

Analitik Fotogrametri

Yazan :
Yüks. Müh. Tevfik Ateş

Havadan alınmış resimlerin oriyantasyon ve noktaların resim koordine kıymetleri yardımıyla arazi üzerindeki koordine, mesafe ve zaviye hesapları ve meyilli çekilmiş resimlerden harta tersimi için pratik bir alet.

Havai fotogramametri ile üç şekilde ölçü ve harta yapılır.

- 1 — Analitik, yani hesap usulü ile,
- 2 -- Aletlerle mücessemi görerek,
- 3 — Tersimi olarak.

Bu makalede yalnız Analitik, yani hesap ve dolayısıyla ölçü usullerinin en basit ve kullanışlılarından bahsedilmekle iktifa edilecektir.

Fotoğrafların üzerindeki noktalara tekabül eden arazi noktalarının koordinelerini ve aralarındaki mesafelerle açıları hesap edebilmek için, fotoğrafların oriyantasyon kıymetlerinin yani fotoğraf olındığı esnada objektifin deniz yüzünden veya muayyen bir referans ufku müsteviden yüksekliğinin ve muayyen bir sisteme göre X_L , Y_L koordineleriyle resim müstevisinin objektiften geçen şakule nazaran durumunun veya nadir noktasının resim koordinelerinin bilinmesi lâzımdır. Bu oriyantasyon kıymetlerinin takribî veya kat'î bir surette tayini için muhtelif kimseler tarafından muhtelif tersimî ve hesabî usuller bulunmuştur. Mevzuumuz dışında bulunması dolayısıyla bu bahse temes etmeden geçeceğiz.

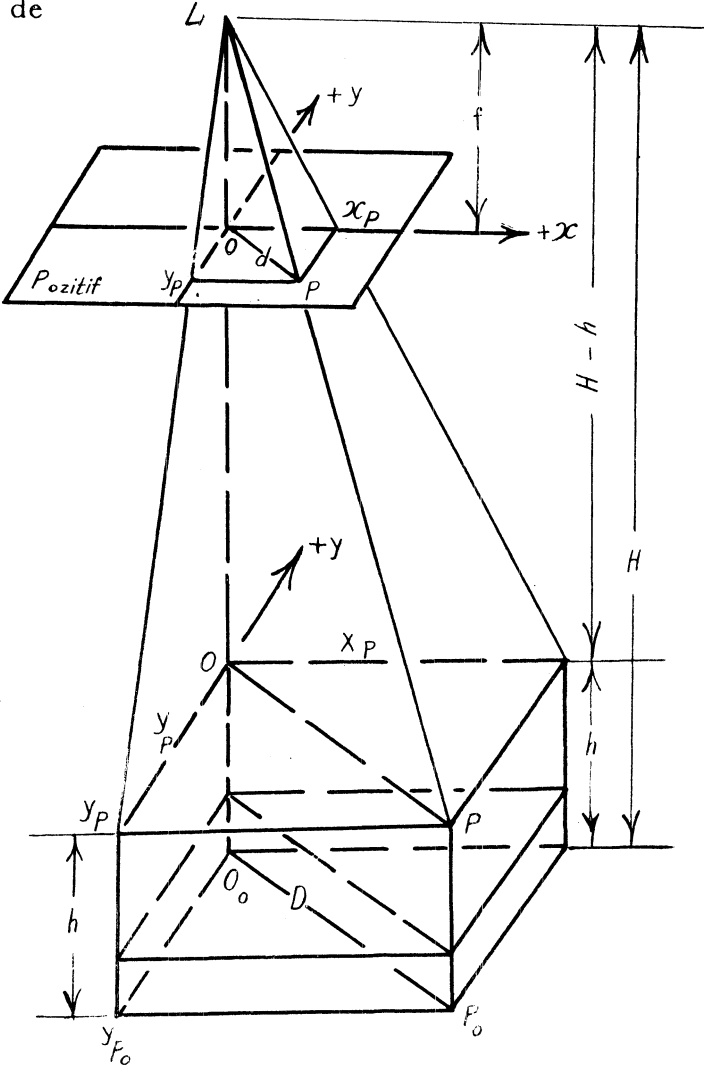
Şimdi ilk olarak normal şekilde yani kamara mihverleri şakulî olarak çekilmiş resimlerden ölçü ve hesap usulünü mütalâa edelim. Şekil (1) de L, Resim alma noktası p, P noktasının resmi, x ve y, P noktasının resim koordineleridir.

$X_p = X_{p_0}$ ve $Y_p = Y_{p_0}$ da P ve P_0 noktalarının hakikî koordineleridir. Resim koordinelerine esas (o) resim merkezi ile x ve y resim mihverleridir.

Arazi koordinelerine esasta (o) nun tekabülü veya L in ufkî mürtesimi olan O_0 noktası ile +x ve +y ye tekabül eden +X ve +Y mihverleridir. d, p noktasının resim merkezi o'ya olan mesafesi ve D ise müstevi ürerinde

d ye tekabül eden ve dolayısıyla P_0 in O_0 a olan mesafesidir.

h, P noktasının, H da L noktasının irtifakı olsun. Yukardaki şekil mütalâa edilirse :



(Şekil : 1)

$x_p/X_p = y_p/Y_p = d/D = f/H - h = M = \text{Mikyas elde edilir. (1)}$

Şu halde, $M = f/H - h = \text{mikyas olduğuna göre :}$

$$X_p = (f/H - h) \cdot x_p, Y_p = (f/H - h) \cdot y_p, D = (f/H - h) \cdot d \text{ olur. (2)}$$

Yalnız buradaki mikyas daha ziyade bir emsal olarak alınmış relatif bir değerdir. Çünkü $M = \frac{f}{H-h}$ denkleminde h herhangi bir noktanın yüksekliğidir. Binanaleyh M de uzunluğu olmayan mezkûr noktanın mikyası demek olur ki, her zaman harta ve plân için kullandığımız ve uzunlukların birbirine olan nisbeti diye tarif ettiğimiz mikyastan farklı bir manaya gelmiş olur. Mafih ufkî bir hat için $\frac{f}{H-h} = \frac{d}{D}$ olacağından burada tam manasiyle hartada olduğu gibi mikyas resim üzerindeki uzunluğun ona tekabül eden referens müstevisi üzerindeki uzunluğa nisbeti olmuş olur. Şu halde azda olsa arızalı bir yere ait resmin sabit bir mikyası olamaz, çünkü denklem (2) de de görüldüğü gibi yük seklikleri birbirinden farklı olan noktaların civarına ait mikyaslarda muhtelif olacaktır.

Bu sebeple belli bir yükseklikten çekilmiş elde mevcut bir fotoğrafın kat'î ve tam bir mikyası mevcut olmadığından tayininde imkânsızdır. Yalnız mezkûr resmin ihtiva ettiği arazinin vasatî bir rakımı biliniyorsa veya o muntıkada asgarî iki malûm kontrol noktasının rakımları veya aralarındaki mesafe mevcutsa, fotoğrafın vasatî (Takribî) bir mikyası bulunabilir. Eğer uçuş yüksekliği oldukça sıhhatli bir surette biliniyorsa A ve B gibi malûm noktaların rakımlarının vasatîsi olan $h_m = \frac{h_A + h_B}{2}$ hesap-

lanır ve bu kıymet denklem 1 de h yerine konursa $M = \frac{f}{H-h_m}$ takribî mikyası bulunur. Eğer H sıhhatli olarak bilinmiyorsa bu takdirde evvelâ A ve B noktaları arasındaki resim mesafesi resim üzerinde ya doğrudan doğruya ölçerek yahutta,

$$\text{resim mesafesi : } d = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} \quad (3)$$

denklemini yardımıyla hesaplanarak $M = \frac{d}{D}$ denkleminde yerine konursa resmin takribi mikyası tayin edilmiş olur. Mamafih bir resmin mikyasının vasatiye mümkün mertebe yakın olarak tayini istenirse, bir hat yerine, oldukça uzun ve resmin mümkün mertebe kuturları istikametindeki iki hat yardımıyla hesap edilmesi daha muvafıktır. Takribî uçuş yani resim alma yüksekliğide denklem (1) den :

$$H = h_m + \frac{f}{M} = h_m + \frac{D}{d} f \quad (4) \text{ olarak bulunur.}$$

burada h_m vasatî rakım olduğundan H' kat'î olmayıp takribidir. Hakikî uçuş yüksekliğini tayin için evvelâ takribi H' ile ve Denklem 2 yardımıyla A ve B noktalarının,

$$X'_A = \frac{H' - h_A}{f} x_a, \quad X'_B = \frac{H' - h_B}{f} x_b \quad (5)$$

$$Y'_A = \frac{H' - h_A}{f} y_a, \quad Y'_B = \frac{H' - h_B}{f} y_b$$

takribi koordineleri bulunur. Bunlar

$$D' = \sqrt{(X'_B - X'_A)^2 + (Y'_B - Y'_A)^2} \quad (6)$$

denkleminde yerlerine konursa resim koordine ve yüksekliği yardımıyla hesaplanan arazi üzerindeki A ve B noktaları arasındaki ufkî mesafe hesaplanmış olur. Hesaplanan bu mesafe, koordine-ler takribi olduklarından hakikî ufkî mesafe olan malûm D mesafesine eşit olmayıp takribîdir.

$$\frac{d}{D'} = \frac{f}{H' - h_m} \quad \text{ve} \quad (7)$$

$$\frac{d}{D} = \frac{f}{H - h_m} \quad \text{olduğundan :}$$

bu iki denklem taraf tarafa taksim edilirse,

$$\frac{D}{D'} = \frac{H - h_m}{H' - h_m} \quad (8) \text{ orantısı, ve buradanda}$$

hakikî uçuş yani resim alma yüksekliği

$$H = h_m + \frac{D}{D'} (H' - h_m) \quad (9) \quad \text{elde edilir.}$$

Elde edilen bu yeni resim alma yüksekliği H yı kullanarak yeniden A ve B noktalarının koordineleri ve dolayısıyla aralarındaki yeni mesafe hesaplanır. Ekseriya bu ikinci hesap neticesinde bulunacak mesafe hakikî D mesafesine eşit olur. Eğer biraz farklı çıkarsa aynı ameliyeyi üçüncü bir def'a daha tekrar etmek icap eder. Böylelikle hesap edilen mesafe ile hakiki mesafe birbirine eşit olunca, son hesapta kullanılan resim alma yüksekliğinde doğru olduğu anlaşılmış olur.

Şekil (2) de görülüyorki p noktası P_o harta noktasının yani herhangi bir P yüksekliğinin mebde ufki müstevisi üzerindeki veya deniz seviyesindeki mürteseminin resmi değildir. Ölçüye esas olan ve hesaplanması icap eden hakiki resim noktası, P_o noktasının resmi olması icap eden p_o noktasıdır.

