

## GEOMETRİK NİVELMANDA YERÇEKİMİ DÜZELTMESİ

Yazan: Hayati BALKAN  
Harita Genel Müdürlüğü

Geometrik nivelmanın herhangi bir bilimsel yükseklik sistemine dönüşümüne ilişkin görüşler ve uygulamalar yanında, çeşitli mühendislik hizmetlerinin tümüne dönük bir yükseklik sistemi (kullanma yüksekliği) içine yerçekimi etkisinin nasıl dahil edilebileceği uygulamaya yönelik bir sorundur.

Amaçları yönünden kullanma yüksekliği ile bilimsel yükseklik sistemlerinin hesaplanmaları ayrı ayrı düşünülmesi gerektiği halde, doğrudan doğruya kullanma yüksekliğinden istenen bir bilimsel yükseklik sistemine dönüşüm mümkün olabilmelidir. Bu düşünceden hareketle konunun ele alınmasında:

1. Uygulama ihtiyaçlarının yükseklik sisteminden istediği özelliklerin,
2. Geodezik yönden, bir yükseklik sisteminde bulunması gereken özelliklerin,
3. Yerçekimi dağılımının nivelmana olan etkisinin ortaya konması gerekecektir.

### Birinci madde kapsamındaki özellikler:

- a. Hesaplanacak yükseklik sisteminin, uygulamanın değişik amaçlarına yeterince cevap verebilmesi ve uygulamadaki duyarlılık içinde ne zaman bir noktanın diğerinden yüksek olduğunu ifade etmesi.
  - b. Bir defa tesbit edilen ve hesaplanan kullanma yükseklik değerlerinin tekrar esastan değiştirilmemesi.
  - c. Yükseklik sistemi hesabı için yalın nivelman değerlerine getirilecek düzeltmelerin, elde edilecek yükseklik sistemi noktaları arasında uygulayıcıların yapacakları nivelman ölçülerinin düşüş hatalarını fazla büyütecek düzeye çıkmaması.
  - d. Tüm uygulayıcılar için resmi bir anlam taşıyacak bu yükseklik sistemi içinde, uygulayıcıların yapacakları nivelman ölçüleri için gerektiğinde yerçekimi düzeltmesi kolay hesaplanır biçimde ve küçük değerlerde olması,
- şeklindedir.

### Geodezik yönden ise:

- a. Teorinin ortaya koymuş olduğu, nivelman halkalarında teorik kapanma hatalarının herhangi bir şekilde hesaba sokulmuş olması,
- b. Hesaplanacak kullanma yükseklik sisteminin bilimsel yükseklik sistemlerine kolayca dönüştürülebilmesi şeklindedir.

Nasıl tarif edilirse edilsin, herhangi bir yükseklik sisteminin yukarıda anılan özelliklerin tümünü birden kapsıyacak biçimde olamayacağı bilinmektedir.

Bu nedenle önce, nivelmana yerçekimi nedeniyle getirilecek düzeltmenin ne büyüklüklerde olabileceğinin saptanması ve bu değerlerin nivelman duyarlılığı ile karşılaştırılması gereklidir.

Türkiye 1 nci derece nivelman ağından seçilen 6 nivelman halkasındaki (bak ekli harita) teorik kapanma hataları

$$\epsilon = -DK_{AA} = - \frac{A}{\sum A} \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} \Delta h$$

eşitliği ile hesaplanmıştır.

Eşitlikte ;

$\epsilon$  = teorik kapanma hatası

$DK_{AA}$  = Bir nivelman halkasında dinamik düzeltme miktarı

$\bar{g}$  = Birbirini izleyen iki nivelman noktasında ölçülen yerçekimi değerleri ortalaması,

$g_0$  = Bu hesaplarda kullanılan ortalama bir yerçekimi değeri.  
( $\psi = 39^\circ$  de normal yerçekimi değeri = 980 091,94 mgal)

$\Delta h$  = Birbirini izleyen iki nivelman noktası arasındaki yükseklik farkı.

