

Muvazene:

Boltz'ın süstitüsyon usulü hakkında

Yazan: Mütakart Albay
K. Friedrich

Çeviren: Y. Mühendis
Lütfü Ilman

Aşağıda anlatılanlar üç kısımdan müteşekkildir. Birinci kısım, Prusya jeodezi enstitüsünün yeni neşrettiği broşürün [*] (büyük müselles şebekelerinin akalli murabbaat usulüne göre bir kerre de muvazene edilmesi için süstitüsyon usulü, Prusya jeodezi enstitüsünün neşriyatı No. 108) mündericatını anlatmaktadır. İkinci kısımda burada izah edilen hesap usulü ve bilhassa broşürün mukaddimesindeki esaslı sözler hakkında fikir yürütülmektedir. Üçüncü kısım, şebeke muvazenesi meseleleri üzerinde daha bazı tamamlayıcı mütalaalarla, neticeleri ihtiva etmektedir.

I.

1. Hazırlayıcı izahat.

Kendisine, maruf inkişaf usulünü[*] (jeodezik şebekelerin ekalli murabbaat usulüne göre muvazenesi için inkişaf usulü H. Boltz tarafından, Pr. jeodezi enstitüsü neşriyatı No. 90) borçlu olduğumuz Professör Boltz yukarda zikredilen mukaddimeden sonra kendisi tarafından bulunan süstitüsyon usulü hakkındaki yazısına tarihe bir göz atmakla başlıyor. Evvelâ üstat Gauss'ı talebesi Gerling'le muhabere ederken görüyoruz. Altmış yaşında bulunan

[*] Bu iki broşürü aşağıda kısaca N.F. 108 ve N.F. 90 rumuzlarıyla zikredeceğiz.

ve jeodezideki mühim başarılarını çoktan bitirmiş olan Gauss bulduğu bilvasıta «Bölme usulü» nin işe yarayabilmesi için evvelâ normal muadelelerin mahirane bir usulle (nasıl olacağı izah edilmiyor) tahvili icabettiğine işaret ediyor.

Bundan sonra metruk evrakı ele alarak Hannover şebekesinin Gauss tarafından yapılan muvazenesini yeniden tesis eden L. Krüger'i görüyoruz. Burada anlaşılıyor ki büyük üstadın mahirane bir usul dediği şey manalı ve şumullü mükemmel bir hesap usulüdür, ve içinde, bu gün yapılmakta olan ara «korelat» larla hesabın nüvesini çizilmektedir. L. Krüger bilvasıta hesap şeklini bilâvasıta bir şekle sokuyor. O aynı zamanda iki şeye muvaffak oluyor. Ara korrelatların nihaî olarak idhali ve meçhul korrelatların farkları cinsinden seri halinde inkişafı veya başka bir tabirle; $f_{i,k}$ emsalleriyle gayri muayyen hal. Bu suretle Gauss-Krüger'in çifte gruplar usulü doğuyor.

Bütün bu tekâmül yeni broşürde Krüger'in hesap tarzı münasip tarzda değiştirilerek Hanover şehri mesahasına ait Yordan'ın beş dilili şekli (Yordan-Eggert, Vermessungskunde Bd. I. 1935 S 70) üzerinde gösterilmektedir.

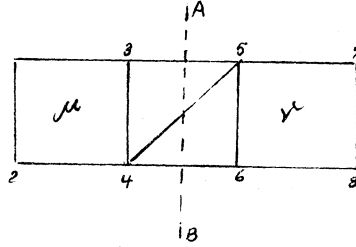
2. İnkişaf usulünden sübstitüsyon usulüne geçiş.

Bu hazırlayıcı izahattan sonra araştırmamın esas mevzuuna, «ara korelatlarla hesaba» dönüyoruz. (Bu son tabiri inkişaf ve sübstitüsyon usullerinin her ikisi için de kullanabiliriz.)

Mümkün olduğu kadar kısa kesebilmek için uzun cebri hesaplar yerine vazih, çok basit fakat umumî ispatların istihracına müsait olacak derecede karakteristik misaller seçiyoruz.