Şekil 2 bu yönden mütalâa edilerek,

$$\frac{f}{H-h} = \frac{x_p}{X_p} = \frac{y_p}{Y_p} = \frac{d}{D} \quad \text{ve} \quad (10)$$

$$\frac{f}{H} = \frac{x_{p_o}}{X_p} = \frac{y_{p_o}}{Y_p} = \frac{d_o}{D} \quad (11)$$

denklemleri elde edilir. Bu iki denklem sisteminin hadleri mütakabilen birbirine bölünürse,

$$\frac{x_p}{x_{p_o}} = \frac{y_p}{y_{p_o}} = \frac{d}{d_o} = \frac{H}{H-h} \quad (12)$$

denklemleri bulunur ve buradan,

$$\frac{x_p}{x_p - x_{p_o}} = \frac{y_p}{y_p - y_{p_o}} = \frac{d}{d - d_o} = \frac{H}{h} \quad (13)$$

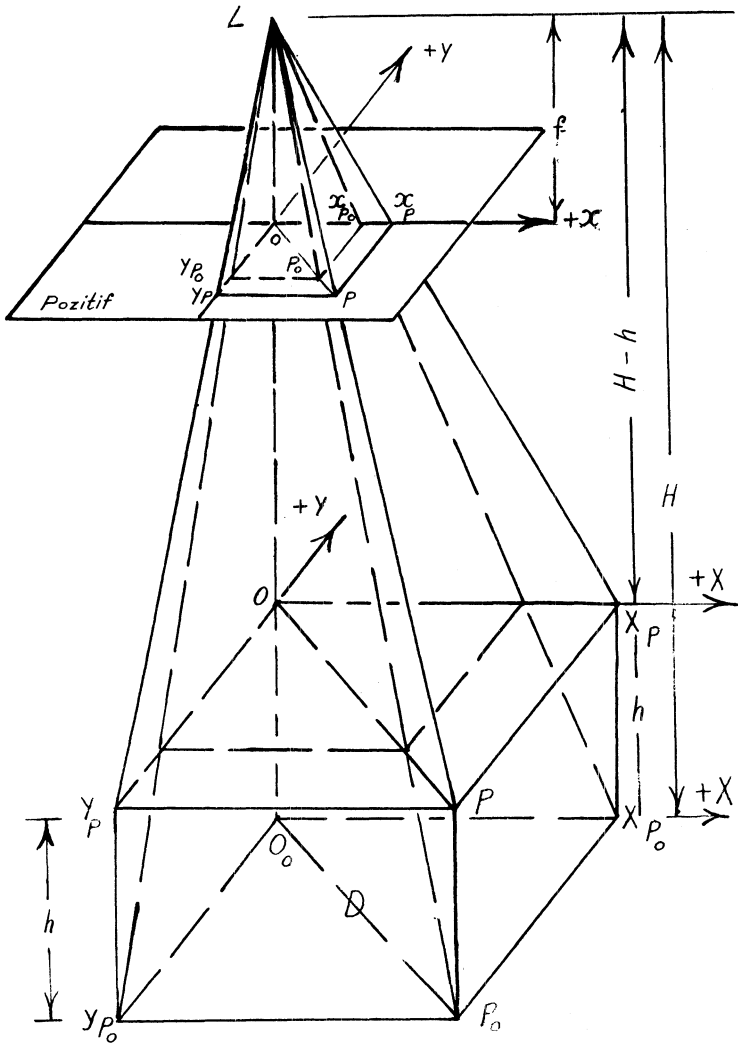
denklemleri elde edilir.

$(x_p - x_{p_o})$ ı dx ; $(y_p - y_{p_o})$ ı dy ve $(d - d_o)$ ı da Δd ile göstererek denklemde yerlerine korsak :

$$dx = x_p - x_{p_o} = \frac{h}{H} \quad x_p = \frac{h}{H-h} \cdot x_{p_o};$$

$$dy = y_p - y_{p_o} = \frac{h}{H} \quad y_p = \frac{h}{H-h} \cdot y_{p_o} \quad \text{ve}$$

$$\Delta d = d - d_o = \frac{h}{H} \cdot d = \frac{h}{H-h} d_o \quad \text{ifadeleri elde edilir.} \quad (14)$$



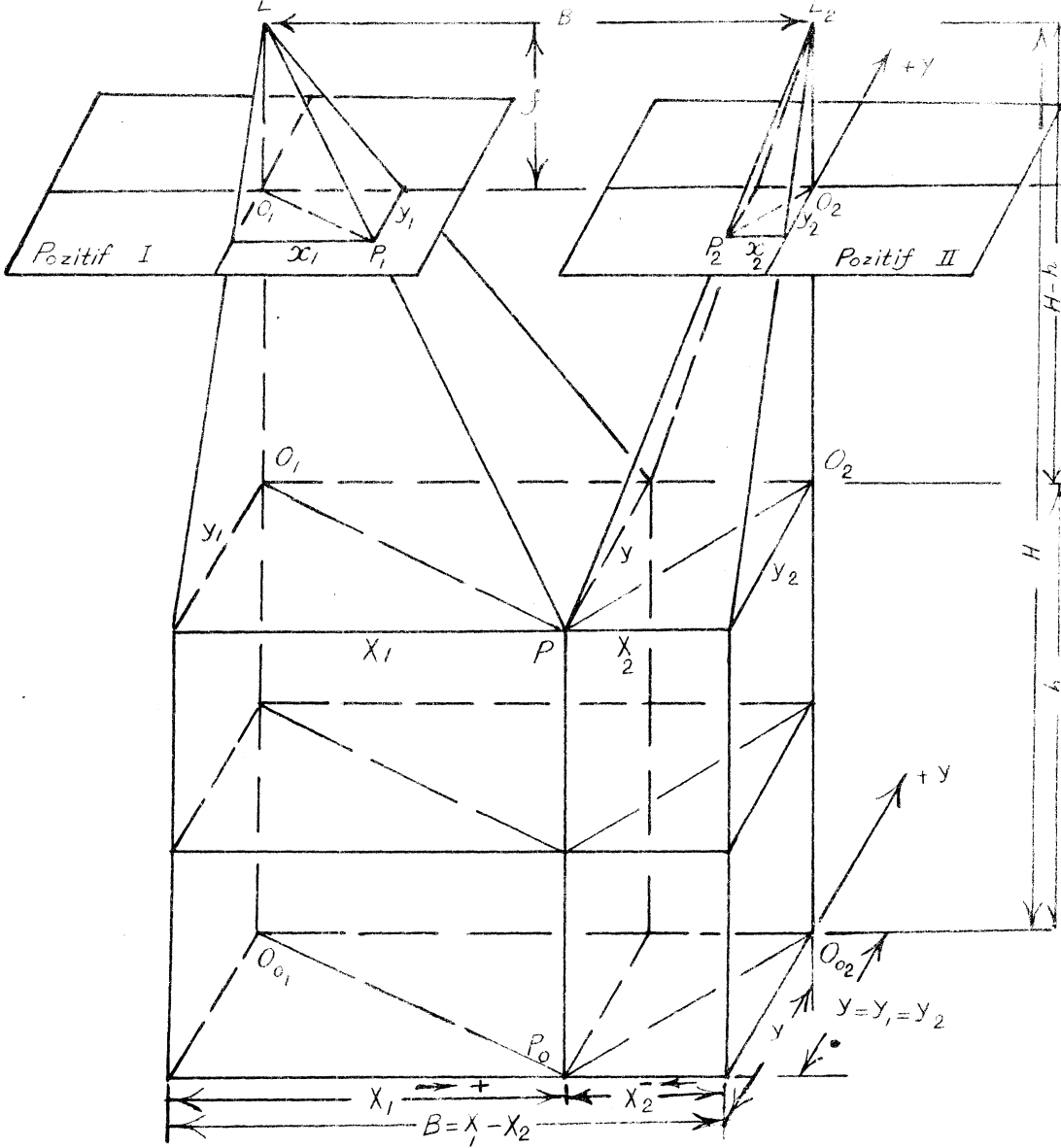
(Şekil : 2)

ve gene şekilde de görüldüğü gibi irtifadan dolayı tashihler L noktasından inen şakulün resim müstevisini deldiği nokta istikametinde ve içe yani mezkûr noktaya doğrudurki ufki resimlerde bu nokta resim merkezidir ve umumî olarak,

$$\Delta l = l - l_o = \frac{h}{H} \cdot l = \frac{h}{H-h} \cdot l_o \quad (15) \text{ ve } \Delta l\text{'in istikameti «ol»}$$

ve dolayısıyla «ol₀» istikametinde ve «o» ya doğrudur.

Şimdi şekil (3) te görüldüğü gibi aynı noktanın iki yerden



(Şekil : 3)

şakuli ve resim mihverleri uçuş hattına intibak edecek şekilde çe-

kılmış iki resmini mütalâa edelim. (Birinci) soldaki resimden :

$$\frac{x_1}{X_1} = \frac{y_1}{Y_1} = \frac{f}{H-h} ; \text{ buradan } X_1 = \frac{H-h}{f} \cdot x_1 \text{ ve } Y = \frac{H-h}{f} y_1 \text{ bulunur.}$$

Sağdaki resimden de :

$$\frac{x_2}{X_2} = \frac{y_2}{Y_2} = \frac{f}{H-h} \text{ ve buradanda}$$

$$X_2 = \frac{H-h}{f} x_2 \text{ ve}$$

$$Y_2 = \frac{H-h}{f} y_2 \text{ bulunur.}$$

Birinci ve ikinci vaziyete ait denklemler karşılaştırılır ve $Y_1 = Y_2 = Y$ olduğu nazarı itibara alınırsa :

$$Y = Y_1 = Y_2 = \frac{H-h}{f} y_1 = \frac{H-h}{f} y_2 \quad (16)$$

ve buradanda $y_1 = y_2$ olacağı meydana çıkar. Diğer taraftan $X_1 - X_2 = B$ baz ve $x_1 - x_2 = p =$ ufki paralaksa olarak bilindiğinden,

$$B = \frac{H-h}{f} x_1 - \frac{H-h}{f} x_2 = \frac{H-h}{f} (x_1 - x_2) \quad (17)$$

olur buradan $B = \frac{H-h}{f} p$ veya $\frac{P}{B} = \frac{f}{H-h} = M =$ mikyas olduğ u görülür. Neticeyi hülâsa olarak gösterecek olursak :

$$X_1 = \frac{H-h}{f} x_1 = \frac{B}{p} x_1 = \frac{1}{M} x_1$$

$$X_2 = \frac{H-h}{f} x_2 = \frac{B}{p} x_2 = \frac{1}{M} x_2$$

ve $y = y_1 = y_2$ ve $Y = Y_1 = Y_2$ olduğ undan,

$$Y = \frac{H-h}{f} y = \frac{B}{p} y = \frac{1}{M} y \text{ olur.}$$

Burada $X_1 - X_2 = B$ ve $x_1 - x_2 = p$ dir.

