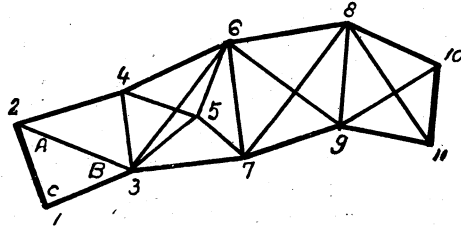


Arz ve tül şart muadeleleri

Yazan : Askeri Yk. Mühendis
İslâm Erokan

Bilindiği gibi, bir triyangulasyon şebekesinin muvazenesine za-
viye, dılı, baz, semt, arz ve tül şartları girebilir. Bu şartların
arasında en önemli ve güç olanları arz ve tül şartlarıdır. Uzunluk
ve azimutunun değişmemesi istenen iki kenar veya böyle bir ke-
nar ile koordineleri sabit bir nokta arasında üçken veya diğer
şekillerin bulunması ile, yandaki şekilde görüldüğü gibi, bir zin-
cir muvazene edilirken arz ve tül şartları da muvazeneye katılır.

Arz ve tül şartlarının muvazeneye alınmasındaki maksat, muvaze-
neden sonra yeni noktaların koordineleri hesaplanırken eski nok-
talar için bulunacak yeni koordineler ile verilen koordinelerin
birbirlerinin aynı olmalarını
temin etmektir. Bu anlatım-
dan anlaşılıyor ki poligon
veya zincir şebekelerinde
mutlaka arz ve tül şartları
hesaba girer. Muvakkat
hesapla bulunan koordine-
ler ile verilen koordineler
arasındaki farklar bütün
poligon veya lüpe dağıtı-
lırsa en iyi netice elde edi-



Şekil : 1

lir. Fakat böyle yapmakla çok zaman sarf edileceğinden koor-
dine farkları poligon ve lüpün bir parçasına dağıtılır. Yalnız, bu
farklar en az incelik aranan parçalara yedirilir.

Arz ve tül şart muadelelerini kurarken arz ve tül hesabında kullanılan formülleri göz önünde bulundurmak icap eder. Bu formüllerin bir kaç türlü varsa da yeni usul ile arz ve tül hesabı için kullanılanlar şunlardır :

$$\begin{aligned}
 -\Delta \varphi &= -S.B. \cos \alpha + S^2 \sin^2 \alpha C + (\delta' \varphi)^2 D - h. S^2 \sin^2 \alpha E \\
 \Delta \lambda &= A'. S. \sin \alpha. \sec \varphi \\
 A' &= \frac{1}{N \cdot \text{ark } I'} \\
 B &= \frac{1}{R_m \cdot \text{ark } I'} \\
 C &= \frac{\tan \varphi}{2NR_m \cdot \text{ark } I'} \\
 h &= S. \cos \alpha. B \\
 E &= \frac{1 + S \tan^2 \varphi}{6 N^3} \\
 D &= \frac{3 e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{\text{ark } I'} \\
 &= \frac{2 (1 - e^2 \sin \varphi)}{2 (1 - e^2 \sin \varphi)}
 \end{aligned}$$

Arz ve tül farkları fazla olmazsa arz ve tül şartlarının kurulmasında yukardaki formüllerin yalnız ilk terimlerinin nazarı itibara alınması kâfidir. Çünkü muvazene ile açıların uğrayacağı değişiklik neticesinde diğer terimler olduğu gibi kalır.

Adı geçen terimler incelenince arz ve tülün değişmesine, hesaba giren kenarın «S» uzunluğu ile α azimutu tesir etmektedir. Şu halde yeni bir noktanın değişme miktarını araştırırken bu iki elemanın tesirlerini bilmek icap ediyor.

Şekildeki (1-2-3) üçkenin (1-2) kenarı sabit ve (1) noktası bulunacak noktadır. A ve B açılarının az miktarda değişmeleri ile (1-3) kenarının değişmesini bulmak için:

$$\text{Log (1-3)} = \text{Log (1-2)} - \text{Log } \sin B + \text{Log } \sin A$$

formülünü tetkik etmek icap eder. (1-3) kenarının azimutu ise doğrudan doğruya C açısının değişmesi ile değişir. Bu sebeple

A ve B açılarına (Uzunluk açıları), C açısına da (Azimut) açısı demek doğru olur.

