

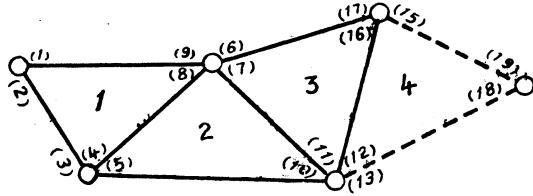
Boltze göre grup muvazene usulü

Yazan: Bnb.
Niyazi

Boltzin muvazene usulü bu makalede muhtasar bir şekilde izah edilecek ve birde pıratik misal verilecektir. Bu nevi muvazenenin yapılma tarzı, ötedenberi muvazene işleriyle uğraşmış bulunan Harta subaylarımıza hiç bir müşkülât göstermiyecektir. Bu satırların maksadı, bu sistem bir hesap işinin ceryan şeklini Hartacı arkadaşlarımıza en kısa bir tarzda anlatmak ve iyi bir misalile de, kendilerine zamanında müracaat edecekleri bir vasıta hazırlamaktan ibarettir. Bu sebepten makale, daha evvelden muvazene nazariyatı ile uğraşmış Hartacıları muhatap tutarak yazılmış ve akallimurabbaat nazariyatının tekrar izahına lüzum görülmemiştir.

Teori:

Şekil 1 de görüldüğü bir müsellestat zincirinden mürekkep bir şebeke muvazene edilecektir.



Şekle nazaran şart muadeleleri aşağıda yazılmıştır.

Şekildeki numaralar istikametlere aittir. $w_1, w_2, w_3 \dots$ ilâh. rumuzları da müsellesin kapanma hatasıdır.

Şart muadeleleri:

- 1) $-(1) + (2) - (8) + (9) - (3) + (4) + w_1 = 0$
- 2) $-(4) + (5) - (7) + (8) - (10) + (11) + w_2 = 0$
- 3) $-(6) + (7) - (11) + (12) - (16) + (17) + w_3 = 0$
- 4) $-(12) + (13) - (15) + (16) - (18) + (19) + w_4 = 0$

Bidayeten mevcut şart muadelelerinden yalnız baştan üçünü ele alalım. Buna birinci grup deriz. Bu birinci grup için mutad olduğu veçhile normal muadeleleri teşkil edelim. Normal muadelelerin K mazrupları da her şart muadelesinin ve yahut kendi müsellesinin numarasını alsınlar Bu dört şart muadelesi aynı zamanda hal edilmiş olsalardı nihai korelatları k ile göstereceğimize nazaran, şimdilik yalnız birinci grubu hal edeceğimiz için bulacağımız muvakkat korelatları da k' ile ifade edelim. Buna göre birinci grubun normal muadeleleri:

$$\left. \begin{array}{l} 6 k_1 - 2 k_2 + w_1 = 0 \\ - 2 k_1 + 6 k_2 - 2 k'_3 + w_2 = 0 \\ - 2 k_2 + 6 k'_3 + w_3 = 0 \end{array} \right\} \dots (1)$$

olur.

Bu (1) N. lı normal muadele sistemini, basit cebir kaide-
lerle w_1, w_2, w_3 muhalefetlerini gayri muayyen kalacak veç-
hile hal edelim. Meselâ: misalimizde şu suretle hareket ede-
biliriz:

İkinci muadeleyi 3 ile zarp ve üçüncü muadeleye cem ve
hasılı cemden k_2 yi ifna için birinci muadeleyi 8 ile zarp
edip muamele ederiz:

$$\begin{array}{rcl} - 6 k'_1 + 18 k_2 - 6 k'_3 + 3 w_2 & = & 0 \\ - 2 k'_2 + 6 k'_3 + w_3 & = & 0 \\ \hline - 6 k'_1 + 16 k_2 + 0 + 3 w_2 + w_3 & = & 0 \\ + 48 k'_1 - 16 k'_2 + 0 + 8 w_1 & = & 0 \\ \hline + 42 k_1 = - 8 w_1 - 3 w_2 - 1 w_3 & \dots\dots\dots & (2) \end{array}$$

Bu (2) müsavatı k'_1 in ve yahut umumî olarak üç müsellese göre k'_1 in müsellesat muhalefetlerine tabi tevsiden ibaret-
rettir. Bv tarzda hareket ederek k_1, k_2, k_3 .. ilâh. korelatlarını

1, 2, 3, 4 ilâh. müselleleri için, müsellelat muhalefetlerine tâbi olarak tevsi edersek aşağıdaki müsellelat adedine göre tertip edilmiş silsilelerle elde ederiz.

[illegible]

Ilah . .

[illegible]

İlah . .

[illegible]

İlah . .

Burada yazılan k_1 , k_2 ve k_3 için ve yine yalnız 10 müsellese kadar verilmiş olan silsilelerin müteakip k lar ve müsellesler için ne şekilde ceryan edeceği kendiliğinden anlaşılmaktadır. Yukarıdaki silsileler tetkik edilince şu teşekkül kanununun ceryan ettiği derhal görülür. Yani a_{i+1}, a_i, a_{i-1} herhangi bir amudi sıranın yekdiğerini takip eden üç adedi olduğuna göre:

$$a_{i+1} - 3a_i + a_{i-1} \dots\dots (3)$$

Binaenaleyh: bu kanuna göre, korelat tevsilerini istenilen müsellesat adedine kadar götürmek kabildir. Faraza 5 müselles için k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 korelat tevsilerini bulmak lâzımgelse yukardaki silsilelere göre 5 müselles için:

$$\left. \begin{array}{rcl} 288 k_1 = - & \frac{w_1}{55} & - \frac{w_2}{21} - \frac{w_3}{8} - \frac{w_4}{3} - \frac{w_5}{1} \\ 288 k_2 = - & \frac{21}{21} & - \frac{63}{24} - \frac{24}{9} - \frac{9}{3} \\ 288 k_3 = - & \frac{8}{24} & - \frac{64}{24} - \frac{24}{8} \\ 288 k_4 = - & \frac{3}{9} & - \frac{24}{63} - \frac{21}{21} \\ 288 k_5 = - & \frac{1}{3} & - \frac{8}{21} - \frac{55}{55} \end{array} \right\} \dots (4)$$

bulunur. Bunların baştan üç tabii doğrudan doğruya yukarıdaki silsilelerden alınmış ve alet kısımları da kanun mucibince itmam edilmişlerdir. Korelat tevsileri normal muadeleler gibi murabbai hadlere karşı simetrik olarak teşekkül ederler. Binaenaleyh: yukardaki silsilelerden yalnız k_1, k_2, k_3 tevsilerini aldıktan sonra diğerlerini teşkil etmek gayet kolay olur.