(18)

$M = \frac{P}{B} = \frac{f}{H-h}$ denkleminde görülüyorki B ve f sabit olunca p ufki paralaksası noktasının h irtifasına tabidir. Deklemin türevini alırsak,

$$H-h = \frac{B}{p} f \text{ olduğundan,}$$

$$dh = \frac{Bf}{p^2} dp \text{ elde edilir. Buradan} \quad (19)$$

$$dp = \frac{p^2}{Bf} dh = \frac{p}{H-h} dh = \frac{B}{H-h} \frac{f}{H-h} dh \text{ ve binnetice} \quad (20)$$

$$dp = M \cdot \delta \cdot dh \text{ denklemi elde edilir, burada } \frac{f}{H-h} = M = \quad (21)$$

mikyas ve $\delta = \frac{B}{H-h} = \text{baz-uçuş nisbetidir.}$

Yukardaki dp denklemi muayyen bir habden sonra sıhhatli netice veremediğinden daha sahih bir kıymet arzu edilirse;

$$p_1 = \frac{Bf}{H-h_1} \text{ ve } p_2 = \frac{Bf}{H-h_2} \text{ olduğundan } \Delta p = p_2 - p_1 = Bf$$

$\left[\frac{1}{H-h_2} - \frac{1}{H-h_1} \right]$ ve $\Delta p = Bf \cdot \frac{h_2 - h_1}{(H-h_2)(H-h_1)}$ denklemi yardımıyla dp bulunur. Bu daha güzel bir şekle sokulursa $h_2 - h_1 = \Delta h$ ve buradan $(H-h_2) = (H-h_1 - \Delta h)$ olduğundan,

$$\Delta p = \frac{Bf \cdot \Delta h}{(H-h_1)(H-h_1-\Delta h)} \text{ olur. Keza } \frac{f}{H-h_1} = M_1 \text{ olduğundan,}$$

$$\Delta p = M_1 B \cdot \frac{\Delta h}{H-h_1-\Delta h} \text{ olur. } M_1 B \text{ yerine müsavisi olan } b_1$$

$$\text{konursa; } \Delta p = b_1 \frac{\Delta h}{H-h_1-\Delta h} \text{ elde edilir ki, bu paralaksa} \quad (22)$$

farkı komparator vasıtasıyla tayin edileceğinden bir noktanın koordine ve irtifai bilinirse veyahutta resim alınırken kamaranın vaziyeti tesbit edilebilirse: x, y de gene komparatorla ölçülebi-
leceğinden bilûmunun noktaların koordineleri de yukardaki denklemlerin yardımıyla kolayca bulunabilir. Koordineler bulunduktan sona noktalar arırsındaki ufki mesafeler $D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$

veya $D_0 = \frac{H \cdot h_m}{f} \quad d = \frac{H}{f} \cdot d_0$ denklemiyle bulunabilir. (23)

Hakiki mail mesafe ise,

$D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (h_2 - h_1)^2}$ denklemile hesap edilir. (24)

Misal:

Vazife (1)

Verilen değerler

$$f = 99.91 \text{ m. m.} \quad h_A = 1528 \text{ m.}$$

$$H = 4872.0 \text{ m.} \quad h_B = 1432 \text{ m.}$$

Ölçülen koordine değerleri

$$x_a = -44.72 \text{ m. m.} \quad y_a = +71.49 \text{ m. m.}$$

$$x_b = +68.17 \text{ m. m.} \quad y_b = -59.13 \text{ m. m.}$$

Hesap edilmesi istenen değerler

1 — A ve B noktalarının arazi koordineleri,

2 — A ve B noktaları arasındaki ufki mesafe.

$$X_A = \frac{H \cdot h_A}{f} \quad x_a = 3344 \cdot \frac{-44.72}{99.91} = -1496.78 \text{ m.}$$

$$Y_A = \frac{H \cdot h_A}{f} \quad y_a = 3344 \cdot \frac{+71.49}{99.91} = +2392.78 \text{ m.}$$

$$X_B = \frac{H \cdot h_B}{f} \quad x_b = 3440 \cdot \frac{+68.17}{99.91} = +2347.16 \text{ m.}$$

$$Y_B = \frac{H \cdot h_B}{f} \quad y_b = 3440 \cdot \frac{-59.13}{99.01} = -2035.90 \text{ m.}$$

$$D = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 5864.22 \text{ m.}$$

Vazife (2)

Verilen değerler

$$f = 99.91 \text{ m. m.} \quad h_A = 1528 \text{ m.}$$

$$D = 5864.22 \text{ m.} \quad h_B = 1432 \text{ m.}$$

Ölçülen resim koordine değerleri,

$$x_a = -44.72 \text{ m. m.} \quad y_a = +71.49 \text{ m. m.}$$

$$x_b = +68.17 \text{ m. m.} \quad y_b = -59.13 \text{ m. m.}$$

Hesap edilmesi istenen değerler.

1 — Hakikî uçuş (resim alma) yüksekliği.

2 — Hakikî arazi koordineleri (resim sistemine tekabül eden sisteme göre)

$$d \text{ (resim üzerindeki mesafe)} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 172.64 \text{ m. m.}$$

$$h_m = \frac{h_A + h_B}{2} = 1480 \text{ m.}$$

$$\text{Takribi uçuş yüksekliği: } H = h_m + \frac{D}{f} \cdot f = 1480 + 5864.22.$$

$$\frac{99.91}{172.64} = 4873.73 \text{ m.}$$

Takribi koordineler :

$$X'_A = \frac{H' \cdot h_A}{f} \quad x_a = 3345.73 \cdot \frac{-44.72}{99.91} = -1497.56 \text{ m.}$$

$$Y'_A = \frac{H' \cdot h_A}{f} \quad y_a = 3345.73 \cdot \frac{+71.49}{99.91} = +2394.01 \text{ m.}$$

$$X'_B = \frac{H' \cdot h_B}{f} \quad x_b = 3441.73 \cdot \frac{68.17}{99.91} = +2348.34 \text{ m.}$$

$$Y'_B = \frac{H' \cdot h_B}{f} \quad y_b = 3441.73 \cdot \frac{-59.13}{99.91} = -2036.93 \text{ m.}$$

$$D' = \sqrt{(X'_B - X'_A)^2 + (y'_B - y'_A)^2} = 5867.21 \text{ m. (takribi mesafe)}$$

Tashihi edilmiş uçuş yüksekliği,

$$H'' = h_m + \frac{D}{D'} \cdot (H' - h_m) = 1480 + \frac{5864.22}{5867.21} (3393.73) = 4872.0 \text{ m}$$

Bu yeni hesap edilen H'' uçuş yüksekliğini kullanarak yukardaki hesap tekrar edilirse :

$$X''_A = \frac{H'' \cdot h_A}{f} \quad x_a = 1496.78 \text{ m. ve } Y''_A = \frac{H'' \cdot h_A}{f} \quad y_a = +2392.78 \text{ m.}$$

$$X_B'' = \frac{H'' - h_B}{f} x_b = + 2347.16 \text{ m. ve } Y_B'' = \frac{H'' - h_B}{f} y_b = - 2035.90 \text{ m.}$$

buradanda,

$$D' = \sqrt{(X_B'' - X_A'')^2 + (Y_B'' - Y_A'')^2} = 5864.22 \text{ m. bulunur.}$$

hesap edilen bu yeni D' uzunluğu verilen malûm D uzunluğuna eşit olduğundan, son hesapta kullanılan H'' uçuş yüksekliğinde hakikî ve doğru olduğu meydana çıkar. Bu sebeple son def'a hesaplanan arazi koordineleri de doğru oldukları sabit olur. Şu halde hakikî uçuş yüksekliği $H = H' = 4872.0$ m. ve resim koordinelerine tekabül eden hakikî arazi koordineleri de :

$$\begin{aligned} X_A &= X_A' = - 1496.78 \text{ m.} & X_B &= X_B' = + 2347.16 \text{ m.} \\ Y_A &= Y_A' = + 2392.78 \text{ m.} & Y_B &= Y_B' = - 2035.90 \text{ m. dir.} \end{aligned}$$

Vazife (3)

Verilen değerler :

$$\begin{aligned} x &= -44.72 \text{ m. m.} & y &= +71.49 \text{ m. m.} \\ h &= 1528 \text{ m.} & H &= 4872 \text{ m.} \end{aligned}$$

İstenen değerler :

(A) noktasının deniz yüzündeki izdüşümüne tekabül eden resim koordineleri ile noktanın ve izdüşümünün resimlerinin resim merkezine olan mesafeleri.

$$x_o = x - \frac{h}{H} x = - 30.69 \text{ m. m.}$$

$$y_o = y - \frac{h}{H} y = + 49.07 \text{ m. m.}$$

$$d = \sqrt{\Delta x_o^2 + \Delta y_o^2} = 84.32 \text{ m. m.}$$

$$d_o = \sqrt{\Delta x_o^2 + \Delta y_o^2} = d - \frac{h}{H} d = 54.87 \text{ m. m.}$$

Vazife (4)

Verilen değerler :

Sol resimde	Sağ resimde	
$x_1 = + 68.17$	$x_2 = - 3.83 \text{ m. m.}$	$B \text{ (baz)} = 2479 \text{ m.}$
$y_1 = - 59.13$	$y_2 = - 59.13 \text{ m. m.}$	$H = 4872 \text{ m.}$

İstenen değerler :

X_1, Y_1 ve X_2, Y_2 arazi koordineleri (resimlerin kendi koordine sistemlerine nazaran) ve noktanın yüksekliği.

$$P = x_1 - x_2 = 72.00 \text{ m. m.}$$

$$X_1 = \frac{B}{p} x_1 = + 2347.1 \text{ m. } X_2 = \frac{B}{p} x_2 = - 131.9 \text{ m. } X_1 - X_2 = B = 4872 \text{ m.}$$

$$Y_1 = Y_2 = Y = \frac{B}{p} y = - 2035.9 \text{ m. } h = H - \frac{B}{p} f = 4872 - 3440 = 1432 \text{ m.}$$

Zaviyelere gelince; resim müstevisi ufki olduğundan ve şekil 3 tede gösterildiği gibi yüksekliklerden dolayı resimdeki yer değişikliği merkezden noktalara giden hatlar istikametinde olduğundan, noktaları merkeze birleştiren hatlar arasındaki açılar arazide tekabül ettikleri açılara eşittirler. Noktaları birbirleriyle birleştiren hatlar arasındaki açılar ise, yukardaki paralaksa düsturlariyle noktaların deniz seviyesindeki izdüşümüne, resim üzerinde tekabül eden yerleri bulunarak birleştirildikleri zaman teşekkül eden açıya eşittirler. Veyahut X ve Y koordineleri bulunduktan sonra $\text{tg Semt} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$ düsturlariyle semtler bulunur.

Hatlar arasındaki açılarda hatların semtleri arasındaki fark olduğundan kolayca hesap edilebilirler.

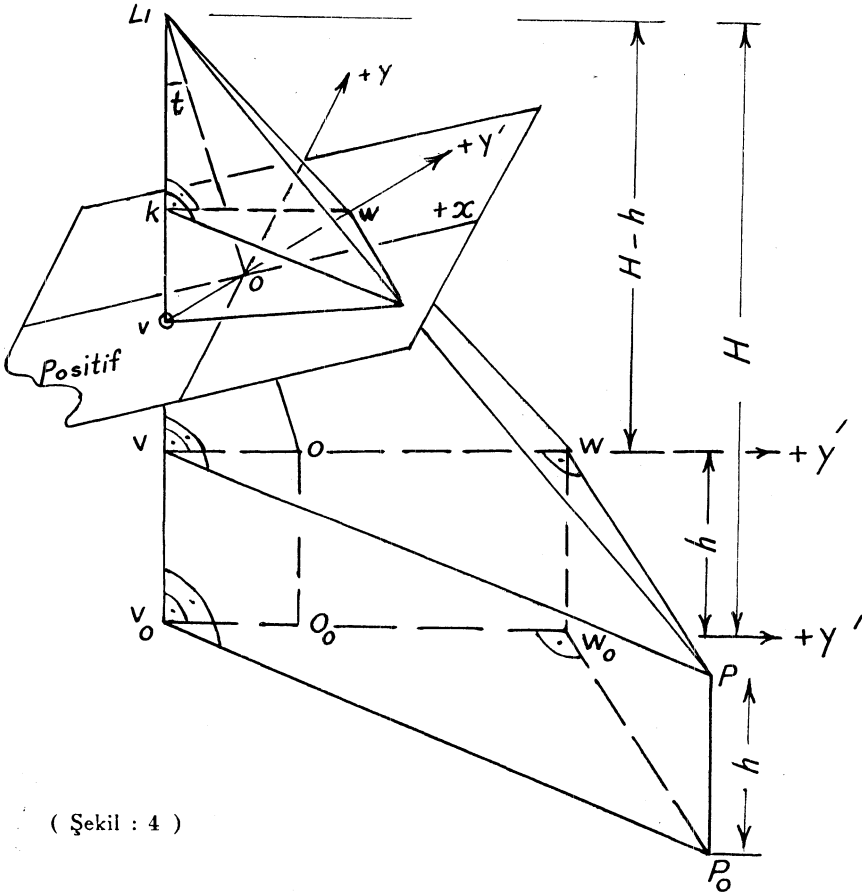
Eğer mütaakip mezkûr iki resmin mihverleri uçuş hattına intibak etmeyip K_1 ve K_2 kadar dönüklükleri (Kantung veya Swing) varsa o zaman denklemlerde geçen ve komparatorda okunabilen x_n ve y_n yerine aşağıdaki şekilde hesap edilecek x'_n ve y'_n koordine kıymetlerini vazetmek lâzımdır. Yani hesaba giren veya mevzu bahs olan noktaların x_n , y_n koordineleri komparatorda okunarak,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Birinci resim için } \left\{ \begin{array}{l} x'_1 = x_1 \sin K_1 + y_1 \cos K_1 \\ y'_1 = -x_1 \cos K_1 + y_1 \sin K_1 \end{array} \right. \\ \text{İkinci resim için } \left\{ \begin{array}{l} x'_2 = x_2 \sin K_2 + y_2 \cos K_2 \\ y'_2 = -x_2 \cos K_2 + y_2 \sin K_2 \end{array} \right. \end{array} \right\} (25)$$

denklemleri yardımıyla x' , mihverleri uçuş hattına intibak etmiş olan sisteme göre koordineler hesaplanır. Böylece hesaplanan x'_n, y'_n değerleri normal vaziyet için bulunan denklemlerde x, y kıymetleri yerine vazedilirse bulacağımız kıymetlerde doğru olur.

