

CHOLESKY ÇARPANLARINA AYIRMA VE BAĞIL GÜVEN ELİPSİ YÖNTEMLERİYLE YATAY HAREKETLERİN BELİRLENMESİ

(DETERMINATION OF HORIZONTAL MOVEMENTS BY CHOLESKY FACTORING METHOD AND RELATIVE CONFIDENCE ELLIPSE METHOD)

**Mualla (ÜNVER) YALÇINKAYA
Emine TANIR**

ÖZET

Jeodezinin uygulama alanlarından biri de iki veya daha fazla ölçme dönemleri arasında, objeyi temsil eden noktaların içinden konum değiştirenlerdeki deformasyon vektörlerini belirlemektir. Jeodezik olarak bölgelerde veya yapılarda oluşan deformasyonlar, hareketin kaynağına, problemin kapsamına, uygulanan ölçü yönteminin türüne göre Dinamik, Kinematik ve Statik modeller ile incelenir. Bu modeller ile deformasyon analizinde noktalardaki konum değişimi, değişik fiziksel parametrelere ve zamana bağlı olarak yada bu parametrelerden bağımsız olarak belirlenir.

Statik modelde, deformasyon belirlemesi yapılacak olan bölge veya binanın karakteristik noktalarına ait deformasyon vektörleri, zamandan ve etkiyen dış kuvvetlerden bağımsız olarak belirlenir. Bu modele göre, bütün sistemin bir kez ölçülmesi sırasında noktaların sabit kaldığı varsayılmaktadır. Bundan dolayı statik model, jeodezik yöntemlerde en çok uygulama alanı bulan ve yalın yerel değişimlerin geometrik olarak belirlenmesini sağlayan bir deformasyon belirleme modelidir. Bu çalışmada, deformasyonu statik modelle belirleyen, Cholesky Çarpanlarına Ayırma ve Bağil Güven Elipsleri Yöntemleri teorik ve uygulamalı olarak incelenmiştir.

ABSTRACT

One of the basic duties of geodesy is to determine direction and the magnitude of deformation vector of object points of which the positions have changed among other points that represent object points in between at least two measurement intervals. Because of this, deformation analysis is very important in geodesy. Deformation which occurs in geophysical regions and buildings is examined according to form of occurrence of movement, the content of the problem; and measurement method by using different methods. These methods are dynamics, kinematics and statics models. Change of position on points with these models is determined according to different physical parameters and time or they are determined independently from these parameters.

In static model, deformation vectors which belong to characteristic points of building or region for which deformation vector will be determined independently from time and external forces. According to this model, it is accepted that point positions are the same at one period of measurement. Therefore, static model, which is mostly used, is a deformation model which providing geometrical determination of pure local displacements. In this study, Cholesky Factoring Method and Relative Confidence Ellipse Method are examined theoretically and practically.

1. GİRİŞ

Deformasyonun belirlenebilmesi için değişik faktörlerden kaynaklanan etkilerin göz önüne alındığı ölçme yöntemleri geliştirilmiştir. Bunlar genel olarak fiziksel ve jeodezik ölçme yöntemleri olarak adlandırılır. Hem yapıda hem de çevresinde meydana gelen deformasyonun belirlenmesine olanak sağlaması ve güvenilir olması nedeniyle, jeodezik yöntemler yaygın uygulama alanı bulmaktadır /16/. Jeodezik deformasyon analizinin amacı, deformasyona konu olan yapı veya bölge ile çevrelerinde jeolojik, jeofizik etkilerle meydana gelen hareketleri belirlemektir. Objedeki veya arazideki deformasyonları belirlemek amacıyla bir jeodezik kontrol ağı kurulur ve ağda farklı periyotlarda jeodezik gözlemler yapılır. Her periyoda ait gözlemler, ayrı ayrı serbest dengelenerek ağ noktalarının koordinatları ve varyans-kovaryans matrisleri hesaplanır. Dengeleme sonuçları veri olarak kullanılarak farklı deformasyon analizi yöntemleri ile deformasyon belirlenmesi yapılır /3,7,11,12,15,19/.

Bu çalışmada, Cholesky Çarpanlarına Ayırma ve Bağlı Güven Elipsleri Yöntemleri ile yatay hareketlerin belirlenmesi teorik ve uygulamalı olarak incelenmiştir. Her iki yöntemle hareket belirlemesi yapabilmek için ağı sabit ve hareketli noktalarının başlangıçta bilinmesine gerek vardır. Deformasyonu belirlemek amacıyla kurulan kontrol ağları da, jeolojik olarak sağlam zeminlere tesis edilecek sabit noktalar ve hareket beklentisi olan yerlerde tesis edilecek noktalardan oluşacak şekilde tasarlandığından jeodezik deformasyon ağlarında sözü geçen yöntemlerle hareket belirlemesi yapılabilir. Sayısal uygulamada, maden araştırmak amacıyla açılan bir galeri ve çevresini kapsayacak şekilde kurulan jeodezik deformasyon ağında, gözlenmiş olan doğrultu ve kenar ölçüleri veri olarak kullanılmıştır. Her periyottaki ölçüler ayrı ayrı serbest dengelenmiştir. Hesaplanan nokta koordinatları her iki yöntemde veri olarak kullanılarak oluşan hareketler belirlenmiş ve bu yöntemlerin kullanılmasındaki kolaylıklar ve zorluklar irdelenmiştir.

2. CHOLESKY ÇARPANLARINA AYIRMA YÖNTEMİ İLE HAREKETİN BELİRLENMESİ

Kontrol ağındaki, deformasyon noktaları ile sabit noktaların geometrik olarak ayrılabilir olması durumunda Cholesky Çarpanlarına Ayırma Yöntemi etkin olarak kullanılabilen bir yöntemdir. Sabit noktaların koordinat bilinmeyenleri vektörü x_F ile gösterilirse, t_1 ve t_2 periyotlarına ait ölçüler, sabit noktalara ilişkin bilinmeyenlerin kısmi izinin minimum olması koşulu ile en küçük kareler yöntemine göre dengelenir /5,10/.

$$x_F^T x_F = \min \quad (1)$$

\underline{x}_{1F} , \underline{x}_{1D} vektörleri sırasıyla 1. periyotta sabit ve hareketli noktaların koordinat bilinmeyenleri vektörü; \underline{x}_{2F} , \underline{x}_{2D} ise sırasıyla 2. periyotta sabit ve hareketli noktaların koordinat bilinmeyenleri vektörü ile gösterilirse, bilinmeyenlerin kısmi izinin minimum olması koşulu ile yapılan dengeleme sonucunda hesaplanan bilinmeyenler vektörü (2) eşitliğindeki gibi ve bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisi de (3) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$\hat{\underline{x}}_1 = \begin{vmatrix} \underline{x}_{1F} \\ \underline{x}_{1D} \end{vmatrix}, \quad \hat{\underline{x}}_2 = \begin{vmatrix} \underline{x}_{2F} \\ \underline{x}_{2D} \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\underline{Q}_{x_1}^{\wedge} = \begin{vmatrix} \underline{Q}_{1FF} & \underline{Q}_{1FD} \\ \underline{Q}_{1DF} & \underline{Q}_{1DD} \end{vmatrix}, \underline{Q}_{x_2}^{\wedge} = \begin{vmatrix} \underline{Q}_{2FF} & \underline{Q}_{2FD} \\ \underline{Q}_{2DF} & \underline{Q}_{2DD} \end{vmatrix} \quad (3)$$

