Almanyanın mebde noktasında şakul inhirafı ve elbe şarkındaki memleket şebekesinin cihetlenmesi

Yazan: Dr. K. Ledersteger

Tercüme eden: Yk. Müh.
M. Ali Erkan

Almanya memleket şebekesi, avrupanın merkezindedir. Bu yüzden bütün avrupa nirengilerinin birleşmesinde esas olmağa, yani düğüm noktası olmağa en müsaittir. Bu itibarla; Bessel Ellipsoidi üzerindeki mevki ve cihetinin astronomik rasatlarla kontrol edilmesi muhakkak lâzımdır. Potsdam mebde noktasında biraz fazlaca da olsa mutlak bir şakul inhirafının mevcut olması okadar ehemmiyeti haiz değildir.

Buna mukabil mevcut olacak semt hatası birleştirilecek şebekelerin vüsati nisbetinde fahiş hataları mucip olacaktır.

Tabiî; ameli bir takım sebepler yüzünden; hesab (referenz) sathı üzerinde memleket şebekesinin en eyi mevkiini ve cihetini bulduk diye şebeke noktalarının koordinelerini yeni baştan hesaplıyacak degiliz. Bu vaziyet şebekeleri rabt için metod intihabında nazarı itibare alınacaktır. Bu yazı memleket şebekelerinin mevki ve cihetinin kontroluna dairdir ve geçende yeni hesap edilen Elbe şarkındaki kısmına münhasırdır. Bu kısımda potsdam jeodezi Enstitüsü tarafından yeni tesis edilmiş 34 adet astronomi istasyonu mevcuttur [1] ilaveten bir kaç tanede yeni ilave edilen şebeke kısımlarına ait eski Polonya Laplace-noktası vardır. Basit

[1] 1923-1937 senelerinde yapılan I inci derece Astronomik-jeodezi işleri. Potsdam jeodezi Enstitüsü neşriyatından yeni seri No, 109, 1938,

takribi bir usul maksadımıza temamen kâfidir [2]. Bu usul. eski Viyana askerî coğrafya enstitüsünün; eski Tuna kırallığı arazisine ait; Astronomik - jeodezik mesaisinde, muvaffakiyetle tatbik edildi φ, λ, α jeodezik ve φ', λ', α' astronomik arz tul ve semt olsun. φ', λ' rasadları yapılan bütün astronomi istasyonlarından, kapalı şebekenin heyeti mecmuasının meb'de noktasında maruz kalacağı $d\varphi_0$ ve $d\lambda_0$ kayma mıktarları; kaydırmadan sonra jeodezik arz ve tuller azamî imkân dahilinde astronomik kıymetlere tekarrüp edecek şekilde, yani baki kalacak hataların murabbaları mecmuu asgarî olacak şekilde; tayin edilirler.

Yani:

$$\Sigma_k \left(\Delta\varphi_k^2 + \Delta\lambda_k^2 \cos^2\varphi_k\right) = \text{aşgari olacak} \qquad (1)$$

demektir. Astronomik rasatlarının hataları ihmal edileceğinden bakî kalacak şakul inhiraflarının hadleri şunlardır:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi_k &= (\varphi_k' - \varphi_k) \quad d\varphi_k \\ \Delta\lambda_k &= (\lambda_k' - \lambda_k) - d\lambda_k \\ \Delta\alpha_k &= (\alpha_k' - \alpha_k) - d\alpha_k \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Helmertin jeodezi hattına dair Differential formüllerindeki emsallar kürevi hesap edilerek:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi_k &= (\varphi_k' - \varphi_k) - \cos l \, d\varphi_0 + \sin l \cos\varphi_0 \, d\alpha_0 \\ \Delta\lambda_k &= (\lambda_k' - \lambda_k) \quad d\lambda_0 - \sin l \operatorname{tg}\varphi_k \, d\varphi_0 + (\sin\varphi_0 - \cos\varphi_0 \operatorname{tg}\varphi_k \cos l) \, d\alpha_0 \\ \Delta\alpha_k &= (\alpha_k' - \alpha_k) - \sin l \sec\varphi_k \, d\varphi_0 - \cos l \cos\varphi_0 \sec\varphi_k \, d\alpha_0 \end{aligned}\right\} (3)$$

bulunur. Burada l jeodezik tul farkı $l = (\lambda_k - \lambda_0)$ dir.

---

[2] K. Ledersteger : Austurya - Macaristan askerî nirengisinin şakul inhirafı sistemi.

Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, sene 1943, 3 üncü nusha sahife 78

Sağdaki küçük hadlerde birinci tekarrüp olarak

$$\left.\begin{aligned} d\varphi_0 &= \frac{1}{n}\sum_1^n (\varphi'_k - \varphi_k) \\ d\lambda_0 &= \frac{1}{n}\sum_1^n (\lambda'_k - \lambda_k) \\ d\alpha_0 &= \frac{1}{n}\sum_1^n (\alpha'_k - \alpha_k) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

vaz edilerek ve:

$$\left.\begin{aligned} (\varphi'_k - \varphi_k)_1 &= (\varphi'_k - \varphi_k) + \sin l \cos\varphi_0\, d\alpha_0 \\ (\lambda'_k - \lambda_k)_1 &= (\lambda'_k - \lambda_k) - \sin l\, \mathrm{tg}\, \varphi_k d\varphi_0 + (\sin\varphi_0 - \cos\varphi_0 \mathrm{tg}\,\varphi_k \cos l) d\alpha_0 \\ (\alpha'_k - \alpha_k)_1 &= (\alpha'_k - \alpha_k) - \sin l \sec\varphi_k\, d\varphi_0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