Meyilli çekilmiş resimlerden hesap ve ölçü metodu

Şekil 4 mütalâa edilince görülürki: $v_o = +y$ istikameti resim esas hattı istikametidir. $L_v = \text{şakuli mesafe} = f. \sec(t)$ dir.



(Şekil : 4)

$\underline{pw}$ $\underline{wk}$ ya $\underline{amut}$ ve $\underline{pk}$ da $\underline{Lv}$ ye $\underline{amut}$ olması dolayısıyla $\underline{wkp}$ üçgen müstevisi $\underline{Lv}$ şakulî hattına $\underline{amuttur}$, bu sebeplede $\underline{ufkî}$ müstevidir. Ve keza $\underline{kw}$ ve $\underline{kp}$ hatlarıda $\underline{ufkî}$ hatlardır.

$\underline{vo}$ «prensipal» resim esas hattı $+$ y' mihveri ve «v» nadir noktasıda koordine meb'dei olarak alınırsa: $\underline{vw} = \underline{yp}$ ve $\underline{pw} = \underline{x_p}$ olur ve gene şekilden: $\underline{kw} = \underline{vw} \cos(t) = \underline{y_p} \cos(t)$ ve $\underline{kv} = \underline{vw} \sin(t) = \underline{y_p} \sin(t)$ olur. Şu halde $\underline{Lk} = \underline{Lv} - \underline{kv}$ veya $\underline{Lk} = f \sec(t) - \underline{y_p} \sin(t)$ elde edilir.

«V» arazi üzerinde resimdeki v' ye tekabül eden koordine merkezi ve $V_o O_o$ da $+$ Y' istikametidir. Buna göre,

$\underline{V_o W_o} = \underline{VW} = \underline{Y_p}$ ve $\underline{P_o W_o} = \underline{PW} = \underline{X_p}$, $\underline{vk}$, $\underline{WV'}$ ye ve $\underline{wp}$,

$\underline{WP'}$ ye paralel olduklarından $\frac{\underline{Lk}}{\underline{LV}} = \frac{\underline{wk}}{\underline{WV}} = \frac{\underline{wp}}{\underline{WP}}$ olur; bunların

yukarda bulunan müsavilerini yerlerine korsak :

$$\frac{f \sec(t) - y_p \sin(t)}{H - h} = \frac{y_p \cos t}{Y_p} = \frac{x_p}{X_p} \text{ veya sadece} \quad (26)$$

$$X' = \frac{H - h}{f \sec(t) - y_p \sin(t)} \cdot x'; Y' = \frac{H - h}{f \sec(t) - y_p \sin(t)} \cdot y' \cos t \text{ olur, veyahut } f \sec(t) - y_p \sin(t) = f' \text{ dersek,} \quad (27)$$

$$X' = \frac{H - h}{f'} x' \text{ ve } Y' = \frac{H - h}{f'} y' \cos t \text{ denklemleri elde edilir.} \quad (28)$$

Böylelikle koordineleri hesap edilen noktalar arasındaki $\underline{ufkî}$ mesafe

$$D = \sqrt{\Delta X'^2 + \Delta Y'^2} = \sqrt{(X_2' - X_1')^2 + (Y_2' - Y_1')^2} \quad (29)$$

denklemiyle ve mail mesafelerde,

$$D' = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta y^2 + \Delta h^2} \text{ denklemiyle hesap edilir.} \quad (30)$$

Yalnız burada kullanılan x' , y' koordineleri komparatorda ölçülebilen ve resim mihverleri koordine mihverleri kabul edilen sis-

teme göre olan koordine değerleri değillerdir. Yukardaki denklemlerde geçen x' , y' koordinelerine esas, mebde noktası v ve $+y$ mihveri $\overline{ov}$ hattı olan sistemdir. Bu sebeple yukarda zikredilen x' , y' değerleri geçen bahistede açıklandığı gibi doğrudan doğruya ölçülemeyip, komparatorda ölçülebilen x , y resim koordineleri ve aşağıdaki denklemler yardımıyla hesaplanırlar.

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ y' &= -x \sin \theta + y \cos \theta + \overline{ov} \end{aligned} \quad (31)$$

burada $\tan \theta = -\frac{u}{v}$ ve

$$\overline{ov} = \sqrt{u^2 + v^2}$$

u , ve v nadir noktasının resim koordineleridir eğer θ ve $\overline{ov}$ yi f ve t (tilt veya total naygung) cinsinden ifade edersek,

$$\begin{aligned} u &= +f \cdot \tan(t_x) \\ v &= +f \cdot \tan(t_y) \text{ olduklarından} \\ \tan \theta &= -\frac{\tan t_x}{\tan t_y} = -\frac{\tan \varphi}{\tan \omega} \text{ ve} \\ \overline{ov} &= f \cdot \tan(t) \text{ veya } \overline{ov} = f \sqrt{\tan^2 t_x + \tan^2 t_y} \end{aligned} \quad (32)$$

denklemleriyle hesap edilirler.

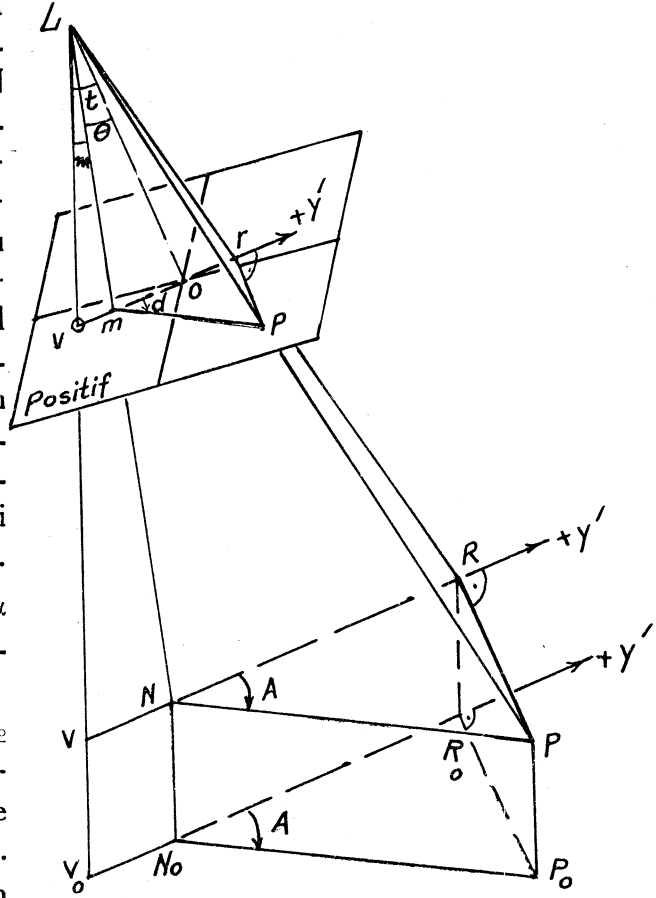
Zaviyelere gelince, resim meyilli olduğundan resimdeki zaviyeler arazide tekâbül ettikleri zaviyelere müsavi değildirler ve fakat muayyen bir şekilde yekdiğerine bağlıdırlar, ve bu bağıklık reislerinin mevkii ve resmin meylina tabidir.

Şekil 5 de görüldüğü gibi p , P noktasının resmi olsun, P den Y' ye ve p den de y' ye birer dik inersek mezkûr mihverleri mütekabilen R ve r noktalarında katederlerki bunlarda L den geçen şua üzerinde bulunurlar, yani r noktası R nin resmi olmuş

olur. Şimdi Y' mihveri üzerinde bir N noktası alırd P ile birleştirirsek aralarında $RNP = A$ zaviyesi teşekkül eder. Keza N noktasına tekabül eden resim noktası olan n ile de P nin resmi olan p noktasını birleştirirsek aralarında A açısına tekabül eden $rn p = \alpha$ açısı teşekkül eder. Eğer n noktası ile L noktasını birleştirirsek « t » açısı m ve θ gibi iki komponente ayrılır.

Şimdi bu iki A ve α açıları arasındaki münasebeti araştıralım.

$\underline{vn} = \underline{y_n}$; $\underline{VN} = \underline{V_o N_o}$
 $= \underline{Y_n}$ dir, p noktasının koordineleri ise $\underline{rp} = \underline{x_p}$ ve $\underline{rv} = \underline{y_p}$ dir. Bunlara tekabül eden arazi koordineleri ise :



Şekil : (5)

$\underline{R_o P_o} = \underline{RP} = \underline{X_p}$ ve $\underline{R_o V_o} = \underline{RV} = \underline{Y_p}$ dir. N noktasının koordinesi ise $\underline{V_o N_o} = \underline{VN} = \underline{Y_N}$ dir.

Şekil 5 de görüleceği gibi,

$$t = m + \theta \text{ ve } \underline{rn} = \underline{rv} - \underline{vn} = \underline{y_p} - \underline{y_n} \text{ dir.}$$

$$\underline{y_n} \text{ ise } = \underline{vn} = \underline{ov} - \underline{on} = f \operatorname{tg}(t) - f \operatorname{tg}(\theta) = f(\operatorname{tg} t - \operatorname{tg} \theta) \text{ dir.}$$

buradan $\frac{\underline{y_n}}{f} = \operatorname{tg} t - \operatorname{tg} \theta$ elde edilir. Şimdi bu kıymetleri

$\text{tg } \alpha = \frac{r_p}{r_n}$ ve $\text{tg } A = \frac{RP}{RN}$ denklemlerinde yerlerine koyalım.

$$\text{tg } \alpha = \frac{r_p}{r_n} = \frac{x'_p}{y'_p - y'_n} \text{ ve } \text{tg } A = \frac{RP}{RN} = \frac{X_p}{Y_p - Y_n} \quad (33) \text{ olur}$$

$$X'_p = \frac{(H-h) x'_p}{f \sec t - y'_p \sin t}, \quad Y'_p = \frac{(H-h) Y'_p \cos t}{f \sec t - y'_p \sin t} \text{ ve}$$

$$Y'_n = \frac{(H-h) y'_n \cos t}{f \sec t - y'_n \sin t} \text{ olduğundan,}$$

$$\text{tg } A = \frac{X'_p}{Y'_p - Y'_n} = \frac{x'_p (f \sec t - y'_n \sin t)}{(y'_p - y'_n) f},$$

$$\text{tg } A = \frac{x'_p}{y'_p - y'_n} \cdot \left(\frac{1}{\cos t} - \frac{y'_n \sin t}{f} \right) \text{ ve gene } \frac{x'_p}{y'_p - y'_n} = \text{tg } \alpha$$

$$\text{oldüğundan } \text{tg } A = \text{tg } \alpha \cdot \left(\frac{1}{\cos t} - \frac{y'_n \sin t}{f} \right) \text{ olur.}$$

Bu denklemde $\frac{y'_n}{f}$ yerine müsavisi olan $(\text{tg } t - \text{tg } \theta)$ yı korskak

$$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \left[\frac{1}{\cos t} - (\text{tg } t - \text{tg } \theta) \sin t \right],$$

$$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \left(\frac{1}{\cos t} - \frac{\sin^2 t}{\cos t} + \frac{\sin \theta \sin t}{\cos \theta} \right);$$

$$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \left(\cos t + \frac{\sin \theta \sin t}{\cos \theta} \right) = \text{tg } \alpha \left(\frac{\cos t \cos \theta + \sin \theta \sin t}{\cos \theta} \right)$$

$$\text{olur ve buradan } \text{tg } A = \text{tg } \alpha \cdot \frac{\cos (t - \theta)}{\cos \theta} = \text{tg } \alpha \cdot \frac{\cos m}{\cos \theta} \quad (34)$$

elde edilir ve dolayısıyla

$$\frac{\text{tg } A}{\text{tg } \alpha} = \frac{\cos m}{\cos \theta} \text{ olur. Şimdi } n \text{ noktasının muhtelif vaziyetleri için}$$

dolayısıyla m ve θ nın muhtelif kıymetleri için α ile A arasındaki münasebetleri araştıralım.