Yalnız sabit noktalara ait koordinat farkları vektörü ve ters ağırlık matrisi sırasıyla,

$$\underline{d}_F^{\wedge} = \underline{x}_{2F}^{\wedge} - \underline{x}_{1F}^{\wedge} \quad (4)$$

$$\underline{Q}_{dF} = \underline{Q}_{1FF} + \underline{Q}_{2FF} \quad (5)$$

olur. Sabit noktaların hareket edip etmediklerini test etmek için sıfır hipotezi,

$$H_0 : E \{ \underline{d}_F^{\wedge} \} = \underline{0} \quad (6)$$

şeklinde kurulur. Hipotezin testi için sabit noktalar deneysel varyans ve sabit nokta sayısı n_F olmak üzere karesel ortalama hata m_{01}^2 ;

$$\underline{R}_F = \underline{d}_F^T \underline{Q}_{dF}^+ \underline{d}_F \quad (7)$$

$$m_{01}^2 = \frac{\underline{R}_F}{f_1} \quad ; \quad f_1 = 2 n_F \quad (8)$$

olarak elde edilir. Her iki periyotun ayrı ayrı serbest dengelemesi sonucu hesaplanan düzeltmelerin kareleri toplamından yararlanarak her iki periyot için ortak olan birim ölçünün ortalama hatası (9) eşitliğine göre hesaplanır.

$$m_{02}^2 = \frac{v_1^T p_1 v_1 + v_2^T p_2 v_2}{f_{01} + f_{02}} \quad ; \quad f_2 = f_{01} + f_{02} \quad (9)$$

Burada, v_1 ve v_2 , sırasıyla birinci ve ikinci periyot ölçülerinin dengelenmesi sonucu hesaplanan düzeltme vektörleri, f_{01} ve f_{02} de sırasıyla birinci ve ikinci periyot ölçülerinin dengelenmesindeki fazla ölçü sayılarıdır. Adı geçen değerler, $f_{01} = n_1 - u_1 + d$; $f_{02} = n_2 - u_2 + d$ eşitlikleri ile hesaplanır. Bu eşitliklerde, n_1 ve n_2 sırasıyla birinci ve ikinci periyot ölçülerinin sayısını, u_1 ve u_2 sırasıyla birinci ve ikinci periyot ölçülerinin dengelenmesinde bilinmeyenlerin sayısını ve d de datum bilinmeyeni değerini göstermektedir.

(8) ve (9) eşitliklerinden hesaplanan değerlerden yararlanarak test büyüklüğü aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$T_1 = \frac{m_{01}^2}{m_{02}^2} \quad (10)$$

Test büyüklüğü değeri (T_1), f_1 ve f_2 , sırasıyla payın ve paydanın serbestlik derecesi ve $\alpha=0.05$ yanılma olasılığı olmak üzere F-Tablo değerinden alınan değerle karşılaştırılır.

$T_1 < F_{f_1, f_2, 1-\alpha}$ ise sabit noktalarda deformasyon yoktur.

$T_1 > F_{f_1, f_2, 1-\alpha}$ ise sabit noktalardan en az biri hareket etmiştir denilir.

\underline{d}_F vektöründe mutlak değeri en büyük olan değer çıkarılır ve sıfır hipotezi yeniden kurularak test edilir. Bu işlemler, test büyüklüğü tablo değerinden küçük oluncaya kadar tekrar edilir /20/. Sabit noktalar testinde hareket ettiği belirlenen sabit noktalar da deforme olan obje noktası olarak alınır. Sabit noktaların testinden sonra, obje (deformasyon) noktalarının testine geçilir. Sabit noktalar için bir çift, obje noktaları için iki çift koordinat bilinmeyi seçilerek, A_1 sabit noktalara karşılık gelen katsayılar matrisi, \underline{A}_1 ve \underline{A}_2 hareketli noktalara karşılık gelen katsayılar matrisleri olmak üzere, toplu dengelemenin fonksiyonel modeli ve stokastik modeli aşağıdaki gibi kurulur.

$$\begin{vmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{A}_1 & \underline{A}_1 & \underline{0} \\ \underline{A}_1 & \underline{0} & \underline{A}_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{x}_F \\ \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underline{1}_1 \\ \underline{1}_2 \end{vmatrix} \quad (11)$$

$$\underline{Q} = \begin{vmatrix} \underline{Q}_{FF} & \underline{Q}_{F1} & \underline{Q}_{F2} \\ \underline{Q}_{1F} & \underline{Q}_{11} & \underline{Q}_{12} \\ \underline{Q}_{2F} & \underline{Q}_{21} & \underline{Q}_{22} \end{vmatrix} \quad (12)$$

Burada \underline{Q} matrisi toplu dengelemenin ters ağırlık matrisidir. Dengeleme sonucunda bulunan Objeler noktalarının koordinatlarından yararlanarak hesaplanan fark vektörü ve ters ağırlık matrisi

$$\underline{d} = \underline{x}_2 - \underline{x}_1 \quad (13)$$

$$\underline{Q}_d = \underline{Q}_{11} + \underline{Q}_{22} - \underline{Q}_{12} - \underline{Q}_{21} \quad (14)$$

şeklinde bulunur. Sıfır hipotezi aşağıdaki gibi kurulur.

$$H_0 : \underline{d} = \underline{0} \quad (15)$$

Sıfır hipotezinin testi için deneysel varyans m_{03}^2 ; n_B , obje noktası sayısı ve f_3 , serbestlik derecesi olmak üzere aşağıdaki biçimde hesaplanır.

$$m_{03}^2 = \frac{\underline{d}^T \underline{Q}_d^+ \underline{d}}{f_3} \quad ; \quad f_3 = 2 n_B \quad (16)$$

(9) ve (16) eşitliklerinden yararlanarak Test büyüklüğü T_2 aşağıdaki eşitlikten hesaplanır. Test değeri, f_3 ve f_2 sırasıyla payın ve paydanın serbestlik derecesi ve $\alpha=0.05$ yanılma olasılığı olmak üzere F-Tablo değerinden alınan değerle karşılaştırılır.

$$T_2 = \frac{m_{03}^2}{m_{02}^2} \quad (17)$$

$T > F_{f_3, f_2, 1-\alpha}$ ise obje noktaları $s = 1 - \alpha$ istatistik güvenle hareket etmiştir.

$T < F_{f_3, f_2, 1-\alpha}$ ise deformasyon yoktur kararı hemen verilmemeli ve daha ayrıntılı deformasyon irdelenmesine geçilir. Deformasyon noktalarındaki koordinat farkları vektörü korelasyonlu

olduklarından teker teker anlamlılık testine tabi tutulamazlar. Bu nedenle, \underline{d} vektörü elemanları korelasyonsuz bir başka vektöre dönüştürülmelidir. Bunun için \underline{d} vektörünün tam dolu ağırlık matrisi P_d ;

$$\underline{P}_d = \underline{Q}_d^{-1} \quad (18)$$

ve C bir üst üçgen matrisi göstermek üzere

$$\underline{P}_d = \underline{C}^T \underline{C} \quad (19)$$

biçiminde hesaplanır. \underline{C} üst üçgen matrisi simetrik \underline{P}_d matrisi yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\underline{P}_d = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdot & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \cdot & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3} & \cdot & P_{nn} \end{vmatrix}, C = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdot C_{13} & \cdot & C_{1n} \\ 0 & C_{22} & C_{23} & \cdot & C_{2n} \\ \cdot & 0 & C_{33} & \cdot & C_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & C_{nn} \end{vmatrix} \quad (20)$$

Burada, n obje noktası sayısına bağlı bir değerdir ve obje noktası sayısının iki katıdır ($n=2n_B$). P matrisinin alt indisleri satır ve sütun sayılarını ifade etmektedir. Örneğin P_{nn} değeri n inci satır ve n inci sütun elemanıdır. C matrisinin elemanları aşağıdaki eşitliklerden hesaplanır.

