Arz ve tûlü verilen iki uzak noktaya ait Semt ve mesafenin hesaplanması

Yazan :
Yk. Müh. Yb.
Enver Başaran

1 — Düz veya coğrafi koordinelerile verilen iki nirengi noktası arasındaki mesafenin ve birbirine olan karşılıklı semtlerin hesaplanması, nirengi işlerinde her zaman tatbik edilmekte olduğundan bu hususta, ayrıca bir bilgi verilmesine lüzum görülmemiştir.

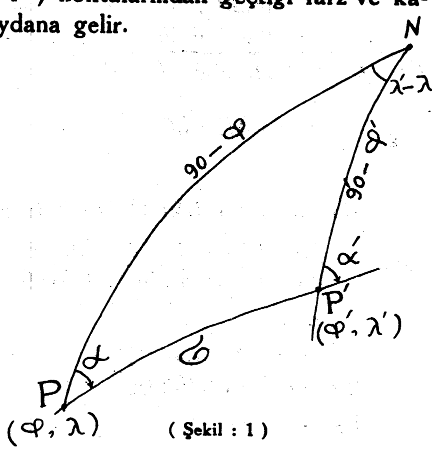
Buna mukabil coğrafi koordineleri ile (arz ve tûl) verilen çok uzak iki nokta arasındaki mesafe ve karşılıklı semtlerin hesaplanması içinde bunun kolayca hangi usul veya formül ile yapılacağı araştırılacaktır. Her nekadar bu gibi hesaplar nirengi işlerinde pek nadiren yapılmakta isede bilinmesinin çok faydalı olacağı mütelâa edildiğinden tatbiki bir misal verilmesi uygun görülmüştür.

Bu duruma göre coğrafi koordineleri ile verilen iki nokta ve bunlar vasıtasile hesaplanacak mesafe ve semtler; arz (küre) üzerinde bulunduklarına göre mütalâa edilecektir.

Bu hesapların yapılabilmesi için kürevî olan bir kutup üçgeninin göz önünde bulundurulması lâzım gelmektedir. Bu üçgen; şekilde görüldüğü veçhile (N) kutup noktası ile (P ve P') noktalarından geçtiği farz ve kabul edilen meridyan daireleri ile meydana gelir.

Bu üçgende (P ve P') noktalarına ait coğrafi koordineleri, (φ, λ ve φ', λ') ile gösterip (NP ve NP') meridyenlerinden ($PP' = \sigma$) hattına olan semtleri (α ve α') ile gösterelim. (Şekil - 1)

Bu kürevi üçgen, Gauss veya Neper'in buna ait formüllerine göre hal edilebileceğinden: (aşağıdaki formüllerde $\frac{\varphi' + \varphi}{2} = \varphi_0$ ve $\frac{\alpha' + \alpha}{2} = \alpha_0$ olarak kullanılacaktır.)



(Şekil : 1)

$$\operatorname{tg} \alpha_{\circ} = \frac{\operatorname{Cos} \varphi_{\circ} . \operatorname{Sin} \frac{\lambda' - \lambda}{2}}{\operatorname{Sin} \frac{\varphi' - \varphi}{2} . \operatorname{Cos} \frac{\lambda' - \lambda}{2}} = \frac{Z}{N} \qquad \text{(Formül - I)}$$

Aynı zamanda jeodezik hattın merkezi arzdaki zaviye cinsinden kıymeti :

$$\operatorname{Sin} \frac{\sigma}{2} = \frac{Z}{\operatorname{Sin} \alpha_{\circ}} = \frac{N}{\operatorname{Cos} \alpha_{\circ}} \qquad \text{olarak elde edilir.}$$