Buna göre elde edilen sonuçlar :

Çizelge I

Nivelman Halka No:	I	II	III	IV	V	VI
$\epsilon = -DK$ (cm)	+ 2.97	-0.17	+ 7.34	+ 0.58	- 2.11	+ 1.24
Geometrik Nivelman Kapanma Hatası (cm)	- 3.89	+5.12	- 7.10	- 0.43	- 3.82	-10.34
Geometrik Nivelman (cm) Hakiki Kapanma Hatası	+ 6.86	-5.30	+14.44	+ 0.98	+ 1.71	+11.58

Çizelgede gösterilen  $\epsilon$  değerlerinden özellikle II ve III numaralı halkalara ait olanlar dikkati çekmektedir. II numaralı nivelman halkası, ortalama 700 km. olan ülke nivelman halkaları uzunluklarına oranla kısa (425 km.) olup, bu halkada hesaba giren nivelman noktaları arasındaki yükseklik farkının az oluşu nedeniyle çok küçük bir  $\epsilon$  ile kapanmıştır. İlerde görüleceği üzere, bu halkayı meydana getiren hatlara düşen  $\epsilon$  payları aslında birkaç cm. yi bulmakta, ancak bu payların toplamı sifıra yaklaşmaktadır.

Buna karşılık III numaralı halka için hesaplanmış olan  $\epsilon = + 7,34$  cm değerinin büyük oluşuna ise, halka boyunca ölçü için seçilmiş olan yerçekimi noktalarının uygun yerlerde bulunmayışı neden olmaktadır.

Çizelgede görülen diğer önemli bir husus ise, teorik kapanma hatalarının nivelman halkaları kapanma hataları seviyesinde olması ve bunların genellikle nivelman halkaları kapanma hatalarına eklenerak dengelenecek kapanma hatalarını büyütmeleridir. Buradan, nivelman dengelenmesinden önce, nivelman halkaları teorik kapanma hatalarının hesaplanmasının gerekli olduğu ortaya çıkmaktadır. Böyle bir hesaplama için ülkenin yeterli sıklıkta olmıyan ölçülmüş yerçekimi değerleri yerine, gerektiğinde teorik yerçekim değerlerinin kullanılmasında, nivelman ağındaki ortalama km. hatasının 0.4 mm. den büyük oluşu nedeniyle hiç bir sakınca olmayacaktır. (Bak kaynak 3.)

Bu genellemeden sonra üzerinde durulması gereken bir husus'ta, nivelman halkalarının, hesaplanan teorik kapanma hatalarının o halkayı oluşturan hatlara ne şekilde dağıtılacağıdır.

Teorik kapanma hatasının hesabında değişik yollardan hareket mümkündür. Bir nivelman halkasının bir noktasından başlayıp tekrar aynı noktaya kadar hesaplanacak ortometrik ve dinamik yükseklikler düzeltme değerleri teorik kapanma hatasını verecekleri gibi,

$$(OK)_{AA} = (AK)_{AA} = -\epsilon \quad \text{bu hatanın doğrudan doğruya hesabında,}$$

örneğin

$$\epsilon = \frac{1}{g_A} \sum_A^A (\bar{h}_i - h_A) \Delta g_i \quad \text{eşitliğinden}$$

$g_A = A$  (başlangıç) noktasındaki yerçekimi

$h_A = A$  noktasının yüksekliği

$\bar{h}_i =$  birbirini izleyen iki nivelman noktasındaki yükseklik ortalaması

$\Delta g_i =$  birbirini izleyen iki nivelman noktasındaki yerçekimi farkı, değerleri ile yararlanılabilir.

Hangi şekilde hesaplanmış olursa olsun bulunan  $\epsilon$  değerleri nivelman halkaları için birbirlerine çok yakın olmalarına karşılık, bu değerlerin nivelman halkasındaki hatlara dağılımı birbirinden farklı bulunmaktadır. Şüphesiz bu sonuç, hatlara ait ortometrik, dinamik v.s...düzeltme miktarlarının farklı olması gerektiğinden ileri gelmektedir. Ancak, hatların bu değerlerinin nivelman halkaları boyunca toplanmaları ile her seferinde aynı  $\epsilon$  değeri ortaya çıkmaktadır.