$$C_{11} = \sqrt{P_{11}} \quad (21)$$

$$C_{1i} = \frac{P_{1i}}{C_{11}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

$$C_{ii} = (P_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ki}^2)^{\frac{1}{2}} \quad i = 2, 3, 4, \dots, n \quad (23)$$

$$C_{ij} = (P_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ki} C_{kj}) / C_{ii} \quad (24)$$

$$i = 2, 3, \dots, n-1 \quad \text{ve} \quad j = i+1, \dots, n$$

P_d matrisinin yerine C matrisinin konulması ile d vektörünün karesel şekli

$$q = \underline{d}^T \underline{P}_d \underline{d} = \underline{d}^T \underline{C}^T \underline{C} \underline{d} \quad (25)$$

elde edilir. Bu gösterim kısaltılarak

$$\underline{C} \underline{d} = \underline{r} \quad (26)$$

$$q = \underline{r}^T \underline{r} = r_{x1}^2 + r_{y1}^2 + \dots + r_{xn}^2 + r_{yn}^2 \quad (27)$$

elde edilir /5,8/. Burada r değerlerinin sayısı, obje noktası sayısı kadardır. Her bir noktaya ait q değerleri, r'lerin kareleri toplamından oluşmaktadır. q değerleri, d vektörü gibi korelasyonlu değildir, serbest fonksiyondur. Her bir obje noktası için q_i değerleri,

$$q_i = r_{xi}^2 + r_{yi}^2 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n_B \quad (28)$$

hesaplanır ve teker teker anlamlılık testine tabi tutulur. Burada r_{xi}^2, r_{yi}^2 , i'nci noktanın x ve y koordinat farklarına karşılık gelen karesel değerlerdir. Test sonucunda bir noktanın hareket etmediği anlaşılırsa, teorik olarak o noktanın da sabit noktalar sınıfına katılması ve t₁, t₂ ölçü gruplarının ayrı ayrı dengelenmesinden başlayarak tüm analiz adımlarının yinelenmesi gerekir. Böyle bir durum zaten yorucu olan deformasyon analizi hesaplarının hacmini çok büyütür. Diğer yünden de, q_i 'lerin hangi sırayla hangi teste tabi tutulacağı objektif ölçütlere bağlanmalıdır. Bunun için de P_d 'nin indirgenmesi sırasında q_i 'leri büyüklük sırasına otomatik olarak koyan özel bir pivot arama yöntemi ile indirgeme önerilmektedir. En küçük elemandan başlamak üzere q_i değerleri sıralanır ve her nokta için test büyüklüğü hesaplanır.

$$T = \frac{q_i}{2 m_{02}^2} \quad (29)$$

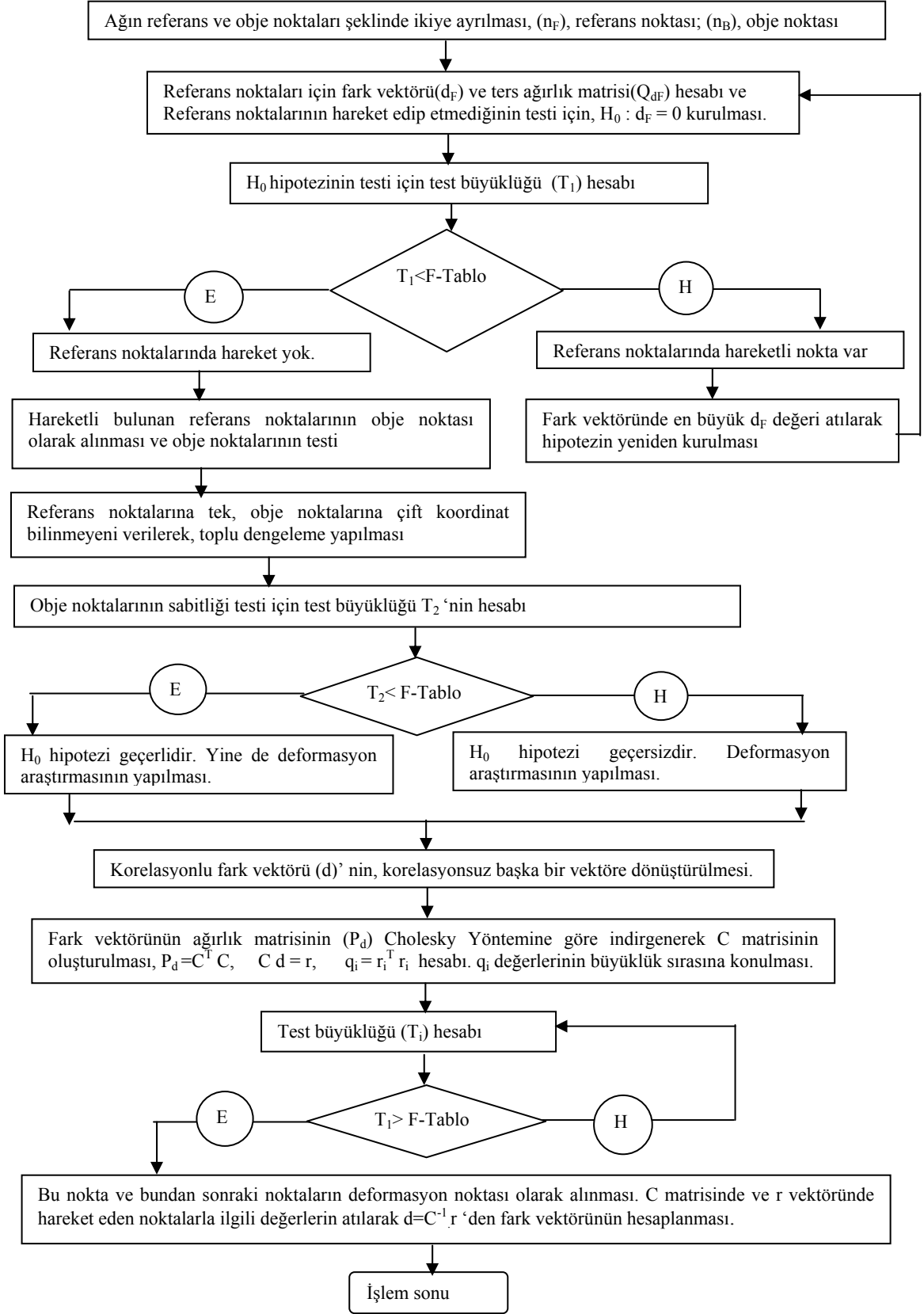
(q_i) değerlerinin testi için, q_i iki elemanın toplamından oluştuğu için

$$H_0 : E \{ q_i \} = 2 m_{02}^2 \quad (30)$$

biçiminde sıfır hipotezi kurulur. $T < F_{2, f_2, 1-\bar{\alpha}}$ ise hipotez reddedilemez. $T > F_{2, f_2, 1-\bar{\alpha}}$ ise bu nokta ve bundan sonra bulunan noktaların yerleri değişmiştir denilir. Bu tür adım adım test yöntemlerinde sıfır hipotezinin geçerli olmasına karşın reddedilme olasılığı (1.tipte hata) her adımda biraz daha büyüyeceğinden sonuncu q_i için $s = 1 - \alpha$ 'nın geçerli olması isteniyorsa k'nci adımda $\bar{\alpha} = 1 - (1 - \alpha)^{1/k}$ alınmalıdır. Yeni deformasyon vektörü

$$\bar{d} = \bar{C}^{-1} \bar{r} \quad (31)$$

eşitliği ile hesaplanır. \bar{C} ve \bar{r} , \underline{C} matrislerinde ve \underline{r} vektöründe yerleri değiştiği kanıtlanamayan noktalarla ilgili satır ve sütunlar silinerek bulunur. Bu yöntemle sabit noktalardaki olası hareketleri deformasyon noktalarının hareketinden soyutlayabilmek için serbest ağ dengelemesi öngörülmektedir /5/. Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemi ile deformasyon analizinin iş akış şeması Şekil-1'de verilmiştir.



Şekil-1: Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemi ile deformasyon analizi iş akış şeması

3. YATAY HAREKETLERİN BAĞIL GÜVEN ELİPSLERİ İLE BELİRLENMESİ

Bu yöntemde, iki periyot ölçülerinin toplu dengelenmesi sonucunda elde edilen fark vektörü ve bunun ters ağırlık matrisi yardımıyla noktalardaki deformasyonların anlamlı olup olmadığının irdelenmesi grafik yolla yapılmaktadır. Önce bağımsız periyotlara ilişkin ölçüler ayrı ayrı serbest dengelenir. İki periyodun ayrı ayrı dengelenmesi sonucunda hesaplanan koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hatalarından ortak noktaların koordinat duyarlıkları hesaplanır.

$$m_{x_j}^2 = (m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2)_j; m_{y_j}^2 = (m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2)_j \quad (32)$$

m_x, m_y bir P_j noktasının t_i, t_{i+1} periyodundaki koordinat farklarının ortalama hatalarını göstermektedir.