Diğer taraftan :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha' - \alpha}{2} = \frac{\operatorname{Sin} \varphi_{\circ} . \operatorname{Sin} \frac{\lambda' - \lambda}{2}}{\operatorname{Cos} \frac{\varphi' - \varphi}{2} . \operatorname{Cos} \frac{\lambda' - \lambda}{2}} = \frac{Z'}{N'} \qquad \text{(Formül - II)}$$

aynı zamanda σ mesafesinin kıymeti :

$$\operatorname{Cos} \frac{\sigma}{2} = \frac{Z'}{\operatorname{Sin} \frac{\alpha' - \alpha}{2}} = \frac{N'}{\operatorname{Cos} \frac{\alpha' - \alpha}{2}} \qquad \text{elde edilir.}$$

2 — Bu verilen kısa izahattan sonra Greenwich meridyeninin solunda olan (P) ve sağında olan (P′) gibi iki uzak noktanın coğrafi koordineleri malûm olarak verilmiş olsun. (Şekil - 2)

P noktasının :	P′ noktasının :
$\varphi = 43.1851.85$	$\varphi' = 44.3440.58$
$\lambda = -85.6574.08$	$\lambda' = +36.5012.04$

Bu kıymetlere göre formülde görülen $\varphi_{\circ}$ ile $\frac{\lambda' - \lambda}{2}$ ile $\frac{\varphi' - \varphi}{2}$ miktarlarının bulunması lâzım geldiğinden :

$$\begin{array}{lll}
\lambda' = +\ 36.5012.04 & \varphi' = 44.3440.58 & \varphi' = 44.3440.58 \\
\lambda = -\ 85.6574.08 & \varphi = 43.1851.85 & \varphi = 43.1851.85 \\
\hline
\lambda' - \lambda = +122.1586.12 & \varphi' - \varphi = 1.1588.73 & \varphi' + \varphi = 87.5292.43 \\
\frac{\lambda' - \lambda}{2} = +\ 61.0793.06 & \frac{\varphi' - \varphi}{2} = 0.5794.36 & \frac{\varphi' + \varphi}{2} = 43.7646.22 \\
 & & \varphi_{\circ} = 43.7646.22
\end{array}$$

Bunlar, yukardaki (I No. lı formülde) yerine konacak olursa :

$$\operatorname{tg} \alpha_{\circ} = \frac{\operatorname{Cos} (43.7646.22) . \operatorname{Sin} (61.0793.06)}{\operatorname{Sin} (0.5794.36) . \operatorname{Cos} (61.0793.06)} = \frac{Z}{N}$$

Suretin :

Lg Cos	43.7646.22	9.8881035
.Lg Sin	61.0793.06	9.9132125
Lg Z		9.8013160

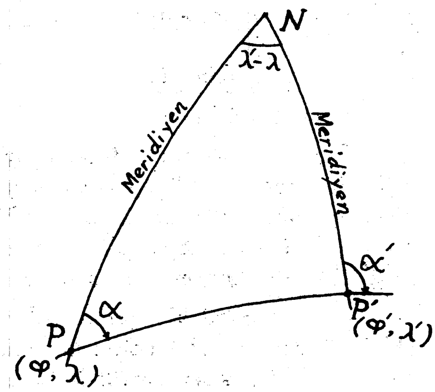
ve mahrecin logaritmalarını almak suretile :

Lg Sin	0.5794.36	7.9591192
Lg Cos	61.0793.06	9.7589010
Lg N		7.7180202

Buradan :

$$\text{Lg. tg } \alpha_0 = \text{Lg Z} + \text{Colg N}$$
$$= 9.8013160$$
$$+ 2.2819798$$
$$= 2.0832958$$

$\alpha_0 = 99^{g}4744.98$ olarak bulunmuş olur.