şeklinde ifade edilerek (1) numrolu asgarî şartı hal edilirse:

$$\left.\begin{aligned} [\cos^2 l]\, d\varphi_0 &= [\cos l (\varphi'_k - \varphi_k)_1] \\ [\cos^2\varphi_k] d\lambda_0 &= [\cos^2\varphi_k (\lambda'_k - \lambda_k)_1] \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

elde edilir. Şebekenin meb'de noktasındaki $d\alpha_0$ dönüklüğü şimdi laplace farkları (Laplaceschen Widersprüche) murabbaları mecmuunun asgarî olması şartından istihraç edilecektir.

$$\text{Esas} \quad W_k = (\alpha'_k - \alpha_k - (\lambda'_k - \lambda_k) \sin\varphi_k \qquad (7)$$

$$\text{farkları} \quad \overline{W}_k = \Delta\alpha_k - \Delta\lambda_k \sin\varphi_k \qquad (8)$$

şekline inkilap eder. (3) ve (5) numarolu düstürlardan:

$$\overline{W}_k = (\alpha'_k - \alpha_k)_1 - \cos l \cos\varphi_0 . \sec\varphi_k\, d\alpha_0 - \Delta\lambda_k \sin\varphi_k = a - b\, d\alpha_0 \quad (8a)$$

bulunur. Burada: $a = (\alpha'_k - \alpha_k)_1 - \Delta\lambda_k \sin\varphi_k$

$b = \cos l . \cos\varphi_0 \sec\varphi_k$ ye delalet eder.

$[\overline{W}_k \overline{W}_k] =$ asgarî, (9) şartından $d\alpha_0 = \dfrac{[ab]}{[bb]}$ } (10)

elde edilir. Lâzım olan izahat ve hesap neticeleri makalenin sonuna doğru konulmuş olan ve iki sahifeden ibaret olan tabelelerde münderiçtir.

Memleket şebekesinin meb'de noktası olan potsdam jeodezi Enstitüsündeki «Helmerttrum» un astronomik kıymetlerini, Kohlschütter [3] in bir yazısından alıyorum:

$$\left.\begin{array}{rl} \varphi'_0 = & 52^\circ\ 22'\ 54''.81 \\ \lambda'_0 = & 13^\circ\ 04'\ 01''.72 \\ \text{semt, potsdam - Golmberg } \alpha'_0 = & 154^\circ\ 47'\ 33''.61 \end{array}\right\} \quad (11)$$

Evvelce, Berlin - Schulin irtibat zincirinin rabıt şartlarını ihtiva eden müvazanesinden bulunan ve 1923 senesinde mesaha komisyonu tarafından kabul edilen jeodezik meb'de kıymetleri yeni muvazene neticesinde biraz değişti ve şu kıymetleri aldı:

$$\left.\begin{array}{rl} \varphi_0 = & 52^\circ\ 22'\ 53''.9540 \\ \lambda_0 = & 13^\circ\ 04'\ 01''.1527 \\ \alpha_0 = & 154^\circ\ 47'\ 32''.19 \end{array}\right\} \quad (12)$$

Bu suretle daha başlangıçta Helmerttürm (Helmert kulesi) da mevcut olan şakul inhirafı komponentleri

$$\left.\begin{array}{rl} (\varphi' - \varphi)_0 = & +\ 0''.86 \\ (\lambda' - \lambda)_0 = & +\ 0''.57 \\ (\alpha' - \alpha)_0 = & +\ 1''.42 \end{array}\right\} \quad (13a)$$

dir. Bu kıymetlerden laplace farkı:

$W_0 = (\alpha' - \alpha)_0 - (\lambda' - \lambda)_0 \sin \varphi_0 = +\ 0'',97$ (13b) bulunur.

Bizim elimizde meb'de noktası etrafında çoğaltmış ve adedi 35 i bulan astronomi noktalarına ait malumattan (4) e gö hesaplanan birinci tekarrüp kıymetleri:

$$\left.\begin{array}{rl} d\varphi_0 = & -\ 1''.41 \\ d\lambda_0 = & -\ 2''.44 \\ d\alpha_0 = & +\ 1''.31 \end{array}\right\} \quad (14)$$

dir.

---

[3] Kohlschütter: Alman nirengisinin meb'de noktasının koordineri «Zeitschr. F, Vermessungsnvesen, 1924, S. 321-324.

Rugard istasyonunun arza ait şakul inhirafı mevcut degildir. Bunun için bu noktayı terk ediyoruz ve geri kalan 34 istasyondan (6) ye göre şebeke kayması:

$$\left.\begin{aligned} d\varphi_0 &= -\ 1'',38 \\ d\lambda_0 &= -\ 2'',58 \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

hesaplıyoruz. Bakı kalan şakul inhirafları bu makalenin sonuna doğru derç edilmiş tabelelerde $\Delta\varphi_k$ $\Delta\lambda_k$ ile gösterilmişlerdir. Şebeke dönüklüğünün hesabı için elde 26 istasyon mevcuttur. (10) müsavatından

$$d\alpha_0 = +\ 0'',67 \qquad (16)$$

bulunur.

Laplace farklarının (Laplacesıhe Widerprüche) murabbaları mecmuu

$$\left.\begin{aligned} [W_k\ W_k] &= 261,5 \\ [\overline{W}_k\ \overline{W}_k] &= 75,5 \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

ye iner. Potsdam meb'de noktası için en müsait olarak:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_0 + d\varphi_0 &= 52^\circ\ 22'\ 52''57 \\ \lambda_0 + d\lambda_0 &= 13^\circ\ 03'\ 58''56 \\ \alpha_0 + d\alpha_0 &= 154^\circ\ 47'\ 32''86 \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

kıymetleri bulunur. Bu kıymetlerin delalet ettigi şakul inhirafı:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi_0 &= \xi = +\ 2''.24 \\ \Delta\lambda_0 &= \zeta = +\ 3''.15 \\ \Delta\alpha_0 &= \quad\ +\ 0''.75 \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