Küçük müsellesat zincirleri için yukarıdaki küçük tam adetli silsileleri kullanmak çok muvafık olup maksada tamamen kifayet eder. Büyük şebekeler için bu silsileleri şu:

$$-k_1 = f_{i1} w_1 + f_{i2} w_2 + \dots\dots + f_{i2} w_2$$

şekline irca etmek lâzımdır. Kurulan silsilelerin bu şekil ile ne kadar konverjan oldukları bariz bir surette görünmektedir.

Bu sebepten mezkûr silsilelerin büyük nirengi şebekelerinin muvazenesinde pek faideli bir surette kullanılabileceği anlaşılr. Bu tarzda korelat tevsileri Boltzın kitabında mevcuttur.

4 N. lı korelat tevsii normal muadeleler gibi simetriktir. Simetri hattını gösteren erkamın altları çizilmiştir. Binaenaleyh: korelat tevsilerinden yalnız simetri hattının bir tarafındaki erkam malûm olursa diğerlerini derhal itmam ederiz. Bu hassa dolayısıyla:

$$f_{ik} = f_{ki}$$

olacağını daima hatırdâ tutmalıdır. Meselâ (4) N. ya göre:

$$f_{13} = -\frac{8}{288} \text{ dir. Binaenaleyh } f_{31} = -\frac{8}{288} \text{ olur.}$$

f_{13} birinci korelatın üçüncü haddi ve f_{31} de üçüncü korelatın birinci haddi demektir.

(1) N. lı normal muadelemizde üç müselles için üç korelat mevcut idi. Binaenaleyh üç müselles için korelat tevsileri:

$$\left. \begin{aligned} 42 k'_1 &= -8w_1 - 3w_2 - 1w_3 \\ 42 k'_2 &= -3w_1 - 9w_2 - 3w_3 \\ 42 k'_3 &= -1w_1 - 3w_2 - 8w_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\frac{8}{42} w_1 - \frac{3}{42} w_2 - \frac{1}{42} w_3 \\ k'_2 &= -\frac{3}{42} w_1 - \frac{9}{42} w_2 - \frac{3}{42} w_3 \\ k_3 &= -\frac{1}{42} w_1 - \frac{3}{42} w_2 - \frac{8}{42} w_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ve daha umumî olarak (6) birinci muadelenin emsallerini a_1, a_2, a_3 ve diğerlerinin emsallerini de sırasile b_1, b_2, b_3 ve c_1, c_2, c_3 olarak gösterdiğimizize göre:

$$\left. \begin{aligned} k'_1 &= a_1 w_1 + a_2 w_2 + a_3 w_3 \\ k_2 &= b_1 w_1 + b_2 w_2 + b_3 w_3 \\ k'_3 &= c_1 w_1 + c_2 w_2 + c_3 w_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7 \text{ olur.}$$

Bu (7) müsavatı, korelatların muhalefetlere tabi olarak umumî bir ifadesidir. Her ne zaman bir müsellesat zincirinde korelatların tevsii elde bulunursa bunları muhalefetlerle zarp

ederek derhal korelatların adedi kıymetlerini buluruz. Bunlar da istikamet tashihlerinin korelatlarla ifadesine konunca aranılan miktarı tashihler bulunmuş olur.

İkinci grubun halli ve normal muadelelerin itmamı:

Şart muadelelerimizi iki gruba ayırmıştık. Üç muadeleden ibaret olan birinci grubu hâl ettik. Şimdi bir muadeleden ibaret olan ikinci grubu hâl edelim. Dördüncü şart muadelesinden dolayı (1) N. lı normal muadele bittabi değişecektir. Normal muadelelerin simetri hassasından bilistifade (1) N. lı normal muadeleyi 4 üncü şart muadelesinden dolayı derhal itmam edilebilir. Zira: her normal muadelede murabbai hadden mada mevcut hadlerin emsalleri, k rının numara sırası normal muadele numara sırasına tevafuk eden kendinden evvelki normal muadelelerde birer, birer meydana çıkarlar ve bu emsallere verilecek k ların numarasıda murabbai hadin k numarasını alır.

Bu basit simetri kaidesi, normal muadelelerin aşağıdaki yazış şeklinden de kolayca çıkarılabilir.

a	1	[aa] k ₁	[ab] k ₂	[ac] k ₃	[ad] k ₄	[ae] k ₅	+ w ₁ =0
	2	[ab] k ₁	[bb] k ₂	[bc] k ₃	[bd] k ₄	[be] k ₅	+ w ₂ =0
	3	[ac] k ₁	[bc] k ₂	[cc] k ₃	[cd] k ₄	[ce] k ₅	+ w ₃ =0
	4	[ad] k ₁	[bd] k ₂	[bc] k ₃	[dd] k ₄	[de] k ₅	+ w ₄ =0
	5	[ae] k ₁	[be] k ₂	[ce] k ₃	[de] k ₄	[ee] k ₅	+ w ₅ =0
							b

1		$\underline{aa} k_1$	$abk_2 \ ack_3 \ adk_4 \ aek_5 \ + w_1 = 0$
2	abk_1	$\underline{bb} k_2$	$bck_3 \ bdk_4 \ bek_5 \ \dots \ + w_2 = 0$
3	$ack_1 \ bek_2$	$\underline{cc} k_3$	$cdk_4 \ cek_5 \ \dots \ + w_3 = 0$
4	$adk_1 \ bdk_2 \ cdk_3$	$\underline{dd} k_4$	$dek_5 \ \dots \ + w_4 = 0$
5	$aek_1 \ bek_2 \ cek_3 \ dek_4$	$\underline{ee} k_5$	$\dots \ + w_5 = 0$

Normal muadelelerin birinci yazış şeklinden murabbai hadlere karşı ne suretle simetrik olacağını görmek için yukarıdaki cetvel üzerine a, b noktaları beyni vası ile olunarak simetri hattı çizilmelidir. İkinci yazılış şeklinde ise murabbai hadlerin solunda kalan hadler doğrudan doğruya normal muadelelerdir. Meselâ üç meçhullü üçüncü normal muadele: $(cc)k_3 + (bc)k_2 + (ac)k_1 \ w_1 = 0$ dır.