(Şekil : 2)

Buna müteakip (II No. lı formülde) de lüzumlu değerler yerlerine konulacak olursa :

$$\text{tg}\frac{\alpha' - \alpha}{2} = \frac{\text{Sin } (43.7646.22) . \text{ Sin } (61.0793.06)}{\text{Cos } (0.5794.36) . \text{ Cos } (61.0793.06)} = \frac{Z'}{N'} \quad \text{elde edilir.}$$

Suretin :

Lg Sin	43.7646.22	9.8024801
Lg Sin	61.0793.06	9.9132125
Lg Z'		9.7156926

ve mahrecin logaritmelerini almak suretile :

Lg Cos	0.5794.36	9.9999820
Lg Cos	61.0793.06	9.7589010
Lg N'		9.7588830

Buradan :

$$\text{Lg tg}\frac{\alpha' - \alpha}{2} = \text{Lg Z}' + \text{Colg N}' = 9.7156926 + 0.2411170 = 9.9568096$$

olarak bulunan logaritmeye tekabül eden açı bulunacak olursa :

$$\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 46^{g}8396.28 \quad \text{olarak elde edilir.}$$

I No. lu formül ile bulunan $\alpha_0 = \frac{\alpha' + \alpha}{2}$ ve II No. lı formül ile bulunan $\frac{\alpha' - \alpha}{2}$ miktarları yardımı ile (P ve P') noktalarından geçtiği farz edilen meridyenlerden (P P') hattına ait olan (α ve α') coğrafi semtleri bulunabileceğinden : (ilk defa ilâve ve sonradan çıkarmak suretile)

$$\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 99.4744.98 \qquad \text{ve} \qquad \frac{\alpha' + \alpha}{2} = 99.4744.98$$

$$\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 46.8396.28 \qquad\qquad \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 46.8396.28$$

$$\alpha' = 146.3141.26 \qquad\qquad \alpha = 52.6348.70$$

Bunlardan $\alpha = 52^g6348.70$ kıymeti (Şekil - 2) de görüldüğü veçhile doğrudan doğruya (P) noktasından (P′) noktasına olan coğrafi semt olup buna mukabil (P′) noktasından (P) noktasına olan semti bulmak için $\alpha' = 146.3141.26$ kıymetine yalnız (200) grad ilâve etmek suretile (346.3141.26) kıymetini bulmak mümkün olur.

3 — Yukardaki hesapla bulunan coğrafi semtlerden birisi ve meselâ (P′) noktasından (P) noktasina olan ($\alpha' = 346.3141.26$) semti malûm iken bu (P′) noktası civarında bulunan herhangi bir nirengi noktası mebde alınmak suretile çok uzakta görülmeyen (P) noktasına doğru tevcih ve bununda herhangi bir flama ile (P′) civarında tayin ve tesbiti istendiği takdirde aşağıdaki şekil ve hesapla yapmak mümkün olacaktır.

Dairemizce kullanılan (Gauss - Krüger) projeksion sistemine göre (P′) noktasının düz koordine değerlerile : $y = -12733.89$

$x = 4419583.85$

(Konvergen) $c = +0.1061.58$

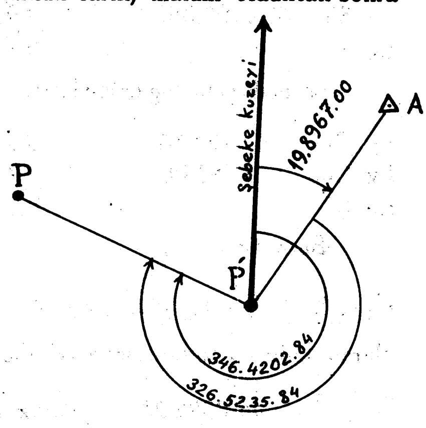
verildiğini kabul edelim. (P′) noktasına ait meridiyen konvergen (coğrafi kuzey ile şebeke kuzeyi arasındaki dönüklük farkı) malûm olduktan sonra (T) kürrevi semti :

(Coğrafi)	$\alpha' =$	346.3141.26
Konvergen (C)	$=$	$+$ 0.1061.58
T	$=$	346.4202.84

olarak elde edilir. Burada (C) konvergen miktarı aşağıdaki hesapla bulunmuştur :

$$C' = y \cdot \operatorname{Tg} \varphi' \cdot \frac{\varrho'}{N'}$$

Lg y	4.104961.3 n
Lg tg φ'	9.922422.4
Colg N′	3.194687.4
Lg δ'	5.803880.0
Lg C	3 025951.1 n
C = —	1061.58



(Şekil : 3)

(P′) noktasının (y) si (—) olduğundan buradaki (C) konvergen miktarı aksi işareti ile (+ 0.1061.58) olarak kullanılır.