Bu dengelemelerde aynı yaklaşık koordinatlar kullanılsa dahi, ağırların datumları birbirinden farklı olur. Datumları çakıştırmak için t_2-t_1 zaman aralığında konum değiştirmeyen ortak noktalar gereklidir. Bunun için, jeodezik ağırlık kurulması aşamasında konumları değişmeyeceği varsayılan kontrol noktaları için istatistik test yapılarak konum değiştirmemiş sabit noktalar belirlenir. Birinci periyottaki $(x_1, y_1)_j$ ve ikinci periyottaki $(x_2, y_2)_j$ koordinat çiftleri arasındaki datum farklılığını ortadan kaldırmak amacıyla iki koordinat kümesi bir benzerlik dönüşümü ile üst üste çakıştırılır ve iki periyodun ortak noktalarının koordinatlarının dönüşümü sonucunda v_x, v_y dönüşüm artıkları hesaplanır. Sıfır hipotezi ile test büyüklüğü aşağıdaki gibi hesaplanır /18/.

$$H_0 : v_{x_j} = 0, \quad v_{y_j} = 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, s \text{ (ortak nokta sayısı)} \quad (33)$$

$$t_{x_j} = \frac{|v_{x_j}|}{m_{x_j}}, \quad t_{y_j} = \frac{|v_{y_j}|}{m_{y_j}} \quad (34)$$

Karşılaştırma değeri $1-\alpha$ istatistik güvenle $f = 2s - d$ serbestlik dereceleri ile t -dağılımından alınır. $t_{x_j} : t_{y_j} > t_{f,1-\alpha}$ oluyorsa P_j noktası, geçen zaman aralığında konum değiştirmiştir ve bu noktalar sabit nokta değil obje noktası olarak alınır /6/.

Sabit ortak noktalar için birer çift koordinat bilinmeyi, obje noktalar için ikişer çift koordinat bilinmeyi seçilerek her iki periyodun ölçüleri birlikte toplu dengelenir. Bu dengeleme sonunda ortak noktalar dışındaki her nokta çifti için elde edilecek koordinatların farkı test edilerek, noktaların hareket edip etmediğine karar verilir /2,13/.

Sabit ortak noktalar ve obje noktaları ile toplu dengelemenin matematik modeli, aşağıdaki gibi kurulur.

$$\underline{l}_H + \underline{v}_H = \underline{A}_H \underline{x}_H \quad ; \quad \underline{K}_{||} = s_0^2 \underline{Q}_{||} \quad (35)$$

Burada, x_H sabit ortak noktalara ve obje noktalarına ait koordinat bilinmeyenleri vektörüdür. Bu vektör, sabit noktalara göre kısmi iz minimum dengelemesi yapılarak hesaplanır /9,18/.

Toplu dengeleme sonucu hesaplanan t_1 ve t_2 zamanındaki obje noktalarına ait koordinat farkları vektörü ve ters ağırlık matrisi,

$$\underline{d} = \underline{x}_2 - \underline{x}_1 \quad (36)$$

$$\underline{Q}_d = \underline{Q}_{(xx)1} + \underline{Q}_{(xx)2} = \begin{vmatrix} q_{dxx} & q_{dxdy} \\ q_{dydx} & q_{dydy} \end{vmatrix} \quad (37)$$

şeklinde hesaplanır. (1, 2) indisleri periyot numaralarını ve i nokta numarasını göstermek üzere her nokta için fark vektörü \underline{d}_i ile sıfır hipotezi ve test büyüklüğü hesaplanır.

$$\underline{d}_i = \begin{vmatrix} x_{2i} - x_{1i} \\ y_{2i} - y_{1i} \end{vmatrix} \quad (38)$$

$$H_0 : E\{\underline{d}_i\} = \underline{0} \quad (39)$$

$$T_i = \frac{\underline{d}_i^T \underline{Q}_{di}^{-1} \underline{d}_i}{2 s_0^2} \quad (40)$$

şeklinde hesaplanır. Burada s_0^2 , her iki ölçü kümesinin ortak standart sapmasıdır. Eğer, $T_i < F_{2,f,1-\alpha}$ ise H_0 hipotezi geçerlidir ve P_i noktası hareket etmemiştir. Bu test işlemleri tüm noktalar için tek tek uygulanır ve noktalarda anlamlı konum değişikliklerinin olup olmadığı denetlenerek obje noktaları içinden sabit ve hareketli noktalar belirlenir. Bu testin grafik yorumu da bağlı güven elipsleri ile yapılmaktadır. P_i noktasına ilişkin koordinat bilinmeyenleri ve koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisi elemanları ile noktaların Helmert hata elipsinin elemanları aşağıdaki gibi hesaplanır /14, 17/.

$$\underline{x}_i = \begin{vmatrix} x_i \\ y_i \end{vmatrix} \quad (41)$$

$$\underline{Q}_{ii} = \begin{vmatrix} q_{xixi} & q_{xiyi} \\ q_{yixi} & q_{yiyi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_{xx} & q_{xy} \\ q_{yx} & q_{yy} \end{vmatrix} \quad (42)$$

$$A_H = m_0 \sqrt{\frac{1}{2} (q_{xx} + q_{yy} + W)} \quad (43)$$

$$B_H = m_0 \sqrt{\frac{1}{2} (q_{xx} + q_{yy} - W)} \quad (44)$$

$$\Theta_H = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2q_{xy}}{q_{xx} - q_{yy}} \right) \quad (45)$$

$$W = \sqrt{(q_{xx} - q_{yy})^2 + 4q_{xy}^2} \quad (46)$$

Burada; A_H ve B_H hata elipsinin büyük ve küçük yarı eksenleri, Θ_H , hata elipsinin büyük yarı ekseninin doğrultusudur. Güven Elipsinin yarı eksenleri, hata elipsi yarı eksenlerini ($\sqrt{2}F_{2,f,1-\alpha}$) ile çarparak hesaplanır /1,17/. Fark vektörünün büyüklüğü d_{fi} ve fark vektörünün doğrultusu T_{dog} aşağıdaki eşitliklerden hesaplanır.

$$d_{fi} = \sqrt{\mathbf{d}_i^T \cdot \mathbf{d}_i} \quad ; \quad T_{dog} = \arctan\left(\frac{y_{2i} - y_{1i}}{x_{2i} - x_{1i}}\right) \quad (47)$$

Bu yöntemle, obje noktalarında hesaplanan fark vektörlerinin deformasyon olup olmadığına karar vermek için aşağıdaki işlem adımları uygulanır.

