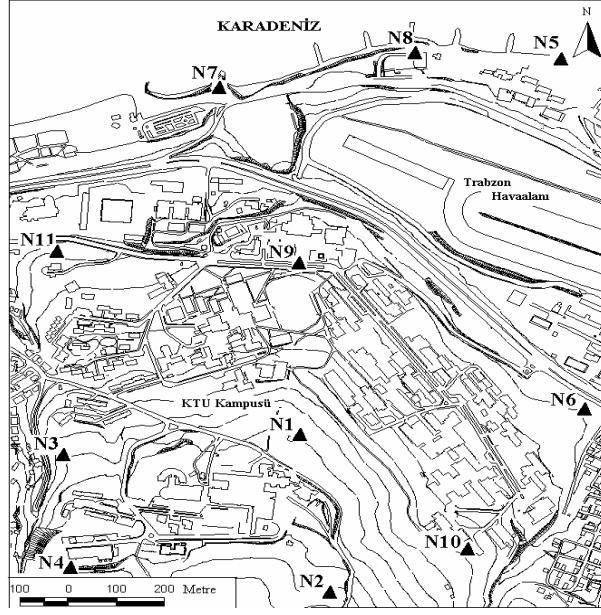
Güven ölçütleri	Amaç fonksiyonları	Sınır değerler
Redundanz payı	$Z = r_j = (Q_{vv})_j P_j$	$Z = r_j > 0.5$ veya $r_j > 0.3$
İç güven ölçütü	$Z =  \Delta_{0j}  = m_0 \sqrt{\frac{w_0}{P_j r_j}}$	$Z = \Delta_{0j} \cong 6m_j$ veya $8m_j$
Dış güven ölçütü	$Z = \delta_j = \sqrt{\frac{1-r_j}{r_j}} w_0$	$Z = \delta_{0j} \cong 6$ veya $10$

Sonuç olarak, ölçü planı optimizasyonu üç aşamalı olarak yapılabilir. Birinci adımda tüm olası gözlemleri içeren maksimum ölçü planından başlanarak ikinci derece optimizasyon ile optimum ölçü ağırlıkları belirlenir. İkinci adımda, ölçü planı duyarlık, güvenilirlik ve maliyet ölçütleri dikkate alınarak indirgenir. Önce ağırlığı negatif ve çok küçük olan ölçüler ölçü planından çıkarılır. Sonra güvenilirliği düşük olan ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanır, güvenilirliği yüksek olan ölçüler ise maliyet de göz önüne alarak ölçü planından çıkarılır. Üçüncü adımda ise indirgenmiş ölçü planından başlanarak tekrar ikinci derece optimizasyon yapılır /8/.

### 3. TEST AĞI ÜZERİNDE UYGULAMA

Çalışmada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampüs alanı ve Trabzon Hava Alanının bir kısmını kapsayan bir GPS ağının ölçü planı optimizasyonu, ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım (U,m), ölçüt matrisine direkt yaklaşım (Direkt HR) ve ölçüt matrisine iteratif yaklaşım (Yineleme HR) çözümleri ile yapılmıştır. Ağ noktaları, bölge haritası üzerinde karelağ geometrisini yansıtacak biçimde, ulaşılabilirlik dikkate alınarak, gökyüzü görüşünün açık olduğu yerlerde işaretlenmiştir (Şekil 1).



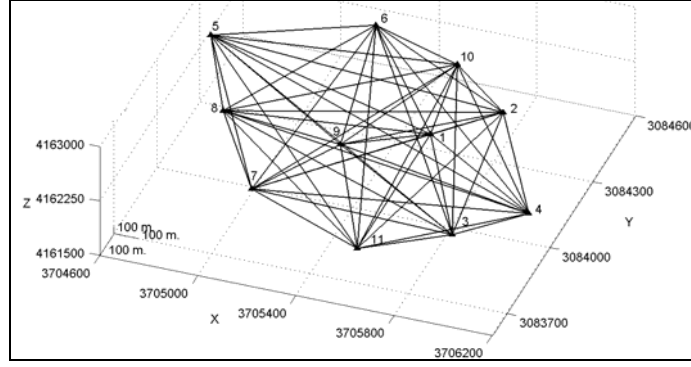


Şekil-1: Uygulama ağı.

İşaretlenen noktaların Değiştirilmiş Universal Transverse Mercator (DUTM) projeksiyon koordinatları okunarak (2, 3, 4 ve 5) eşitlikleri ile WGS-84 datumu kartezyen koordinatlarına dönüştürülmüş ve koordinatların farkları alınarak tasarlanan bazlar ( $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{WGS-84}$ ) elde edilmiştir. (9) eşitliğinden tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi oluşturulmuştur. (11) eşitliğinden ölçüt matrisine S dönüşümü yapılarak ağ ile datum uyumu sağlanıp, ağdaki noktalara ilişkin özdeğerler ve hata elipsoidi yarı eksenleri hesaplanmıştır (Tablo-2). Oluşturulan ölçüt matrisine, tasarlanan maksimum ölçü planından (Şekil-2) başlanarak U,m ve Direkt HR çözümleri ile ölçü ağırlık dağılımı belirlenerek yaklaşılmaya çalışılmıştır.