Murabbai hadlerin sağında kalan aksam ise yeni gelen normal muadeleye göre eski muadelelerin itmam hadlerini gösterirler. Bu şekilden yukarıdaki itmam kaidesi kolayca okunabilir. Meselâ ikinci yazış şeklinde 3 numaralı muadeleln sağında cdk_4, cek_5 hadleri vardır. Bu hatlar yeni gelen 4 ve 5 numaralı normal muadelelerden dolayı üç numaralı muadeleyi itmam eden hatlardır.

Dördüncü şart muadelesinin idhali:

Dördüncü şart muadelesinin normal muadelesi: $-2k_3 + 6k_4 + w_4 = 0$ olur. Bu normal muadeleden dolayı eskiden hal ettiğimiz üç normal muadeleyi itmam edelim.

$$\left. \begin{array}{l|l}
 1 & + 6 k_1 - 2 k_2 \\
 2 & - 2 k_1 + 6 k_2 - 2 k_3 \\
 3 & - 2 k_2 + 6 k_3 \\
 \hline
 & - 2 k_3 + 6 k_4 + w_4 = 0
 \end{array} \right\} \dots \dots (8)$$

Bu (8) N. lı normal muadele sistemi 4 müselles şartı için tamam bir sistemdir. Bu muadeleleri yeni baştan hal edersek bittabi aranılan k ları buluruz. Bu şekil Gavsın usulüdür. Şimdi yeni gelen normal muadeleden dolayı acaba daha evvelce bulduğumuz k korelat tevsileri ne kadar değişmiştir? bunu arayalım:

Eğer evvelce bulduğumuz k korelat tevsilerinin değişme miktarını hesaplarsak, bunları k lere zam ettiğimiz takdirde 4 müselles için korelat tevsilerini bulmuş oluruz. Bunlar muhalefetlerle muamele edilince dört müselles muvazene edilmiş olur. Şimdi bu korelat tezayüd miktarlarını nasıl bulacağımızı izah edelim.

Yeni gelen dördüncü şartdan dolayı k lerin alacağı tezayüd miktarlarını α , β , γ , ilâh .. harfle i ile gösterelim: Bunlara itmamlar denilir. (1) N. lı normal muadeleden birincisini ele alarak bu itmamları k lere zam edelim ve muamelenin alacağı şekli takip edelim:

$$+ 6 (k_1 + \alpha) - 2 (k_2 + \beta) + w_1 = 0$$

$$+ 6 k_1 + 6 \alpha - 2 k_2 - 2 \beta + w_1 = 0$$

$$(+ 6 k_1 - 2 k_2) + 6 \alpha - 2 \beta + w_1 = 0 \dots\dots\dots (9)$$

Yeni gelen müsellesden dolayı yapılacak itmamlardan sonra birinci normal muadelenin son şekli (9) da gösterilmiştir.

Halbuki (1) N. lı normal muadelede $6 k_1 - 2 k_2 + w_1 = 0$ olduğundan bu müsavatın tahakkuku için $6 \alpha - 2 \beta = 0$ olması icap eder. Şu halde itmamların mecmuuda sıfır olacaktır. Binaenaleyh: bunun gibi (1) N. daki normal muadeleleri muamele edecek olursak hepsinde sıfıra müsavi olması iktiza eden yeni bir şartın girdiğini görürüz. (8) N. lı muadele sisteminde üçüncü muadeleye birde, itmamdan dolayı, k_4 gibi

bir hadde girmiştir. Bu üç normal muadelenin yeni itmam şartları muadeleleri yukardaki izahata nazaran:

$$\left. \begin{aligned} + 6 \alpha - 2 \beta + 0 + 0 &= 0 \\ - 2 \alpha - 6 \beta - 2 \gamma + 0 &= 0 \\ - 2 \beta + 6 \gamma - 2 k_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

olur. Bu yeni muadelede aynen bir normal muadeledir. Baştan iki muadelenin muhalefet haneleri sıfırdır. Üçüncü muadelenin muhalefet hanesinde ise $- 2 k_4$ gelmiştir. Eğer $- 2 k_4$ muhalefeti malûn bulunursa bu (10 normal muadelesini derhal hal eder ve bulunacak α , β , γ miktarı tezeyüdlerini k lere zam edecek olursak nihaî ve matlup k lar bulunmuş olurlardı. Acaba k_4 dü nasıl bulabiliriz?

Ara korelatları ve silsileye tevsii:

$$\alpha = z_{4.1} k_4$$

$$\beta = z_{4.2} k_4$$

$$\gamma = z_{4.3} k_4$$

diye biliriz. Böyle farz etmeğe hakkımız da vardır. Zira: bunun manası k_4 kıymetini her hangi bir $z_{4.1}$ emsali ile zarp edüp α yı bulmak demektir. Şimdilik, gayri muayyen olan z_4 emsallerine ara korelatları namı verilir. z_4 emsalinin 4 müşiri 4 N lı k nın ara korelatına ve 1, 2, 3 müşirleri de birinci, ikinci, üçüncü k korelatlarının olduğuna alâmettir.

Şimdi yukarıdaki ara korelat faraziyatını aynen (10) N. da mahallerine kor isek:

$$\left. \begin{aligned} + 6 z_{4.1} k_4 - 2 z_{4.2} k_4 &= 0 \\ - 2 z_{4.1} k_4 + 6 z_{4.2} k_4 - 2 z_{4.3} k_4 &= 0 \\ - 2 z_{4.2} k_4 + 6 z_{4.3} k_4 - 2 k_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

müsavatını elde ederiz. k_4 teorortik olarak hiç bir zaman sıfır değildir. Binaenaleyh: yukarıdaki muadelelerin her haddini k_4 ile taksim edebiliriz.

$$\left. \begin{array}{l} 6 z_{4,1} - 2 z_{4,2} \pm 0 = 0 \\ - 2 z_{4,1} + 6 z_{4,2} - 2 z_{4,3} \pm 0 = 0 \\ - 2 z_{4,2} + 6 z_{4,3} - 2 = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

Bu 12 muadelesi aynen (1) N. lı normal muadelenin şekline malikdir. Binaenaley: bu da bir normal muadeledir. Yalnız muhalefetleri 0,0 ve -2 den ibaretdir. Yani k_4 ün emsali muhalefet olarak alınmıştır. z lerde aynen k ların makamına kaimdir.