A ve B açılarının saniye cinsinden değişme miktarları V_A ve V_B ile, bu açıların sinüslerinin birer saniyelik Log farkları δ_A ve δ_B ile gösterilirse Log sin A ve Log sin B nin değişmeleri $\delta_A(V_A)$ ve $\delta_B(V_B)$ olur.

Buna göre uzunluk değişmesi:

$$\text{Log (1-3) değişmesi} = + \delta_A(V_A) - \delta_B(V_B) \quad \text{olur.}$$

Hesaplarda kolaylık olması için Log değişmeleri yerine bu değişmelerin adetlerini bulmak icap eder.

Bunları hesaplamak için:

$$y = \text{Log}_{10} X$$

Muadelesinin diferansiyalini alırsak:

$$dy = M. \frac{dx}{X}$$

$$dx = \frac{X}{M} \cdot dy \quad \text{bulunur.}$$

Bu şu demektir. dy gibi küçük bir Log değişmesi ile dx gibi küçük bir adet değişmesi olur.

$X = (\varphi_B - \varphi_c)$ olacağından (1-3) uzunluğunun değişmesi:

$$\frac{[+ \delta_B(V_A) - \delta_B(V_B)] (\varphi_B - \varphi_c)}{M} \quad \text{formülüne müsavidir.}$$

Şekil : 2

Semt değişmesine karşı bu noktanın tulû:

$S (V_c) \text{ ark } I' \sin (100 + \alpha) A' \sec \varphi'$
 $= + (V_c) \text{ ark } I' S \cos \alpha \sec \varphi'$ değişmiş olur. Diğer taraftan küçük terimler hesaba katılmazsa:

$$\begin{aligned} S \cos \alpha B &= \varphi_B - \varphi_c \\ S \cos \alpha &= \frac{\varphi_B - \varphi_c}{B} \end{aligned} \text{ bulunur.}$$

Şu halde azimutun az miktarda değişmesi ile yeni noktanın tülündeki değişiklik:

$$= + \frac{A' \sec \varphi \text{ ark } I'}{B} (\varphi_B - \varphi_c) (V_c) \text{ olur.}$$

Hesaplarda kolaylık elde etmek için Logaritmelerin 6. hanesi vahid olarak alınır. Yani δ_A ve δ_B miktarları 10^6 ile bölünür. Buna göre arz ve tül değişme formülleri şu şekli alırlar:

$$\frac{\varphi_B - \varphi_c}{10^6 M} [+ \delta_A (V_A) - \delta_B (V_B)] - \frac{B \text{ ark } I'}{A' \sec \varphi} (\lambda_B - \lambda_c) (V_c)$$

$$\frac{\lambda_B - \lambda_c}{10^6 M} [+ \delta_A (V_A) - \delta_B (V_B)] + \frac{A' \sec \varphi' \text{ ark } I'}{B} (\varphi_B - \varphi_c) (V_c) \text{ olur.}$$

Yalnız ilk üçkenin uzunluk ve azimutunda değişiklik olacağını ve bundan sonrakilerde uzunluk ve azimut değişikliği olmayacağını kabul edelim. Böyle olmasına rağmen ilk dörtkendeki değişiklikler diğerlerine de tesir eder. Bu sebeple ilk üçkenden sonraki üçkenlerde vukubulacak uzunluk ve azimut değişimleri ile birlikte ilk üçkenin değişikliğini hesaba katmak icap ederse de sonuncu noktanın hesaplanan koordineleri φ_n ve λ_n olduğuna göre sonuncu noktada ilk üçkenin tesiri için $(\varphi_B - \varphi_c)$ yerine

$(\varphi_n - \varphi_e)$ almak icap eder. Çünkü sonuncu nokta $(\varphi_n - \varphi_e)$ kadar yer değiştirir.