ve bakı kalan laplace farki

$$\overline{W}_0 = -\ 1''.74 \qquad (20)$$

Laplace farkının nazarı dikkati calip şekilde $-\ 2''.71$ değişmesi vasatisi $+\ 2'',58$ tutan esas laplace farklarının sistamatik karakterıne uygundur. Sarih şakul inhirafı komponentleri elde etmek için nihai W_0 farkını temamile astronomik meb'de kıymetlerine yükletirsek ve semt rasadının veznini 1, tul rasadının veznini 4, kabul edersek; astronomik rasadların $\delta\alpha$ ve $d\lambda$ tashih mıktarları için:

$$\delta\alpha_0' - \delta\lambda_0' \sin\varphi_0 = \overline{W}_0 \qquad (21)$$

düsturündan; başlangıçta zikredilen Avusturya-Macaristanın askerî nirengisinin şakul inhirafı sistemi hesabında takip edilen yolda

$$\left.\begin{array}{ll} & \delta\alpha_0' = +1.''51\,,\ \delta\lambda_0' = -0.''30 \\ \text{ve böylece:} & \Delta\lambda_0 = +2.''85\,,\ \Delta\alpha_0 = +2.''26 \\ \text{yahut}\quad : & \eta_0 = +1''.74 \end{array}\right\} \quad (22)$$

hesap edilir.

Bu kıymetler $\Delta\varphi_k$ ve $\Delta\lambda_k$ da mündemiç şakul inhirafı sistemi hakkında bir hüküm vermeğe yararlar. Eski alman meb'de noktası Rauenberg de şakul inhirafı müteaddit defalar tayin edilmiştir. Şakul inhirafının tayini avrupanın geniş sahalarını kaplayan bir şakul inhıraf sistemine istinat ettiğinden Rauenberg şakül inhirafına muayyen bir dereceye kadar mutlak nazarile bakılabilir.

Rauenberg ile potsdam arasındaki münasebeti krüger [4]

$$\left.\begin{array}{l} \xi_0 = +0''.673 + 1.0000\ \xi_R + 0.0026\ \zeta_R \\ \zeta_0 = -0''.675 - 0.0097\ \xi_R + 0.9066\ \zeta_R \end{array}\right\} \quad (23)$$

olarak tesis etti. Bunun aksi

$$\left.\begin{array}{l} \xi_R = -0''.674 + 1.0000\ \xi_0 - 0.0026\ \zeta_0 \\ \zeta_R = +0''.670 + 0.0097\ \xi_0 + 1.0035\ \zeta_0 \end{array}\right\} \quad (23a)$$

müsavatında 12 ve 22 numrolu müsavatlardaki $_0$ ve ζ_0 kıymetleri vazedilirse:

[4] L. Krüger: Prusya mesahasının eski ve yeni meb'de noktaları arasında münasebet Astr. Nachr. Jubilânms - Nr. Sahife 16-18

$$\xi_R = + 1''.56\ ,\ \zeta_R = + 3''.55 \qquad (24a)$$

bulunur, mukayese için diger şahıslar tarafından bulunmuş kıymetleri de yazalım.

Berroth [5] tarafından istihraç edilen şakul inhirafı kıymetleri

$$\xi_R = + 2''.40\ ,\ \zeta_R = + 3''.31 \qquad (24b)$$

ve Avusturya Macaristan askerî nirengisi şakul inhirafı sisteminden hesap edilen kıymetler şunlardır:

$$\xi_R = + 2''.10\ ,\ \zeta_R = + 4''.22 \qquad (24c)$$

kıymetler arasında kâfi bir uyarlık vardır denebilir.

Başlangıçta zikredildiği gibi nazarı dikkatımizi bilhassa semte çekeceğiz. Burada istinada şayan bir netice elde etmek için, hesap yalnız 25 Laplace noktası dahil olarak tekrar edildi ve

$$\left.\begin{aligned} d\varphi_0 &= -\ 2''.09 \\ d\lambda_0 &= -\ 1''.74 \\ d\alpha_0 &= +\ 1''.38 \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

bulundu. Bu şekil hesaplardan ve netice bekleneceği; hatayı vasatı hesap etmekten ziyade: bulunan neticeyi evvelki neticelerle karşılaştırmakla daha eyi anlaşılır. Bu noktai-nazarla şarkî Elbe şebekesinin cihetlenmesi mükemmeldir denebilir. Bu itibarla diger şebekelerin raptında ileri geri düşünmeğe lüzum yoktur.

Jeodezi Enstitüsü tarafından yapılân rasatlar; mevzii degişikliklerinin tesirini azaltmak maksadile; Kohlschütterin teklifi ile guruplara ayrılmıştır.

---

[5] A. Berroth: istimal edilen Ellipsoidler ve şakul inhirafları. Prusya jeodezi Enstitüsü neşriyatindan, yeni seri Nr. 86, Berlin 1922

Bu vakia; elde edilen şakul inhirafı sisteminin dahi uygunluğunun kontroluna müsaade eder. Grupları aşağıdaki şekilde teşkil edebiliriz:

Grup I $= 50^\circ 20'$, $\lambda = 18^\circ 26'$)

1. Rodenbach (Jankowitz)	$\Delta\varphi = +2{,}37$,	$\Delta\lambda = -3{,}67$,	$\Delta\alpha =$
2. Langenfeld	$+4{,}19$	$+0{,}23$	$-2{,}31$
5. Stroppendorf (Ostroppa)	$+0{,}47$	$-4{,}47$	$-5{,}34$
6. Rudgershagen (Rudzinitz)	$+1{,}59$	$-4{,}33$	
7. Randsdorf (Wieschowa)	$+1{,}69$	$-4{,}77$	$-3{,}20$
8. Annaberg	$-0{,}27$	$-4{,}83$	
9. Steinrück (Giegowitz)	$+1{,}77$	$-2{,}30$	$-3{,}46$
vasati	$\Delta\varphi = +1{,}69$,	$\Delta\lambda = -3{,}45$,	$\Delta\alpha = (-3{,}58)$