Normal muadele sistemi aşağıdaki sekiz muadeleden mütesekkil olsun:

$$\begin{aligned}
& \underline{a_{1,1} k_1} + \underline{a_{1,2} k_2} + \underline{a_{1,3} k_3} & + w_1 &= 0 \\
& \underline{a_{2,1} k_1} + \underline{a_{2,2} k_2} & + a_{2,4} k_4 & + w_2 &= 0 \\
& a_{3,1} k_1 + & + \underline{a_{3,3} k_3} + \underline{a_{3,4} k_4} + \underline{a_{3,5} k_5} & + w_3 &= 0 \\
& & a_{4,2} k_2 + \underline{a_{4,3} k_3} + \underline{a_{4,4} k_4} + \underline{a_{4,5} k_5} + \underline{a_{4,6} k_6} & + w_4 &= 0 \\
(I) & & a_{5,3} k_3 + \underline{a_{5,4} k_4} + \underline{a_{5,5} k_5} + \underline{a_{5,6} k_6} + \underline{a_{5,7} k_7} & + w_5 &= 0 \\
& & a_{6,4} k_4 + \underline{a_{6,5} k_5} + \underline{a_{6,6} k_6} & + a_{6,8} k_8 & + w_6 &= 0 \\
& & a_{7,5} k_5 + & + \underline{a_{7,7} k_7} + \underline{a_{7,8} k_8} & + w_7 &= 0 \\
& & a_{8,6} k_6 + a_{8,7} k_7 + \underline{a_{8,8} k_8} & + w_8 &= 0
\end{aligned}$$



Şekil 1

(Şekil 1) (I) sistemine tekabül eden «nokta ile irae» [*] ye aittir. (Prusya jeodezi enstitüsünün 107 numaralı broşürüne bakılması; Kettenbruchformen und Korrelatentabellen von W. Jenne) Burada, murabbalardan müteşekkil her emsale bir nokta ve diğerlerine bu noktaları vasleden bir hat tekabül etmektedir. Buna göre meselâ $a_{1,1}$, 1 noktasıyla ve $a_{1,2}$ 1 ve 2 noktalarını birleştiren hatla gösterilmektedir. Böylece bu şekil külfetli cebri yazıların hendesî muadili oluyor.

A-B hattıyla (I) sistemini tkiye bölüyoruz:

(g = 1, 2, 3, 4) noktalarını ihtiva eden μ parçası

(h = 5, 6, 7, 8) » » » » ν »

Bu iki şebeke parçasının gayri muayyen halline ait emsaller, yani $f_{1,1}$, $f_{1,2}$, . . . ve $f_{5,5}$, $f_{5,6}$, . . . malûm farzediliyor.

[*] Buna aşağıda kısaca P. D. diyeceğiz.

μ sisteminin dört muadelesinin bütün (I) sisteminin hallini vermesi isteniyorsa üçüncü muadele w_3 farkı yerine $w'_3 = a_{3.5} k_5 + w_3$ farkını ihtiva etmelidir. Yani w_3 e bir $a_{3.5} k_5$ munzam haddi ilâve edilmelidir. Ayni şekilde dördüncü muadelede de w_4 yerine: $w'_4 = a_{4.5} k_5 + a_{4.6} k_6 + w_4$ konulmalıdır. v şebeke parçası da $w'_5 = a_{5.3} k_3 + a_{5.4} k_4 + w_5$ ve $w'_6 = a_{6.4} k_4 + w_6$ farklarıyla, yani $a_{5.3} k_3$, $a_{5.4} k_4$ ve $a_{6.4} k_4$ munzam hadleri ilâve edilerek umumî halli verir.