Evvelce (1) N. lı muadelede k leri muhalefetlere göre tevsi etmişdik. Şimdi bu z leride kendi muhalefetlerine göre tevsi edebiliriz.

Burada $(w_1) = 0, (w_2) = 0, (w_3) = -2$ olduğundan sağ tarafdaki muadeleye o suretle vazolunmak iktiza eder.

$$\left. \begin{array}{l} z_{4,1} = a_1(w_1) + a_2(w_2) + a_3(w_3) \\ z_{4,2} = b_1(w_1) + b_2(w_2) + b_3(w_3) \\ z_{4,3} = c_1(w_1) + c_2(w_2) + c_3(w_3) \end{array} \right\}$$

Bu muadeledeki a_1, b_1 ilâh. emsalleri korelatların silsileye tevsi emsalleridir. Bu emsalleri doğrudan tevsi edilmiş silsilelerden alırız ve (4) N. da olduğu gibi ara korelatlarını tevsiini yazarız. Yalnız ara korelatların adedi kıymetlerini bulmak için de muhalefetlerimiz 0,0 ve -2 olduğundan korelat tevsilerini bunlarla zarb etmek iktiza eder. Takip ettiğimiz misale göre z_4 ara korelatı tevsileri aşağıda gösterilmiştir.

Üç müselles için z_4 tevsii

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{ccc} & w_1 & w_2 & w_3 \\ 42 z_{4,1} = & -8 & -3 & -1 \\ 42 z_{4,2} = & -3 & -9 & -3 \\ 42 z_{4,3} = & -1 & -3 & -8 \end{array} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

Burada $w_1 = 0, w_2 = 0, w_3 = -2$ olduğundan:

$$\left. \begin{array}{l} z_{4,1} = + \frac{2}{4} \\ z_{4,2} = + \frac{6}{42} \\ z_{4,3} = + \frac{16}{42} \end{array} \right\} \text{ olur.}$$

K₄ meçhulünün hesabı:

Şimdi takip ettiğimiz küçük misali burada bırakarak daha umumî olarak muamele yapacak olursak mesele daha basit izah edilmiş olacaktır. Binaenaleyh: aşağıya her haddi mevcut ve dört normal muadele yazalım. Bunlardan baştan üç muadele birinci grub ve dördüncü muadelede ikinci grubu teşkil etsin.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \quad [aa] k'_1 + [ab] k_2 + [ac] k_3 \quad + \underline{(ad)} k_4 + w_1 = 0 \\ 2 \quad + [ab] k'_1 + [bb] k'_2 + [bc] k_3 \quad + \underline{(bd)} k_4 + w_2 = 0 \\ 3 \quad + [ac] k'_1 + [bc] k'_2 + [cc] k_3 \quad + \underline{(cb)} k_4 + w_3 = 0 \\ 4 \quad + [ad] k_1 + [bd] k_2 + [cd] k_3 \quad + [dd] k_4 + w_4 = 0 \end{array} \right\} \dots (14)$$

(14) N. lı 4 üncü normal muadeleden dolayı itmam edilmiştir. İtmam edilen hadlerin emsallerinin altı da çizilmiştir. Birinci grubun kendi başına hal edildiğine göre korelat tevsilerini silsilelerden alarak (4) de olduğu gibi hesaplarız Binaenaleyh:

$$\left. \begin{array}{l} k_1 = f_{1.1} w_1 + f_{1.2} w_2 + f_{1.3} w_3 \\ k_2 = f_{2.1} w_1 + f_{2.2} w_2 + f_{2.3} w_3 \\ k_3 = f_{3.1} w_1 + f_{3.2} w_2 + f_{3.3} w_3 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

olur. Ara korelatlarının tevsii için de (11) ve (12) de olduğu gibi k₄ ifna edilerek yalnız yeni muhalefet olarak (14) deki (ad) (bd) (cd) emsalleri kalacağından:

$$\left. \begin{array}{l} z_{4.1} = f_{1.1} \underline{(ad)} + f_{1.2} \underline{(bd)} + f_{1.3} \underline{(cd)} \\ z_{4.2} = f_{2.1} \underline{(ad)} + f_{2.2} \underline{(bd)} + f_{2.3} \underline{(cd)} \\ z_{4.3} = f_{3.1} \underline{(ad)} + f_{3.2} \underline{(bd)} + f_{3.3} \underline{(cd)} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

muadeleleri korelatların tevsii olurlar. (15), (16) tevsileri bir birlerinin aynıdır. Yalnız muhalefetleri başkadır. Binaenaleyh birinci grup için kullandığımız korelat tevsilerini aynen ara korelatları içinde kullanabiliriz. Yalnız gerek k' korelatlarının

ve gerek z ara korelatlarının adedi kıymetleri ancak muhalefetlerle muameleden sonra bulunacağı tabiidir.

$$\begin{array}{l|l} k_1 = k_1 + \alpha & \alpha = z_{4.1} k_4 \\ k_2 = k_2 + \beta & \beta = z_{4.2} k_4 \\ k_3 = k_3 + \gamma & \gamma = z_{4.3} k_4 \end{array}$$

farz edilmiş olduğundan yeni gelen şartdan dolayı (8) N. lı ve yahut umumî olarak (14) N. lı muadelenin nihai k kıymetleri de;

$$\left. \begin{array}{l} k_1 = k_1 + z_{4.1} k_4 \\ k_2 = k_2 + z_{4.2} k_4 \\ k_3 = k_3 + z_{4.3} k_4 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

olacaktır. (14) N lı umumî muadele üzerinde yürüdüğümüze ve yeni gelen dördüncü normal muadele ve bunun yukarıdaki faraziyatına göre tadil edilmiş şekli aşağıda gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} & [ad]k_1 + [bd]k_2 + [cd]k_3 + [dd]k_4 + w_4 = 0 \\ & [ad](k_1 + z_{4.1}k_4) + [bd](k_2 + z_{4.2}k_4) + [cd](k_3 + z_{4.3}k_4) + [dd]k_4 + w_4 = 0 \\ & [ad]k_1 + [ad]z_{4.1}k_4 + [bd]k_2 + [bd]z_{4.2}k_4 + [cd]k_3 + [cd]z_{4.3}k_4 + [dd]k_4 + w_4 = 0 \\ & ([ad]z_{4.1} + [bd]z_{4.2} + [cd]z_{4.3} + [dd])k_4 + [ad]k_1 + [bd]k_2 + [cd]k_3 + w_4 = 0 \\ & ([ad]z_{4.1} + [bd]z_{4.2} + [cd]z_{4.3} + [dd]) = A_{4.4} \\ & [ad]k_1 + [bd]k_2 + [cd]k_3 + w_4 = W_4 \end{aligned}$$

diyecek olursak:

$$\underline{A_{4.4} K_4 + W_4 = 0 \dots\dots\dots (18)}$$

elde ederizki: buna tayin muadelesi namı verilir. W_4 ile $A_{4.4}$ emsali malûm olunca derhal k_4 dü hal edebiliriz. $A_{4.4}$ taciz edilen 4 üncü normal muadelenin murabbai haddi ve W_4 de aynı muadelenin taciz edilmiş muhalefetidir.