Grup II ($\varphi = 50^\circ 14'$, $\lambda = 17^\circ 08'$)

3. Schneeberg	$\Delta\varphi = +\ 4{,}47$,	$\Delta\lambda = -3{,}45$
4. Bischofskoppe	$+12{,}88$	$+3{,}44$
vasati	$\Delta\varphi = +\ 8{,}68$,	$\Delta\lambda =\ 0{,}00$

Grup III ($\varphi = 51^\circ 42'$, $\lambda = 15^\circ 59'$)

12. Totenberg	$\Delta\varphi = +2{,}61$,	$\Delta\lambda = +3{,}16$,	$\Delta\alpha = +1{,}15$
13. Schellenberg	$+2{,}76$	$+1{,}11$	$+1{,}07$
14. Meiseberg	$+2{.}92$	$-2{,}12$	$-2{,}15$
vasati	$\Delta\varphi = +2{,}76$,	$\Delta\lambda = +0{,}72$,	$\Delta\alpha = +0{,}02$

Grup IV ($\varphi = 52^\circ 16'$, $\lambda = 13^\circ 03'$)

15. Golmberg	$\Delta\varphi = +5{,}95$,	$\Delta\lambda = +1{,}13$,	$\Delta\alpha = +0{,}13$
16. Potsdam	$+2{,}24$	$+3{,}15$	$+0{,}75$
17. Götzerberg	$+1{,}37$	$+2{,}24$	$-0{,}55$
vasati	$\Delta\varphi = +3{,}19$,	$\Delta\lambda = +\ 2{,}17$,	$\Delta\alpha = +0{,}11$

Grup V ($\varphi = 53^\circ 13'$) $\lambda = 15^\circ 39'$)

18. Bärfelde	$\Delta\varphi = -0{,}30$,	$\Delta\lambda = +3{,}12$,	$\Delta\alpha = +3.28$
19. Turmberg (Tütz)	$-3{,}25$	$-2{,}10$	$-2{,}09$
20. Kleistberg	$-4{,}27$	$-0{,}60$	$-2{,}30$
vasati	$\Delta\varphi = -2{,}61$,	$\Delta\lambda = +0{,}14$,	$\Delta\alpha = -0{,}37$

Grup VI ($\varphi = 54^\circ 28'$, $\lambda = 10^\circ 48'$)

24. Hessenstein	$\Delta\varphi = -3{,}47$,	$\Delta\lambda = +2{,}06$,	$\Delta\alpha = +4{,}42$
25. Grossenbrode	$-2{,}22$	$+2{,}32$	
27. Stabersdorf	$-3{,}26$	$-0{,}61$	
30. Püttgarden	$-3{,}38$	$+2{,}52$	
33. Rost	$-5{,}83$	$+2{,}99$	$+5{,}23$
vasati	$\Delta\varphi = -3{,}63$,	$\Delta\lambda = +1{,}86$	

Grup VII ($\varphi = 54^\circ 30'$, $\lambda = 13^\circ 21'$)

22. Galgenberg	$\Delta\varphi = -3{,}75$,	$\Delta\lambda = +4{,}38$,	$\Delta\alpha = +5{,}78$
26. Rugard		$+6{,}17$	$+7{,}01$
31. Hiddensee	$-2{,}36$	$+5{,}08$	$+6{,}11$
34. Arkona	$-2{,}15$	$+6{,}21$	$+5{,}95$
vasati	$\Delta\varphi = -2{,}75$,	$\Delta\lambda = +5{,}46$,	$\Delta\alpha = +6{,}21$

Grup VIII ($\varphi = 54^\circ 33'$, $\lambda = 17^\circ 28'$)

23. Mellin	$\Delta\varphi = -5{,}05$,	$\Delta\lambda = +2{,}52$,	$\Delta\alpha = +2{,}25$
28. Priemberg	$-3{,}15$	$+-0{,}54$	$+0{,}44$
32. Revekol	$-4{,}65$	$+6{,}43$	$+4{,}45$
35. Wittenberg	$-3{,}43$	$+6{,}17$	$+6{,}57$
vasati	$\Delta\varphi = -4{,}07$,	$\Delta\lambda = +3{,}92$,	$\Delta\alpha = +3{,}43$

Şakul inhiraflarının fiziki manasını araştırmak maksadımız olmadığından dahili uygunlugunu tesbit ile iktifa edecegiz. Grup halindeki tanzim, mukabil semtlerinde rasad edilmesi neticesine lüzüm gösterir.

Fakat bütün mesahalar, mukabil semtler dahil edilmeyerek kıymetlendirildiğinden, mukabil semtlerin bahşettigi kontrollardan istifade edilmedi. mamafi; mukabil semtlerin kıymetlendirilmesi ancak lüzümsuz bir tashihi mücip olurdu. Bahsin sonunda bu mevzua tekrar temas edeceğiz.

Bundan başka, grupların vasatisi ve bilhassa bariz olarak; coğrafî arzlara göre tanzim edilmiş tabelelerdeki; şakul inhirafının $\Delta\varphi$ komponentleri, göze çarpan bir sistematik şekil gösterirler. yani $\Delta\varphi$ mıktarlarının şimalden cenuba dogru büyüdügü aşikâr olarak görülür. Tuldeki şakul inhirafı için şarktan garbe doğru bir büyüme his edilirse de bu hal $\Delta\varphi$ de olduğu kadar bariz değildir.