1 — İlk olarak n noktasını resmin merkezi olarak alalım.

Bu halde $\theta = 0$ ve $m = t$ olacağından $\text{tg } A = \text{tg } \alpha \frac{\cos t}{\cos 0}$ ve

buradan $\text{tg } A = \text{tg } \alpha \cos t$ yani $\frac{\text{tg } A}{\text{tg } \alpha} = \cos t$ olur. Filvaki resim ufki olursa yani t de sıfır olursa o zaman $\text{tg } A = \text{tg } \alpha$, $\cos(0)$ dolayısıyla $\text{tg } A = \text{tg } \alpha$ ve $\alpha = A$ olur. Yani ufki resimlerde merkezden intişar eden şualar arasındaki açılar arzide tekabül ettikleri açılara eşittirler. Eğer resim meyilli ise yukarda da yazıldığı gibi $\text{tg } A = \text{tg } \alpha \cos t$ olur.

2 — n noktası «v» nadir noktası olarak alınırsa $m = 0$ ve $0 = t$ olacağından,

$$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \frac{\cos 0}{\cos t} = \text{tg } \alpha \cdot \sec t \text{ yani } \frac{\text{tg } A}{\text{tg } \alpha} = \sec t \text{ olur.}$$

Yani nadir noktası ile diğer resim noktalarını birleştiren hatlar arasındaki α açıları ile arazide tekabül ettikleri A açıları arasında $\text{tg } A = \frac{\text{tg } \alpha}{\cos t}$ münasebeti mevcuttur.

3 — n noktası izosenter (isocenter) noktası yani t açısını tasnif eden hattın esas $\overline{vo}$ hattını katettiği nokta olarak alınır-
sa $0 = m = \frac{t}{2}$ olacağından,

$$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \cdot \frac{\cos m}{\cos 0} = \text{tg } \alpha \cdot \frac{\cos t/2}{\cos t/2} = \text{tg } \alpha \text{ yani } A = \alpha \text{ olur.}$$

Bu demektirki resmin meyilli ne olursa olsun izosenter noktasından noktalara giden hatlar arakındaki açılar arazide tekabül ettikleri açılara eşittirler.

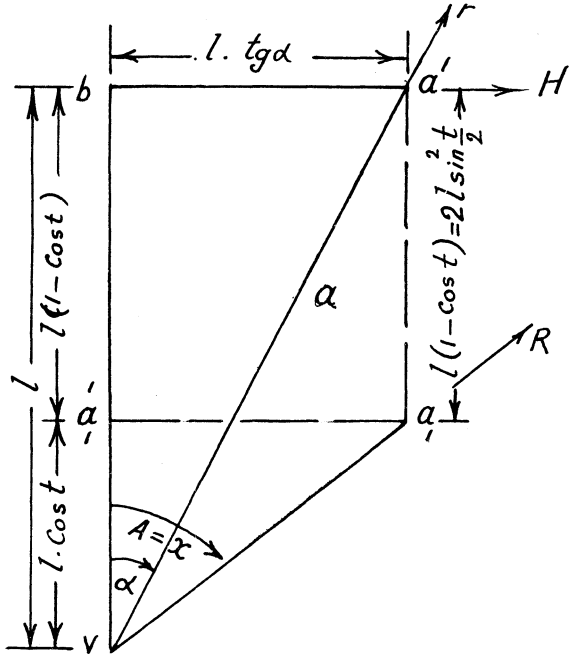
Netice aşağıdaki tabelâda hülâsa edilebilir. Meyilli resimlerde:

1 — n noktası o resim merkezi olarak alınırsa	
$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \cdot \cos t$	
2 — n noktası v nadir noktası olarak alınırsa (35)	
$\text{tg } A = \text{tg } \alpha \cdot \sec t$	ve
3 — n noktası izosenter noktası olarak alınırsa	
$A = \alpha$	olur

evvelcede gördüğkü arazi noktalarının resmi mezkûr noktaların

bir meb'de müstevisi üzerindeki veya deniz seviyesindeki izdüşümlerinin de resmi değildir; binaneleyh harta tersinde bu noktalardan doğrudan doğruya istifade edilemez. Fakat gene biliyoruzki bu iz düşümüne tekabül eden resim üzerindeki noktalar nadir noktasından arazi noktasının resmine giden hat üzerindedirler. Yani arazide nadir noktasına tekabül eden V den noktalara giden şualara tekabül eden ve resim nadir noktası v den geçen şualar hem mezkûr noktaların resimlerinden hemde mezkûr noktaların izdüşümlerin resimlerinden de geçerler. Bundan anlaşılıyorki nadir noktasından intişar eden bil'umum şualar arazi üzeridekilere temamiyle tekabül ederler zira L resim alma merkezinden ve herhangi bir arazi noktasından geçen ve aynı zamanda V nadir noktasından geçen şakulî mihveri ihtiva eden dik müstevi, hem mezkûr noktanın hemde onun deniz seviyesindeki iz düşümünü ve v nadir noktasını da ihtiva eder ve dolayısıyla v nadir noktası ile zikredilen diğer iki resim noktaları aynı hat üzerindedir; Bu hat ise dik müstevi ile resim müstevisinin kesit hattı olup gene aynı dik müstevi ile deniz seviye müstevisi kesit hattına tekabül eder ve onun resmi olmuş olur. Bu, şekil (4) de de aşikâr olarak gözükmemektedir. Yalnız bu nadir şuaları ile y resim esas hattı arasındaki α açıları evvelcede söylediğimiz gibi tekabül ettikleri A açılara eşit olmayıp $\text{tg } A = \text{tg } \alpha$ secet denkleminle birbirine bağlıdır. Eğer hem bu münasebeti tahakkuk ettirecek ve hemde şuaları nadir noktasından geçecek şekilde çizebilen bir alet yapabilirsek resimler ianesiyle nadir noktası olarak alınan herhangi bir V noktasından resimleri belli noktalara giden hatların doğru istikametlerini çizebiliriz. Şimdilik böyle bir aletin nasıl olacağını mütalâa edelim, ve bu aletle iki resim vasıtasıyla çizilen şuaların nasıl tayin edileceğini ve dolayısıyla bunlardan radyal usulüyle nasıl harta yapabileceğimizin münakaşa ve mütatâasını başka bir zamana bırakalım. Şimdi şekil 6 da gösterildiği gibi resmi v nadir noktasından tesbit edelim,

ve v_o esas hattını görüldüğü gibi çizerek lâlettayn bir $vb = l$ tulu kadar uzatalım ve b noktasından vb esas hattına bir bH dikey çizerek uzatalım, şimdi v nadir noktasıyla A mın resmi olan (a) noktasını birleştirip bH yı kesinceye kadar uzatalım ve bu kesit noktasını a' ile gösterelim. Keza v noktasından itibaren esas hat üzerinde $va_1' = l \cdot \cos t$ uzunluğunu aldıktan sonra a' den esas hatta bir paralel veya bH hattına bir dik çizelim. Bu çizilen hat



(Şekil : 6)

a_1' dan esas hatta çizilen dikey yani a_1' dan bH ya çizilen paralel hattı a_1 noktasında kesecektir ve bu suretle $v b a_1'$ ve $v a_1' a_1$ gibi iki dik üçgen meydana gelecektir. Bu dik üçgenlerin kenarları ve açıları arasındaki münasebet incelenirse : $vb = l$ ve $b v a_1'$ açısında α olduğundan,

$$v a_1' = l \cos t \text{ ve}$$

$b a_1' = l \cdot \tan \alpha$ olur. Şimdi $a_1' v a_1 = x$ açısını mütalâa edelim, $a_1' v a_1$ dik üçgeninden, $\frac{a_1' a_1}{v a_1'} = \tan x$ dir. Burada $a_1' a_1 = b a_1' = l \cdot \tan \alpha$ ve $v a_1' = l \cdot \cos(t)$ olduğundan,

$$\tan x = \frac{a_1' a_1}{v a_1'} = \frac{b a_1'}{v a_1'} = \frac{l \cdot \tan \alpha}{l \cdot \cos(t)} = \frac{\tan \alpha}{\cos(t)} \text{ ve binaenaleyh}$$

$$\tan x = \tan \alpha \cdot \sec(t) = \tan A \text{ ve } x = A \text{ olmuş olur. (denk. 35 ten)}$$

Şu halde $v a_1$ hattı hem nadir noktasından geçtiğinden hem

de resim esas hattı ile teşkil ettiği açı arzu edilen 35 denklemini tahkik ettiğinden matlup hasıl olmuş olur. Eğer şimdi şekil 6 deki esas dahilinde tersim yapacak bir vasıta yapabilirsek yukarıda zikrettiğimiz arzu ve gayeye vasil olmuş oluruz.

Şimdi böyle bir âletin aşağıda gösterilen kaba şeklini inceliyelim: Bu âletin en basit şekli. şekil (6) da gösterilen çizgiler yerine istikamet kolları ikame etmek suretiyle elde edilir. Düz bir tahta kanovanın üst kenarına şekil (7) de görüldüğü gibi içinde bir m , milinin hareketini tanzim eden makta'ı yarım daire veya müstatil şeklinde uzun bir oyuk açılmıştır. Bu oyuk içinde işleyen mil, oyuk içerisinde aşağı yukarı oynıyamıyacak uzunlukta ve kalınlıkta yapılmıştır. Milin tam ortasında ve mile tamamiyle dik vaziyette ve (b) kolunun hareketini tanzim eden bir (C), madenî irtibat kolu perçinlenmiştir. Aşağıda şekil (7) de gösterilen bu (C) kolu iki kısımdan mürekkeptir: Birinci (C_1) kolu kısmı mile perçinli olup ikinci müteharrik ve (C) kolunun uzunluğunun ayarına yarayan (C_2) kısmının oyuk istikametine daimi surette dik olmasını temin eder. İkinci C_2 kısmı ise, bir ucu (C_1) kolu içinde tesbit edilmiş ve fakat icabında vidaları gevşetilerek aşağı yukarı sürmekle (C) kolunun uzunluğunu değiştirmeye yarayan kısımdır. Diğer ucu ise, (b) kolunu daimî surette oyuğa paralel iterek veya çekerek onun zaviyevî hareketini tanzim için, (b) kolu imtidadınca bu kol istikametinde hareket edecek, fakat daima ona merbut kalacak şekilde bir mille raptedilmiştir. Bu suretle (a) kolunun ucunun sağa veya sola hareketi aynen (b) koluna intikal ettirilmiş olur.

