

GEL – GIT (MED – CEZİR) KUVVETİ Z – BİLEŞENİN TEORİK HESABI

**Yazan : Y. Müh. Alb.
Hayati BALKAN**

Güneş ve aymın çekim kuvvetinden dolayı, dünya yer çekimi ivmesi zamana bağlı olarak ve günde 0,30 mgal i bulabilen devamlı bir değişim göstermektedir. Bu değişim miktarları, zamanımızda kullanılmakta olan gravimetri aletlerinin ölçü sıhhatlerinden fazla olduğu için, yer çekimi ivmesinin değerlendirilmesinde dikkate alınmalıdır.

Gel-Git kuvveti Z-bileşeninin senelik değerlerini ihtiva eden cetveller çeşitli yabancı enstitülerce peryodik olarak yayınlanmaktadır. Ancak, muayyen enlem ve boyamlardaki Z değerini veren bu cetvellerden doğrudan doğruya istifade mümkün olmamaktadır. Az da olsa yapılması gereken hesap ve interpole işlerinden tasarruf etmek amacı yanında özellikle Türkiyedeki Z değerlerinin tesbiti ile araştırmacı ve tatbikatçılara kolaylık sağlanması arzu edilmiştir.

Böyle bir neticeye ulaşmak için akla gelen ilk husus, gel-git kuvveti Z bileşenine ait devamlı kayıtlar olacaktır. Henüz memleketimizde, bütün tesirlerden aranmış olarak yapılagelen bu çeşit kayıtlara ait neticeler, elimizde bulunmamaktadır. Esasında bu kayıtların kesin analizleri de ayrı bir araştırma konusu olarak zaman zaman ele alınmıştır. Bu sebeple, bilinen kayıt ve analiz şekilleri henüz tekâmiî devresini tamamlamış sayılmamalıdır. Bilhassa kaytlarda, yerçekimi ivmesi ve eğim değişimlerindeki en küçük miktarların tesbiti zorunluluğu, Z değerinin tesbiti için imâl edilen kayıt aletlerinden yüksek nitelik istenmektedir,

- Bu arada :**
- Kayıt aletinin ölçü hassasiyetinin yüksek oluşu,
 - Mekanik ve elektrikî ard tesirlerin tesbit ve kontrol edilebilir durumda bulunmaları,
 - Ölçü aletlerinde, zamanla değişen bir hassasiyetin bulunmaması,
 - Analiz metodunun, bilhassa gravimetre ölçü aletinin drift (gang) tesbiti yönünden kontrol edilmiş olması,

önemle belirtilmesi gereken hususlardandır. Uzun zaman ve sabırla yapılacak bu kabil bir çalışma sonunda, kayıt bölgesine ait Z bileşeni değeri elde edilebilecektir.

Diğer taraftan Z bileşeninin teorik olarak hesabı çeşitli yollardan mümkünündür. Bu suretle tatbikatçılara gel – git'ten dolayı ölçülere getirilecek düzeltme miktarlarını önceden vermek kabil olacaktır. Z değeri kayıt ve analizinin tatbikattaki önemi, teorik değerle hakiki değer arasındaki orantının tesbiti yönünden olacaktır.

Hesaplanan teorik Z bileşeni değerlerinin yerçekimi ölçülerine getirilecek düzeltmeler olarak kafi gelmeyeceği (Prospection geophysique Bd. II. S. 77) bilindiğinden, aşağıda hesabı izah edilecek teorik değerler 1,22 faktörü ile çarpılmıştır. Özellikle dünyanın elâstikiyetinden ileri gelen bu hakiki ve teorik değerler oranına ait faktör, şimdîye kadar dünya üzerindeki kayıt ve analizler sonunda 0,70 – 2,00 miktarlarında tesbit edilmiştir.

Gel – git kuvveti Z bileşeninin teorik hesabı :

Güneş ve ayın dünya üzerinde meydana getirdiği çekim tesirine ait potensiyellerinin Fourier (harmonik analiz) analizleri yapılmıştır. Harmonik analiz ile, verilen bir $f(x)$ fonksiyonunun Fourier serisi tayin edilmiştir.