Bu halden, Geoidin meridiyan istikametinde, Ellipsoid den daha az büyük olduğu manası çıkarılabilir. Hadisenin arz dairesi istikametinde de mevcudiyeti anlaşılabilirse, bu hali, Referenzellipsoidin nısıf mihverini daha büyük farz etmekle izale etmek mümkün. Fakat; nisbeten vüs'ati az olan şebekelere istinaden şebekelere en uyğun Ellipsoidleri hesaba kalkışmağa mani başlıca iki mülahaza mevcuttur. Evvela: şahsi olarak her memleket nirengisine göre bir referenzellipsoidi icadı modern gayretlere mugayirdir. Modern efkâr mesahaya esas. olacak bir tek referenzellipsoid kabül etmek ve bütün avrupa nirengilerini birleştirmek istiyor. Saniyen: biz Geoid ile Referenz sathı arasında olması muhtemel sistematik şakul inhiraflarını farazi olarak kabüle mecburuz

Referenzellipsoidin parametrelerinde vaki olacak daimî tahavvül bu şakul inhiraflarını örtebilir ve bu da Geoid teharrisinin zararına olur. Binaenaleyh: pratik ve ilim ayni şekilde; vüsati ez olan araziye en iyi intibak eden Ellipsoidi kullanma usulüne mutarızdır. Bu sebebten biz aşağıda yalnız tesiri tahmine çalışacağız ve (Basıklık = Applatung) tehavvülünü daha başlangıçta nazarı itibare alacağız, zira; şebekenin vüsati az olduğundan hesap esnasında Applattungun itimada şayan şekilde tayinine imkân yoktur.

Şimdi (3) numrolu müsavatının ilk iki muadelesini nazarı itibara alalım ve sağ taraflara $P_5 \frac{da}{a}$ ve $q_5 \sec \varphi_k \frac{da}{a}$ hadlerini ilave edelim.

En eyi uygun Ellipsoide nazaran şakul inhiraflarına $\Delta\varphi_k$ va $\Delta\lambda_k$ dersek ve mebde noktasındaki şakul inhiraflarını sabit kabül edersek:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi_k &= \Delta\varphi_k + P_5 \frac{da}{a} \\ \Delta\lambda_k &= \Delta\lambda_k + q_5 \sec \varphi_k \frac{da}{a} \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

bulunur. Burada Helmerte [6] göre

$$\left.\begin{aligned} P_5 &= (\varphi_k - \varphi_0'') - \frac{l''^2 \sin(\varphi_0 + \varphi_k)}{4\rho''} \\ q_5 &= l'' \cos \varphi_0 \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

konacaktır. En uygun Elipsoide nazaran şakul inhirafları için (1) numrolu asgari şartı:

$$F = \Sigma\left[(\Delta\varphi_k + P_5 X)^2 + (\Delta\lambda_k + q_5 X \sec \varphi_k)^2 \cos^2 \varphi_k\right] = \text{asgari} \quad (1\,a)$$

olur. Müştakkını alarak:

$$\frac{1}{2}\,\frac{dF}{dx} = 0 = \Sigma\left[(\Delta\varphi_k + P_5 X) P_5 + \cos^2\varphi_k (\Delta\lambda_k + q_5 X \sec\varphi_k)\, q_5 \sec \varphi_k\right)$$

$X = \frac{da}{a}$ meçhülünün tayinine yarayan

müsavat: $$\frac{da}{a} = - \frac{[P_5 \Delta\varphi_k + q_5 \cos\varphi_k \Delta\lambda_k]}{[P_5 P_5 + q_5 q_5]} \quad (28)$$

adedi olarak: $$\frac{da}{a} = + 0.0002444 \quad (29\,a)$$
elde edilir.

---

[6] Helmert: sakul inhirafları, Heft I, ilave cetvelinin 3/4 sahifesinde.

buradan da Bessel Ellipsoidi nısıf mihveri için:

$$a = 6377.397 \text{ Km.}$$

tul tehavvülü: $da = + 1.559$ Km. (29b)

bulunur.

Bu hesaba ait $\Delta\varphi_k$ ve $\Delta\lambda_k$ şakul inhiraflarını tabellenin son iki sutününda bulursunuz. $\Delta\varphi_k$ ların mürabbaları mecmüü ise 602 den 613 e çıktı. nısıf mihverinin büyümesi yalnız komponentlerinden hesap edilirse haddinden fazla büyük olan:

$$\left.\begin{aligned} \frac{da}{a} &= -\frac{[P_5\Delta\varphi_k]}{[P_5 P_5]} = + 0.00046 \\ da &= + 2.9 \text{ Km.} \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

kıymetleri bulunur. Burada anlaşılıyorki arz-Ellipsoidinin ebadıni degiştirmekle şakul inhiaflarının sistematik mahiyetini hıç olmasa kısmen olsun karşılamak mümkundür. Daha fazla geoidin meridyan inhinasinda hakkiki ve sistematik bir inhiraf mevcuttur, bu itibarla bu tetkiki cografi arzda daha büyük bir amplitude tevsi etmek doğru olur. herhalde nısıf mihverin yukardaki büyümesini Beynel milel Hayford Ellipsoidini müşterek bir hesap sathı olarak kabul etmek hususunda, sarf edilen gayretlerin lehine kaydedeceğiz. Zira: Hayford Ellipsoidinin nısıf mihveri Bessel elliösoidininkine nazaran

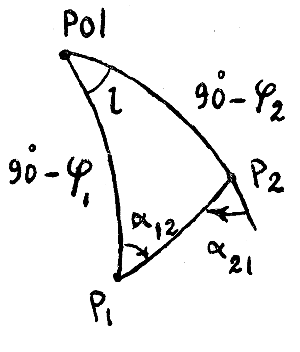
$da = + 0.906$ Km. fazladır.

(Bessel Ellisoidinin nısıf mihveri beynel minel metre cinsinden ifade edilince)

Eski polonyaya ait 3 laplace noktasının münakaşası bilhassa enteressandır. Bu noktalar Lossen 0/s, Varşova civarındaki polonya meb'de noktası Borowa Gora ve Borkovo noktalarıdır. Bu noktalar icap eden tafsilatla 36-38 numaralarda tebeleye ilave edilmişlerdir.