Tablo-2: Ölçüt matrisinden hesaplanan özdeğerler ve hata elipsoidi elemanları yarı eksenleri.

NN	$\bar{Q}_{xx}$ Matrisinin Özdeğerleri			$\bar{Q}_{xx}$ Matrisi Hata Elipsoidi Yarı Eksenleri		
	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_z$	$A_H$ (cm)	$B_H$ (cm)	$C_H$ (cm)
N1	0.83159	0.83159	0.83159	0.91	0.91	0.91
N2	1.49255	1.49255	1.49255	1.22	1.22	1.22
N3	1.43529	1.43529	1.43529	1.20	1.20	1.20
N4	1.93687	1.93687	1.93687	1.39	1.39	1.39
N5	2.37228	2.37228	2.37228	1.54	1.54	1.54
N6	1.58968	1.58968	1.58968	1.26	1.26	1.26
N7	1.70769	1.70769	1.70769	1.31	1.31	1.31
N8	1.85087	1.85087	1.85087	1.36	1.36	1.36
N9	0.85102	0.85102	0.85102	0.92	0.92	0.92
N10	1.51903	1.51903	1.51903	1.23	1.23	1.23
N11	1.49953	1.49953	1.49953	1.22	1.22	1.22



Şekil-2: Tüm ölçü olanaklarını kapsayan ağ.

### a. Ölçüt Matrisinin Tersine Direkt Yaklaşım (U,m Çözümü)

Şekil 2'deki ölçü planından oluşturulan A katsayılar matrisi kullanılarak U,m yaklaşımına göre (18) eşitliğinden bazların ağırlıkları hesaplanmıştır. Ağırlıklardan negatif olanlarına karşılık gelen bazlar ölçüt matrisi ile belirlenen amaç fonksiyonuna hizmet etmediğinden ölçü planından çıkarılmıştır. U,m yaklaşımında 3 yinelemede optimum ağa ulaşılmış ve her adımın özeti Tablo-3'de verilmiştir. Ağın güven optimizasyonu için ağa ilişkin güvenilirlik ölçütleri değerleri Tablo-1'deki eşitliklerden ve optimal ölçü ağırlıkları (18) eşitliğinden hesaplanarak Tablo-4'de verilmiştir.

Tablo-3: Ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım (U,m çözümü) optimizasyon sonuçları.

Optimizasyon Sonuçları	Birinci Adım	İkinci Adım	Üçüncü Adım
Optimizasyona Giren Ölçü Sayısı	55*3 = 165	24*3=72	22*3=66
Ölçü Planından Çıkarılan Ölçü Sayısı	31*3 = 93 ( $P_i < 0$ )	2*3=6 ( $P_i < 0$ )	4*3=12 ( $0 < P_i < 0.01$ )
Kalan Ölçü Sayısı	24*3 = 72	22*3=66	18*3=54
Global Ölçüt Değeri ( $d^T d$ )	0.766	0.783	0.823
Eş Değerlik Testi Değeri ( $\lambda_{max}$ )	1.05	1.05	1.07

Tablo-4: U,m çözümüyle hesaplanan optimal bazlar ve ağırlıklar ile güven ölçütü değerleri.