Verilmiş olan herhangi bir peryodik $f(x)$ fonksiyonu için konvergen bir Fourier serisi :

$$S(x) = \frac{a_0}{2} a_1 \cos wx + a_2 \cos 2wx + \dots + a_n \cos nwx + \dots$$

$$b_1 \sin wx + b_2 \sin 2wx + \dots + b_n \sin nwx + \dots$$

şeklinde yazılabilir, şayet : a_k ve b_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) katsayıları verilen fonksiyonun Fourier katsayıları iseler.

Diğer taraftan,

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \sin(wx + \varphi_1) + A_2 \sin(2wx + \varphi_2) + \dots$$

$$+ A_n \sin(nwx + \varphi_n) + \dots$$

şekline'de sokulabilen seride

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi_k = -\frac{a_k}{b_k} \quad \text{şeklindedirler.}$$

Güneş ve ayın sözü geçen potansiyellerinin analizleri sonunda Euler formüllerinden istifade ile son Fourier serisindeki kat sayılar ve te-

rimlerin sabit olan kısımları hesaplanmış ve tabelalar halinde neşredilmiştir.

Bu analizler neticesinde, güneş ve aya ait potansiyellerin gel-git kuvveti ; 52 tamgününlük ve 27 yarım günlük dalgalar halinde tesbit edilmiştir. Bu arada gel-git kuvvetindeki katkıları ihmali edilecek derecede az olan zayıf dalgalar dikkate alınmamıştır. Bunlar bilhassa uzun peryotlu dalgalarıdır.

Analiz tafsılmasını bir yana bırakıp doğrudan doğruya neticeye geterek :

tam günlük dalgalar toplamı

$$y_T = \sum_{i=1}^{n=52} (a_i \cos w_i t + b_i \sin w_i t);$$

yarım günlük dalgalar toplamı

$$Y_y = \sum_{j=1}^{n=27} (a_j \cos w_j t + b_j \sin w_j t)$$

şeklinde ifade edilirler.

Burada :

$$a_i = U_i \cos \varphi_i$$

$$a_j = -U_j \sin \varphi_j \text{ ve}$$

$$b_i = U_i \sin \varphi_i$$

$$b_j = -U_j \cos \varphi_j \text{ alınarak}$$

$$Y_T = \sum_{i=1}^n U_i \cos (w_i t + \varphi_i)$$

$$Y_y = \sum_{j=1}^n U_j \cos (w_j t + \varphi_j) \text{ şekline getirilebilir.}$$

Bu son iki formülde geçen U_i ve U_j ibareleri, her dalgaya ait amplitüt değerleridir. Bunlar, tabela I ve II de görüldüğü gibi, verilen sabit değerler ile her hesap bölgesi için hesaplanacak C_i değerlerinin çarpımından elde edilirler.

C_i değerleri :

$$C_i = 0,5 C \cdot \sin 2 \varphi$$

$$C'_1 = 0,54463 \cdot C \cdot \cos \varphi (1 - 5 \sin 2\varphi)$$

$$C_2 = C \cdot \cos^2 \varphi$$

$$C'_2 = 2,59808 \cdot C \cdot \sin \varphi \cdot \cos^2 \varphi$$

(φ = geosentrik enlem)

t zamanına ait faz açısı veya kısaca faz diye isimlendirilen ($wt + \varphi$) ifadesindeki, dalgaların açısal hız değeri W , saatte derece cinsinden tabela I ve II de ehr dalga için ayrı ayrı verilmiştir.

t zamanına bağlı olmayan sabit (sıfır) faz açısı φ ise ;

Tam günlük dalgalar için :

$$\varphi_i = \tau + i_1 \cdot S + i_2 \cdot h + i_3 \cdot p + i_4 \cdot N' + i_5 P_1 + i_6 \frac{\Pi}{2}$$

Yarım günlük dalgalar için :

$$\varphi_j = 2\tau + j_1 \cdot S + j_2 \cdot h + j_3 \cdot p + j_4 \cdot N' + i_5 \cdot P_1 + i_6 \frac{\Pi}{2}$$

$$+ 14.4920^\circ + j_1 \cdot 0.2740 + j_2 \cdot 0.0200$$

formüllerinden hesaplanır.