Yani (a) kolunun (m) miline merbut ucu oyuk içinde hangi tarafa ve ne miktarda hareket ettiyse (C), kolunu (b) koluna rapteden nokta veya oradaki rabit mili de aynı tarafa aynı miktarda hareket etmiş olur.

Bu suretle şekil (6) da gösterilen ($b a'$) uzunluğunun ($a_1' a_1$) uzunluğuna müvazi ve müsaviliği temin edilmiş olur.

(a) kolunun aşağı ucu tahta tersim masasının münasip bir yerinde nadir noktası olarak alınan (v) noktasına, onun etrafında

dönebilecek şekilde merbuttur. Veya (v) noktası etrafında dönebilmeyi sağlayacak başka bir şekilde raptedilmiştir. Bu (v) noktasından oyuk mihverine çizilen (vb) diki fotoğrafın esas hattına tekabül ettiğinden, (v) noktası aynı zamanda resim nadir noktası olarak alınır; fotoğraf merkezi olan (o), noktasının da tersimat esnasında bu hat üzerinde bulunması lâzımdır.

Yani resmi âlete nazaran oriente etmek için resim esas hattı ile (v), den oyuk mihverine çizilen dik bir birine intibak etmesi lâzımdır. Böylece (o), noktasının (vb) dik hattı üzerinde ve şekil (5) ten de anlaşılacağı gibi (v) den itibaren (f. tg t) mesafesinde olması lâzımdır. Veya resmin bu hususları sağlayacak şekilde köşelerinden tersim tahtasına tesbit edilmesi icap eder. (b) koluna gelince: Bunun da bir ucu gene aynı (a) kolundan olduğu gibi (v) noktası etrafında dönebilecek şekilde tesbit edilmiştir ve bunun ortasına da mihveri (v), den geçen bir uzun yarık açılmıştır. Yukarıda bahsettiğimiz (C) kolunun ikinci kısmı ucundaki mil bu yarığa iyice uyacak şekilde geçirilmiştir. Bu yarığa aynı zamanda muntazam ve kolay hareket edebilen ve ortasında kalem olan bir tertibat da eklenmiştir. Böylece kalem tertibatı (b) kolu imtidadınca hareket ettirilince kalem (v) den geçen (b) kolu mihveri imtidadınca bir çizgi çizer.

Şimdi eğer (a) kolunun mihverini gösteren çizgi resim üzerinde her hangi bir noktaya tatbik edilirse yani (v a) istikametine tekabül eder vaziyete getirilirse ve gene eğer (C) koluna da evvelce izah edilen (v b), $(1 - \cos t) = l(1 - \cos t)$ uzunluğu tesbit edilirse kalemin çizdiği çizgi de şekil altı da gösterilen (v a₁) hattına tekabül eder. (a) kolunun yardımı ile çizilen ve bu suretle nadir noktasından noktalara giden hatlarla (vb) esas hattı arasındaki (α) açılarının ufkî düzlem üzerinde tekabül ettikleri (A) açıları da, (v b) esas hattı ile (b) kolu vasıtası ile çizilen hatlar arasında teşkil edilen açılardan ibaret olmuş olur. Bunun içinde (b) kolunun çizdiği hatlar hakikatte ufkî düzlem

Fakat kaba ve basit şekilde gösterilen bu âlet şeklini tevsi ederek daha kullanışlı şekle sokmak mümkündür. Bunun için de evvelâ şekil 6 daki tersimatı genişletelim. Arzu edilen gayeyi sağlamak için şekil 6 daki (vba') üçgeni ile (va'_1a_1) üçgenini ve aralarındaki münasebeti tesis etmek kâfidir. Eğer her hangi bir vaziyet ve zamanda (vba') üçgeni teşkil edilince otomatik olarak bu üçgenle yukarıda izah ettiğimiz münasebetleri sağlayan (va'_1a_1) üçgeni teşkil edilebilirse, arzu hasıl olmuş olur. Zira $(vb=l)$ kenarı sabit olan üçgenin, diğer dik kenarı $(l \cdot \operatorname{tg} \alpha)$ olduğu zaman diğer üçgenin (va'_1) kenarı $(l \cdot \cos t)$ ve (a'_1a_1) kenarı da $l \operatorname{tg} \alpha$ olursa $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos t}$ olur. Çünkü bi-

rinci üçgende $\operatorname{tg} \alpha = \frac{ba'}{vb}$ dir. İkinci üçgende ise :

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} A = \frac{a_1a'_1}{va_1} = \frac{l \cdot \operatorname{tg} \alpha}{l \cdot \cos t} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos t} \text{ olmuş olur.}$$

Bu izaaatı göz önünde tutarak bu ikinci üçgeni paralel olarak (d) kadar sağa ve (k) kadar da yukarı doğru şekil (8) de gösterildiği gibi kaydıralım. Şimdi şekli mütalâa edersek görürüz ki eğer $(a'a')$ mesafesi (d) ye ve (a'_1a_1) mesafesi de,

$$l - k - l \cdot \cos t = l \cdot (1 - \cos t) - k = (2l \cdot \sin^2 \frac{t}{2} - k) \text{ olarak alı-$$

nırsa $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos t}$ denklemi sağlanmış olur.

Çünkü (v') , (vb) dikinden (d) kadar uzağa kaydırıldığından $(v_1a'_1)$ dike de (vb) dikinden (d) kadar uzaktadır. Dolayısıyla (a'_1b) mesafesi de (d) ye eşittir. Yukarıda söylediğimiz gibi $(a'a')$ mesafesi (d) ye eşit alınırsa $(ba'') = l \cdot \operatorname{tg} \alpha$ da $(a'a'_1)$ uzunluğu ve dolayısıyla (a'_1a_1) mesafesine eşit olmuş olur. Keza (v') , (v) ye nazaran (k) kadar yukarı kaydırıldığından ve (vb) de $= l$, olduğundan $(v'a'_1)$ mesafesi $(l - k)$ ya eşittir. Gene dediğimiz gibi eğer $(a'a'_1)$ mesafesi dolayısıyla (a'_1a_1) mesafesi $= (l - k - l \cdot \cos t)$ olarak alınırsa,

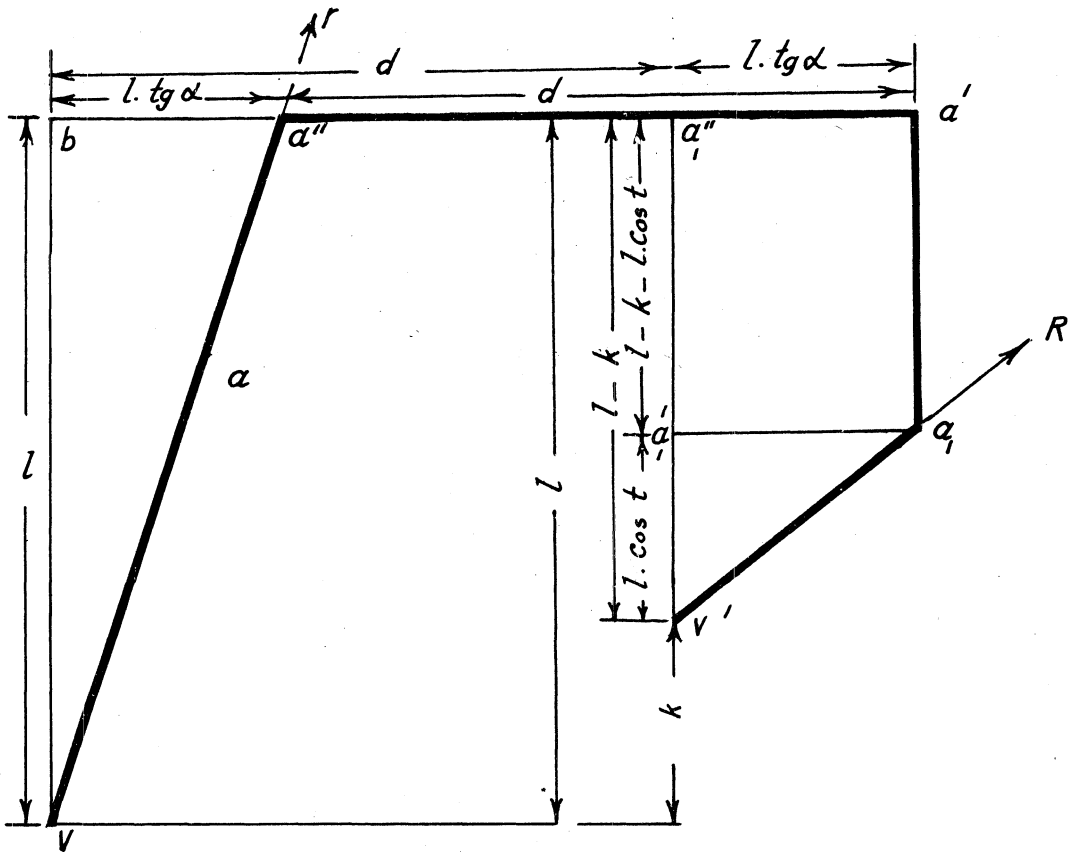
$(v'a'_1) = (l - k) - (l - k - l \cdot \cos t) = l \cdot \cos t$ olmuş olur. $\operatorname{tg} x$ ise,

$$\frac{a_1' a_1}{v' a_1'} = \frac{a_1'' a_1'}{v' a_1'} = \frac{b a_1''}{v' a_1'} = \frac{l \cdot \operatorname{tg} \alpha}{l \cdot \cos t} \text{ ve } \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos t} = \operatorname{tg} A$$

olmuş olur.

Şimdi bu şekil 8 deki hatların yerine uygun kollar ikame ederek daha kullanışlı şeklini tetkik edelim: Bu alet de esasında evvelce bahsettiğimizden çok farklı değildir; yalnız (a) kolunun tesbit noktası ile (b) kolunun tesbit noktası ayrılmıştır.

