

Baz büyütmelerinde incelik hesabı

Yazan :

Yk. Müh. İslâm Erokan

Nirengi zincir ve şebekelerinde uzunlukların hesabına baz büyütmelerinden başlanması ve uzunluk kontrollerinin (Baz şartı) büyütmelerle sağlanması sebeble Geodezide baz büyütmelerinin incelik derecelerine önem verilmektedir. Bu yazıda, sözü geçen incelik hesaplarında kullanılan formüller ve bunların tatbik şekilleri anlatılacaktır.

Baz büyütme inceliğinden maksat, büyütmenin hakiki uzunluğu ile, muvazeneden sonra bulunmuş olan uzunluğu arasındaki farkın büyütmeyle olan nisbetini bulmaktır. Daha doğrusu bulunmuş olan büyütmenin $\pm$ hata miktarını tayin etmektir.

Pek tabii olarak, büyütme şebekesinin muvazenesinden sonra hesaplanan büyütme kenarlarında iki türlü hata menbaı düşünülebilir :

1 — Ölçülmüş olan bazın hatasının büyütmeyle olan tesiri.

2 — Baz büyütmesinde rasat edilmiş olan açı hatalarının büyütmeyle olan tesiri.

Bazlar o derece sıhhatli ölçülürki, büyütmelerde rasatların hatalarına nazaran kabil ihmal sayılabilirler. Bu sebeple büyütme incelikleri yalnız büyütme şebekesindeki açıların rasat hataları ile ilgilidir.

Bir baz büyütme şebekesinin muvazenesinden sonra rasatların vahit vezne göre istikamet veya açı hatası $m = \sqrt{\frac{[pvv]}{n}}$ formülü ile tayin edilir. Bu formülde p rasatların istikametlerinin vezinle-

rini, v bu istikametlerin muvazeneden sonra aldıkları düzeltmeleri, n muvazenedeki şartların sayısını gösterir. Vezni P olan büyütme kenarının inceliği ise $M = m \sqrt{\frac{1}{p}}$ ye eşittir. Şu halde büyütme kenarlarının P veznini bulmamız icap ediyor.

P veznini tayin etmek için büyütme kenarlarını veren ve rasatlarla ilgili olan hatti bir denklemin kurulması lâzımdır. Rasatları l, bu rasatların alacakları düzeltmeleri v ile gösterirsek hatti denklem aşağıdaki şekilde olur:

$$(1) \quad F = f_0 + f_1 (l_1 + v_1) + f_2 (l_2 + v_2) + f_3 (l_3 - v_3) + \dots$$

Burada $f_0, f_1, f_2, f_3 \dots$ rasatlarla ilgili birer tabidir. Bu fonksiyonda muvazeneye girmiş bütün açıların bulunmasına lüzum yoktur. Çünkü v düzeltmeleri nazarı itibara alındıktan sonra hangi yoldan gidilirse gidilsin F için bir tek değer bulunur.

Bu suretle S büyütme kenarı için F gibi bir fonksiyon kurulduktan sonra bu fonksiyonun, yani S kenarının vezni :

$$(2) \quad \frac{1}{p} = [ff] - \left\{ \frac{[af]^2}{[aa]} + \frac{[bf.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[cf.2]^2}{[cc.2]} \right\} \dots \text{formülü ile hesaplanır.}$$

Rasatların vezinleri muhtelif ise büyütme kenarının vezni :

$$(3) \quad \frac{1}{p} = \left[\frac{ff}{p} \right] - \left\{ \frac{\left[\frac{af}{p} \right]^2}{\left[\frac{aa}{p} \right]} + \frac{\left[\frac{bf.1}{p} \right]^2}{\left[\frac{bb.1}{p} \right]} + \frac{\left[\frac{cf.2}{p} \right]^2}{\left[\frac{cc.2}{p} \right]} \right\} \dots \text{ile}$$

hesaplanır.