Munzam hadlerin ilâvesile tamamlanan μ sisteminden gayri muayyen hal neticesinde şu elde edilir:

$$k_1 = f_{1.1} w_1 + f_{1.2} w_2 + f_{1.3} w'_3 + f_{1.4} w'_4$$

veya w'_3 , w'_4 yerine kıymetleri konularak

$$(II) \quad k_1 = k'_1 + z_{1.5} k_5 + z_{1.6} k_6$$

Burada k'_1 , μ sisteminden, munzam hadler ihmal edildiği takdirde 1 için elde edilecek korrelattır. Ve $z_{1.5} = f_{1.3} a_{3.5} + f_{1.4} a_{4.5}$, $z_{1.6} = f_{1.4} a_{4.6}$ dır. Bu miktarlara «ara korrelat» denir. Bunlar ayni korrelata ait munzam hadlerin emsallerini gayri muayyen hal de farklar yerine koyarak elde edilir. Buna göre, meselâ $z_{1.5}$, μ sistemine ait k'_1 korrelatının farklara göre inkişafını gösteren ifadede farklar yerine şu kıymetler konularak elde edilir:

$$w_1 = 0, w_2 = 0, w_3 = a_{3.5}, w_4 = a_{4.5}$$

Ayni şekilde $z_{1.6}$ da k'_1 de farklar yerine şu kıymetler konularak elde edilir:

$$w_1 = 0, w_2 = 0, w_3 = 0, w_4 = a_{4.6}$$

(N. F. 90 ve N. F. 108 de, ayni zamanda «Handbuch der Vermessungshunde von Jordan - Eggart» in 1935 de basılan birinci cildinde bu hususata ait daha fazla izahat vardır.)

Bu mühim kıymetlerin cetveller yardımıyla hesabı için N. F. 108 de mufassal hesap kaideleri verilmektedir. Ara korrelatlarla hesapta (meselâ hesap tafsilatının pılanını yapmak, muhtelif hesad

şekillerinin iyi veya kötülüğünü tahmin etmek ve kontroller için) z leri kolayca P. D. den okumak ekseriya faydalıdır. Meselâ $z_{1.5}$ de birinci müş'ir ilk kısmî şebekeye (u), ikincisi diğer bir komşu şebekede bulunan hedef noktasına aittir. Öyleki bu hedef noktasından, ilk şebekenin noktalarına muhtelif hatlar vasledilmiştir. (5 noktasından çıkan 3.5 ve 4.5 hatları). Bu hatlara ait kıymetler ($a_{3.5}$ ve $a_{4.5}$) bunlara tekabül eden ilk şebekeye ait f emsalleriyle zarbedilir ve neticeler cemedilir. ($f_{1.3} a_{3.5} + f_{1.4} a_{4.5}$)

Ara korrelatlar yardımıyla II formülüne göre k_1 korrelatı bulunduğundan sonra aynı şekilde k_2 , k_3 , k_4 de hesaplanır. Bu kıymetler v kısmî şebekesinde de yerine konulursa Gauss-Krüger'in çifte gruplar usulüne ait irca edilmiş normal muadeleler elde edilir. Bu suretle tahvil edilmiş v sisteminin de gayri muayyen halli yapılır ve bütün $k_1 \dots k_8$ korrelatları $w_1 \dots w_8$ farklarına göre seri halinde inkişaf ettirilirse malûm «inkişaf usulü» elde edilir.

Bu hazırlıklardan sonra da basit süstitüsyon usulü hemen meydana çıkar. İnkişaf usulünde yalnız bir kısmî şebekenin f emsalleri malûm farz edildiği halde, basit süstitüsyon usulü her iki kısmî şebekenin de f emsalleri verildiğine göre bütün şebekeyi nisbeten az adette muadele halliyle bir defada muvazeneye yarar. (II) muadelesine göre μ kısmî şebekesi için şunlar istihraç olunmuştur:

$$(III) \quad \begin{aligned} k_1 &= k'_1 + z_{1.5} k_5 + z_{1.6} k_6 \\ k_2 &= k'_2 + z_{2.5} k_5 + z_{2.6} k_6 \\ k_3 &= k'_3 + z_{3.5} k_5 + z_{3.6} k_6 \\ k_4 &= k'_4 + z_{4.5} k_5 + z_{4.6} k_6 \end{aligned}$$