Burada geçen :

$$S = 277.0248^\circ + 481267.8906^\circ T + 0.0020^\circ T^2$$

$$h = 280.1895^\circ + 36000.7689^\circ T + 0.0003^\circ T^2$$

$$P = 334.3853^\circ + 4069.0340 T - 0.0103 T^2$$

$$N' = 100.8432 + 1934.1420 T - 0.0021 T^2$$

$$P_1 = 281.2209 + 1.7190 T + 0.0005 T^2$$

değerleri, güneş ve ay elemanlarının ortalama boyalarını ifade ederler.

Diger taraftan,

$$\tau = 15^\circ t_o - S + h + L_o$$

t_o = tam günlük dalgaların başlama zamanı (T.U.)

L_o = doğusal enlem

$$T = \frac{T^\circ}{36525} \text{ ve}$$

$$T' = 1 \text{ Ocak 1900, saat } 0^n \text{ T.U. dan}$$

t_o a kadar ki gün sayısını ifade eder.

φ_i ve φ_j ifadelerinin hesabını veren formüllerdeki i_k ve j_k katsayıları tabela I ve II de verilmiştir.

Yukarıda bahsedilen esaslar dahilinde, 1968 yılının Ocak ayına ait gelgit kuvveti Z – bileşeni miktarları ekli grafikte gösterilmiştir. Yapılan etüdlerden, her gravimetri ölçü noktasındaki Z bileşeni tesbiti yerine, bölge için ortalama bir enlem ve boylam değeriyle hesapların yapılmasıının, pratikte hiç bir sakıncası olmadığı tesbit edilmiştir.

Türkiye içinde çeşitli enlem ve boyamlar için yapılan hesaplarla, bulunan Z – bileşeni değerleri arasındaki farklar, gravimetri ölçü ve hesaplarında yapılan hataların altında kalmaktadır. Bu sebepten dolayı Türkiye için enlem = 39° , boylam = 34° olarak alınmış ve hesaplar elektronik hesap makinasında yapılmıştır. Böylece elde edilen ekli grafikteki Z değerleri, memleketimizin her tarafında yapılacak gravimetri çalışmalarında kullanılabileceklerdir.

Grafiklerin kullanılması :

Üç bileşene ayırabildiğimiz güneş ve ayın dünya üzerindeki toplam kütle çekiminin, gravimetri ölçü hesaplarında düzeltme olarak düşey istikametindeki (başlangıçtan beri bahsi geçen) Z – bileşeni alınır. Bu bileşenin pozitif olduğu hallerde, ölçülen yer çekimi değerleri hakiki değerlerinden küçük olarak ölçüleceğinden, Z bileşeni aynı işaretile düzeltme miktarı olarak işleme girecektir. O halde grafiklerdeki gelgit kuvveti Z – bileşeni değerleri aynı zamanda ölçülere tatbiki gereken düzeltme miktarıdır. Grafiklerdeki eğriler Z – değerlerini 10^{-2} mgal cinsinden göstermekte olup, aylar günlerine, günlerde saatlerine ayrılmıştır.

Herhangi bir gravimetri ölçüşüne getirilecek düzeltme miktarını bulmak için, ölçü anına ait ay, gün, saat ve dakika ile grafiğe girmek icaseder.

Grafiklerdeki ufki çizgiler düzeltme (Z – bileşeni) miktarlarını (kalın çizgiler + 0.00 mgal i), dikey çizgilerde zamanı gösterirler. Kalın dikey çizgiler günleri birbirinden ayırır, kısa kalın çizgiler 5 saatlik saat farklarını sınırlarlar.

Gravimetri ölçü aletinin driftini (Gang) bulmak için, aletin kiraat taksimatı cinsinden değerler lüzumlu ise, bu taktirde grafiklerden alınan düzeltme miktarları, alet sabitesi ile işlem gördükten sonra (Worden'de olduğu gibi) alet kiraat taksimatı cinsine çevrilir.

Misal : 12 Ocak 1968 günü saat 10.35 de ki düzeltme miktarı (grafikten)
– 0.047 mgal dir.