$(\varphi' - \varphi) = -2''.25$ ve $(\lambda' - \lambda) = -3''.57$ vasati kıymetleri diğer aslı şakul inhiraflarının arzettikleri sistematik manzaraya uygundurlar. Arz büyüdükçe komponentlerinin azalması derhal göze çarpiyor ve tulde vasati şakul inhirafının mutlak kıymetlerin büyüklüğü noktanın şarkta olmasıla temamile kabili izahatır. Bu itibarla şimdiye kadarki istasyon şebekesinin genişletmesinin şarki Ellbe şebekesinin evvelce bulunan en müsait kaymasına tesiri olamayacaktır. Yeni muvazeneye lüzüm yoktur. Polonya semt mesahalarını daha derin tetkik edelim; polonya semtlerinde bizde âded olmayan bir kontrol mevcuttur bu kontrolu rasat edilen mukabil semtler verir. malüm olduğü üzre ellipsoid üzerindeki çok uzun olmayan jeodezi hatlarının semt ve mukabil semtleri arasındaki tefazullar Dalby davasına göre temamen kürevi hesap edebilirler.

Bir jeodezi hattının nihayet noktalarına P_1 ve P_2 dersek ve α_{21} denince semtten 180° farklı mukabil $P_2 - P_1$ semtini anlarsak şimal kutbu ile P_1, P_2 noktaları arasındaki kürevi müsellesten:



$$\text{cotg}\left(\frac{\alpha_{21}-\alpha_{12}}{2}\right) = \text{cotg}\,\frac{l}{2}\,\frac{\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}}{\sin\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}}$$

münasebeti yazılır. Düstürun halli için Neper Analogisi:

$$\text{tg}\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right) = \text{cotg}\,\frac{\alpha}{2}\,\frac{\cos\frac{b-c}{2}}{\cos\frac{b+c}{2}}$$

de: $\alpha = l$, $\beta = \alpha_{12}$, $\gamma = 180 - \alpha_{21}$ $b = 90 - \varphi$, $c = 90 - \varphi_1$ kıymetlerini yerine koymak kâfidir.

40 Km. dili uzunlugunda azami $l = 33'$ ve $d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 22'$ dir. Vasati arza: $\varphi_M = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$ dersek

yukardaki müsavatinin Reziprok kıymeti:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_{21} - \alpha_{12}}{2}\right) = \operatorname{tg} \frac{l}{2} \frac{\sin \varphi_M}{\cos \frac{1}{2} d\varphi} \qquad (31)$$

de tangenti kavisle ve $\cos \frac{d\varphi}{2}$ yi 1 ile teptil edersek;

$$(\alpha_{21} - \alpha_{12})'' = l'' \sin \varphi_M \qquad (32)$$

bulunur. Bundan başka P_1 ve P_2 noktalarında α'_{12} ve α'_{21} semtleri ölçülmüş iseler (32) den ve Definition müsavatları

$$\left.\begin{aligned}(\alpha'_{12} - \alpha_{12}) &= \eta_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = (\lambda'_1 - \lambda_1) \sin \varphi_1 \\ (\alpha'_{21} - \alpha_{21}) &= \eta_2 \operatorname{tg} \varphi_2 = (\lambda'_2 - \lambda_2) \sin \varphi_2\end{aligned}\right\} \quad (33)$$

dan doğrudan doğruya:

$$\begin{aligned}(\alpha'_{21} - \alpha'_{12}) &= (\alpha_{21} - \alpha_{12}) + (\lambda'_2 - \lambda_2) \sin \varphi_2 = (\lambda'_1 - \lambda_1) \sin \varphi_1 = \\ &= (\lambda_2 - \lambda_1) \sin \varphi_M + [\lambda'_2 - \lambda_2 - \lambda'_1 + \lambda_1] \sin \varphi_M\end{aligned}$$

yahut:

$$(\alpha'_{21} - \alpha'_{12}) = (\lambda'_2 - \lambda'_1) \sin \varphi_M \qquad (34)$$

bulunur.

Bu suretle (32) düstüru tebeddüle duçar olmadan astronomik semt ve tuller için caridir. Mukabil semt için başlı başına bir kontrol teşkil eder.

$$\alpha'_{12} = \alpha'_{21} - (\lambda'_2 - \lambda_1) \sin \varphi_M. \qquad (34_a)$$

α'_{12} in nihai kıymeti doğrudan doğruya olan ve (34_a) dan bulunan kıymetlerin vasati adedisidir. Yukarıda zikri geçen üç istasyon için semtler mevcuttur

1. Lossen — Jerzmanovice

$$(\lambda'_2 = 19^\circ\ 46'\ 23''.79)$$
$$\alpha'_{21} = 119^\circ\ 22'\ 44''.77$$
$$-d\lambda' \sin \varphi_M = -20\ 08.38$$

$$\alpha'_{12} = 119\ 02\ 36.39$$
$$\alpha_{12} = 119\ 02\ 36.66$$

$$\alpha'_{12} = 119\ 02\ 39.54$$
$$\alpha'_{12} = 119\ 02\ 38.76$$

$$(\alpha' - \alpha) = -\ 2.22$$

2. Borowa Gora — Modlin

$$(\lambda_2 = 20^\circ\ 39'\ 23''.67)$$
$$\alpha'_{21} = 261^\circ\ 35'\ 10''.97$$
$$-d\lambda' \sin \varphi_M = +18\ 05.08$$

$$\alpha'_{12} = 261\ 53\ 16.05 \quad P = 1$$
$$\alpha'_{12} = 261\ 53\ 15.93 \quad P = 2$$