$$\begin{array}{l|l} A_{4.4} = [dd] + [ad] z_{4.1} & W_4 = + w_4 + [ad] k'_1 \\ & + [bd] k'_2 \\ & + [cd] k'_3 \end{array}$$

olduğundan ve ara korelatlarla k lar daha evvelden hesaplanmış ve bunların emsalleri de dördüncü normal muadelenin emsallerinden ibaret bulunduğundan k_4 (18) formülüne göre kolayca hesaplanabilir. Buradaki W_4 müsavâtı k ların adedi kıymetleri ile hesaba uygundur. Bir defa k_4 bulunduktan sonra (17) formülüne göre nihai k lar hesaplanabilir. Bu suretle muvazene vazifesi de hitam bulur.

Şimdi takip ettiğimiz misali bu şekilde muamele edersek:

$$(+6 - 2z_{4.3})k_4 + w_4 - 2k_3 = 0$$

muadelesini buluruzki:

$$+6 - 2z_{4.3} = A_{4.4} \quad | \quad W_4 = w_4 - 2k_3$$

$$A_{4.4}K_4 + W_4 = 0$$

$$K_4 = -W_4 : A_{4.4} \dots\dots\dots (19$$

olur.

A, W nin muhalefetlere göre tevsii:

A murabbai haddi yukarıda (dd) denmade (ae), (bd), (cd) emsalerinin ara korelatlarla hasılı zarbının mecmuundan ibarettir. Halbuki: aynı emsaller ara korelatlarının hesabı için (12) ve yahut (16) da yeni gelen muhalefet olarak alınmışdı. Binaenaleyh bunlara sırasile (w_1) , (w_2) , (w_3) dediğimiz takdirde:

$$A_{4.4} = [dd] + [w_1]z_{4.1} + [w_2]z_{4.2} + [w_3]z_{4.3} + \dots\dots$$

olur. Kezalik w taciz edilmiş muhalefeti de W_4 den mada $[ad]k_1$, $(bd)k_2$ ilâh.. hadlerinden mürekkeptir. Halbuki: (15) N. ya göre:

$$[ad]k_1 = f_{1.1}[ad]w_1 + f_{1.2}[ad]w_2 + f_{1.3}(ad)w_3$$

$$[bd]k_2 = f_{2.1}[bd]w_1 + f_{2.2}[bd]w_2 + f_{2.3}[bd]w_3$$

$$[cd]k_3 = f_{3.1}[cd]w_1 + f_{3.2}[cd]w_2 + f_{3.3}[cd]w_3$$

olacağından ve $f_{2,1} = f_{1,2}$ olduğundan aşağıdaki tarzda tertip ettiğimizde:

$$[ad]k'_1 + [bd]k'_2 + [cd]k'_3 = \underbrace{\begin{Bmatrix} f_{1,1}(ad) \\ f_{1,2}(bd) \\ f_{1,3}(cd) \end{Bmatrix}}_{Z_{4,1}} w_1 + \underbrace{\begin{Bmatrix} f_{2,1}(ad) \\ f_{2,2}(bd) \\ f_{2,3}(cd) \end{Bmatrix}}_{Z_{4,2}} w_2 + \underbrace{\begin{Bmatrix} f_{3,1}(ad) \\ f_{3,2}(bd) \\ f_{3,3}(cd) \end{Bmatrix}}_{Z_{4,3}} w_3$$

Amudi sıraların mecmuu (16) mucibince ara korelatlardan ibaret olduğu derhal anlaşılmakla:

$$W_4 = w_4 + z_{4,1} w_1 + z_{4,2} w_2 + z_{4,3} w_3 + \dots$$

bulunur. Şimdi tashih ederek $A_{ii} K_i + W_i = 0$ formülündeki A_i emsali ile W_i muhalefetini tevsian yazalım:

$$\begin{aligned} A_{ii} &= (ii) + (ia) z_{i,1} + (ib) z_{i,2} + (ic) z_{i,3} + \dots + (iv) z_{i,v} \\ W_i &= w_2 + (ia) k'_1 + (ib) k_2 + (ic) k_3 + \dots + (iv) k_v \end{aligned} \quad (20)$$

ve yahut yukarıda olduğu gibi muhalefetlere ayırarak:

$$\begin{aligned} A_{ii} &= (ii) + z_{i,1}(w_1) + z_{i,2}(w_2) + z_{i,3}(w_3) + \dots + z_{i,v}(w_v) \\ W_i &= + \dots + z_{2,1} w_1 + z_{2,2} w_2 + z_{2,3} w_3 + \dots + z_{iv} w_v \end{aligned} \quad (21)$$

$$K_i = - \frac{1}{A_{ii}} \cdot W_i$$

Şimdi (21) ve (18) tayin muadelesine göre K_i korelatını bulalım.

$$\begin{aligned} A_{ii} K_i &= - \begin{Bmatrix} z_{i,1} w_1 \\ z_{i,2} w_2 \\ z_{i,3} w_3 \\ \dots \\ \dots \\ z_{i,v} w_v \\ 1 \cdot w_2 \end{Bmatrix} \quad \left| \quad K_i = - \begin{Bmatrix} \frac{1}{A_{ii}} z_{i,1} w_1 \\ \frac{1}{A_{i,i}} z_{i,2} w_2 \\ \frac{1}{A_{i,i}} z_{i,3} w_3 \\ \dots \\ \dots \\ \frac{1}{A_{i,i}} z_{i,v} w_v \\ \frac{1}{A_{i,i}} w_2 \end{Bmatrix} \right. \quad (22) \end{aligned}$$

Bu (22) müsavatı yeni gelen muadeleden dolayı K_i nin muhalefetlere göre tevsii formülüdür. Pratikte daima bu formülü kullanacağız.