Bazlar	$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	Güven Ölçütleri ve Sınır Değerleri				Optimal Ağırlıklar	
				Redundanz Sınır değer=0.3	İç Güven	Sınır değer ( $8m_j$ )	Dış Güven Sınır değer=6	$\lambda P_{(\Delta X, \Delta Y)_j}$	$\lambda P_{(\Delta Z)_j}$
N1-N2	164.40	225.27	270.73	0.51	6.63	9.45	3.94	0.44034	0.11009
N1-N3	308.11	377.36	32.18	0.54	7.39	10.88	3.68	0.33218	0.08305
N1-N6	453.01	395.32	9.14	0.81	9.99	17.97	1.94	0.12174	0.03044
N1-N9	252.81	195.66	275.13	0.34	6.85	7.96	5.61	0.62079	0.15520
N1-N10	107.43	371.51	239.93	0.73	7.94	13.53	2.46	0.21462	0.05366
N2-N4	329.69	386.95	4.43	0.32	8.00	9.10	5.79	0.47523	0.11881
N2-N10	271.84	146.23	30.81	0.24	6.93	6.76	7.15	0.85972	0.21494
N3-N4	185.98	215.69	234.13	0.21	8.00	7.34	7.75	0.72989	0.18247
N3-N11	256.52	221.84	314.10	0.27	8.01	8.33	6.58	0.56709	0.14177
N5-N6	466.13	352.64	608.43	0.43	9.48	12.42	4.61	0.25468	0.06367
N5-N8	224.59	299.62	21.28	0.14	9.48	7.19	9.76	0.76027	0.19007
N6-N9	200.19	590.98	284.26	0.71	9.10	15.36	2.54	0.16665	0.04166
N6-N10	345.58	23.81	230.79	0.26	7.66	7.80	6.76	0.64619	0.16155
N7-N8	277.53	277.33	46.69	0.24	7.75	7.64	7.06	0.67388	0.16847
N7-N9	164.20	338.60	298.76	0.60	7.53	11.70	3.24	0.28714	0.07178
N7-N11	468.61	67.91	291.97	0.38	7.80	9.63	5.10	0.42365	0.10591
N8-N9	441.73	61.27	345.45	0.65	8.33	13.46	2.92	0.21697	0.05424
N9-N11	304.41	406.51	6.79	0.61	7.72	12.08	3.18	0.26933	0.06733

### b. Ölçüt Matrisine Direkt Yaklaşım (Direkt HR Çözümü)

Direkt HR yaklaşımına göre (23) eşitliğinden bazların ağırlıkları hesaplanmıştır. Ağırlıklardan negatif olanlarına karşılık gelen bazlar ölçüt matrisi ile belirlenen amaç fonksiyonuna hizmet etmediğinden ölçü planından çıkarılmıştır. Direkt HR yaklaşımında 3 yinelemede optimum ağa ulaşılmış ve her adımın özeti Tablo-5’de verilmiştir. Ağa ilişkin güven ölçütü değerleri Tablo-1’deki eşitliklerden ve optimal ölçü ağırlıkları da (23) eşitliğinden hesaplanarak Tablo-6’da verilmiştir.

Tablo-5: Ölçüt matrisine direkt yaklaşım (direkt HR çözümü) optimizasyon sonuçları.

Optimizasyon Sonuçları	Birinci Adım	İkinci Adım	Üçüncü Adım
Optimizeasyona Giren Ölçü Sayısı	55*3 = 165	24*3=72	19*3=57
Ölçü Planından Çıkarılan Ölçü Sayısı	31*3 = 93 ( $P_i < 0$ )	5*3=15 ( $P_i < 0$ )	1*3=3 ( $0 < P_i < 0.01$ )
Kalan Ölçü Sayısı	24*3 = 72	19*3=57	18*3=54
Global Ölçüt Değeri ( $d^T d$ )	20.642	29.45	28.303
Eş Değerlik Testi Değeri ( $\lambda_{max}$ )	1.887	2.015	2.123

Tablo-6: Direkt HR çözümüne hesaplanan optimal bazlar ve ağırlıklar ile güven ölçütleri.

Bazlar	$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	Güven Ölçütleri ve Sınır Değerleri				Optimal Ağırlıklar	
				Redundanz Sınır değer=0.3	İç Güven	Sınır değer (8m <sub>j</sub> )	Dış Güven Sınır değer=6	$P_{(\Delta X, \Delta Y)_j}$	$P_{(\Delta Z)_j}$
N1-N2	164.40	225.27	270.73	0.54	9.02	13.26	3.69	0.39274	0.09818
N1-N3	308.11	377.36	32.18	0.53	9.76	14.16	3.79	0.34409	0.08602
N1-N6	453.01	395.32	9.14	0.85	15.28	28.13	1.70	0.08724	0.02181
N1-N9	252.81	195.66	275.13	0.45	10.06	13.44	4.46	0.38214	0.09553
N1-N10	107.43	371.51	239.93	0.68	10.18	16.77	2.76	0.24556	0.06139
N2-N4	329.69	386.95	4.43	0.29	10.29	11.12	6.22	0.55802	0.13950
N2-N10	271.84	146.23	30.81	0.24	9.22	9.02	7.13	0.84771	0.21193
N3-N4	185.98	215.69	234.13	0.20	10.29	9.25	7.95	0.80702	0.20175
N3-N11	256.52	221.84	314.10	0.25	10.76	10.62	6.98	0.59608	0.14902
N5-N6	466.13	352.64	608.43	0.39	12.12	15.16	4.99	0.30047	0.07512
N5-N8	224.59	299.62	21.28	0.12	12.12	8.43	10.78	0.97151	0.24288
N6-N9	200.19	590.98	284.26	0.74	13.21	22.80	2.34	0.13279	0.03320
N6-N10	345.58	23.81	230.79	0.25	10.60	10.65	6.89	0.60886	0.15222
N7-N8	277.53	277.33	46.69	0.25	9.96	9.95	6.94	0.69766	0.17441
N7-N9	164.20	338.60	298.76	0.62	10.14	15.98	3.13	0.27041	0.06760
N7-N11	468.61	67.91	291.97	0.41	10.51	13.49	4.78	0.37916	0.09479
N8-N9	441.73	61.27	345.45	0.60	10.39	16.13	3.25	0.26534	0.06634
N9-N11	304.41	406.51	6.79	0.59	10.30	15.81	3.35	0.27629	0.06907