$$\alpha'_{12} = 261\ 53\ 15.97$$
$$\alpha_{12} = 261\ 53\ 17.84$$

$$(\alpha' - \alpha) = -\ 1.87$$

3. Barkowo — Serafin

$$(\lambda'_2 = 21^\circ\ 39'\ 07''.09)$$
$$\alpha'_{21} = 260^\circ\ 01'\ 03''.55$$
$$-\ d\lambda' \sin \varphi_M = +\ 15\ 19.11$$

$$\alpha'_{12} = 260\ 16\ 22.66 \quad P = 2$$

doğrudan doğruya $\alpha'_{12} = 260\ 16\ 21.68 \quad P = 1$

$$\alpha'_{12} = 260\ 16\ 22.33$$
$$\alpha_{12} = 260\ 16\ 24.61$$
$$(\alpha' - \alpha) = -\ 2.28$$

istasyon	φ	λ	l	$\varphi'-\varphi$	$\lambda'-\lambda$	$\alpha'-\alpha$	w	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta\alpha$	$\overline{w}$	$\overline{\Delta\varphi}$	$\overline{\Delta\lambda}$
1. Bodenbach (Jankowitz)	50°09'43,95"	18°23'54,03"	+ 5°19'53"	+ 0,93"	− 6,49"			+ 2,37"	− 3,67"			+ 0,31"	+ 0,79"
2. Langenfeld	50 11 34,39	18 08 51,67	+ 5 04 50	+ 2,75	− 2,65	− 1,87	+ 0,17	+ 4,19	+ 0,23	− 2,31	− 2,49	+ 2,17	+ 4,49
3. Wölfelsgrund, Schneeberg	50 12 32,43	16 50 59,20	+ 3 46 58	+ 3,04	− 6,22			+ 4,47	− 3,45			+ 2,51	− 0,28
4. Bischofskoppe	50 15 30,70	17 25 51,18	+ 4 21 50	+ 11,45	+ 0,65			+ 12,88	+ 3,44			+ 10,94	+ 7,10
5. Stroppendorf (Ostroppa)	50 16 32,36	18 35 13,55	+ 5 31 12	− 0,98	− 7,37	− 4,91	+ 0,76	+ 0,47	− 4,47	− 5,34	− 1,90	− 1,50	+ 0,16
6. Rudgershagen (Rudzinitz)	50 20 01,29	18 24 56,16	+ 5 20 55	+ 0,15	− 7,14			+ 1,59	− 4,33			− 0,32	+ 0,17
7. Randsdorf (Wieschowa)	50 23 48,17	18 45 49,51	+ 5 41 48	+ 0,24	− 7,68	− 2,78	+ 3,14	+ 1,69	− 4,77	− 3,20	+ 0,48	− 0,18	+ 0,03
8. Annaberg, Klosterkirche	50 27 26,51	18 10 18,44	+ 5 06 17	− 1,71	− 7,63			− 0,27	− 4,83			− 2,06	− 0,53
9. Steinrück (Giegowitz)	50 28 40,36	18 34 16,00	+ 5 30 15	+ 0,32	− 5,20	− 3,03	+ 0,98	+ 1,77	− 2,30	− 3,46	− 1,68	− 0,02	+ 2,35
10. Lausche	50 51 00,61	14 38 55,49	+ 1 34 54	− 0,91	+ 1,07	− 0,08	− 0,91	+ 0,49	+ 3,78	− 0,66	− 3,60	− 0,87	+ 5,13
11. Zobten	50 51 54,80	16 42 34,81	+ 3 38 33	+ 4,48	− 7,91			+ 5,91	− 5,17			+ 4,53	− 2,06
12. Kl. Peterwitz, Totenberg	51 31 49,04	16 36 59,87	+ 3 32 58	+ 1,18	+ 0,38	+ 1,67	+ 1,37	+ 2,61	+ 3,16	+ 1,15	− 1,32	+ 1,81	+ 6,23
13. Dalkau, Schellenberg	51 39 54,43	15 51 27,78	+ 2 47 26	+ 1,34	− 1,63	+ 1,61	+ 2,89	+ 2,76	+ 1,11	+ 1,07	+ 0,19	+ 2,10	+ 3,53
14. Wittgenau, Meiseberg	51 54 59,94	15 27 40,69	+ 2 23 39	+ 1,51	− 4,83	− 1,58	+ 2,22	+ 2,92	− 2,12	− 2,15	− 0,48	+ 2,49	− 0,03
15. Stülpe, Golmberg	52 01 02,54	13 20 40,81	+ 0 16 39	+ 4,57	− 1,48	+ 0,78	+ 1,95	+ 5,95	+ 1,13	+ 0,13	− 0,76	+ 5,63	+ 1,37
16. Potsdam, Helmertturm	52 22 53,59	13 04 01,15		+ 0,86	+ 0,57	+ 1,42	+ 0,97	+ 2,24	+ 3,15	+ 0,75	− 1,74	+ 2,24	+ 3,15
17. Götz, Götzerberg	52 26 14,13	12 43 43,79	− 0 20 17	− 0,01	− 0,33	+ 0,13	+ 0,39	+ 1,37	+ 2,24	− 0,55	− 2,32	+ 1,42	+ 1,94
18. Bärfelde	53 02 49,68	15 21 07,47	+ 2 17 06	− 1,71	+ 0,45	+ 3,86	+ 3,50	− 0,30	+ 3,12	+ 3,28	+ 0,78	+ 0,27	+ 5,16
19. Birkholz, Turmberg (Tütz)	53 08 37,96	16 05 49,02	+ 3 01 48	− 4,67	− 4,80	− 1,53	+ 2,31	− 3,25	− 2,10	− 2,09	− 0,41	− 2,61	+ 0,62
20. Zeinicke, Kleistberg	53 28 21,10	15 29 33,88	+ 2 25 33	− 5,68	− 3,26	− 1,71	+ 0,91	− 4,27	− 0,60	− 2,30	− 1,81	− 3,33	+ 1,59