Korelatların itmamı:

(17) müsavatını tamim ederek bir daha yazalım:

$$\begin{aligned} k_1 &= k_1 + z_{i,1} k_i \\ k_2 &= k_2 + z_{i,2} k_i \\ . &= \dots\dots\dots \\ k_v &= k_v + z_{i,v} k_i \end{aligned}$$

ve bunun meselâ: yalnız birinci muadelesini ele alarak k_1 in muhalefetlere göre tevsiini tetkik edelim. (7) de k nın ve (22) de k_i nin tevsilerini amudi olarak yan yana yazar ve muhalefetler kerresine alacak olursak:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= + a_1 \cdot w_1 + z_{i,1} \left(-\frac{z_{i,1}}{A_{i,i}}\right) w_1 = + [a_1 + \left(\frac{z_{i,1}}{A_{i,i}} z_{i,1}\right)] w_1 \\ &+ a_2 \cdot w_2 + z_{i,1} \left(-\frac{z_{i,2}}{A_{i,i}}\right) w_2 = + [a_2 + \left(\frac{z_{i,2}}{A_{i,i}} z_{i,1}\right)] w_2 \\ &+ a_3 \cdot w_3 + z_{i,1} \left(-\frac{z_{i,3}}{A_{i,i}}\right) w_3 = + [a_3 + \left(\frac{z_{i,3}}{A_{i,i}} z_{i,1}\right)] w_3 \\ &+ \dots + \dots\dots + \dots\dots\dots \\ &+ a_v \cdot w_v + z_{i,v} \left(-\frac{z_{i,v}}{A_{i,i}}\right) w_v = + [a_v + \left(\frac{z_{i,v}}{A_{i,i}} z_{i,1}\right)] w_v \\ &+ z_{i,1} \left(\frac{1}{A_{i,i}}\right) w_i = + [0 + \left(\frac{1}{A_{i,i}} z_{i,1}\right)] w_i \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

İşte (23) numaranın sağ tarafında küçük kerre içine alınmış olan miktarlar yeni gelen şartlardan dolayı mevcut korelat tevsilerinin gayri muayyen muhalefetlere göre itmamlarından ibarettir. Binaenaleyh: bununla yeni gelen normal muadeleye göre korelat tevsileri derhal itmam edilir ve muhalefetlerle muamele yapılarak nihai korelatlar bulunmuş olur.

23 muadelesinde yalnız k_i için itmamlar nazarı itibare alınmıştır. Diğer k lar da bunun gibi muamele edilerek itmam edilip nihai korelat tevsilerini bulmak iktiza eder.

Hulâsa ve tatbikat:

1 — Muvazene edilecek şeklin bir krokisi tersim olunup her istasyonvaki istikametler saatin hareket cihetine doğru sıfır mebdinden itibaren sırası ile numaralanır ve formüle göre şart muadeleleri adedi ve şekil üzerinde tatbikatı düşünülüp derhal müsellese şartları numaralanır.

2 — Her istasyondaki rasadlar sıfır mebdeli bir silsile haline getirildikten sonra abris tanzim olunur ve her istikametin alacağı miktarı tashihler krokideki numaralarile ait oldukları istikametlerin yanına kaydolunur.

3 — Aynı bir cetvel halinde şebekede mevcut bütün müsellemler muvakkat bir dılı ve beş haneli lugaritme ile halledilip ε' eksesi (fazlı kürevi) muzaaf olarak hesaplanır.

4 — Şebekede münasip bir müsellesat zinciri intihap edilip müsellesleri sırasile numaralanır ve bu müsellesler tekrar Abrise göre kapatılıp kapanma hatlarına numara verilir ve her müsellesdeki şart muadelesi derhal kendi altına yazılır. Buna birinci grup şart muadeleleri denilir.

5 — Şart muadelelerine göre normal muadelelerin mekanik olarak teşkili için (istikamet tashihlerinin korelatlara göre ifadesi cetveli) tertip olunur. Bu cetvelin tertibi gayet basittir. Şebekede mevcut bütün istikametler numara sırasile bir kâğıda yazılır. Sonra yanlarına, takip olunan müsellesat sırasında, her müselles zaviyelerinin teşkili için birbirinden tarhi iktiza eden istikametlerin numaralarına karşı müselles numarasına göre verilmek icabeden K lar işaretlerle beraber kaydolunur. Bu suretle cetvel yeni gelen grubların korelatlarını da peyderpey alarak itmam olunur.

6 — Normal muadeleler (1) numaralı cetvele göre yazılır. Bir numaralı cetvel müsellesat şekillerine göre meselâ: Birinci grup için doldurulduktan sonra şart muadeleleri, işaretler nazarıdikkate alınarak, yani her haddin numara sırasına ait (1) numaralı cetvelde K larla zarbolunarak cem olunurlarsa, şart muadelelerine ait normal muadeleler yazılmış olur. Bu muameleyi her şart muadelesi için ayrı, ayrı yapmak lâzımdır.

7 — (6) mucibince çıkarılan normal muadeleleri muntazam bir cetvele kaydetmek ve peyderpey gelecek normal muadelelerle eskilerini itmam etmek ve işi biten normal muadeleleri mürekkeplemek.

8 — Birinci grup normal muadeleleri için, hazırlanmış korelat silsilelerinden tevsileri alıp sırasile yazmak ve (6), (7) numaralı muadelelerde görüldüğü gibi muhalefetlerle zarbederek $K_1, K_2, \dots$ ilh. koretlalar tevsilerini ve adedi korelatları hesaplamak.

9 — Muvazene edilecek normal muadele adedi kadar olmak ve her korelata bir sahife tahsis edilmek üzere korelat tevsileri cetvellelerini ve korelatların adedi kıymetleri cetvelini hazırlamak ve bu cetvellere birinci grup korelat tevsilerini kaydetmek.

10 — Bundan sonra ikinci grup normal muadelesini yine (1) numaralı cetvele göre yazmak ve buna nazaran birinci grup normal muadelelerini itmam etmek.

11 — (13) veya yine bu demek olan (16) formülüne göre ara korelatları hesaplamak

12 — (21) formülü, ile $A_{i,i}$ ve W_i mikdarlarını bulmak.