Tablo-4 ve Tablo-6’da görüldüğü gibi U,m yaklaşımı ve Direkt HR yaklaşımları sonucunda aynı bazlar elde edilmiştir. Tablo-3 ve Tablo-5’deki global ölçüt değerleri ve eş değerlik testi değerleri incelendiğinde de U,m yaklaşımının direkt HR yaklaşımına göre ölçüt matrisine daha iyi yaklaştığı görülmüştür.

### c. Ölçüt Matrisine Yinelemeli Yaklaşım (Yinelemeli HR Çözümü)

Yinelemeli HR çözümünde diğer iki yaklaşımdan farklı olarak maksimum ölçü planından başlanarak ölçüt matrisine yaklaşılmamıştır. Bunun nedeni, bu yöntemle her yinelemede negatif ağırlıklı bazlar bulunmakta, bu bazların çıkarılması sonucu da ölçüt matrisine yaklaşılamamakta ve ağırlıklar yakınsamamaktadır. Ölçüt matrisi ağ geometrisine çok duyarlı

olmasından dolayı aynı amaç fonksiyonuna göre yapılacak bir şekil optimizasyonundan sonra bu yaklaşımın uygulanması gerekir. Uygulamada  $U_m$  yaklaşımı sonucunda belirlenen bazların ilk yinelemede ağırlıkları 1 alınarak (29) eşitliğinden çözüm uygulanmış ve hiçbir bazın ağırlık değeri negatif çıkmamıştır. 16. iterasyon sonucunda ağırlıkların çok küçük ( $\epsilon < 0.0001$ ) farklarla yakınsayabildiği görülmüştür. Her adımda ölçüt matrisine ne derecede yaklaşılabildiğine (32) eşitliğinde verilen global ölçüt değeri ve (33) eşitliği ile elde edilen B matrisinin en büyük özdeğerine bakılarak karar verilmiştir (Tablo-7). Ağa ilişkin güvenilirlik ölçütleri Tablo-1'deki eşitliklerden ve optimal ölçü ağırlıkları (29) eşitliğinden hesaplanarak Tablo 8'de verilmiştir.

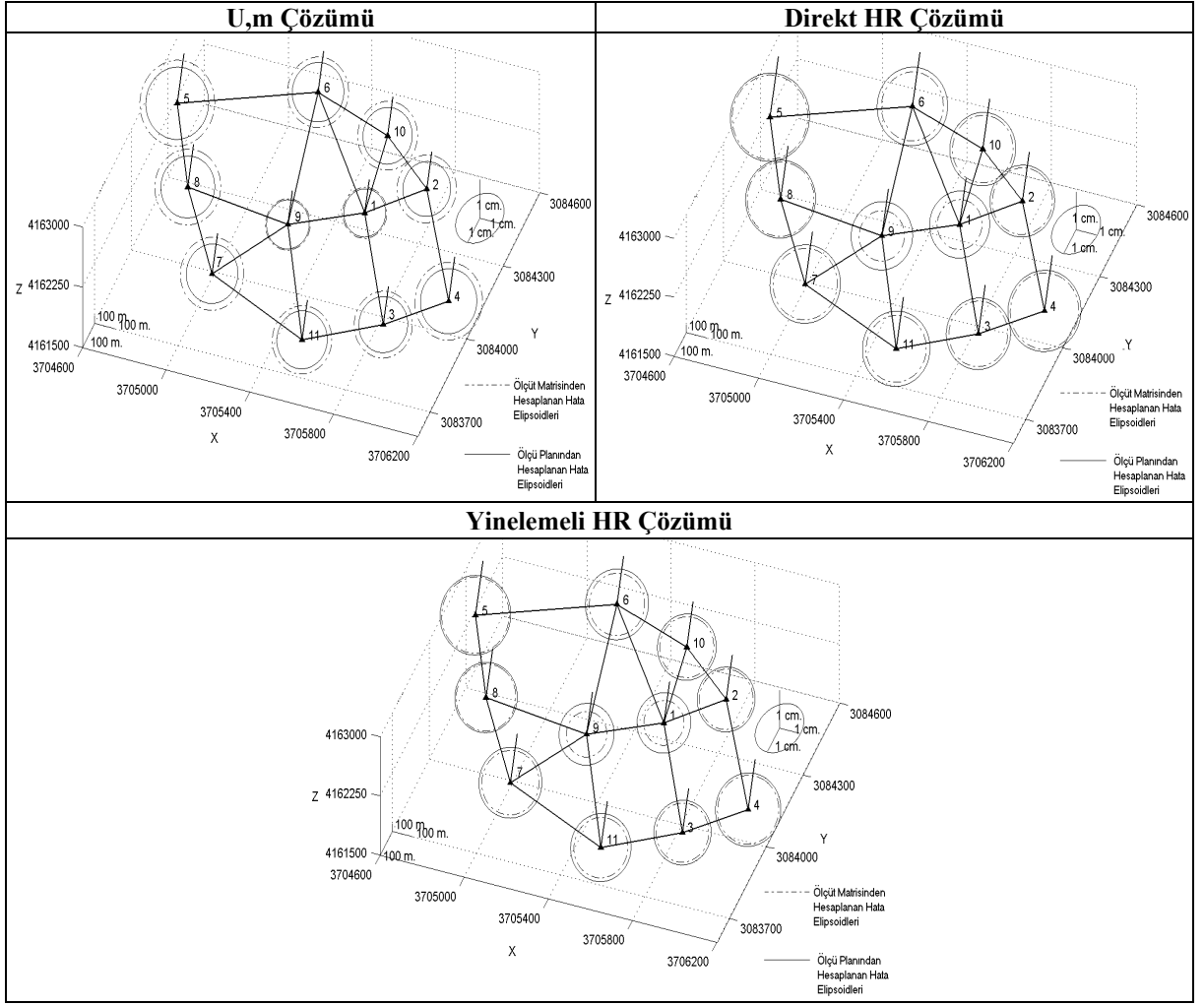
Tablo-7: Ölçüt matrisine yinelemeli yaklaşım optimizasyon sonuçları.