Bu düşüncelere göre ilk üçkendeki değişmeler yüzünden sonuncu noktanın arz ve tûllerindeki değişmeler şu formüllerle tesbit edilmiş olur.

$$\text{Arz için} = \frac{(\varphi_n - \varphi_e)}{10^6 M} [+ \delta_A (V_A) - \delta_B (V_B)] - \frac{B_e \text{ arkl}'}{A_n \sec \varphi_n} (\lambda_n - \lambda_e) (V_e)$$

$$\text{Tûl için} = \frac{(\varphi_n - \varphi_e)}{10^6 M} [+ \delta_A (V_A) - \delta_B (V_B)] + \frac{A_n \sec \varphi_n \text{ ark } \Gamma}{B_e} (\varphi_n - \varphi_e) (V_e)$$

Aynı suretle, ikinci, üçüncü üçkenlerdeki değişmeler için sonuncu noktanın koordinelerinde değişiklikler olur.

Her üçkende A, B ve C açıları var. Bunlardan A açısı daima uzuuluğu bilinen kenarın bitişiği, B ise bu kenarın karşısındaki açıyı gösterir.

Bu suretle her üçkendeki değişmeler için sonuncu noktanın koordineleri yukardaki iki formül ile tesbit edildikten sonra bütün bu değişmelerin mecmuu sonuncu noktanın koordinelerindeki $(\varphi_n - \varphi_n)$ ve $(\lambda_n - \lambda_n)$ değişme miktarlarına müsavi olacak şekilde arz ve tûl şartları kurulur.

Bu formülde :

φ_n = Sonuncu noktanın muvakkat hesapla bulunan arzı,

φ_n = Sonuncu noktanın evvelce katileşmiş arzı,

λ_n = Sonuncu noktanın muvakkat hesapla bulunan tûlû.

λ_n = Sonuncu noktanın evvelce katileşmiş tûlî dir.

$(\varphi_n - \varphi_e)$ ve $(\lambda_n - \lambda_e)$ miktarları dakika cinsinden vahitler

olmak üzere ondalara kadar alınır. Yukarda çıkarılan muadelelerde ise bu noktalar saniye olarak hesaba girmişlerdi. Bu sebeple muadeleleri 100 e taksim etmek icap eder. Bundan başka, Σ lu terimleri $10^6 M$ den kurtarmak için her terimi bu emsal ile çarpmalı. Bu iki işten sonra muadeleler şu şekle girer :

$$O = + \frac{M}{100} 10^6 (\varphi_n - \varphi'_n)' + \Sigma [(\varphi_n - \varphi'_n)' \delta_A(V_A) \\ (\varphi_n - \varphi_n)' \delta_B(V_B)] + \Sigma - 10^6 M \frac{B_c \text{ark } I'}{A_n \sec \varphi_n} (\lambda_n - \lambda_c)' (V_c)$$

$$O = + \frac{M}{100} 10^6 (\lambda_n - \lambda_n)' + \Sigma [(\lambda_n - \lambda_c)' \delta_A(V_A) \\ (\lambda_n - \lambda_c)' \delta_B(V_B)] + \Sigma + 10^6 M \frac{A_n \sec \varphi_n \text{ark } I'}{B_c} (\varphi_n - \varphi_c)$$

Bu muadelelerde yer alan A ve B miktarları pek ağır değışeçeğinden bir zincirin muvazenesinde vasati φ ye göre A ve B almak kâfidir. Bunun gibi $\sec \varphi_n$ deki φ_n yerine yine vasati φ alınır. Bu imkânlardan faydalanınca :

$$a_1 = - 10^6 M \frac{B_c \text{ark } I'}{A_n \sec \varphi} \\ a_2 = + 10^6 M \frac{A_n \sec \varphi \text{ark } I'}{B}$$

faktörleri grattan grata olacak şekilde hesaplanarak bir cetvel tanzim edilir.

Şart muadelesinin her teriminin işareti (+) olması için a_1 rin işareti (—) olarak alınmıştır.