Şimdi bu formülü açıklayalım :

Formüldeki P, yukarıda sözü geçen kenarın vezni, $p_1 p_2 p_3 \dots$ rasatlarının vezinleri, $f_1 f_2 f_3 \dots$ sözü geçen F fonksiyonuna giren rasatlarla ilgili emsallardır. a, b, c, ... baz büyütme muvazenesine giren şart denklemlerinin emsalleridir.

[] Parantezleri, içinde yazılı mazrupların toplamalarının alınacağını ifade eder. Meselâ :

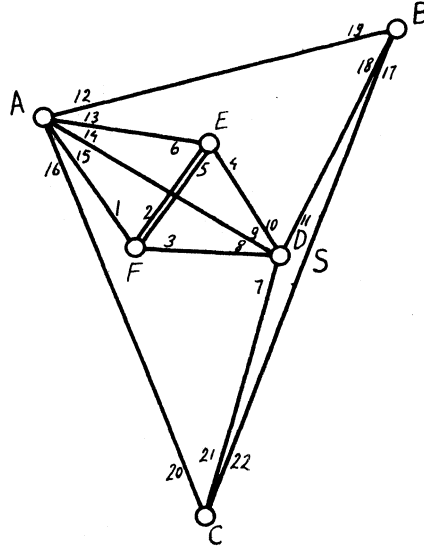
$$(4) \quad \left[\frac{ff}{p} \right] = \frac{f_1 f_1}{p_1} + \frac{f_2 f_2}{p_2} + \frac{f_3 f_3}{p_3} + \dots \text{gibi}$$

bf . 1 , cf . 2 gibi ifadeler açılırsa aşağıdaki şekli alırlar :

$$(5) \quad bf.1 = [bb] - \frac{[ab]}{[aa]} [ab] \dots \text{gibi eliminasyon (ifna)}$$

işlemlerinin kısaltılmış şekilleridir.

Bu anlatıma uyarak bir misal yapalım : Yandaki şekil bir Baz büyümesini göstermektedir. Şeklin muvazenesi yapıldıktan sonra ölçülmüş olan $\overline{FE}$ bazından başlamak suretile şekildeki kenarların uzunlukları hesaplanmıştır. Bu arada $\overline{CB} = S$ kenarı da bulunmuştur. $\overline{EF}$ bazını yukarıda izah edilen sebepten ötürü hatasız olarak kabul edersek bile, ölçülmüş açılardaki hatalardan dolayı S kenarı hatalı olarak bulunur. Acaba bu hata miktarı nedir. Veyahut bu hatanın S kenarına oranı, yani incelik oranı nedir ? Bu prolemi çözmek için yukarıdaki formüllerden faydalanmadan önce, S kenarının rasatlara göre bir tabiini bulmak lâzımdır. Üçkenlerde açı sinüsleriyle kenarlar arasındaki prensibe göre :



$$\frac{DE}{b} = \frac{\sin (-2 + 3)}{\sin (-8 + 10)}$$

$$\frac{DA}{ED} = \frac{\sin (-4 + 6)}{\sin (-13 + 14)}$$

$$\frac{AB}{DA} = \frac{\sin (-9 + 11)}{\sin (-18 + 19)}$$

$$\frac{S}{AB} = \frac{\sin (-12 + 16)}{\sin (-20 + 22)}$$

Bu oranların taraf tarafa birbirile çarpımından aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{S}{b} = \frac{\sin(-2+3) \sin(-4+6) \sin(-9+11) \sin(-12+16)}{\sin(-8+10) \sin(-13+14) \sin(-18+19) \sin(-20+22)} \cdot \cdot \cdot (6)$$

(6) Denklemini (1) denklemi şekline çevirmek, yani hatti yapmak maksadile denklemin logaritmesini alalım :

$$\log S - \log b = \log \sin(-2+3) + \log \sin(-4+6) + \log \sin(-9+11) + \log \sin(-12+16) - \log \sin(-8+10) - \log \sin(-13+14) - \log \sin(-18+19) - \log \sin(-20+22).$$