Şöyleki :



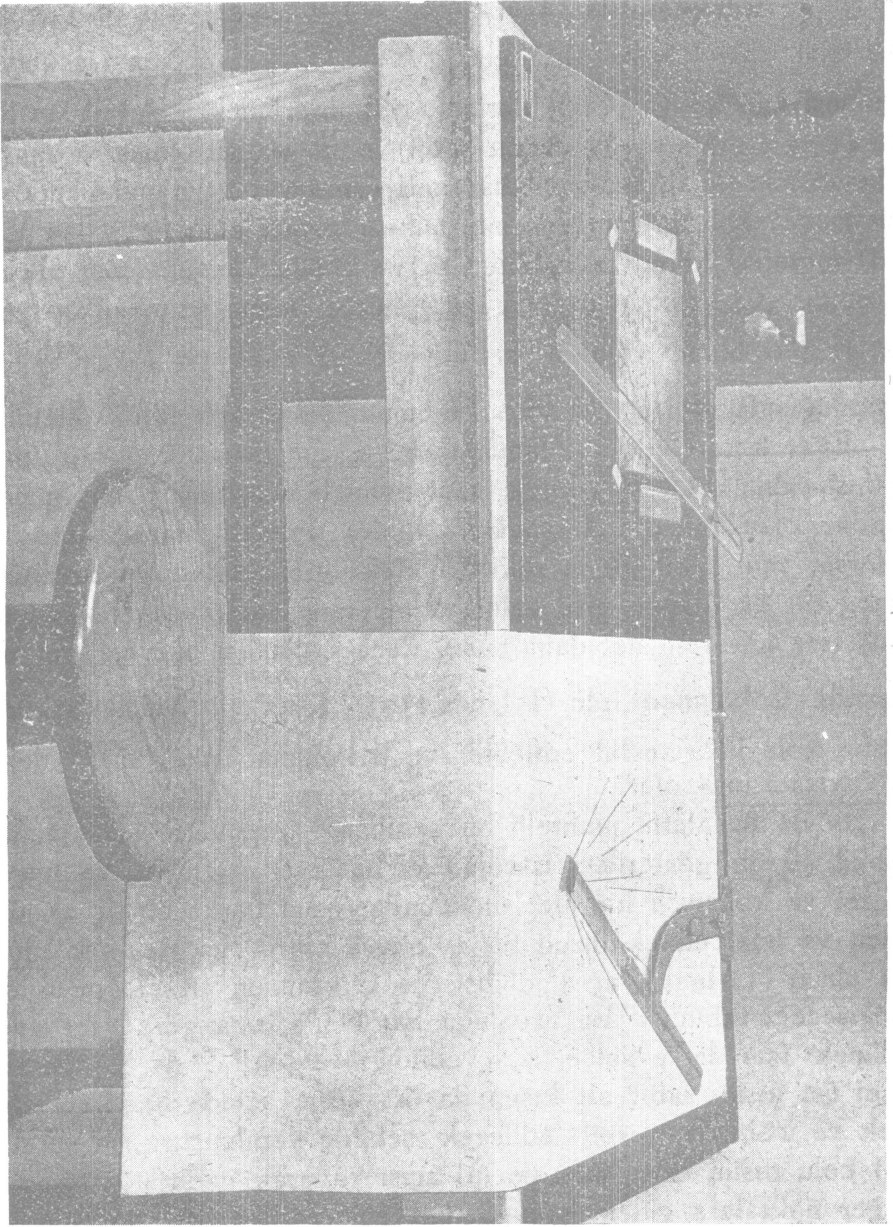
(Şekil : 8)

(a) kolunun tesbit noktası (v) resini nadir noktası olarak kaldığı halde (b) kolunun tesbit noktası, (v) resim nadir nokta-

lununda aynı miktarda $(a' a'') = (a_1 a'_1) = (b a'') = l \cdot \operatorname{tg} \alpha$ kadar hareket ederek arzu ettiğimiz $\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos t}$ denklemini sağlayabilmesi için (a) ve (C) kollarının oyuk üzerindeki uçları arasındaki $(a' a'')$ mesafesinin daima sabit ve (d) ye eşit olması lâzımdır. Bunun için de (a) kolunun hareketi esnasında ittiği milin merkezinin, (C) kolunun perçinleşmiş mihver ortası olan (a') dan tam (d) mesafesi kadar solda bir (a'') noktasına perçinlenmiş olması lâzımdır. (C) kolunun uzunluğuna gelince: Bunun da meyil zaviyesi (t) ye göre tesbit edilmesi yani $(1 - k - l \cdot \cos t) = 2 l \cdot \sin^2 \frac{t}{2} - k$ uzunluğunda olması lâzımdır. Bu umumî şekil şöyle tadil edilebilir.

Eğer $k = 0$ ve C kolunun ikinci C_2 nin ucuna kadar (d, mesafesi sabit kalacak şekilde, yani milin b ucundan C_2 nin ucuna kadar olan mesafe d olacak şekilde) dirsekli olarak alınacak olursa, yani şekil (6) yı şekil (8) deki gibi yukarı kaydırmayıp şekil (9) da olduğu gibi yalnız d mesafesi kadar sağa kaydırılmış farz edersek âlet daha basit, daha kullanışlı olur ve aynı zamanda C kolunun tulü $(1 - l \cdot \cos t) = 2 l \cdot \sin^2 \frac{t}{2}$ olacak şekilde daha kolaylıkla tesbit edilebilir ve b kolunun hareketinde daha kolaylaştırılmış olur.

Böyle bir aletin muhtelif bir şekillerde yapılması mümkündür. Şekil 10 da gösterilen, istediğimiz hususatı sağlayan ve gayet güzel ve kullanışlı bir âlet olduğundan yeni başka bir tip düşünmek ve imâl etmek fuzuli bir iş olmuş olur. Her ne tipte olursa olsun (t) meyil açısı değiştikçe C kolunun uzunluğunun da değişeceği tabiidir. Bu uzunluğu her (t) açısına göre ayar edebilmek için de evvelce izah edildiği ve şekil 9 da görüleceği gibi üst kısmı sabit alt kısmı da üst kısım içinde hareket edecek ve icabında tesbit edilecek şekilde yapılmıştır. Bu suretle (a) kolu resim esas hattı ile (α) açısı yaparak nadir noktasından diğer noktalara giden istikametleri gösterdikçe (b) koluda arazi nadir noktasından diğer noktalara giden ve hakikatte ufkî düzlemde esas hat ile hakiki (A) açılarını teşkil eden hakiki istikametleri çizerler.

Angulator

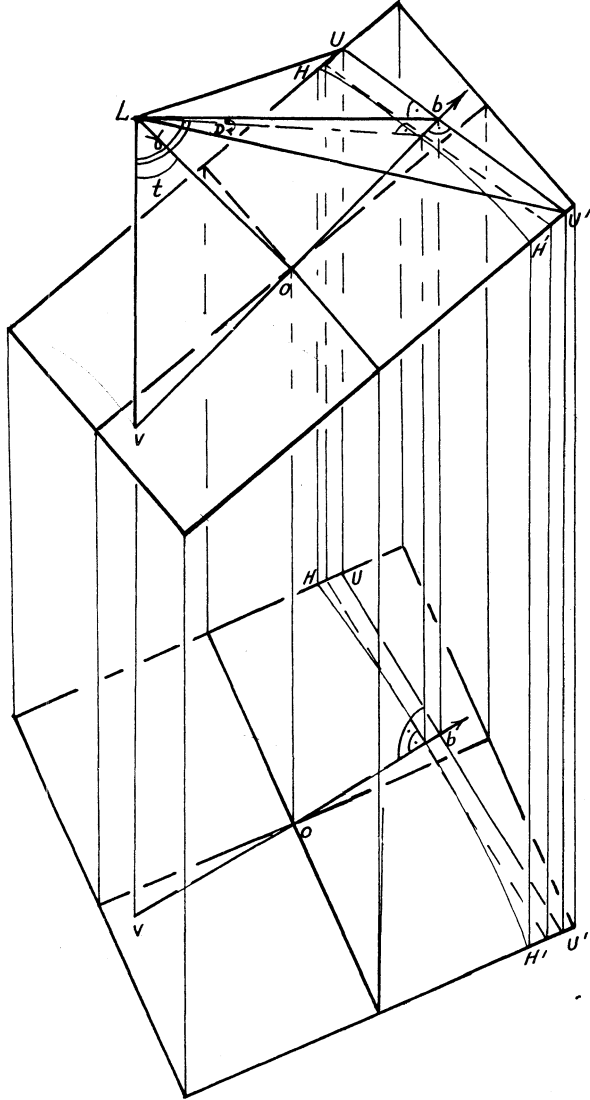
(Şekil : 10)

Yalnız resmin, (v b) esas hattı, üzerinde tam yerine konması ve cihetlendirilmesi lâzımdır. Bunun için de resim merkezinin evvelce izah edildiği gibi resim (v b) esas hattı üzerinde ve (v) nadir noktasından (v o) = f. tg t mesafesinde bir nokta üzerine gelecek ve resim esas hattının (v b) hattına intibak edecek şekilde resmin kenarlarından tersim tahtasına tesbit edilmesi ve üzerinde istenilen istikametler nakledilip tersim edilinceye kadar oynatılmaması lâzımdır. Resim esas hattını ve (v o) = f. tan t mesafesini tayin için bir çok analitik ve geometrik metodlar vardır. Resim ancan (v) noktası ve (v o) hattı tayin ve tesbit edildikten sonra âlete tesbit edilecek vaziyete gelmiş olur. Eğer resim (oblik) yani ufuk hattı resim üzerinde çıkacak şekilde alınmışsa (v o) hattının çizilmesi ve âlete tesbiti daha kolaylaşmış olur. Tamiyle geometrik esas üzerine yapılmış (Angulator) isminde yukarıda bahsettiğimiz âlet Amerika'da küçük mikyasta ve seri harta yapımında kullanılmaktadır. Gerek harp icabı seri ve az kontrol noktalarını hâvi harta yapımı için ve gerekse, Afrika, Cenubî Amerika gibi tabîi servetleri vasi ve henüz vüs'atı belli olmayan sahaların küçük mikyasta, sür'atli az resim ve az kontrol noktaları kullanarak meyilli çekilmiş resimlerden mezkûr âlet vasıtasıyla muvaffakiyetle harta yapmak mümkündür.

Resmin Oriente Edilerek Alete Tesbiti

Şekil (11) de görüleceği gibi ufuk hattına (o) resim merkezinden çizilen dik (v o) resim esas hattıdır. Çünkü L resim alma noktasından ve resim merkezi (o) dan geçen şakulî ve resme dik müstevinin resim müstevisi ile olan (v o b) kesit hattı da bu şakulî müstevi üzerinde olacağından, L noktasından geçen ufkî müstevinin resim müstevisini kestiği (u b 'u) ufkî hattına, yani hakikî ufuk hattına amuttur.

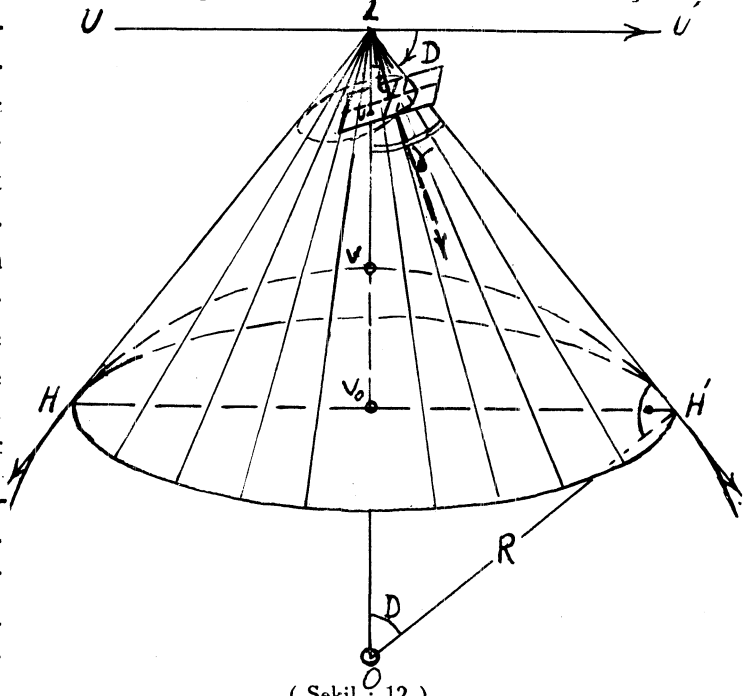
Resimde görülen (H H') ufuk hattına gelince: Biliyoruzki bir noktanın resmi demek (L) objektif noktası ile müzkûr noktayı birleştiren hattın resim müstevisini deldiği nokta demektir.