Optimizasyon Sonuçları	İlk İterasyon	16. İterasyon
En büyük Yakınsama Değeri ( $\mathbf{p}^{(i+1)} - \mathbf{p}^{(i)} < \epsilon$ )	0.1756	$8.98 \cdot 10^{-5}$
Global Ölçüt Değeri ( $\mathbf{d}^T \mathbf{d}$ )	26.53	26.58
Eş Değerlik Testi Değeri ( $\lambda_{\max}$ )	1.911	1.933

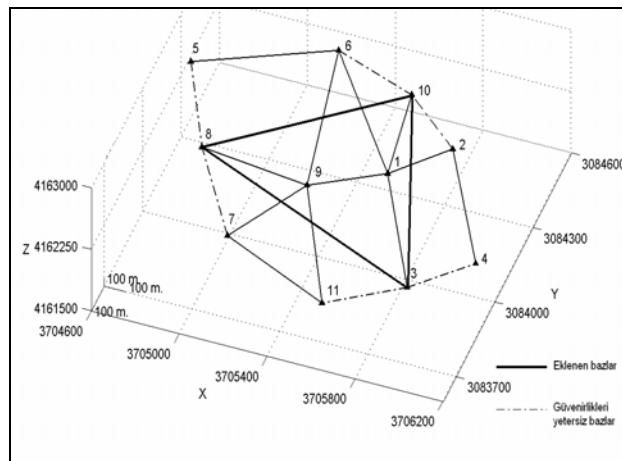
Tablo-8: Yinelemeli HR çözümüyle hesaplanan optimal ağırlıklar ile güven ölçütleri.

Bazlar	$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	Güven Ölçütleri ve Sınır Değerleri				Optimal Ağırlıklar	
				Redundanz Sınır değer=0.3	İç Güven	Sınır Değer (8m <sub>i</sub> )	Dış Güven Sınır değer=6	$\mathbf{P}_{(\Delta X, \Delta Y)_j}$	$\mathbf{P}_{(\Delta Z)_j}$
N1-N2	164.40	225.27	270.73	0.52	5.90	6.00	3.87	0.44502	0.11126
N1-N3	308.11	377.36	32.18	0.51	6.45	6.54	3.89	0.37380	0.09345
N1-N6	453.01	395.32	9.14	0.81	9.15	11.62	1.96	0.11852	0.02963
N1-N9	252.81	195.66	275.13	0.44	6.08	6.16	4.52	0.42098	0.10525
N1-N10	107.43	371.51	239.93	0.68	6.76	7.89	2.74	0.25689	0.06422
N2-N4	329.69	386.95	4.43	0.31	5.46	5.94	5.96	0.53134	0.13284
N2-N10	271.84	146.23	30.81	0.26	6.16	4.40	6.84	0.82555	0.20639
N3-N4	185.98	215.69	234.13	0.21	6.96	4.50	7.79	0.79046	0.19762
N3-N11	256.52	221.84	314.10	0.27	7.24	5.35	6.53	0.55849	0.13962
N5-N6	466.13	352.64	608.43	0.42	7.36	7.70	4.66	0.26995	0.06749
N5-N8	224.59	299.62	21.28	0.12	8.36	4.06	10.93	0.96892	0.24223
N6-N9	200.19	590.98	284.26	0.73	8.65	10.48	2.41	0.14578	0.03645
N6-N10	345.58	23.81	230.79	0.27	7.03	5.21	6.51	0.58925	0.14731
N7-N8	277.53	277.33	46.69	0.24	6.70	4.66	7.07	0.73527	0.18382
N7-N9	164.20	338.60	298.76	0.56	6.44	6.83	3.53	0.34303	0.08576
N7-N11	468.61	67.91	291.97	0.48	6.11	6.93	4.20	0.33316	0.08329
N8-N9	441.73	61.27	345.45	0.64	7.11	8.02	3.02	0.24874	0.06219
N9-N11	304.41	406.51	6.79	0.53	6.55	6.74	3.78	0.35273	0.08818