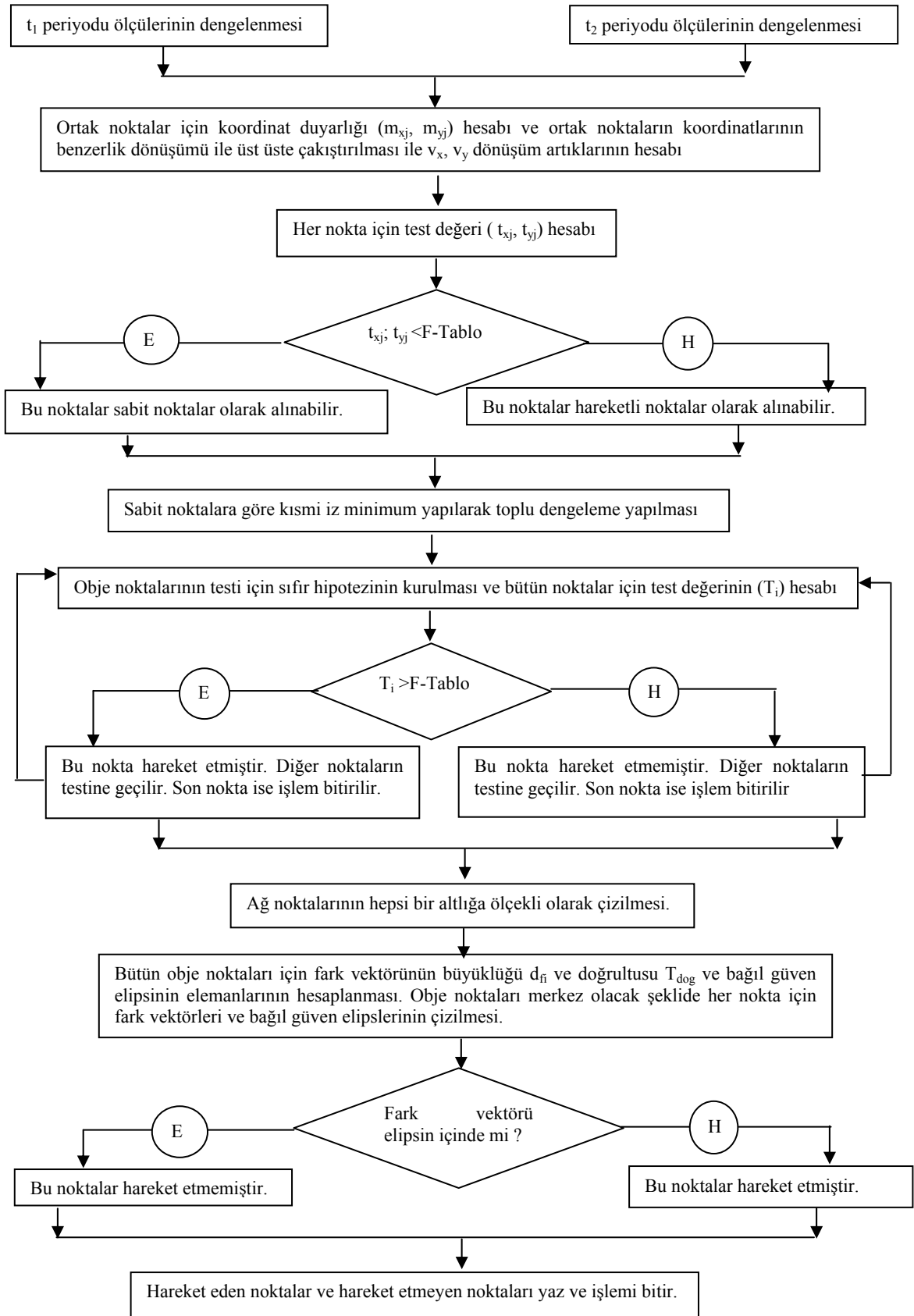
1. Adım: Öncelikle bütün obje noktaları yaklaşık koordinatlarına göre bir altlığa ölçekli olarak çizilir.

2. Adım: Fark vektörü, başlangıcı obje noktası, uzunluğu (d_{fi}) ve doğrultusu (T_{dog}) olacak şekilde altlığın ölçeğinden büyük olarak her obje noktasına çizilir.

3. Adım: Bütün noktalarda obje noktası merkez alınarak, fark vektörünün ölçeği ile aynı olacak şekilde bağlı güven elipsleri çizilir.

Eğer fark vektörü elipsin içinde kalıyorsa o noktada deformasyon yoktur, fark vektörü elipsin dışına çıkıyorsa o noktada deformasyon olduğu sonucuna varılır.

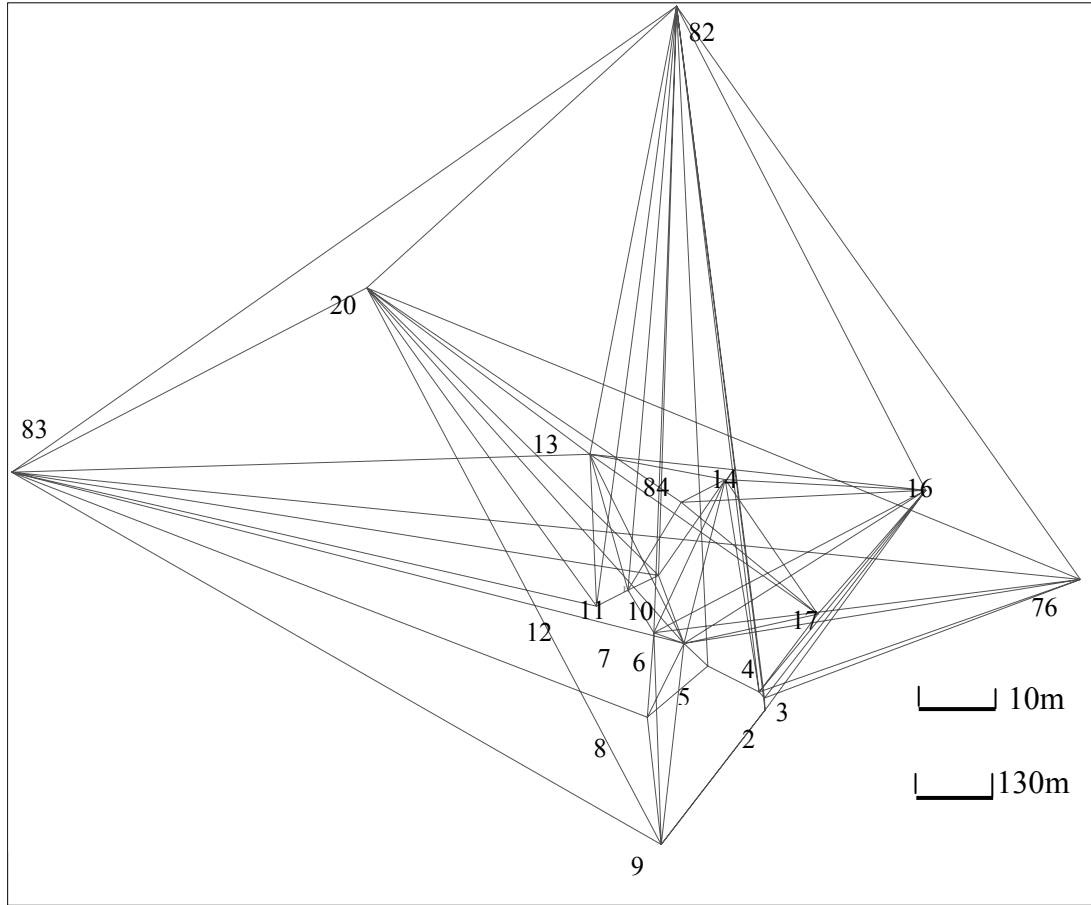
Deformasyonların belirlenmesi için açıklanan bağlı güven elipsleri yöntemi, deformasyon vektörlerinin kovaryans matrislerinin doğrudan doğruya inceleme konusu olan, bir çok yerde başarı ile uygulanmış, kısa ve gösterimi kolay bir yöntemdir /4/. Bu yöntemin uygulanması için takip edilen işlem adımları Şekil - 2' de iş akış şeması şeklinde verilmiştir.