Aynı usulle v kısmî şebekesi için de şunu elde ederiz:

$$(IV) \quad \begin{aligned} k_5 &= k'_5 + z_{5.3} k_3 + z_{5.4} k_4 \\ k_6 &= k'_6 + z_{6.3} k_3 + z_{6.4} k_4 \\ k_7 &= k'_7 + z_{7.3} k_3 + z_{7.4} k_4 \\ k_8 &= k'_8 + z_{8.3} k_3 + z_{8.4} k_4 \end{aligned}$$

(III) ve (IV) sistemlerine süstitüsyon muadeleleri denir. Bu sistemleri halletmek için (III) den k_3 ve k_4 e ait ve (IV) den k_5 ve k_6 ya ait muadeleleri almak kâfidir. Bu korrelatlara «esas korrelat» lar denir. Görüldüğü gibi bunlar P. D. (şekil 1) deki mevsul hatları katedilmiş olan korrelatlardır, yahut cebrî ifade ile: munzam hadlerdeki korrelatlardır. Bu suretle bütün sistemin sekiz muadelesi aşağıdaki dört muadeleye irca edilmiş oluyor:

$$(V) \quad \begin{aligned} k_3 &= k'_3 + z_{3,5} k_5 + z_{3,6} k_6 \\ k_4 &= k'_4 + z_{4,5} k_5 + z_{4,6} k_6 \\ k_5 &= k'_5 + z_{5,3} k_3 + z_{5,4} k_4 \\ k_6 &= k'_6 + z_{6,3} k_3 + z_{6,4} k_4 \end{aligned}$$

(V) muadelelerine «esas korrelatların süstitüsyon muadeleleri» denir. Bunlar irca edilmiş muadelelerin basit şeklini haizdirler. fakat mütenazır değildirler, çünkü meselâ $z_{3,5} = z_{5,3}$ dir. Ve bunların mütenazır olmayan muadelelere tatbik edilen Gauss algoritmus usulile gayri muayyen olarak halli muvafıktır. Bu suretle şu elde edilir:

$$\begin{aligned} k_3 &= [3]_3 k'_3 + [3]_4 k'_4 + [3]_5 k'_5 + [3]_6 k'_6 \\ k_4 &= [4]_3 k'_3 + [4]_4 k'_4 + [4]_5 k'_5 + [4]_6 k'_6 \\ k_5 &= \\ k_6 &= \end{aligned}$$

Burada $[3]_3$ v. s. gayri muayyen halle ait emsallerdir. Öyleki $[3]_4 = [4]_3$ dir.

Bu neticelerin tamim edilebileceği aşikârdır. Bundan dolayı μ hususî şebekesi m noktaya malik ve bunlardan m_1 tanesi diğer v kısmî şebekesinin noktalarıyla birleştirilmişse (yani m_1 adet esas korrelat) ve aynı şekilde v kısmî şebekesinin de n noktası ve μ şebekesinin noktalarıyla birleştirilmiş n_1 noktası (yani n_1 esas korrelat) varsa, böylece $m + n$ muadeleden teşekkül eden bütün

sistem yalnız $m_1 + n_1$ muadele ile halledilir ve bu da basit şeklinde derhal m_1 ve n_1 adetlerinin en küçüğü olan r kadar muadelelerin halline müncer olur.

Bu «basit» süstitüsyon usulü N.F. 108 de pratik bir hesap misali üzerinde gösterilmektedir, burada dılı muadeleleri de dahil olmak üzere:

$$\left. \begin{array}{ll} m = 21 & m_1 = 4 \\ n = 20 & n_1 = 7 \end{array} \right\} r = 4 \text{ dir.}$$

3. Mükerrer süstitüsyon usulü:

İki kısmî şebeke yukarıda gösterdiğimiz gibi bir defa da muvazenesi yapılmak üzere birleştirildikten sonra, daha zorca bir işe sıra gelir; bu da usulü tekrar etmek ve daha fazla kısmî şebekeleri birleştirmek, yani burada, esasen birleştirilmiş olan μ ve ν kısmî şebekelerine evvelâ bir üçüncüsünü, ρ yı ilâve etmektir.

Bu ρ kısmî şebekesinin de $f_{i,k}$ ları malûm, fakat birleşmiş $\mu + \nu$ kısmî şebekesi (munzam hadler dahil) [*] için bunlar meçhuldür.