13 — (22) formülü, ile derhal K_i mikikdarını hesaplamak

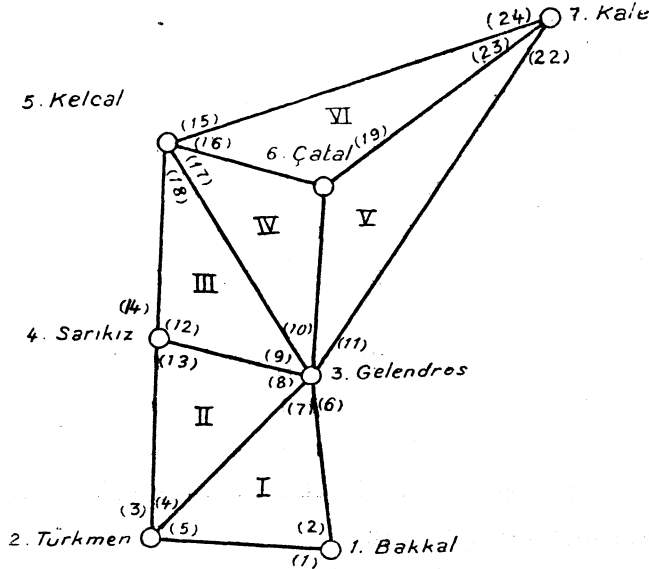
14 — Ve en son (23) formülüne göre eskiden bulunmuş korelat tevsileri itmamlarını ve muhalefetlerle zarbederek her iki grup için cari korelatların adedi kıymetlerini bulmak.

15 — Korelatların adedi kıymetlerini (1) numaralı cetvelde mahallerine koyarak istikametlerin alacakları miktarı tashiheri hesaplamak.

16 — Korelatların adedi kıymetlerini normal muadelelere koyarak vefa edüp etmediklerini tahkik etmek.

Buraya kadar beyan edilen vezaif sırasile ifa edildiği takdirde vazife hitam bulmuş ve şebekede muvazene edilmiş olur.

Pıratik misal:



ŞEKİL : 1

Abris1. Bakkal

2. Türkmen 0.0000.00 + (1)
3. Gelendros 126.7363.17 + (2)

3. Gelendros

1. Bakkal 0.0000.00 + (6)
2. Türkmen 45.2153.70 + (7)
4. Sarıkız 102.9706.07 + (8)
5. Kelçal 137.8645.18 + (9)
6. Çatal 168.2617.94 + (10)
7. Kale 233 2263.21 + (11)

6 Çatal

7. Kale 0.0000.00 + (19)
3. Gelendros 114.1893.71 + (20)
5. Kelçal 260.8398.97 + (21)

7. Kale

3. Gelendros 0.0000.00 + (22)
6. Çatal 20.8473.64 + (23)
5. Kelçal 40.1446.36 + (24)

2. Türkmen

4. Sarıkız 00.0000.00 + (3)
3. Gelendros 44.9188.55 + (4)

4. Sarıkız

3. Gelendros 0.0000.00 + (12)
2. Türkmen 97.3262.25 + (13)
5. Kelçal 280.0167.32 + (14)

5. Kelçal

7. Kale 0.0000.00 + (15)
6. Çatal 41.5427.91 + (16)
3. Gelendros 64.4953.91 + (17)
4. Sarıkız 109.6182.93 + (18)

Şebekeye nazaran şart muadelelerinin tesbiti:

Bir şebekede mevcut olması iktiza eden şart muadelelerinin adedi aşağıdaki formül ile tesbit olunur. Şart muadelelerinin adedi tesbit olunduktan sonra, şebekeye nazaran bu muadelelerin hangilerinin alması iktiza edeceği ayrıca aranır. İstasyon noktalarının adedi p ve mütekabilen rasad edilen dılların adedinde 1 ile gösterilirse:

$$1) \dots \left\{ \begin{array}{l} 1 - 2p + 3 = \text{Dılı muadeleleri adedi} \\ 1 - p + 1 = \text{Müselles veyahut polygon muadeleleri adedi} \\ 21 - 3p - 4 = \text{Şart muadelelerinin yekûnu} \end{array} \right.$$

olur. Şayet bazı dılılar yalnız bir taraflı rasat edilen ve keza-
lik bazı nokatda valnız ilerden kesdirme veyahut geriden
kesdirme olarak kalmışsa, bu gibi rasat ve nokatıda 1 ve p
gösterdiğimizize göre şart muadelelerinin adedini veren formül:

$$2) \dots \begin{cases} 1 - 2p + 3 = \text{Dılı muadelesi} \\ (1-1') - (p-p) + 1 = \text{Müselles veyahut polygon muadelesi} \\ 21-1' - 3p + p' + 4 = \text{Şart muadelelerinin yekûnu} \end{cases}$$

olur.

Misal olarak aldığımız şebekede $p = 7$, $1 = 12$ dir. Dılılar
mütekabilen rasad edilmişlerdir. Binaenaleyh: şart muadelele-
rinin adedini tesbit için (1) numaralı formül kullanılacaktır.

$$12 - 14 + 3 = 1 \text{ Dılı muadelesi}$$

$$12 - 7 + 1 = 6 \text{ Müselles muadelesi}$$

$$24 - 21 + 4 = 7 \text{ Şart muadeleleri mecmuu}$$

Bu hesaba göre: Şebekemizde numaralandığı gibi birden
altıya kadar müselles şart muadelesi ve birde çatal dağ
etrafında dılı muadelesi mevcuddur. Bu suretle şart muadele-
lerini tesbit ve şebeke üzerinde de tayin ettikten sonra mü-
selles şartlarını derhal şekil üzerinde numaralarız.