(P′) civarında olan herhangi bir (A) nirengi noktasının (P′ — A) semti (Şekil - 3) de görüldüğü veçhile malûm olarak (19.8967.00 grad) verilmiş olsun.

(P′) noktasına herhangi bir Teodolit koyup (A) nirengi noktasına bakmak ve bu noktanın verilen malûm semtine ($19^{g}8967.00$ kıymetine) bağlamak suretile adeta Teodolit cihetlenmiş bir vaziyete girmiş olur.

Bu vaziyette alet, saat ibresi istikametinde (P′) noktasından (P) noktasına olan (346.4202.84) gradlık açıyı okuyacak kadar çevrilecek olur ve bu istikamete (10 — 50 metre uzağa) bir flama dikilirse (P) noktasının istikameti tesbit ve tayin edilmiş olur. Yalnız bu işi yaparken 346.4202.84 gradlık açıda; (A) noktasının semti olan 19.8967.00 miktarının dahil olduğu unutulmamalıdır.

İkinci bir tarzda ve daha basit olarak bu tevcih işi şöylede yapılabilir :

(P′ noktasından P noktasına) olan 346.4202.84 gradlık semtten (A) nirengi noktasının malûm olan (19.8967.00) gradlık semtin çıkarılması ile geri kalan (326.5235.84) gradlık açının tatbik ve tevcihi işidirki bu da (A) nirengi noktasına Teodolitin sıfırı ile bakmak ve (326.5235.84) gradlık açıyı saat ibresi istikametinde ölçerek (P) noktasının istikametini bir flama ile tayin ve tesbitinden ibarettir.

• 4 — Bu iki birbirinden görülmeyen çok uzak nokta arasındaki (σ) mesafesi yukarda gösterilen formüllerden birile ve meselâ :

$$\text{Sin}\frac{\sigma}{2} = \frac{Z}{\text{Sin}\,\alpha_0} = \frac{\text{Cos}\,\varphi_0 \,.\, \text{Sin}\dfrac{\lambda' - \lambda}{2}}{\text{Sin}\,\alpha_0} = \frac{\text{Cos}\,(43.7646.22).\,\text{Sin}\,(61.0793.06)}{\text{Sin}\,(99.4744.98)}$$

ile hesaplanabilir. Burada :

Lg Cos	$43^{g}7646.22$	9.8881035
Lg Sin	61.0793.06	9.9132125
Colg Sin	99.4744.98	0.0000148
Lg Sin	$\frac{\sigma}{2}$	9.8013308

$\sigma/2 = 43^{g}6266.1$

$\sigma = 87.2532.2$ (mesafenin açı cinsinden kıymeti)

(Radyan cinsinden) $\sigma = 1.3705706$

(Metre cinsinden) $S = 1.3705706 \times R$ (R Yarı çapı Hayford cetvelinden $\varphi_0 = 43.7646.22$ için alınmıştır.)

Buradan :

Lg.	1.3705706	0.13690141
Lg.	R	6.80442346
Lg.	S	6.94132487
	S =	8736246 m

olarak bulunur.

5 — Bu gibi uzak iki nokta arasındaki mesafe ve semtlerin hesaplanmasındaki maksat ve gaye; radyo veyahutta telsiz istasyonlarına ait istikametlerin tayin ve tesbitidir.

Bu formül umumiyetle bir kaç yüz kilometreyi aşan büyük mesafeler için tatbik edilir.

Bununla tayin edilecek mesafelerdeki sıhhat derecesi, malûm olarak verilen noktaların tayin edilmiş olan arz ve tûldeki sıhhat derecesi ile hesapta kullanılan formül ve değerlerin; geoid yerine mümas küreye ait olmasından dolayı meydana gelen farka tabidir.