Fakat bu kısmî şebekeye ait bütün k kıymetleri (III), (IV), (V) ve (VI) muadelelerinden malûmdur. O halde sureti hal şu esas fikre istinad eder. Eğer her hangi bir hesap usulü bize $\mu + \nu$ sistemi için w farklarından k korrelatlarını hesaplamamıza imkân veriyorsa, ilk şebeke olarak alınan bu $\mu + \nu$ sistemi için ara korrelatların da tamamen aynı yoldan hesaplanması mümkün olmalıdır. Çünkü bu takdirde sadece munzam hadlerin emsallerini farkların yerine koymak kâfidir. Buna göre N.F. 108 deki bu müsmir fikri sadece kolay bir cebrî şekle koymak ve bu maksatla münasip hesap sembolleri teşkil etmek kâfidir.

[*] Kere içindeki ifade sui tefehhümleri ortadan kaldırmak için konuldu. μ ve ν nin birleştirilmesi ancak munzam hadleri de almak şartıyla kabildir. Bu yüzden kere içindeki ifade bundan böyle yazılmayacaktır.

$$\begin{aligned} \text{(VII a)} \quad & k_9 = k_9^{\circ} + z_{9.7}^{\circ} k_7 + z_{9.8}^{\circ} k_8 \\ & k_{10} = k_{10}^{\circ} + z_{10.7}^{\circ} k_7 + z_{10.8}^{\circ} k_8 \\ \text{(VII b)} \quad & k_7 = k_7^{\mu\nu} + z_{7.9}^{\mu\nu} k_9 + z_{7.10}^{\mu\nu} k_{10} \\ & k_8 = k_8^{\mu\nu} + z_{8.9}^{\mu\nu} k_9 + z_{8.10}^{\mu\nu} k_{10} \end{aligned}$$
$$k_7^{uv} = k_7^{uv} + z_{7,3}^{uv} k_3^{uv} + z_{7,4}^{uv} k_4^{uv}$$

[*] N. F. 108 de gerçi hesap pratik bir şekilde icra edilmiştir. Fakat umumî bir düstur istihracından sarfınazar edilmiş ve bu yüzden z^{μ} k^{μ} gibi semboller kullanılmamıştır.

Buradaki $k_3^{\mu\nu}$ ve $k_4^{\mu\nu}$ (VI) den hasaplanır.

O halde:

$$z_{7-9}^{\mu\nu} = z_{7-9}^{\nu} + z_{7-3}^{\nu} z_{3-9}^{\mu\nu} + z_{7-4}^{\nu} z_{4-9}^{\mu\nu} \text{ dir.}$$

Burada yine $z_{3-9}^{\mu\nu}$ ve $z_{4-9}^{\mu\nu}$ (VI) bulunur.

Binaenaleyh meselâ:

$$z_{3-9}^{\mu\nu} = [3]_3 z_{3-9}^{\mu} + [3]_4 z_{4-9}^{\mu} + [3]_5 z_{5-9}^{\mu} + [3]_6 z_{6-9}^{\mu} = [3]_5 z_{5-9}^{\mu} + [3]_6 z_{6-9}^{\mu} \text{ dir, çünkü } z_{3-9}^{\mu} = z_{4-9}^{\mu} = 0 \text{ (P. D. şekil 2)}$$

Bu suretle (VII b) nin bütün emsalleri hesaplandıktan sonra (VII a) ve (VII b) Gauss algoritmus'ına göre halledilir. Şu bulunur:

$$(VIII) \quad k_7 = [7]_7 k_7^{\circ} + [7]_8 k_8^{\circ} + [7]_9 k_9^{\circ} + [7]_{10} k_{10}^{\circ} \text{ v. s.}$$

k_8, k_9, k_{10} için aynı şekilde müsavatlar bulunur. O halde bütün $\mu + \nu + \rho$ şebekesinin bütün esas korrelatlarının adedi kıymetleri, binaenaleyh bu şebekenin bütün $k^{\mu\nu\rho}$ korrelatlarının adedi kıymetleri bulunmuştur.