(Şekil : 11)

Şu halde, şekil (12) de de görüleceği gibi arz üzerinde hemen hemen daire şeklinde olan ufkun resmi de, bu dairenin her noktasını L objektif noktasıyla birleştiren hatların resim müstevisini deldikleri noktaları birleştiren eğridir. Daha kısası bu şua-

ların teşkil ettikleri, zirvesi L noktası olan mahrutun resim müstevisi ile olan kesit hattıdır. Bu ufkun resmi olan hat resim müstevisinin irtifana ve meyline göre muhtelif büyüklükte ve muhtelif şekilde olur. Geometridende bilindiği gibi eğer müstevi, tabana muvazi yani (yukardaki hale na-



(Şekil : 12)

zaran) ufki ise kesit hattı bir dairedir. Eğer resim müstevisi mahrutun kenarlarından birine yani herhangi bir müvellide paralel ise, kesit hattı bir «Parabel» (Kat'i mükâfi) dir. Bu iki vaziyet arasında kesit hattı bir elips (kat'i nakıs) ve dışında ise ufuk hattının resmi bir hiperbel (kat'ı zait) dir. Bu şekillerden hangisi olursa olsun ufuk hattının resmi olan $(H H')$ münhanisi (b) noktasında $(v o b)$ esas hattına da amuttur. Böylece, eğer ufkun resmi çıkmışsa, o resim merkezinden bu zahiri $(H H')$ ufkuna çizilecek dik bahsettiğimiz $(H H')$ münhanisinin eksen istikametini yani $(v o b)$ resim esas hattı istikametini verecektir. Resimdeki $(H H')$ ufuk hattının şekil ve büyüklüğü hakkında daha esaslı ve daha etraflı bir fikir edinebilmek için aynı mevzuu birde ana-

litik olarak incelemek gayet faydalı olacaktır. Evvelce bahsedildiği gibi, (v) nadir noktası mebdde, (v o) esas hattı $+y$ ve ona dik hat ta $+x$ eksenini ve bunlara tekabül eden yer üzerindeki eksenlerde $+Y$ ve $+X$ olarak gösterilirse :

$$X = \frac{(H-h)}{f \sec(t) - y \sin(t)} \cdot x \text{ ve } Y = \frac{(H-h)}{f \sec(t) - y \sin(t)} \cdot y \cos t \text{ dir.}$$

Daire denklemi $X^2 + Y^2 = S^2$ olduğundan ufuk dairesinin de denklemi $X^2 + Y^2 = S^2$ ve dolayisile

$$S^2 = \frac{(H-h)^2}{(f \sec t - y \sin t)^2} (x^2 + y^2 \cos^2 t) \text{ olur. } \left(\frac{S}{H-h} \right) = (n) \text{ ile gösterilerek bu ifade islâh edilirse :} \quad (36)$$

$$x^2 + (1 - (1 + n^2) \sin^2 t) y^2 + (2 f n^2 \operatorname{tg} t) y - n^2 f^2 \sec^2 t = 0 \text{ şeklini alır.} \quad (37)$$

Şekil 12 incelenirse görülürki :

$$\cos D = \frac{R}{(H-h) + R} = \frac{1}{1 + \frac{H-h}{R}} \text{ dir.}$$

$$\frac{(H-h)}{R} \text{ çok küçük (azami 0.001) olduğundan,}$$

$$\cos D = 1 - \frac{(H-h)}{R} > 0.999 \text{ dur.}$$

$$\text{veya daha sahih olarak, } D' = \varrho' \sqrt{\frac{2(1-2m)}{R}} \sqrt{h} \quad (38)$$

$$D = 10'6.55 \sqrt{h} \text{ (m=0.075 ve R=6370 Km.) dir.}$$

Bu da gösteriyorki (D) düşey açısı gayet küçük bir açıdır ve bu sebeplede $\sin D = D$ ve $S = R$. $\sin D = RD = S'$ olarak alınabilir. binnetice $S = S'$ ve $LV_0 = LV = (H-h)$ dir. Gene şekilde de görüldüğü gibi,

$$\cot D = \operatorname{tg} \gamma = \frac{S}{LV_0} = \frac{S}{H-h} = n \text{ dir. Bu kıymeti bulduğumuz}$$

ufuk resim münhanisi denkleminde yerine korsak :

$$x^2 + \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\cos^2 \gamma}\right) y^2 + (2 f n^2 \operatorname{tg} t) y - n^2 f^2 \sec^2 t = 0 \text{ veya}$$

$$x^2 + \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\cos^2 \gamma}\right) y^2 + \left(2 \frac{f S}{H-h} \cdot \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} t\right) y - \frac{S^2 f^2}{(H-h)^2} \cdot \sec^2 t = 0$$

olur. $\frac{f}{(H-h)} = M = \text{mikyasa olduğundan}$ $\frac{f}{(H-h)} \cdot S = MS = s$ dir.

Bu kıymetler yerlerine konursa denklem,

$$x^2 + \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 D}\right) y^2 + (2 s \cot D \operatorname{tg} t) y - s^2 \sec^2 (t) = 0 \text{ veya}$$

$$x^2 + \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\cos^2 \gamma}\right) y^2 + (2 s \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} t) y - s^2 \sec^2 t = 0 \text{ olur} \quad (39)$$

muayyen bir irtifadan alınmış bir resim için γ ve s sabittirler; Emsallerden mütehavvil olan yıldız (t) meyil açısıdır. Bu sebeple resim alma meyil açısı (t) değıştikçe ufkun resmi olan münhani-
ninde şekli değışecektir. Şimdi (t) nin muhtelif kıymetleri için bu münhaniyi inceleyelim :

I — Resim ufki çekilir, yani $t = 0$ olursa : Denklem,

$$x^2 + y^2 = s^2 \text{ şekline girerki buda yarı çapı } s = \frac{f}{H-h} \cdot S = M \cdot S \quad (40)$$

olan bir dairedir. Yani arazide yarı çapı S olan ufuğun $\frac{f}{H-h}$ mikyasında küçültölmüş şeklidir.

$$\text{II} — t = \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = D \text{ olursa } 1 - \frac{\sin^2 t}{\cos^2 \alpha} = 1 - 1 = 0$$

olacağından denklem, $x^2 + 2 sy - s^2 \sec t = 0$ olur. (41)
buda eksen (v o b) esas hattı olan bir parabel (kat'i mükâfi) dir.

III — Eğer resim $t < \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$ yani $t < D$ olacak şekilde alınırsa (y^2) nin emsali müsbet olacağından, (42)

$$x^2 + \left(1 - \frac{\sin^2 (t)}{\cos^2 (\gamma)}\right) y^2 + (2 s \operatorname{tg} (\gamma) \cdot \operatorname{tg} (t)) y - s^2 \sec^2 (t) = 0$$

denkleminde de anlaşılacağı gibi, ufuk'un resmi olan münhani eksen (v o b) esas hattı olan bir Elips (kat'i nakıs) dır.

IV — Eğer resim yukarıda açıklanan haller dışında,

$$t \neq 0 \text{ ve } t > \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) \text{ yani } t > D \text{ olacak şekilde alınırsa,}$$

$\sin(t) > \cos(\alpha)$ ve dolayısıyla (y^2) nin emsali $\left(1 - \frac{\sin^2(t)}{\cos^2(\alpha)}\right)$ menfi olacağından mezkûr münhaninin denklemi, (43)

$$x^2 - \left(\frac{\sin^2(t)}{\cos^2(\alpha)} - 1\right) y^2 + (2 s \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(t)) y - s^2 \sec^2(t) = 0$$

şeklini alır ki bu da eksenini (v o b) esas hattı olan bir hiperbel (kat'i zait) münhanini gösterir.

(H) resim alma yüksekliği bir çok şeraitle tahdid edildiğinden resimler umumiyetle O mevkideki yer yüzünden 4000-5000 metre yükseklikte ve ender hallerde askerî ve istikşafî maksatlar için takriben 6000 metre yükseklikten alınırlar.

Bu yükseklik için (D) ufuk düşey açısı denklem (38) ze nazaran azamî $2.5^\circ - 3^\circ$ kadardır. Bu sebeple (L) objektif noktasından geçen şakulle (L H) ufuk hattı arasındaki (γ) açısı,

$$\gamma = \left(\frac{\pi}{2} - D\right) \text{ olduğunna, asgarî } 87^\circ \text{ dir.}$$

Şimdi şekil incelenirse görülürki, $t + \alpha = \gamma = \frac{\pi}{2} - D$ ve γ da $(\gamma > 87^\circ)$ 87° dereceden büyük olduğundan, ufuk hattı resminin. resim üzerinde çıkabilmesi için $t > 87^\circ - \alpha^\circ$ yani (t) meyil açısının $(87^\circ - \alpha^\circ)$ den büyük olması lâzımdır. Burada (α) objektif açısının yarısıdır ki havadan resim alma maksadı için kullanılan kamaralardaki, (metrogon, topogon, ilah.) geniş açılı adeselerde dahi $(2 \alpha \text{ azamî } 90^\circ \text{ olduğundan})$ 45° derecedir.

Hulâsa olarak :

Resim müstevisi ufuk'un resmini ihtiva edinceye kadar uzatılmış olduğu farzedildiği takdirde :

$t = 0$, yani resim sathı ufkî olmuş olsa, ufuk'un resmi bir daire olurdu.

$t < \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$ yani $t < D$ olmuş olsa ufuk'un resmi elips (kat'i nakıs) olur.

Düzeltilmeler

Sahife	Satır	Doğruları
8	15	Alındığı
10	3	$\begin{cases} X_p = \frac{H-h}{f} x_p \\ Y_p = \frac{H-h}{f} y_p \\ D = \frac{H-h}{f} d \end{cases}$
11	13	$Y'_B = \frac{H' - h_B}{f} y'_b$
11	15	$D' = \sqrt{(X_B^1 - X_A^1)^2 + (Y_B^1 - Y_A^1)^2}$
11	24	$\frac{D}{D'} = \frac{H - h_m}{H' - h_m}$
15	2	$Y_1 = \frac{H-h}{f} y_1$
16	17	$\Delta p = b_1 \frac{\Delta h}{H - h_1 - \Delta h}$
17	19	$\left\{ D = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \right.$
18	17	
22	19	$D = \sqrt{\overline{\Delta X^2} + \overline{\Delta Y^2}} = \sqrt{(X'_2 - X'_1)^2 + (Y'_2 - Y'_1)^2}$
22	21	$D' = \sqrt{\overline{\Delta X^2} + \overline{\Delta Y^2} + \overline{\Delta h^2}}$
24	Şekil (5)	o v üzerindeki (m) noktası (n) olacak.

$t = \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) = D$ olmuş olsa, ufuk'un resmi paralel (kat'î mükâfi) olur.

$t > \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right)$ yani $t > D$ olmuş olsa, ufuk'un resmi hiperbel (kat'î zait) olur.

Ve bu dört halde de ufuk'un resmini gösteren münhaninin eksenini (v o b) esas hattı olurdu. Bu sebeple de eksen, yani (O) resim merkezinden geçen esas hat, münhaniye kesit noktasında dik olur ve bilmukabele (o) dan mezkûr münhaniye çizilecek dik te resim esas hattı olmuş olur.

Bu sebepledirki ufuk resminin alınabilmesi için $t > (87^\circ - 45^\circ)$ yani meyil açısının muhakkak (42°) veya daha emin bir kıymetle (45°) den fazla olması lâzımdır. Bu halde ise evvelce açıklandığı gibi $t = 45^\circ > 3^\circ$ olacağından ufuk hattının resmini gösteren münahani bir hiperbel (kat'î zait) dir. Netice olarak ufkun zahiri resmi daima bir hiperbeldir ve resmin merkezinden bu hiperbel'e çizilen dik te resim esas hattıdır. Hakikî ufuk hattı da resim esas hattına (o) resim merkezinden itibaren $(o b) = f. \cot t$ mesafede çizilen dik hat ve $(o v)$ mesafesi de $(f. \tg t)$ olduğundan $(v b) = f. (\tg t + \cot t) = \frac{2 f}{\sin (2 t)}$ olmuş olur. Bu bulunan (o b) ve (v b) uzunlukları ve (v o b) resim esas hattı yardımı ile resmi alete doğru olarak tesbit etmek gayet kolaylaşmış olur.