Arz ve tül şart muadelelerinin sabit terimleri pek büyük olursa, yani sonuncu noktanın kat'i koordineleri ile muvakkat

hesapla bulunan koordineleri aralarındaki farklar pek fazla ise a_1 ve a_2 faktörleri A_n ve φ_n ye göre, B de vasati φ ye göre hesaplanır.

Doğu - Batı boyunca uzanan zincirlerde $(\varphi_n - \varphi_o)$ yerine koordine hesap formülündeki $(-S \cdot \cos \alpha \cdot B)$ nin Σ nu almak lâzım gelir. $(\varphi_n - \varphi_o)$ lerin yerine alınacak olan $\Sigma_n S \cos \alpha \cdot B$ nin işareti $(\varphi_n - \varphi_o)$ nin işaretinin aynı olmalıdır.

Arz ve tül muadeleleri diğer muadelelerle birlikte muvazene edileceği zaman zincirdeki noktaların muvakkat koordineleri azimut açısı mimlenmek suretile düz açılar ($=$ kürevi açı $-\frac{\pi}{3}$) ile hesaplanırlar. Bu usul ile hesaplanan muvakkat koordineler en doğru ve kontrollü olurlar.

Bütün şartlar toplu olarak muvazene edilmeyecekse, yani önce şekil muvazenesi ve bunun ardından koordine muvazenesi yapılacaksa muvakkat koordineler doğrudan doğruya şekil muvazenesinde elde edilen açılar ile hesaplanır. Yalnız unutulmamalıdır ki koordine şartları muvazene edilirken diğer şartlar da, değişmez terimleri 0 olacak şekilde, muvazeneye alınırlar.

Muvazene edilecek zincirin son ucunda uzunluğu değiştirilmeyen bir kenar varsa ve bu kenarın değişmezliğini korumak için şekil muvazenesinde ayrıca (uzunluğu koruma $=$ Baz şartı) konmamışsa koordineler muvazene edilirken bu şart ta hesaba katılmalıdır. Muvazene yapılırken hesaba katılmıyan kenarlar varsa muvazeneden sonra bu kenarlar bulundukları üçgenlerde bilinen iki kenar ve bunlar arasındaki açının yardımı ile hesaplanırlar.

Biraz önce anlatılan usul şekil ve koordine muvazenelerinin ayrı ayrı yapıldığı haller içindir. Fakat bütün şartlar aynı zamanda muvazene edilirse en sağlam sonuca varılır. Bununla beraber

böyle bir muvazene fazla zaman alır. Bu suretle ikinci derece işlerde muvazeneyi iki kısımda yapmak uygun ve elverişlidir.

Yukardaki şart muadelelerini daha anlaşılır bir şekilde yazmak kabildir: $\frac{M}{100} 10^8 = 4342.94$ olmakla adı geçen muadelele aşağıdaki kat'i şekli alırlar:

$$O = + 4342.94 (\varphi_n - \varphi_e)' + \Sigma [(\varphi_n - \varphi_e)' \delta_A (v_A) - (\varphi_n - \varphi_e)' \delta_B (v_B)] + \Sigma + a_1 (\lambda_n - \lambda_e)' (v_e)$$

$$O = + 4342.94 (\lambda_n - \lambda_e)' + \Sigma [(\lambda_n - \lambda_e)' \delta_A (v_A) - (\lambda_n - \lambda_e)' \delta_B (v_B)] + \Sigma + a_2 (\varphi_n - \varphi_e)' (v_e)$$

Bu muadelelerde V_A , V_B ve V_C yerine bunların sembolleri kullanılır. Bu semboller bildiğimiz rakamlardır ki her istikamet birer rakkamla gösterilir. Bu yazıyı bitirmeden şunu da söylemek icabederki önce, muvazene yapılırken, bazı açılar mimlenir, yani üçkenin iki açısı 200 grattan çıkarılarak üçüncü açı bulunur. Bu mimli açıların hatalarını diğer iki açının hatalarından hesaplamak lâzımdır. Buna göre: $V_C = - V_A - V_B$ olur.