$k^{\mu\nu\rho}$ lar gibi, $\mu + \nu + \rho$ şebekesinin yeni bir dördüncü şebeke ile birleşmesi için lüzumlu bütün ara korrelatlar da bulunabilir.

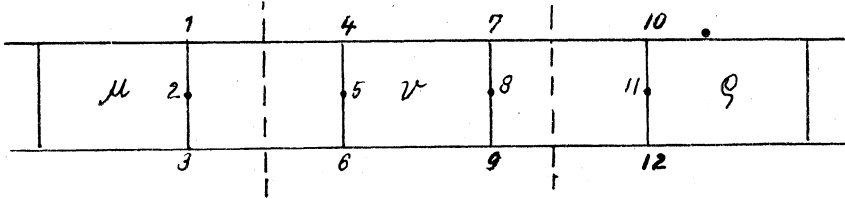
Bütün bu neticelerin her hangi büyüklükte bir kısmî şebekeye de teşmil edilebileceği aşîkârdır.

N. F. 108 in muharriri en mühim hesaplar için vazih bir hesap nümunesi vermeğe nıvaffak olmuştur. Bu usulle 41 muadeleyi ihtiva eden esasen birleşmiş iki kısmî şebeke on altı muadeleyi ihtiva eden üçüncü bir kısmî şebeke ile pratik birsurette birleştirilmiştir.

4. Üç ve deha ziyade kısmî şebekenin basit süstitüsyon usuliyile birleştirilmesi.

Esas korrelatların adedi pek büyük olmadıği takdirde, N. F. 108 de gösterildiği gibi, evvelâ üç kısmî şebeke basit süstitüsyon usuliyile birleştirilebilir. Bundan sonra (Şekil 3) iki uçdaki kısmî şebekeler esasen birleşmiş bir tek $\mu + \rho$ kısmî şebekesi olarak kabul edilir. Bu caizdir, çünkü P. D. de bunlar arasında hiç bir müşterek hat, veya cebrî tabirle, hiç bir munzam had yoktur.

Bu $\mu + \rho$ şebekesiyle ikisi arasındaki ν şebekesinin birleştirilmesi lâzımdır. Buna göre 1, 2 ve 10, 12 ye ait korrelatlar $\mu + \rho$ nın ve 4, 6, 7, 9 a ait olanlar da ν nin esas korrelatlarıdır. k_2, k_5, k_8, k_{11} aralarındaki hatlar katedilmediği için esas korrelat değildirler.



Şekil 3

Binaenaleyh $k_1^{\mu\nu\rho} = k_1$ dediğimiz takdirde, esas korrelatlar için şu süstitüsyon muadelelerini elde ederiz:

$k_1 = k_1^{\mu} + z_{1,4}^{\mu} k_4 + z_{1,6}^{\mu} k_6$ ve k_3 için de aynı şekilde bir muadele. Çünkü meselâ $k_1^{\mu\nu\rho} = k_1^{\mu}$ dir.

(IX) $k_{10} = k_{10}^{\rho} + z_{10,7}^{\rho} k_7 + z_{10,9}^{\rho} k_9$ ve k_{12} için de aynı şekilde bir muadele. Çünkü $k_{10}^{\mu\nu\rho} = k_{10}^{\rho}$ dir.

$k_i = k_4^{\nu} + z_{4,1}^{\nu} k_1 + z_{4,3}^{\nu} k_3 + z_{4,10}^{\nu} k_{10} + z_{4,12}^{\nu} k_{12}$ ve k_6, k_7, k_9 için de aynı şekilde muadeleler.

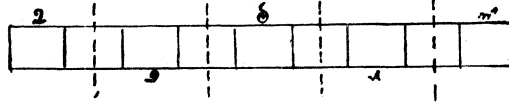
O halde, istenilen büyüklükte olabilen, bütün şebekenin muvazenesi ($m_1 + n_1 = 8$ olduğu takdirde) $r = 4$ muadeleye irca edilmiş oluyor.