Kerelerin içindeki sayılara, istikametlerin alacakları düzeltmeler gözüle bakılınca aşağıdaki denklem yazılabilir :

$$\log S - \log b = \log \sin \text{ dif. } l'(-2+3) + \log \sin \text{ diff. } l'(-4+6) + \dots \dots \dots (7)$$

(7) Denklemini (1) denklemi gibi F hatti denkleminde ibarettir. Çünkü kere içindeki sayılar $(l+v)$ karekterini haizdir.

Buna göre $\log \sin \text{ diff } l'$ değerleri $f_1, f_2, f_3, \dots$ fonksiyonlarının adedi değerlerinden ibarettir. Bu değerlere göre hatti muadele aşağıdaki şekli alır. :

$$(8) F = -0.749(2) + 0.749(3) + 0.013(4) - 0.013(6) + 0.02(8) - 0.027(9) - 0.02(10) + 0.037(11) + 0.231(12) + 1.446(13) - 1.446(14) - 0.231(16) + 0.911(18) - 0.911(19) + 1.11(20) \dots$$

Misaldeki istikametlerin vezinleri değişik olduğundan (3) denkleminde göre $\frac{1}{p}$ nin hesaplanması gerekmektedir. (3) formülündeki $a, b, c, \dots f_1, f_2, f_3, \dots$ değerleri bilinmekte ise de formülün çözülmesi güçtür. Fakat (8) denklemini korelat cedvelinde (cetvel - 1) sonuncu denklem olarak hesaba katarsak (3) denklemi normal denklemleri ile birlikte çözülmüş olur. Bu takdirde (8) denklemi bir şart denklemi gibi hesaplara girilmiş olur. Bu suretle normal denklemleri kurulurken (cetvel - 2) aa, ab, ac, ...

af, bf, değerleri ve normal denklemleri çözülürken $\left(\frac{ff}{p}\right)$, ve [...] değerleri kontrollu olarak kendiliğinden (cetvel - 3) hesaplanmış olur.

Normal denkleminde kontrolün sağlanması için (8) denklemi için $W = 0$ olarak konmuştur. (9) uncu normal denklemi olarak hesaba giren hatti denklemin çözümünde :

$$\begin{aligned} \left(\frac{ff}{p}\right) &= + 8.922424 \\ \left(\frac{af}{p}\right) &= - 0.812544 \\ \left(\frac{aa}{p}\right) &= \\ \hline \frac{1}{p} &= + 1.314878 \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

Misal olarak alınmış olan Baz büyütmesinin muvazenesinden sonraki vahit vezin ortalama hatası :

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\frac{[pVV]}{n}} \\ m &= \sqrt{\frac{9.268644}{8}} = \sqrt{1.158581} = \pm 1".075 \end{aligned}$$

olduğundan büyütmelerin ortalama hatası :

$$\begin{aligned} M &= m \sqrt{\frac{1}{p}} = 1.076 \sqrt{1.314874} \\ M &= \pm 1.076 \times 1.146 \\ M &= \pm 1.233 \quad \text{olur.} \end{aligned}$$

Bu değer büyütmeye kenarının ortalama hatasıdır.

(8) Denklemindeki emsaller logaritmenin altıncı hanesi biriminden olmakla bu ortalama hata da logaritmenin altıncı hane birimindendir. Bu takdirde :

$$\text{Büyütme inceliği } B \mu = \frac{0.000001233}{0.4343} = \frac{1}{35 \ 0000} \text{ olur.}$$

Büyütme kenarının 0.000001233 den ibaret olan logaritmik hatasını uzunluğa çevirmek için aşağıdaki formülden faydalanmak kabildir :

$$d \log S = \frac{\mu}{S} d S$$

Burada μ modülü, S büyütmenin uzunluğunu, dS büyütmenin ortalama hatası gösterir.

$$ds = \frac{d \log s \cdot s}{\mu}$$

$$d \log s = 0.0000233$$

$$s = 35462 \text{ m.}$$

Değerleri formüle yazılırsa

$$\mu = 0.4343$$

$$ds = \frac{35462 \times 0.000001233}{0.4343}$$

$$ds = \pm 0.100681 \text{ m.}$$

Buna göre Baz büyütmesinin uzunluğu :

$$S = 35\,461.701 \pm 0.101 \text{ m.}$$

olarak bulunur.