Bu bakımdan yalnız  $\epsilon$  değerinin hesabı söz konusu olduğunda en kolay sonuç veren hesap yolunun seçilmesi doğaldır.

Diğer yandan,  $\epsilon$  değerinin nivelman halkasını oluşturan hatlara dağıtımını gerektiğinde,  $\epsilon$  değerinin hatlara düşen paylarını da en küçük miktarlarda veren bir hesap yolu ağırlık kazanmaktadır.

Çok sayıdaki araştırmada kullanılmış olan Prof. K.Ramsayer'in minimum düzeltme değerini veren eşitliği ;

$$V = \epsilon_{\min} = - \frac{1}{\gamma_0} \sum_{i=1}^n (\bar{H}_i - H_C) \Delta g_{oi}$$

ele alınmış olan nivelman halkalarında uygulanmıştır.

Eşitlikte :

$$V = \epsilon_{\min} = \text{minumum düzeltme}$$

$$\gamma_0 = \text{Ülke orta enlemine ait teorik yerçekimi değeri} \\ (\gamma_0 = 980\ 091.94 \text{ mgal})$$

$$\bar{H}_i = \text{Birbirini izleyen iki nivelman noktasının yükseklik ortalaması.}$$

$$H_C = \text{Minimum düzeltmenin hesaplandığı bölge veya ülke için} \\ \text{ortalama yükseklik (Türkiye için } H_C = 775 \text{ m. alınmıştır.)}$$

$$\Delta g_{oi} = (g + \Delta g_f - \Delta g_B)_{i+1} - (g + \Delta g_f - \Delta g_B)_i = \text{Birbirini}$$

izleyen nivelman noktalarının Bouger anomalileri farkı  
(topoğrafik düzeltmesiz).

Bouger anomali hesabı için  $(g + 0.3086 \cdot H - 0.04189 \cdot \sigma \cdot H = g + 0.1968 \cdot H)$  eşitliğinde  $\sigma = 2,76$  alınmıştır.

Çizelge II' de inceleme yapılan nivelman halkalarının düğüm noktaları arasındaki hatlara ait düzeltme değerleri ve teorik kapanma hatası payı ( $\epsilon_{OK}$ ,  $\epsilon_{DK}$  ve  $\epsilon_{\min}$ ) gösterilmiştir.

Ortometrik düzeltmenin hesabı için

$$\epsilon_{OK} = \frac{B}{A} \frac{g - g_0}{g_0} \Delta h + \frac{g_A - g_0}{g_0} H_A - \frac{g_B - g_0}{g_0} H_B.$$

yaklaşık eşitliğinden yararlanılmıştır.

Hesaba giren nivelman noktaları arasındaki yükseklik farklarının fazla oluşu ve  $g_0$  değerinin  $\sigma = 39^\circ$  için alınışından, değerleri çok büyük çıkmışlardır.

Buradan nivelman ve yerçekimi ölçü noktalarının ortometrik yükseklik hesabı için uygun seçilmemiş olduğu da anlaşılmaktadır.

Çizelge II' den görüleceği üzere,  $\epsilon$  değerinin nivelman halkası hatlarına dağıtımında ancak  $\epsilon_{\min}$  eşitliği sonuçları kullanılabilir. Ancak bu suretle, bu dağıtımdan alt derece nivelman bağlantıları için bir sakınca doğmayacaktır.

Bu dağıtımda, hatlara düşen  $\epsilon_{\min}$  payı o hat içindeki nivelman noktalarına uzaklıkla orantılı bir düzeltme şeklinde olmalıdır.

Çizelge III' de değişik yollarla bulunan  $\epsilon$  değerleri birarada gösterilmiştir.

Açıklandığı şekilde yerçekimi etkilerinin geometrik nivelmana uygulanması, ilerde ihtiyaç duyulacak çeşitli bilimsel yükseklik sistemlerine geçiş için hazırlanmış bir nivelman ağının oluşmasını sağlayacak ve özellikle yalın nivelman değerlerine önemli bir değişikliğin getirilmemiş ol-

ması nedeniyle bu nivelman ağına alt kademe nivelman ölçülerinin bağlanması yerçekiminin dikkate alınması gerekli görülmüştür.