Her üç yöntemle yapılan optimizasyon işlemleri sonucu oluşan ağların baz geometrisi, ulaşılabilen ve ölçüt matrisinden hesaplanan hata elipsoidleri Şekil-3'de verilmiştir. (Tablo-4, 6, 8)'de görüldüğü gibi üç yaklaşım sonucunda da N2-N10, N3-N4, N3-N11, N5-N8, N6-N10, N7-N8 bazlarının güvenilirlik değerleri sınır değerlerinin altında kalmıştır. Güvenirliği yetersiz bazların ağırlıkları küçültülerek ve bu bazlara dik yönde yeni bazlar planlanarak ağırlıkla güvenilirliği iki şekilde iyileştirilmiştir. Ağırlıkları küçültülerek yapılan güven optimizasyonu sonuçları Tablo-9'da verilmiştir. Güvenilir olmayan bazlara dik yönde N8-N10, N3-N10 ve N3-N8 bazları planlanarak yeni ölçü planı oluşturulmuştur (Şekil 4). Yeni ölçü planından hesaplanan güven ölçütü değerleri Tablo-10'da verilmiştir. Ağırlıkla güvenilirliğinin iyileştirilmesinin ardından her iki yöntemle de ölçüt matrisinden ne kadar uzaklaşıldığını görmek için global ölçüt ( $\mathbf{d}^T \mathbf{d}$ ) ve eş değerlik testi ( $\lambda_{\max}$ ) değerleri tekrar hesaplanmıştır (Tablo-11).



Şekil-3: U,m, Direkt HR ve Yinelemeli HR yaklaşımları ile bulunan optimum ağlar



Şekil-4: Güvenlikleri yetersiz olan ve ölçü planına ilave edilen bazlar

Tablo-9: U,m yaklaşımı ile hesaplanan ağırlıklar küçültülerek güvenilirliklerin iyileştirilmesi.