Son olarak, gel – git kuvveti tesirinin grafimetri ölçülerinde dikkate alınmaması halinde yapılacak hatanın, birkaç misalle izahına çalışıla- caktır. Gravimetri ölçülerini etkileyen bütün diğer tesirleri bir tarafa bı- rakarak, sadece Z – bileşeninin durumunu inceliyelim. Z – bileşeninin gün- lük değişimeleri grafik I de görüldüğü gibi, eğrilerle ifade edilmiş ken,

Misal 1 : 16.7 ve 23.7 tarihlerinde A ve B noktaları arasında, ABA sırasıyla gravimetri ölçüleri yapılmış olsun.

Z – bileşeni dikkate alınmadığı takdirde

16. 7. tarihinde + 0.03 mgal

23. 7. " – 0.19 mgal lik bir hata yapılmış olacaktır. 0.21 mgal farklı olarak bulunan A ve B noktaları arasındaki iki yerçekimi far- ki kullanılma özelliğinden yoksun kalacaktır.

Misal 2 : Diğer taraftan A, B ve C noktalarından meydana gelen bir lupun gravimetri ölçüleri :

17. 7. tarihinde BCB

23. 7. " ABA

24. 7. " CAC

şeklinde yapılmış olsun.

Grafik I den görüleceği üzere, Z – bileşeninin dikkate alınmadığı takdirde:

B ve C noktaları arasında + 0.00 mgal

C ve A " " – 0.19 mgal

A ve B " " – 0.22 mgal

Toplam : – 0.41 mgal

lik bir kapanma hatası yapılacaktır.

Pratik tecrübeler, modern gravimetri aletleri ile ölçülmüş ve uzun-luğu 200 km. yi bulan bir gravimetri lupundaki kapanma hatasının, Z – bi- leşeninin dikkate alındığı halinde 0.10 – 0.15 mgal i geçmediğini göster- mektedir.

Her nekadar Z – bileşeni tesirini, seçilecek özel bir ölçü sırası ile yok etmek düşünülebilir. Bu taktirde, ölçüler sırasında sık sık başlangıç noktasına dönmek icab edecktir. Şüpesiz iş hızını önemli derecede yavaş- latacak böyle bir çalışma şekli, tatbikatçılarda tercih edilmeyecektir.

Diğer taraftan gravimetri aleti ile onu etkileyen çeşitli tesirlere (ısı, basınc, vs.) tam hakim olunmadığı hallerde, böyle bir düşünce ile hareket etmeyi netice vermiyecektir.

Gel - Git Kuvveti Z - Bileşeni

Temmuz... 1968...

Coğrafi değerler : φ 39 , λ 34 doğu
Ölçülen yerçekimine getirilecek 10^{-2} mgal cinsinden düzeltme değerleri
HARITA GENEL MÜDÜRLÜĞÜ — ANKARA