N. F. 108 de, üç kısmî şebekenin birleştiği yerlere ait iki dılı muadelesi muvakkaten bir tarafa bırakıldıktan sonra, 8 esas kor-

$\mu + \nu + \rho$
relatla ve $r = 4$ olmak üzere $19 + 20 + 16 = 55$ muadelenin birleşmesi temin edilmiştir.

Fakat dahada ileri gitmek ve istenilen miktarda kısmî şebekeleri basit süstitüsyon usulile birleştirmek kabildir. Yalnız bir « kısmî şebekeler mecmuuna » ait esas korrelatların en az olanını gösteren r in Gauss algoritmusunun imkânlarını aşmaması şarttır.

(Şekil 4) de bir «kısımlı şebekeler mecmuu» $\mu + \rho + \tau$ ve diğeri $\nu + \sigma$ dan ibarettir. Görüldüğü gibi, kısmi şebekelerin yalnız münavebe ile evvelâ bir kısmi şebeke mecmuuna ve sonra diğere ait olması mevzuu bahisdir.



Şekil 4

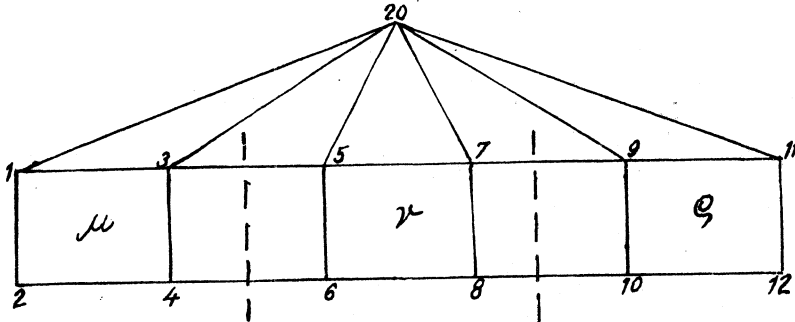
Bir sıra kısmi şebekenin bir tek hesap ameliyesiyle birleştirilmesine imkân veren bu basit usul, bilhassa uzun zincirvari şebeke şekillerinde, çok taraflı bir tatbik sahasına maliktir.

N. F. 108 bir zeyilde, hesap usulünü 13 müsellesden müteşekkil ve dört kısma ayrılan bir müselles zincirine tatbik ederek bu imkâna işaret ediyor.

5. İnkişaf ve süstitüsyon usullerinin tevhide.

Kısmi şebekelerin birleştirilmesinde nazarı itibara alınmayan baz şartları ve dilı muadeleleri sonradan inkişaf usulile sokulur. Farzedelim ki meselâ (20) noktası (Şekil 5) (1), (3), (5), (7), (9), (11) le birleştirilmiş olsun. Bu noktanın muadelesinde:

$$a_{20-20} k_{20} + a_{20-1} k_1 + \dots + w_{20} = 0$$



Şekil 5

$k_3, \dots, k_{11}$ yerine $k_1 = k_1^{\mu\nu\sigma} + z_{1-20}^{\mu\nu\sigma} k_{20}$ v. s. kıymetlerini koymalıdır. $k^{\mu\nu\sigma}$ lar malûm olduğu için $z^{\mu\nu\sigma}$ lar da aynı yoldan hesaplanır.

N. F. 108 de, evvelâ 2 dılı muadelesile bir baz şartını ihmal ederek yapılan büyük muvazeneye sonradan bunlara ait normal muadeleleri de idhal etmek suretile, bu usulde bütün teferruatile gösterilmektedir.

Hülasatan diyebilirizki:

N. F. 108 in muharriri sübstitüsyon usulünün tatbikine ait burada anlatılan bütün imkânları muntazaman sıralanmış hesaplar vasıtasile pratik bir büyük muvazene üzerinde göstermeğe muvaffak olmuştur. Bundan başka bu kitap, ilmîne nüfuz etmeğe meraklı olan her jeodezici için de bir çok düşünme mevzularını ve öğrenmeğe değer ve enteresan daha bir çok şeyleri ihtiva etmektedir.

[Devamı var.]