Şekil-2: Bağıl güven elipsleri ile deformasyon analizi iş akış şeması

4. SAYISAL UYGULAMA

Sayısal uygulamada, bir maden galerisi ve çevresini kapsayacak şekilde tesis edilen jeodezik deformasyon ağında yapılan doğrultu ve kenar ölçüleri kullanılmıştır (Şekil-3). Ağ, hareket beklentisi olmayan sabit zeminler üzerinde tesis edilmiş 20, 76, 82, 83 nolu noktalar ile galerinin üzeri ve yakın çevresine tesis edilmiş 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 84 numaralı noktalardan oluşmaktadır. Ağda Eylül 1998 (t_1) ve Mayıs 1999 (t_2) periyotlarında 111 doğrultu gözlemi ve 54 kenar ölçüsü yapılmıştır. Ağa ilişkin bu ölçüler açı ölçme doğruluğu $1''$ ve uzunluk ölçme doğruluğu $3\text{mm}+2\text{mm}.S_{\text{km}}$ olan elektronik teodolit kullanılarak yapılmıştır. Her iki periyotta da ağdaki nokta sayısı ve ölçü planı aynı kalmıştır. t_1 ve t_2 periyodu ölçüleri serbest ağ dengelemesine göre dengelenmiş ve deneysel varyansların eşdeğer olup olmadığı irdelenmiştir. t_1 periyodu için birim ölçünün ortalama hatası $m_{01}=3.76''$, t_2 periyodunda $m_{02}=4.30''$ olarak hesaplanmıştır. Bu değerlerden yararlanarak test büyüklüğü $T_U=1.31$ olarak hesaplanmış ve yanılma olasılığı $\alpha=0.05$ alınarak bulunan F-Tablo değeri ile karşılaştırılmıştır. $T_U < F_{110, 110, 1-\alpha} = 1.45$ olduğu için t_1 ve t_2 periyodu varyanslarının eşdeğer olduğu sonucuna varılmıştır.



Şekil – 3: Deformasyon ağı

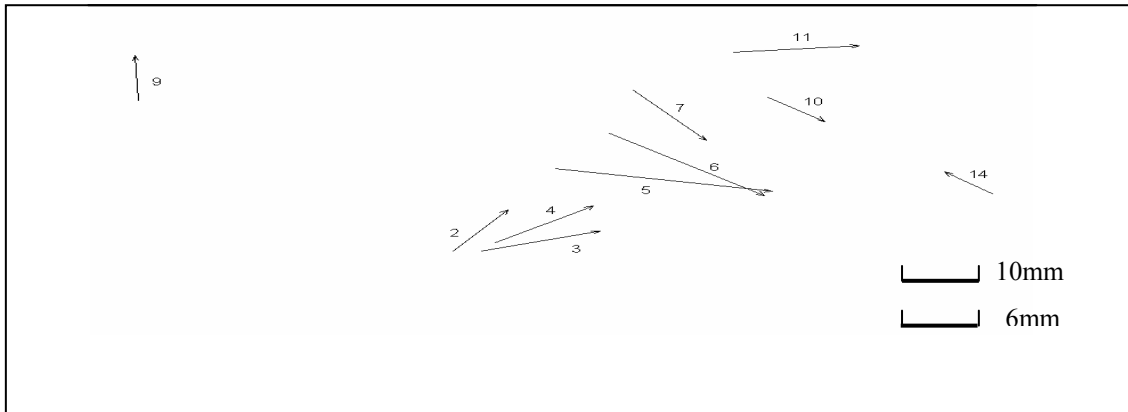
a. Cholesky Çarpanlarına Ayırma Yöntemi ile Deformasyon Analizi

Cholesky çarpanlarına ayırma yönteminde sabit zeminde tesis edilen 20, 76, 82, 83 nolu noktalar, referans noktaları olarak kabul edilmiştir. Sabit kabul edilen bu noktalar için (2) ve (3) eşitliklerine göre fark vektörleri ve bunların ters ağırlık matrisleri hesaplanmıştır. Referans

noktalarının test edilmesi için (6) eşitliğine göre sıfır hipotezi kurulup (10) eşitliğine göre $T_1=1.79$ olarak hesaplanmıştır. $T_1 < F_{8,110,0.95} = 2.05$ olduğundan referans noktalarında hareket olmadığı kararına varılmıştır. Böylece 20, 76, 82, 83 nolu noktalar referans noktaları olarak alınmıştır. Objeye noktalarının testi için toplu dengeleme yapılmıştır. Koordinat farkları vektörü korelasyonlu olduğundan, teker teker anlamlılık testine tabi tutmak için korelasyonsuz başka vektöre dönüştürülmelidir. d vektörünün ağırlık matrisi, üst üçgen matrisi C yardımıyla (19)'ye göre hesaplanmıştır. (26)'e göre hesaplanan r değerlerinin (28)'e göre kareleri alınarak hesaplanan q_i değerleri küçükten büyüğe doğru sıralanarak test edilmiştir. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14 nolu noktalarda, yanılma olasılığı $\alpha = 0.05$ alınarak belirlenen F-Tablo değerlerine göre hareket olduğuna karar verilmiş ve sonuçlar Tablo-1'de sunulmuştur. Noktaların hareket büyüklükleri ve hareket doğrultusu da hesaplanmış ve Şekil-4'de çizilmiştir.

Tablo-1: Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemi ile deformasyon analizi

No	dx (mm)	dy (mm)	r_x (mm)	r_y (mm)	$q = r^T r$	Test	F-Tablo	KARAR
8	-1.06	7.31	-12.28	7.77	211.09	6.19	8.31	Sabit
12	0.80	1.78	-3.36	3.45	23.25	0.68	9.43	Sabit
13	1.48	-4.73	-1.88	-12.45	158.56	4.65	8.56	Sabit
16	1.61	-2.46	-4.32	-6.13	56.18	1.65	9.23	Sabit
17	4.90	0.40	5.94	-7.25	87.84	2.58	9.02	Sabit
84	1.52	5.26	4.93	8.65	99.03	2.90	8.80	Sabit
2	7.17	5.29	80.60	10.21	6600.25	193.57	6.26	Hareketli
3	3.37	11.66	-139.49	18.66	19806.84	580.89	3.18	Hareketli
4	6.34	9.60	45.38	-37.31	3451.34	101.22	7.08	Hareketli
5	-3.95	21.23	23.56	48.34	2891.98	84.81	7.43	Hareketli
6	-10.89	15.13	-95.89	74.16	14695.17	430.97	4.34	Hareketli
7	-8.72	7.08	-60.00	8.79	3677.68	107.86	6.70	Hareketli
9	7.72	-0.36	17.51	-6.03	342.94	10.06	8.04	Hareketli
10	-4.22	5.59	-70.57	-47.04	7193.66	210.97	5.75	Hareketli
11	1.06	12.21	61.04	79.07	9976.93	292.60	5.13	Hareketli
14	3.75	-4.71	-10.93	-36.58	1457.38	42.74	7.75	Hareketli



Şekil-4: Cholesky yöntemi ile belirlenen hareketler

b. Bağıl Güven Elipsleri ile Deformasyon Analizi

Ortak noktalar için ortalama koordinat duyarlılığı, (32) eşitliğine göre hesaplanmış, t_1 ve t_2 periyotlarındaki dengeli koordinatlardan benzerlik dönüşümü yapılarak dönüşümün artık hataları da (v_{xj} , v_{yj}) hesaplanmıştır. Referans ve obje noktalarının saptanması için test büyüklüğü (34) eşitliğine göre belirlenen obje ve referans noktalar Tablo-2'de verilmiştir.

Tablo-2: Referans ve Objelerinin Testi

No	v_x (mm)	v_y (mm)	t_x	t_y	t-Tablo	KARAR
2	-3.11	-2.65	1.92	1.03	1.69	Obje Noktası
3	0.75	-8.88	0.46	4.96	1.69	Obje Noktası
4	-2.30	-6.97	1.47	5.46	1.69	Obje Noktası
5	7.66	-18.97	4.50	16.93	1.69	Obje Noktası
6	14.28	-13.27	13.28	15.09	1.69	Obje Noktası
7	11.71	-5.43	10.83	5.42	1.69	Obje Noktası
8	3.76	-4.55	2.73	1.98	1.69	Obje Noktası
9	-5.15	4.12	2.56	1.52	1.69	Obje Noktası
10	7.47	-4.39	6.74	3.26	1.69	Obje Noktası
11	1.83	-10.89	1.52	8.88	1.69	Obje Noktası
12	1.67	-0.23	0.90	0.15	1.69	Referans Noktası
13	0.78	4.35	0.53	2.80	1.69	Obje Noktası
14	0.59	4.66	0.44	3.42	1.69	Obje Noktası
16	5.57	3.09	2.87	1.47	1.69	Obje Noktası
17	0.39	1.39	0.23	0.99	1.69	Referans Noktası
20	-4.14	-0.98	1.44	0.36	1.69	Referans Noktası
76	7.48	4.44	2.19	1.39	1.69	Obje Noktası
82	6.37	-9.40	2.27	3.31	1.69	Obje Noktası
83	6.38	4.35	0.53	1.68	1.69	Referans Noktası
84	2.35	-5.20	1.02	3.22	1.69	Obje Noktası

Referans ve obje noktaları belirlendikten sonra (35) eşitliğindeki dengeleme modeline göre toplu dengeleme yapılmıştır. Objelerindeki fark vektörlerinin deformasyon vektörü olarak kabul edilip edilmeyeceğini belirleyebilmek için (40) eşitliğine göre test değeri (T_i) hesaplanmış ve $T_i > F_{2,220,0.95}$ olan obje noktalarının hareket ettiğine karar verilmiştir. Bu yöntemle belirlenen hareketli noktalar ve hareket büyüklükleri Tablo-3'de verilmiştir.