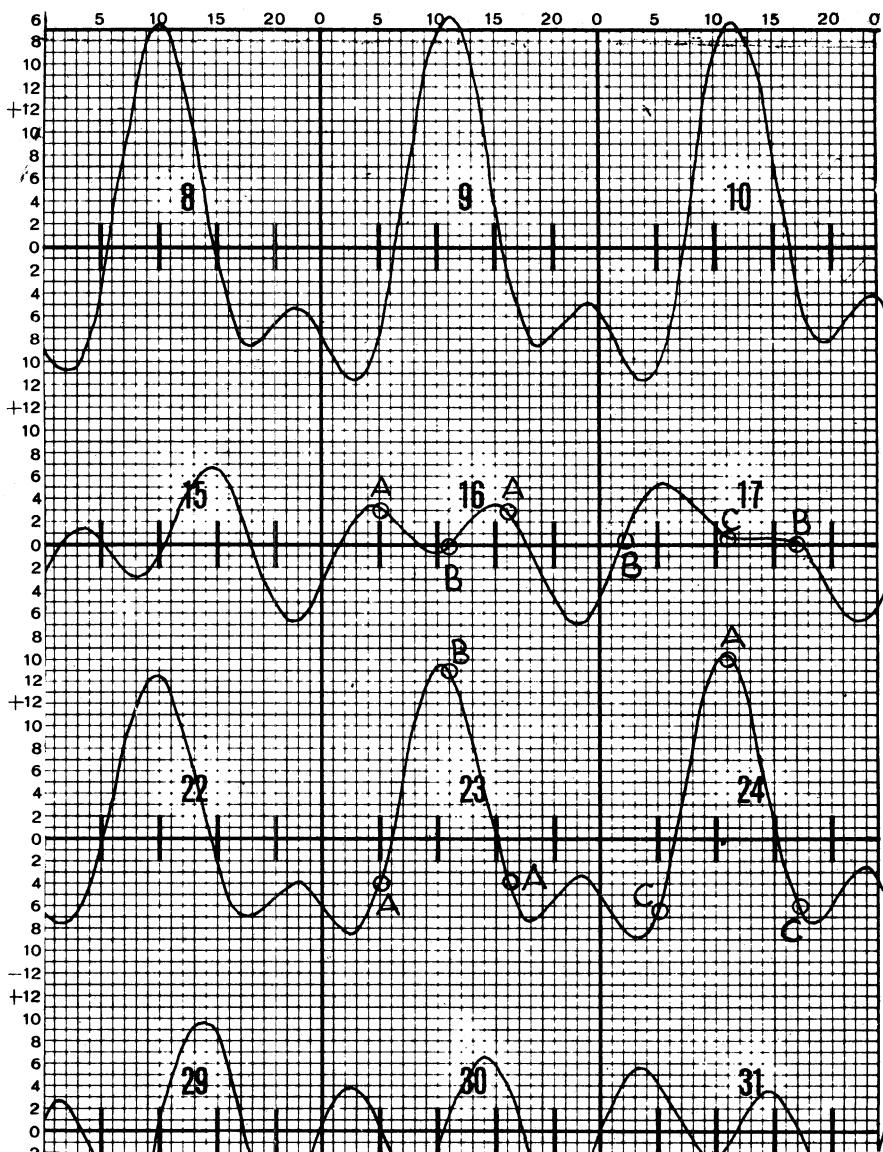


TABELA 1 — TAM GÜNLÜK DALGALAR

Index	Katsayılar						w_i 0/Saat	Amplitut 10^5
	i	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	
6	-4	0	3	0	0	0	+1	12,3099115
7	-4	2	1	0	0	0	+1	3827651
8	-3	0	2	-1	0	0	+1	8520798
9	-3	0	2	0	0	0	+1	8542862
10	-3	2	0	-1	0	0	+1	9249334
11	-3	2	0	0	0	0	+1	9271398
12	-2	0	0	0	0	0	0	13,3940191
13	-2	0	1	-1	0	0	+1	3964545
1	-2	0	1	0	0	0	+1	3986609
14	-2	2	-1	-1	0	0	+1	4693081
15	-2	2	-1	0	0	0	+1	4715145
16	-1	-2	2	0	0	0	-1	8701820
17	-1	-1	0	0	1	-1	9019689	130
18	-1	0	0	-2	0	-1	9386228	218
19	-1	0	0	-1	0	+1	9408292	7105
2	-1	0	0	0	0	+1	9430356	37689
20	-1	0	1	0	0	0	0	9476774
21	-1	0	2	0	0	-1	9523193	243 C ₁
22	-1	1	0	0	-1	+1	9841023	115
23	-1	2	0	0	0	-1	14,0251729	491
24	-1	2	0	1	0	+1	0273793	107
25	0	-2	1	0	0	-1	4145567	278
26	0	0	-1	-1	0	-1	4852039	197
27	0	0	-1	0	0	-1	4874103	1065
28	0	0	0	0	0	0	4920525	661 C' ₁
3	0	0	1	0	0	-1	4966940	2964 C ₁
29	0	0	1	1	0	-1	4989004	594
30	0	2	-1	0	0	-1	5695476	566
31	0	2	-1	1	0	-1	5717540	124
32	1	-3	0	0	1	+1	9178647	1029
33	1	-2	0	-1	0	-1	9567250	199
34	1	-2	0	0	0	+1	9589314	17584
35	1	-1	0	0	-1	-1	9999980	147