ÇİZELGE II

NİVELMAN HALKASI	NİVELMAN NO.	NİVELMAN HATTI İSMİ	ORTOMETRİK DÜZELTME	DİNAMİK DÜZELTME	MİNİMUM DÜZELTME
I.	1.	Konya-Manavgat	- 67.75	- 33.51	- 3.13
	2.	Manavgat-Antalya	+ 12.15	+ 0.97	+ 1.34
	3.	Antalya-Afyon	+ 44.44	+ 29.69	+ 1.21
	4.	Afyon-Konya	+ 8.22	- 0.12	- 2.26
		TOPLAM = - ε	- 2.94	- 2.97	- 2.84
II.	5.	Eskişehir-Sivrihisar		+ 6.11	- 0.72
	6.	Sivrihisar-Afyon		- 1.98	- 1.77
	7.	Afyon-Kütahya		- 0.59	+ 1.65
	8.	Kütahya-Eskişehir		- 3.37	+ 0.93
		TOPLAM = - ε		+ 0.17	+ 0.09
III.	9.	Afyon-Dinar		- 4.76	- 1.97
	10.	Dinar-Denizli		- 13.30	+ 1.10
	11.	Denizli-Aydın		- 6.75	- 3.54
	12.	Aydın-İzmir		+ 0.04	- 5.94
	13.	İzmir-Salihli		+ 0.52	+ 3.28
	14.	Salihli-Uşak		+ 13.35	- 0.23
	15.	Uşak-Afyon		+ 3.56	- 0.51
		TOPLAM = - ε		- 7.34	- 7.81
IV	16.	İzmir-Erdemir		- 0.10	- 5.84
	17.	Edremit-Balıkesir		- 0.04	+ 0.74
	18.	Balıkesir-İzmir		- 0.44	+ 4.29
		TOPLAM = - ε		- 0.58	- 0.81
V.	19.	Malatya-Elazığ		+ 4.32	- 0.45
	20.	Elazığ-Diyarbakır		- 13.05	- 0.27
	21.	Diyarbakır-Narlı		- 1.45	+ 0.59
	22.	Narlı-Malatya		+ 12.29	+ 2.65
		TOPLAM = - ε		+ 2.11	+ 2.52
VI.	23.	Konya-Ulukışla		+ 19.06	- 0.40
	24.	Ulukışla-Tarsus		- 53.07	- 0.12
	25.	Tarsus-Silifke		- 0.23	+ 0.09
	26.	Silifke-Manavgat		- 0.51	- 5.69
	1.	Manavgat-Konya		+ 33.51	+ 3.13
		TOPLAM = - ε		- 1.24	- 2.99

Değerler cm. cinsindedir.

ÇİZELGE III.

NİVELMAN HALKASI	[L] (km.)	$\epsilon_{OK}$ cm.	$\epsilon_{DK.}$ cm.	$\epsilon_{MIN}$ cm.	YALIN NİVELMAN KAPANMA HATASI cm.
I	913	+ 2.94	+ 2.97	+ 2.84	- 3.89
II	425		- 0.17	- 0.09	5.12
III	832		+ 7.34	+ 7.81	- 7.10
IV	518		+ 0.58	+ 0.81	- 0.43
V	864		- 2.11	- 2.52	- 3.82
VI	1091		+ 1.24	+ 2.99	-10.34

KAYNAKLAR :

1. Von H. Bodemüller  
Beitrag zur Schwerekorrektion  
geometrischer Nivellements.  
DKG Reihe A, NO 26
2. W. Grossmann  
Symposium über die Bedeutung der  
Gravimetrie für die Geodesie.  
DKG Reihe A, NO 32
3. M. Kneissl  
Wissenschaft liche Referate  
DKG Reihe A, NO 9
4. K. Ramsayer  
Die Schwerereduktion von Nivellements  
DGK Reihe A, NO 6
5. K.Ramsayer  
Schwerere ductionen des Badisch -  
Württembergigischen Haupthöhenetzes.  
DKG Reihe A, Nr. 22
6. K.Ramsayer  
Genauifkeitsuntersuchungen der  
Schwerereduktion von Nivellements.  
DKG Reihe A, NO 31