**Şebeke nokatının kanavadan çıkarılan muvakkat arz ve
tulleri:**

	B	L
1. Bakkal	43.884	31.479
2. Türkmen	43.822	31.072
3. Gelendros	44.089	31.541
4. Sarıkız	44.168	31.177
5. Kelçal	44.402	31.164
6. Çatal	44.284	31.471
7. Kale	44.537	32.087

Ekses (Fazlı kürevi) hesabı :

		log sin	log s		
2.	Türkmen	28.0484.11	1.62989	4.32264	8.82965 9.16028
1 3.	Gelendros	45.2133.70	1.81426	4.50701	<u>1.96052</u> <u>1.62989</u>
1.	Bakkal	126.7363.17	1.96052	4.65327	<u>8.79017</u> <u>8.79017</u>
		<u>200.0000.98</u>			<u>9.89395</u> <u>9.89395</u>
		<u>200.0004.83</u>			<u>0.68407</u> <u>0.68412</u>
		$W_1 = - 3.85$			$"\varepsilon = 4.83$
2.	Türkmen	44.9188.55	1.81189	4.46554	9.01560 9.20333
2 3.	Gelendros	57.7552.37	1.89641	4.55006	<u>1.99962</u> <u>1.81189</u>
4.	Sarıköz	97.3262.25	1.99962	4.65327	<u>9.01522</u> <u>9.01522</u>
		<u>200.0003.17</u>			<u>9.89398</u> <u>9.89398</u>
		<u>200.0008.11</u>			<u>0.90920</u> <u>0.90920</u>
		$W_2 = - 4.94$			$"\varepsilon = 8.11$
5.	Kelçal	45.1229.02	1.81352	4.46554	8.83446 8.99918
3 3.	Gelendros	34.8939.11	1.71690	4.36892	<u>1.97824</u> <u>1.81352</u>
4.	Sarıköz	119.9832.68	1.97824	4.63026	<u>8.81270</u> <u>8.81270</u>
		<u>200.0000.81</u>			<u>9.89397</u> <u>9.89397</u>
		<u>200.0005.09</u>			<u>0.70677</u> <u>0.70667</u>
		$W_3 = - 4.28$			$"\varepsilon = 5.09$
5.	Kelçal	22.9526.00	1.54750	4.30658	8.72798 9.05166
4 3.	Gelendros	30.3972.76	1.66232	4.42140	<u>1.87118</u> <u>1.54750</u>
6.	Çatal	146.6505.26	1.87118	4.63026	<u>8.59916</u> <u>8.59916</u>
		<u>200.0004.02</u>			<u>9.89396</u> <u>9.89396</u>
		<u>200.0003.11</u>			<u>0.49312</u> <u>0.49312</u>
		$W_4 = + 0.91$			$"\varepsilon = 3.11$
3.	Gelendros	64.9645.27	1.93062	4.72981	9.03637 9.09488
5 7.	Kale	20.8473.64	1.50737	4.30656	<u>1.98913</u> <u>1.93062</u>
6.	Çatal	114.1893.71	1.98913	4.78832	<u>9.02550</u> <u>9.02550</u>
		<u>200.0012.62</u>			<u>9.89395</u> <u>9.89395</u>
		<u>200.0008.31</u>			<u>0.91945</u> <u>0.91945</u>
		$W_5 = + 4.31$			$"\varepsilon = 8.31$

5. Kelçal	64.4953.91	1`.92864	4.78832	9.64685	9.48879
6 3. Gelendros	95.3618.03	1`.99885	4.85853	1`.77057	1.92864
7. Kale	40.1446.36	1`.77057	4.63026	9.41742	9.41743
	<u>200.0018.30</u>			<u>9`.89395</u>	<u>9.89395</u>
	<u>200.0020.48</u>			<u>1.31137</u>	<u>1.31138</u>
	$W_6 = -2.18$			$\varepsilon'' = 20.48$	

Birinci grub şart muadeleleri:

Birinci grubun şart muadeleleri abrisden tekrar çıkarılarak ve müsellesler kapatılarak aşağıda yazılmışdır. Şart muadelelerinin tayin ve tesbitde yapılacak hatalar gayri kabili tamir dir. Binaenaleyh: istikamet numaralarına pek ziyade dikkat etmeli ve iki defa yapılmalıdır.

$$\begin{array}{rcl}
 2. & 28.0484.11 & - (4) + (5) \\
 3. & 45.2153.70 & - (6) + (7) \\
 1. & \underline{126.7363.17} & - (1) + (2) \\
 & 200.0000.98 & \\
 & \underline{200.0004.83} & \\
 & W_1 = -3.85 & \\
 & \underline{-4 + (5) - (6) + (7) - (1) + (2) - 3.85 = 0} & \dots \dots (1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 2. & 44.9188.55 & - (3) + (4) \\
 3. & 57.7552.37 & - (7) + (8) \\
 4. & \underline{97.3262.25} & - (12) + (13) \\
 & 200.0003.17 & \\
 & \underline{200.0008.11} & \\
 & W_2 = -4.94 & \\
 & \underline{-(3) + (4) - (7) + (8) - (12) + (13) - 4.94 = 0} & \dots \dots (2)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
5. & 45.1229.02 - (17) + (18) & \\
3. & 34.8939.11 - (8) + (9) & \\
4. & \underline{119.9832.68} + (12) - (14) & \\
& 200.0000.81 & \\
& \underline{200.0005.09} & \\
& W_3 = - 4.28 & \\
& \underline{-(17) + (18) - (8) + (9) + (12) - (14) - 4.28 = 0} \dots (3) &
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
5. & 22.9526.00 - (16) + (17) & \\
3. & 30.3972.76 - (9) + (10) & \\
6. & \underline{146\ 6505.26} - (20) + (21) & \\
& 200.0004.02 & \\
& \underline{200.0003.11} & \\
& W_4 = + 0.19 & \\
& \underline{-(16) + (17) - (9) + (10) - (20) + (21) + 0.91 = 0} \dots (4) &
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
3. & 64.9645.27 - (10) + (11) & \\
7. & 20.8473\ 63 - (22) + (23) & \\
6. & \underline{114.1893.72} - (19) + (20) & \\
& 200.0012.62 & \\
& \underline{200.0008.31} & \\
& W_5 = + 4.31 & \\
& \underline{-(10) + (11) - (22) + (23) - (19) + (20) + 4.31 = 0} \dots (5) &
\end{array}$$

Mikdarı tashihlerin korelatlarla ifadesi:

Şart muadeleleri yukarda olduğu gibi yazıldıktan sonra, mikdarı tashihleri korelatlarla ifadesi, cedveli, bu muadelelere göre doldurulur. Bu cetvel aşağıda tertip olunmuştur. Her şart muadelesinin K gibi bir korelatı vardır

mesela: birinci şart muadelesinin korelatı K_1 dir. Binaenaleyh birinci şart muadelesinin mikdarı tashihleri (1) N. lı cetvelde kendi numaraları karşısında işaretlerle beraber kâmilen K_1 alırlar. Diğer muadelelerde sırasile, $K_2, K_3, \dots$ ilh. alacaklarından birinci grubun bütün şart muadeleleri bu suretle (1) N. lı cetvele korelatlarla ifade edilip kaydolunurlar.

{ Sonu var }