BAZLAR	Güven Ölçütleri ve Sınır Değerler				Optimal Ağırlıklar		Güven Ölçütleri ve Sınır Değerleri				Optimal Ağırlıklar	
	Redundanz (Sınır değer=0.3)	İç Güven	Sınır Değer (8m <sub>j</sub> )	Dış Güven (Sınır değer=6)	$\lambda P_{(A X, AY)_j}$	$\lambda P_{(A Z)_j}$	Redundanz (Sınır değer=0.3)	İç Güven	Sınır Değer (8m <sub>j</sub> )	Dış Güven (Sınır değer=6)	$\lambda P_{(A X, AY)_j}$	$\lambda P_{(A Z)_j}$
N1-N2	0.51	6.63	9.45	3.94	0.44034	0.11009	0.43	7.13	9.45	4.53	0.44034	0.11009
N1-N3	0.54	7.39	10.88	3.68	0.33218	0.08305	0.50	7.67	10.88	3.98	0.33218	0.08305
N1-N6	0.81	9.99	17.97	1.94	0.12174	0.03044	0.75	10.40	17.97	2.34	0.12174	0.03044
N1-N9	0.34	6.85	7.96	5.61	0.62079	0.15520	0.31	7.17	7.96	5.99	0.62079	0.15520
N1-N10	0.73	7.94	13.53	2.46	0.21462	0.05366	0.63	8.43	13.53	2.97	0.21462	0.05366
N2-N4	0.32	8.00	9.10	5.79	0.47523	0.11881	0.30	8.83	9.35	6.07	0.45000	0.11250
N2-N10	0.24	6.93	6.76	7.15	0.85972	0.21494	<b>0.33</b>	<b>8.08</b>	<b>9.35</b>	<b>5.65</b>	<b>0.45000</b>	<b>0.11250</b>
N3-N4	0.21	8.00	7.34	7.75	0.72989	0.18247	<b>0.30</b>	<b>8.60</b>	<b>9.45</b>	<b>6.07</b>	<b>0.43980</b>	<b>0.10995</b>
N3-N11	0.27	8.01	8.33	6.58	0.56709	0.14177	<b>0.30</b>	<b>8.60</b>	<b>9.45</b>	<b>6.07</b>	<b>0.43980</b>	<b>0.10995</b>
N5-N6	0.43	9.48	12.42	4.61	0.25468	0.06367	0.31	11.15	12.42	5.97	0.25468	0.06367
N5-N8	0.14	9.48	7.19	9.76	0.76027	0.19007	<b>0.30</b>	<b>11.15</b>	<b>11.93</b>	<b>6.07</b>	<b>0.27641</b>	<b>0.06910</b>
N6-N9	0.71	9.10	15.36	2.54	0.16665	0.04166	0.63	9.55	15.36	2.96	0.16666	0.04166
N6-N10	0.26	7.66	7.80	6.76	0.64619	0.16155	<b>0.44</b>	<b>9.50</b>	<b>12.65</b>	<b>4.48</b>	<b>0.24570</b>	<b>0.06143</b>
N7-N8	0.24	7.75	7.64	7.06	0.67388	0.16847	<b>0.45</b>	<b>9.47</b>	<b>12.65</b>	<b>4.45</b>	<b>0.24570</b>	<b>0.06143</b>
N7-N9	0.60	7.53	11.70	3.24	0.28714	0.07178	0.55	7.90	11.70	3.63	0.28714	0.07179
N7-N11	0.38	7.80	9.63	5.10	0.42365	0.10591	0.34	8.21	9.63	5.52	0.42365	0.10591
N8-N9	0.65	8.33	13.46	2.92	0.21697	0.05424	0.54	9.13	13.46	3.67	0.21697	0.05424
N9-N11	0.61	7.72	12.08	3.18	0.26933	0.06733	0.59	7.87	12.08	3.34	0.26933	0.06733

Tablo-10: Yeni ölçü planından hesaplanan güven ölçütleri.

BAZLAR	Güven Ölçütleri ve Sınır Değerler				BAZLAR	Güven Ölçütleri ve Sınır Değerler			
	Redundanz (Sınır değer=0.3)	İç Güven	Sınır Değer (8m <sub>j</sub> )	Dış Güven (Sınır değer=6)		Redundanz (Sınır değer=0.3)	İç Güven	Sınır Değer (8m <sub>j</sub> )	Dış Güven (Sınır değer=6)
N1-N2	0.54	6.47	9.45	3.74	N5-N6	0.57	8.27	12.42	3.51
N1-N3	0.59	6.61	10.88	2.76	N5-N8	0.30	7.05	7.19	6.11
N1-N6	0.72	9.92	17.97	1.87	N6-N9	0.75	8.93	15.36	2.37
N1-N9	0.41	6.37	7.96	5.00	N6-N10	0.37	6.51	7.80	5.35
N1-N10	0.81	7.57	13.53	2.01	N7-N8	0.37	6.38	7.64	5.36
N2-N4	0.44	6.93	9.10	4.60	N7-N9	0.64	7.36	11.70	3.05
N2-N10	0.35	5.71	6.76	5.44	N7-N11	0.48	6.98	9.63	4.20
N3-N4	0.29	6.93	7.34	6.25	N8-N9	0.77	7.70	13.46	2.23
<b>N3-N8</b>	<b>0.54</b>	<b>5.28</b>	<b>7.65</b>	<b>3.81</b>	<b>N8-N10</b>	<b>0.53</b>	<b>5.29</b>	<b>7.65</b>	<b>3.82</b>
<b>N3-N10</b>	<b>0.58</b>	<b>5.12</b>	<b>7.65</b>	<b>3.57</b>	N9-N11	0.65	7.57	12.08	3.02
N3-N11	0.30	7.05	8.33	6.11					

Tablo-11: Güvenilir ağırlık ölçüt matrisinden sapma ölçütleri.

Kalite Ölçütleri	Ağırlıklar Küçültülerek	Baz Eklenerek
Global Ölçüt (d <sup>T</sup> d)	23.994	47.934
Eş Değerlik Testi ( $\lambda_{max}$ )	2.404	2.603

Tablo-11 ile Tablo-3'deki ilgili değerler karşılaştırılarak, her iki yöntemle de lt matrisinden uzaklaşıldığına karar verilmiştir. Tablo 11'de verilen her iki yöntemin ilgili değerleri incelendiğinde baz eklenerek yapılan güven iyileştirilmesinin lt matrisinden daha fazla sapmaya neden olduğu grlmştir.