KORELÂT DENKLEMLERİ

No	$\frac{1}{p}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ	v
1	1	-1						+0.699			- 0.301	-0.1328
2	1	+1	-1					+0.749		-0.749		+0.3849
3	1		+1					-1.448		+0.749	+ 0.301	-0.2521
4	1		-1	-1				-0.599		+0.013	- 2.586	+0.2566
5	1	-1	+1					+0.586			+ 0.586	-0.4477
6	1	+1		+1				+0.013		-0.013	+ 2.000	+0.1911
7	1				-1						- 1.000	+0.0149
8	1		-1							+0.020	- 0.980	+0.3202
9	1			-1	+1	-1				-0.037	- 1.037	+0.4675
10	1		+1	+1						-0.020	+ 1.980	-0.2284
11	1					+1				+0.037	+ 1.037	-0.5742
12	1						-1		- 0.456	+0.231	- 2.225	+1.4690
13	1	-1		-1				-1.446		+1.446	- 2.000	-0.1237
14	1			+1	-1	+1		+3.360	+ 0.981	-1.446	+ 3.895	-0.6221
15	1	+1						-1.914			+ 0.914	+0.1899
16	1				+1		-1		- 0.525	-0.231	+ 1.244	-0.9131
17	1						-1		-13.298		-14.298	+0.8502
18	1					-1			+14.209	+0.911	+14.120	+0.6235
19	1					-1	-1		- 0.911	-0.911	+ 0.178	-1.4737
20	0.5				-1		-1		- 1.227	+1.110	- 2.117	+0.4535
21	0.5				+1				+16.847		+17.847	+0.0218
22	. 1						-1		-15.620	-1.110	-15.730	-0.9506

NORMAL DENKLEMLER

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	w	w - Σ
1	+6	-2	+2				- 0.991		- 2.208	- 1.47	+ 1.331
2		+6	+2				- 1.012		+ 1.445	+ 1.89	+ 8.323
3			+6	-2	+2		+ 5.418	+ 0.981	- 2.901	+ 1.26	+ 14.758
4				+5	-2	+1.50	- 3.360	+ 7.531	+ 0.623	+ 0.27	+ 7.564
5					+6	+2.00	+ 3.360	- 13.683	- 3.425	+ 5.23	- 0.518
6						+5.5		- 2.6885	- 3.038	+ 6.11	+ 9.3835
7							+20.892584	+3.296160	- 8.602985	+ 2.128	+ 21.128759
8								+767.6561	+29.028948	-12.753	+779.368805
9								97	+ 8.922424		+ 19.844387