TABELA 1 – TAM GÜNLÜK DALGALAR

Index	Katsayılar						w_1 0/Saat	Amplitut 10^5	
	i	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6		
36		1	-1	0	0	1	-1	15,0000020	423
37		1	0	0	-1	0	+1	0388622	1050
4		1	0	0	0	0	-1	0410686	53050
38		1	0	0	1	0	-1	0432751	7182
39		1	0	0	2	0	+1	0454815	154
40		1	1	0	0	-1	-1	0821353	423
41		1	2	0	0	0	-1	1232059	756
42		2	-2	1	0	0	-1	5125897	566
43		2	-2	1	1	0	-1	5147961	112
5		2	0	-1	0	0	-1	5854433	2964
44		2	0	-1	1	0	-1	5876497	587
45		2	0	0	0	0	0	5900852	241 C ₁
46		3	-2	0	0	0	-1	16,0569644	492 C ₁
47		3	0	-2	0	0	-1	1298180	240
48		3	0	0	0	0	-1	1391017	1623
49		3	0	0	1	0	-1	1413081	1039
50		3	0	0	2	0	-1	1435145	218
51		4	0	-1	0	0	-1	6834764	311
52		4	0	-1	1	0	-1	6856828	199

TABELA 2 - YARIM GÜNLÜK DALGALAR

Index	Katsayılar						w_j	Amplitut $\cdot 10^5$
	j	j_1	j_2	j_3	j_4	j_5	j_6	
6	-3	0	3	0	0	+2	27,3509802	130 C ₂
7	-3	2	1	0	0	+2	4238338	335
8	-2	0	1	0	0	-1	8907130	117 C' ₂
1	-2	0	2	0	0	+2	8953548	1150 C ₂
9	-2	2	0	0	0	+2	9682084	1388
10	-1	0	0	0	0	-1	28,4350877	427 C' ₂
11	-1	0	1	-1	0	0	4375231	324 C ₂
2	-1	0	1	0	0	+2	4397295	8693
12	-1	2	-1	0	0	+2	5125831	1652
13	0	-2	2	0	0	0	9112506	136
14	0	-1	0	0	1	0	9430375	157
15	0	0	0	-1	0	0	9818978	1693
3	0	0	0	0	0	+2	9841042	45406
16	0	1	0	0	-1	+2	29,0251709	138
17	1	-2	1	0	0	0	4556253	335
4	1	0	-1	0	4	0	5284789	1284
18	1	0	0	0	0	+1	5331208	394 C' ₂
19	1	0	1	0	0	+2	5377626	321 C ₂
20	1	0	1	1	0	+2	5399690	141
21	2	-3	0	0	1	+2	9589333	1240
5	2	-2	0	0	0	+2	30,0000000	21179
22	2	-1	0	0	-1	0	0410667	177
23	2	0	0	0	0	+2	0821373	5753
24	2	0	0	1	0	+2	0843437	1712
25	2	0	0	2	0	+2	0865501	186
26	3	0	-1	0	0	+2	6265120	321
27	3	0	-1	1	0	+2	6287184	140

K A Y N A K L A R**1. Landolt — Börnstein**

Astronomie und Geophysik
Band III Abschnitt 322

2. H. Lecolazet

La methode utilisée à Strasbourg pour l' analyse harmonique
Bull. Inform. Marées Terrestres (1958) 10.

3. H. Watermann

Gezeitenkorrektionen für gemessene Schwerewerte
Deutsche Geodätische Kommission
Reihe A, Heft 10 b, München 1955

4. R. Brein

Erdgezeiten—Analyse mit Berechnung täglicher Verbesserungen von Charakteristischen Schwebungskurven nach der Methode der kleinsten Quadrate Deutsche Geodätische Kommission
Reihe B, Heft 132, Frankfurt a. m. 1966.

Gel - Git Kuvveti Z - Bileseni

Ocak 1968

Coğrafi değerler : $\gamma = 39^{\circ} 34' \text{ doğu}$
Ölçülen yerçekimine gerekli olan 10^{-2} mgal cinsinden düzleme değerleri

HARİTA GENEL MÜDÜRLÜĞÜ – ANKARA