#### 4. SONUÇ

Jeodezik ağların optimizasyonunda, ağdan beklenen tüm duyarlık isteklerini yansıtılabildiğinden dolayı lt matrisleri amaç fonksiyonu olarak seçilmelidir. Genelde ağların homojen ve izotrop yapıda olması istenildiğinden, lt matrisi, tam izotrop yapıdaki Taylor-Karman matrisi biçiminde oluşturulmalıdır.

Uygulama sonucunda, ağın lt matrisleriyle lt planı optimizasyonunda kullanılan analitik zmlerden; U,m yaklaşımının, direkt HR ve yinelemeli HR yaklaşımlarına göre lt matrisine daha fazla yakınsadığı belirlenmiştir. Yinelemeli HR zmnn lt matrisine çok duyarlı olmasından dolayı, U,m veya direkt HR zmleri ile yapılan bir Şekil optimizasyonundan sonra en uygun baz konfigürasyonu ile yinelemeli HR zmne başlanmasının gerekli olduğu saptanmıştır. Uygulama sonucunda, lt matrisinin inversine direkt yaklaşım zm olan U,m yaklaşımının, diğer yöntemlere göre lt matrisinden daha az etkilendiği ve daha fazla yakınsadığı görüldüğünden, lt matrisleri ile ağrılık optimizasyonunda U,m yaklaşımın uygulanması önerilir.

İkinci derece optimizasyon işlemi sonucunda belirlenen ağın, güven optimizasyonun da, güvenirlikleri yetersiz bazların ağrılıkları ktlterek veya bu bazlara dik yönde yeni bazlar ilave edilerek yapılması gerekir. Uygulamada, ağrılık ktlterek yapılan güven iyileştirilmesinin baz eklenerek yapılan göre lt matrisinden daha az sapmaya neden olduğu grlmştir. Ağ güvenirlik yönünden en uygun duruma getirildikten sonra, bazların optimal ağrılık dağılımını yeniden belirlemek için tekrar ikinci derece optimizasyonun yapılması önerilir.

#### KAYNAKLAR

- /1/ Ayan, T. : Jeodezik Ağların Optimizasyonu, Doçentlik Tezi, İ.T.. İnaşat Fakültesi, İstanbul, 1981.
- /2/ Dare, P. : Design of GPS Networks: Operational Procedures, Phd. Thesis, University of East London, School of Surveying, London, 1995.
- /3/ Even-Tzur, G. : Reliability Design and Control of Geodetic Networks, ZFV, 4, 128-134, 1999.
- /4/ Even-Tzur, G. : GPS Vector Configuration Design For Monitoring Deformation Network In The North of Israel, The 10th FIG International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, USA, 154-163, 2001.
- /5/ Even-Tzur, G., Papo, H. : Optimisation of GPS Networks by Lineer Programming, Survey Review, 33, 537-545, 1996.

- /6/ Gerasimenko, M. D. : First Order Design of The Deformation Networks With The Minimal Number of Geodetic Points and Their Optimal Allocation, Far Eastern Mathematical Reports, 4, 86-94, 1997.
- /7/ Grafarend, E. W. : Second Order Design of Geodetic Nets, ZFV, 100, 150-168, 1975.
- /8/ Grafarend, E. W., Sanso,: Optimization and Design of Geodetic Networks, 585-588 Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, Newyork, Tokyo, 1985.
- /9/ Kınık, I. : Jeodezik Ağların Ölçüt Matrisleriyle İkinci Dereceden Optimizasyonu, Harita Dergisi, 99, 30-49, 1987.
- /10/ Konak, H. : Yüzey Ağlarının Optimizasyonu, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1994.
- /11/ Kuang, S. : Geodetic Network Analysis And Optimal Design, Ann Arbor Pres, 1996.
- /12/ Leick, A., Emmons, B. M.: Quality Control With Reliability For Large GPS Networks, Journal of Surveying Engineering, 120, 25-41, 1994.
- /13/ Özşamlı, C. : Kontrol Ağlarının Ölçüt Matrisleri İle Ağırlık ve Ölçü Planı Optimizasyonu, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1994.
- /14/ Öztürk, E., Şerbetçi, M. : Dengeleme Hesabı, Cilt III, 504-523, Trabzon, 1992.
- /15/ Schaffrin, B. : Aspects Of Network Design, Optimization And Design Of Geodetic Networks, 548-597, Grafarend And Sanso, Eds. Springer – Verlag, Berlin, 1985.
- /16/ Schmitt, G. : Zur Gewichtsoptimierung in Richtungstenzen, Beitrage zum 8. Internationalen Kurs Für Ingenieurvermessung, Zürich, 1980.
- /17/ Wolf, P. R., Ghilani, C.: Adjustment Computation: Statistics and Least Squares In Surveying and GIS, 235-250, John Wiley and Sons, Inc., Newyork, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, Weinheim, 1997.