Tablo-3: Bağıl güven elipslerine göre hareket ettiği belirlenen noktalar ve hareket büyüklükleri

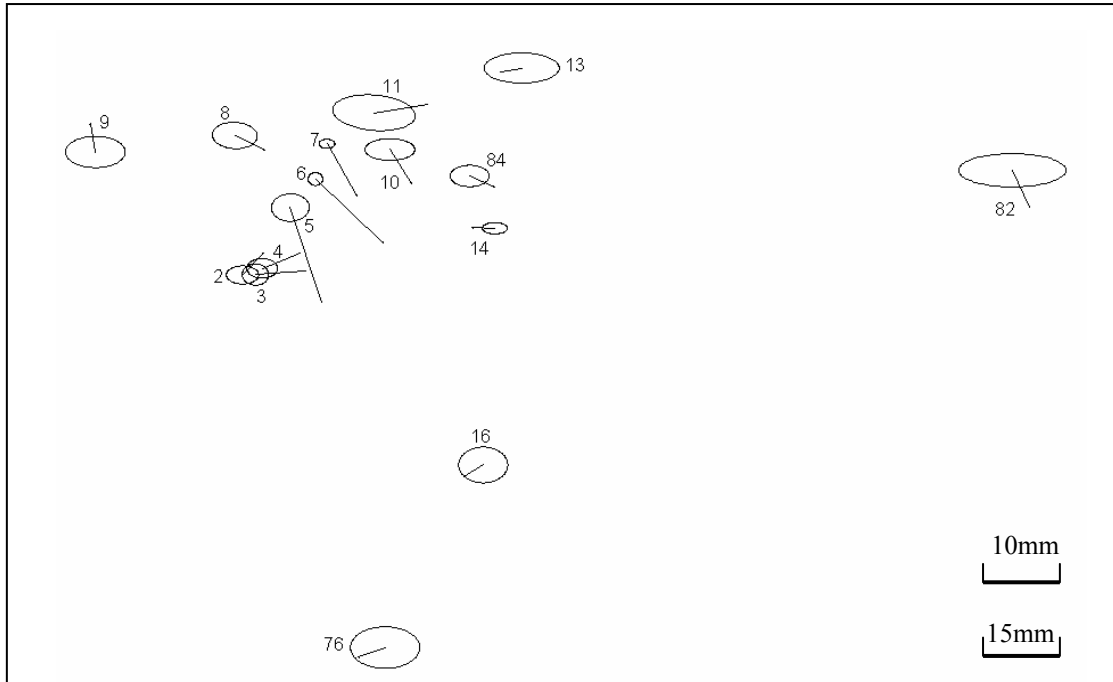
No	dx (mm)	dy (mm)	Hareket büyüklüğü (d) (mm)	Test Büyüklükler (T_i)	F-Tablo değeri	KARAR
2	4.68	4.12	6.23	10.45	1.02	Hareket Anlamlı
3	0.79	10.42	10.45	14.72	1.02	Hareket Anlamlı
4	3.24	7.91	8.55	9.20	1.02	Hareket Anlamlı
5	-6.66	20.05	21.12	53.85	1.02	Hareket Anlamlı
6	-13.54	14.25	19.66	204.82	1.02	Hareket Anlamlı
7	-11.21	6.33	12.87	174.51	1.02	Hareket Anlamlı
8	-3.23	6.16	6.96	4.02	1.02	Hareket Anlamlı
9	6.01	-1.06	6.10	1.29	1.02	Hareket Anlamlı
10	-7.18	4.57	8.51	12.72	1.02	Hareket Anlamlı
11	1.74	11.22	11.35	1.98	1.02	Hareket Anlamlı
13	-0.80	-4.41	4.48	1.76	1.02	Hareket Anlamlı
14	0.08	-4.82	4.82	14.33	1.02	Hareket Anlamlı
16	-2.54	-4.02	4.76	0.90	1.02	Hareket Anlamsız
76	-2.07	-5.64	6.01	0.72	1.02	Hareket Anlamsız
82	-7.90	3.67	8.71	1.11	1.02	Hareket Anlamlı
84	-2.31	5.23	5.72	4.86	1.02	Hareket Anlamlı

Grafik yorum için, her noktaya ait fark vektörünün büyüklüğü ve doğrultusu (47)'de göre, her nokta için bağıl güven elipsinin elemanları (43), (44), (45), (46)'e göre hesaplanmış ve değerler Tablo-4'de görülmektedir.

Tablo-4: Obje noktalarındaki fark vektörleri ve bağıl güven elipsleri elemanları

No	Fark vektörü		Bağıl Güven Elipsi Elemanları		
	df (mm)	T _{dog} (°)	A _G (mm)	B _G (mm)	Θ (°)
2	6.43	48.1356	3.37	1.94	249.7227
3	10.45	95.1560	2.78	2.26	200.4679
4	8.55	75.2316	3.21	2.08	206.6141
5	21.13	120.4236	3.97	2.92	50.9332
6	19.62	148.4768	1.54	1.37	147.9003
7	12.87	167.2532	1.65	0.99	116.7087
8	6.96	130.7023	4.72	2.81	352.8019
9	6.10	388.9047	6.26	3.33	23.1177
10	8.51	163.9159	5.22	2.32	170.5826
11	11.36	90.2053	8.66	3.76	198.9856
13	4.49	288.6319	7.86	3.21	28.0778
14	4.83	301.0565	2.63	1.21	344.8156
16	4.76	264.0687	5.15	3.82	111.1698
76	6.01	277.5695	7.25	4.43	167.1351
82	8.71	172.3421	11.23	3.55	383.4464
84	5.72	126.4733	4.08	2.30	372.8414

3. bölümde anlatıldığı biçimde bağıl güven elipsleri Şekil-5'te görüldüğü gibi çizilmiştir. Deformasyon büyüklüğünün elipsin dışına çıktığı 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 82, 84 numaralı noktalarda, hareket olduğuna görsel olarak da karar verilmiştir.



Şekil-5: Obje noktalarındaki fark vektörleri ve bağıl güven elipsleri

Galeri üzerinde tesis edilen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 17, 84 nolu noktalarda doğal olarak hareket beklenmektedir. Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemi ile 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14 ve Bağıl güven elipsleri ile 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 82, 84 nolu noktalarda

hareket olduğu belirlenmiştir. Ölçü periyotları arasında 6 aylık zaman farkı vardır. Bu süre içerisinde bölgede 1-2.5 cm arasında hareket belirlenmiştir. Ölçü periyot sayısı üç veya daha fazla olsaydı hareketler aynı yönde ve daha büyük olarak belirlenirdi.

Maden sahası dışında jeolojik olarak sağlam olan zeminlerde tesis edilmiş sabit noktalarda altı aylık zaman periyodunda doğal olarak hareket gözlenmemiştir. Maden sahası üzeri ve yakın çevresinde tesis edilen deformasyon noktalarında ise yatay yönde hızlı bir hareket gözlenmiştir. Bu etki maden ocağında yürütülen faaliyetlerin etkisinden çok, arazinin jeofizik ve jeolojik yapısından kaynaklanmaktadır. Maden sahası batı-doğu yönüne doğru bir atılım göstermektedir. Bu nedenle maden sahası bölgesinde jeofizik ve jeolojik araştırmalar da yapılarak jeodezik çalışmalar desteklenip, maden sahası ve çevresi için kalıcı ve gerçekçi önlemler alınabilir.