NORMAL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1)	+5	-2	+2			-0.991		-2.208	-1.470	+1.331	
	-1	+0.333333	-0.222222			+0.165167		+0.758000	+0.245000	-0.221833	
		+0.000000	+2.000000			-1.012000		+1.445000	+1.890000	+8.223000	
		-0.666667	+0.666667			-0.330334		-0.736000	-0.490000	+0.443666	
		+5.333333	+2.666667			-1.442334		-0.709000	+1.400000	+8.766666	
2)		-1.000000	-0.500000			+0.251688		-0.132538	-0.262500	-1.643750	
			+6.000000	-2.000000	+2.000000	+5.418000	+0.981000	-2.901000	+1.280000	+14.758000	
			-0.666667			+0.230334		+0.736000	+0.490000	-0.443666	
			-1.333334			+0.671168		-0.354501	-0.700000	+4.383334	
			+1.999999			+6.413502	+0.981000	-2.519501	+1.050000	+9.991000	
3)		-1.000000	-2.000000	+2.000000		-1.604876	-0.245550	+0.629675	-0.282300	-2.482151	
			+0.500000	-0.500000		-7.160000	+7.731000	+0.623000	+0.270000	+7.564000	
			+5.000000	-2.000000	+1.500000	-3.209752	+0.490500	-1.259750	+0.325000	+4.965502	
			+4.000000	-1.000000	+1.500000	-0.150248	+8.021500	-0.638750	+0.795000	+12.529502	
4)			-1.000000	+0.250000	-0.375000	+0.037562	-2.005375	+0.159188	-0.198750	-3.132375	
			+6.000000	+2.000000	+3.360000	-13.683000	-7.425000	+5.230000	-0.651800		
			-1.000000		-1.209752	-0.490500	+1.259750	-0.325000	-4.965502		
			-0.250000	+0.375000	+0.037562	-2.005375	-0.159188	+0.198750	+3.132375		
			+4.750000	+2.250000	+0.112686	-12.168125	-2.324438	+4.908750	-2.351171		
5)			-1.000000	-0.500000	-0.250000	+0.561711	+0.489325	-0.032325	-0.421974		
				+0.500000		-3.688500	-3.038000	+6.110000	-9.381500		
				-0.562500	+0.056343	-3.008062	+0.258182	-0.298125	-4.698562		
				-1.187500	-0.056342	+6.084064	+1.162718	-2.451874	+1.175563		
				+7.750000	+0.000001	+0.387502	-1.637000	+3.360001	+5.860501		
6)				-1.000000		-0.103334	-0.436522	-0.896000	-1.562800		
						+30.892584	+3.296160	-8.602385	+2.128000	+21.198750	
						-0.187680	-0.256335	+0.467593	-0.046227	-0.807862	
						-0.337849		+0.178447	+0.352363	-2.206462	
						-10.302505	-1.574383	+4.043484	-1.685119	-15.938025	
						-0.005644	+0.301304	-0.023018	+0.029362	+0.470633	
						-0.692673	+0.388659	-0.025543	-0.116333	+0.055777	
								-0.000001	-0.000002	-0.000002	
7)						+10.080233	+2.211750	-4.714517	+0.465977	+8.143441	
						-1.000000		-0.187680	-0.256335	+0.467593	
								+767.652157	+29.028948	-12.753000	+779.368805
								-16.086116	+1.276327	-1.584273	-25.126346
								-31.171220	-5.954333	+12.561987	-6.022906
								-0.040042	+0.169157	-0.347302	-0.605588
								-0.530165	+1.081203	-0.106865	-1.867575
								+719.589051	+26.219609	-2.496669	+743.310811
b)								-1.000000	-0.056437	+0.009470	-1.022267
									+5.522424	-	+19.844387
									-0.812544	-0.540950	+0.489807
									-0.034253	-0.186112	-1.165419
									-1.586671	+0.681369	+6.255294
									-0.101553	+0.126554	+1.994540
									-1.137475	+2.339675	-1.150536
									-0.714605	+1.466752	+2.558304
									-204975	+0.217938	+3.808679
									-0.955564	+0.090982	-27.083991
									+1.314874	+4.236128	+5.551965
									-1.000000	-3.221752	-4.221747

$$\left\{ \frac{bf}{p} - \frac{af}{p} \right\} \frac{\left(\frac{ab}{p} \right)}{\left(\frac{aa}{p} \right)} \times \frac{\left(\frac{ab}{p} \right)}{\left(\frac{aa}{p} \right)} = \frac{\left(\frac{bf}{p} \right)}{\left(\frac{aa}{p} \right)} = \dots$$

$$\frac{1}{p} =$$