5. SONUÇLAR

Çalışmanın amacı, jeodezik deformasyon analizinde kullanılan statik değerlendirme yöntemlerinden Cholesky çarpanlarına ayırma ve bağıl güven elipsi yöntemlerini teorik ve uygulamalı olarak inceleyerek, bu yöntemlerin uygulanma yönünden birbirlerine göre karşılaştırmasını yapmaktır. Bir bakır madeninde oluşan hareketleri belirlemek amacıyla galeri ve çevresini kapsayacak şekilde kurulan jeodezik deformasyon ağına yapılan doğrultu ve kenar ölçüleri veri olarak alınmıştır. Bu veriler kullanılarak ağ noktalarında oluşan yatay hareketler, her iki yöntemle belirlenmiştir.

Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemi, ağda sabit ve hareketli noktalar başlangıçta biliniyorsa kolayca uygulanabilir. Bu yöntem, programlamaya uygun bir yöntem olup diğer yöntemlerden üstün yanı korelasyonsuz fark vektörü ile hareket analizi yapmasıdır. Cholesky ayrışımından sonra noktaların test edilmesinde ortaya çıkacak öncelik sorununa çözüm olmak üzere her nokta için değişken anlamlılık düzeyi kullanılmaktadır. Sabit ve hareketli noktalar başlangıçta bilinebiliyorsa Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemiyle, ölçülerdeki korelasyonlar saf dışı bırakılarak irdeleme kolaylıkla yapılabilir.

Bağıl güven elipsi yönteminde de sabit ve hareket kuşkusu olan noktaların başlangıçta bilinmesine ihtiyaç vardır. Bağıl güven elipsinin en büyük sakıncası, ağıın sabit noktaları araştırılırken bir benzerlik dönüşümü dengelemesine gerek duyulmasıdır. İrdelenecek olan iki periyotta en az dengelenen ağıın boyutu kadar konumu değişmemiş noktanın bulunması gerekir. Bu sayıyı aşan çok sayıda ortak nokta varsa, bu noktaların içinde test sınırına yakın değeri olan noktalar obje noktası olarak düşünülebilir. Noktalarda bir değişim olmasa bile daha sonra tek tek irdeleme sırasında yeniden test edildiklerinden, tekrar hareketsiz nokta olarak elde edilirler. Sözü edilen yöntem, programlama açısından uygun değildir. Bu yöntemin üstün bir özelliği, sonuçların grafik olarak görülebilmesi; hareket eden noktalar ve hareket büyüklüklerinin görsel olarak yorumlanabilmesidir.

Cholesky çarpanlarına ayırma ve bağıl güven elipsi yöntemlerinin her ikisinde de ağıın başlangıçta sabit ve hareketli noktaların bilinmesi gerekir. Deformasyon ağları tasarlanırken sağlam zeminlerde tesis edilecek sabit noktalar ve hareketli yerlerde tesis edilecek noktalar oluşacak biçimde tesis edildiğinden iki yöntemde deformasyon belirlemede kullanılabilir. Sonuçların hayati derecede önemli olduğu bir çalışma için, Bağıl Güven Elipsleri kullanılabilir. Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemi ise, bu yöntemlerin üzerine sonuçları tamamlayıcı bir yöntem olarak uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- /1/ Aksoy, A., Ayan, T., : Kuzey Anadolu Taşkesti ve Gerede Kesiminde Yer kabuğu Deniz, R., Seeger, H., Hareketlerinin Jeodezik Yöntemlerle Belirlenmesi Franke, P., Altiner, Y., Çalışmaları ve Bazı Analiz Sonuçları, Prof. Dr. H. Wolf Hirsch, O., Bautsch, P. Jeodezi Sempozyumu, Bildiriler Kitabı, 627-646, İstanbul, Kasım 1993.
- /2/ Algül, E., Deniz, R., Yalın, : İstanbul Alibey Barajı Deformasyon Araştırma Projesi 1987 D., Aslan, E., Gürdoğan, Yılı Araştırma Raporu, İ.T.Ü. Yapı ve Deprem Uygulama İ.H. Araştırma Merkezi, Sayfa: 33-34, İstanbul, 1988
- /3/ Altan, O., Ayan, T. : Heyelan Bölgelerinde Zemin Hareketlerinin Jeodezik Yöntemlerle Saptanması ve Bir Uygulama, K.T.Ü. Türkiye I. Ulusal Heyelan Sempozyumu, Sayfa: 139-149, Trabzon, Kasım 1991.
- /4/ Atasoy, V. : Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Yer kabuğu Hareketlerinin İrdelenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1988.
- /5/ Ayan, T. : Deformasyonların Saptanmasında Kontrol Ağının İkiye Ayrılması Yöntemi, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 45- 46- 47, Sayfa: 247-257, 1983.
- /6/ Ayan, T., : Bağlı Güven Elipsleri İle Deformasyon Analizi, Harita Dergisi, 91, Sayfa:1-11, 1983.
- /7/ Ayan, T., Hekimoğlu, Ş., : Analysis of Landslide Deformation Measurements by Özlüdemir, T. Robust Estimation Methods, 1 st Turkish International Symposium on Deformations, Bildiriler Kitabı, 284-296, İstanbul, September 1994.
- /8/ Bektaş, S. : Sayısal Çözümleme, İstanbul, 1998.
- /9/ Demirel, H. : Jeodezik Ağlarda Datum Tanımları ve Dengeleme Sonuçlarına Etkileri, Prof. Burhan Tansuğ Fotogrametri ve Jeodezi Simpozyumu, Bildiriler Kitabı, 269-277, Ankara, Ekim 1987.
- /10/ Demirel, H. : Nirengi Ağlarının Dengelenmesi ve Sonuçlarının Test Edilmesi, Harita Dergisi, Sayı: 98, Sayfa: 1-18, 1987.
- /11/ Dupraz, H., Niemeier, M., : Analyse von Deformationsmessungen durch Pelzer, H. Klaffungszerlegung, Deformationsanalysen, Heft 4, Hannover, 1979.
- /12/ Gründig, L. V., Nevreither, : Deformationanalyse und S-Transformation, ZFV, Heft 4, M., Bahndorf, J. Sayfa: 151-160, Stuttgart, 1985.
- /13/ Hech, B.V. : Zur Geometrischen Analyse von Deformationen Lagenetzen, AVN,91, Kashiue, 1984.

- /14/ Kuntz, E., Schmitt, G. : Analyse von Deformationsmessungen mit Hilfe Relativer Fehlerellipsen, Deformationsanalysen, Heft 4, Karlsruhe, 1979.
- /15/ Niemier, W. : Jeodezik Ağların Analizi, Çeviri: İ. Öztuğ Bildirici.
- /16/ Öztürk, E., Atasoy, V., Karahan, Z., Uysal, K. : Akyazı Dokurcun Vadisinde Kurulan Jeodezik Ağda Yatay Kabuk Hareketlerinin Araştırılması, Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Bildiriler Kitabı, Sayfa: 293-304, Ankara, Şubat 1987.
- /17/ Öztürk, E. : Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Ölçütleri, Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Bildiriler Kitabı, Sayfa: 641-670, Ankara, Şubat 1987.
- /18/ Öztürk, E., Şerbetçi, M. : Dengeleme Hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, Sayfa: 365-375, Trabzon, 1992.
- /19/ Pelzer, H. : Zur Analyse Geodetischer Deformationsmessungen, DGK, R.C., Nr.164, München, 1971.
- /20/ Yalçınkaya, M., Tanır, E., : Deformation of Movements on Mining Areas By Static Deformation Models, 11 st ISM International Congress, Polond (Krakow), Sayfa: 331-344, 2000.