istasyon	φ	λ	l	φ′ — φ	λ′ — λ	α′ — α	w	Δφ	Δλ	Δα	$\overline{w}$	$\overline{\Delta\varphi}$	$\overline{\Delta\lambda}$
21. Waldau	53° 31′ 21,″69	19° 13′ 57,″08	+ 6° 09′ 56″	— 5,″81	— 14,″09	— 7,″65	+ 3,68	— 4,35	— 11,24	— 8,08	+ 0,″96	— 3,49	— 5,67
22. Stralsund, Galgenberg	54 18 10,80	13 02 19,08	— 0 01 42	— 5,13	+ 1,88	+ 6,48	+ 4,95	— 3,75	+ 4,38	+ 5,78	+ 2,23	— 2,06	+ 4,34
23. Mellin	54 18 33,65	17 05 46,37	+ 4 01 45	— 6,48	— 0,19	+ 2,78	+ 2,93	— 5,05	+ 2,52	+ 2,25	+ 0,20	— 3,41	+ 6,22
24. Panker, Hessenstein	54 19 46,67	10 32 49,49	— 2 31 12	— 4,81	— 0,32	+ 5,22	+ 5,48	— 3,47	+ 2,06	+ 4,42	+ 2,75	— 1,78	— 0,26
25. Großenbrode	54 23 11,38	11 06 30,12	— 1 57 31	— 3,57	— 0,12			— 2,22	+ 2,32			— 0,47	+ 0,52
26. Bergen, Rugard	54 25 24,28	13 26 47,77	+ 0 22 46		+ 3,65	+ 7,69	+ 4,72		+ 6,17	+ 7,01	+ 1,99		
27. Staberdorf, Heinrichsberg	54 25 25,24	11 16 56,39	— 1 47 05	— 4,61	— 3,05			— 3,26	— 0,61			— 1,47	— 2,26
28. Wunneschin, Priemberg	54 25 35,21	17 38 50,25	+ 4 34 49	— 4,58	— 2,20	+ 0,95	+ 2,74	— 3,15	+ 0,54	+ 0,44	+ 0,00	— 1,43	+ 4,77
29. Kucklinsberg	54 27 37,18	21 57 18,93	+ 8 53 18	+ 0,05	— 11,10	— 4,96	+ 4,07	+ 1,55	— 8,14	— 5,29	+ 1,34	+ 3,09	+ 0,07
30. Puttgarden	54 30 21,71	11 13 07,26	— 1 50 54	— 4,73	+ 0,09			— 3,38	+ 2,52			— 1,52	+ 0,82
31. Hiddensee, Bakenberg	54 35 57,38	13 07 07,40	+ 0 03 06	— 3,74	+ 2,58	+ 6,81	+ 4,71	— 2,36	+ 5,08	+ 6,11	+ 1,97	— 0,41	+ 5,14
32. Schmolsin, Revekol	54 39 26,63	17 12 44,78	+ 4 08 43	— 6,08	+ 3,72	+ 4,98	+ 1,95	— 4,65	+ 6,43	+ 4,45	— 0,79	— 2,71	+ 10,28
33. Mehlberg, Röst	54 39 49,19	9 53 09,33	— 3 10 52	— 7,17	+ 0,66	+ 6,06	+ 5,52	— 5,83	+ 2,99	+ 5,23	+ 2,79	— 3,86	+ 0,03
34. Arkona	54 40 44,02	13 26 17,16	+ 0 22 16	— 3,54	+ 3,70	+ 6,64	+ 3,62	— 2,15	+ 6,21	+ 5,95	+ 0,88	— 0,13	+ 6,56
35. Wittenberg	54 49 03,64	17 56 33,97	+ 4 52 33	— 4,87	+ 3,43	+ 7,07	+ 4,27	— 3,43	+ 6,17	+ 6,57	+ 1,53	— 1,37	+ 10,72
36. Lossen O/S.	50 21 25,82	19 20 14,86	+ 6 16 14	+ 1,40	— 2,10	— 2,22	— 0,″60	+ 2,81	+ 0,70	— 2,62	— 3,16		
37. Borowa Góra	52 28 35,52	21 02 13,95	+ 7 58 13	— 2,67	— 1,83	— 1,87	— 0,″42	— 1,25	+ 1,00	— 2,22	— 3,01		
38. Borkowo	53 23 22,46	21 58 19,13	+ 8 54 18	— 5,49	— 6,79	— 2,28	+ 3,17	— 4,07	— 3,94	— 2,60	+ 0,57		

Hesap için lüzumlu olan mukabil istasyona ait astronomik tuller kerre dahilinde λ'_2 olarak ilave edilmişlerdir. Şimdi artık Laplace farklarını (15), (16) kıymetlerile nihai şakul inhirafları ve farklarını hesap edebilecek vaziyettiyiz. Şarkı Ellbe şebekesi ile hakikatan pek yakın irtibatı olan Barkowo istasyonu en iyi olarak kendini gösteriyar. Buna mukabil Lossen ve Barowa yi ihtiva eden zincirler biraz dönüklük arzediyorlar, buda Laplace farkları $\overline{W}k$ ların nisbeten büyük almalarından anlaşılıyor.

Evvelce de zikredildiği gibi potsdam jeodezi Enstitüsünün astronomik mesahalarında da bir kaç dane semt ve mukabil semt mevcuttur. Bunlar; Giegowitz - Wieschova, Galgenberg - Hiddensee Revekol - Mellin ve Barfelde - Tütz semtleridir. Bunlarda mümkün olan vasat teşkili (34 a) ya nazaran şu tasihata sevkeder:

$$\alpha'_1 + v + (\lambda'_2 - \lambda'_1) \sin \varphi_M = \alpha'_2 - v$$

yahut: $2v = (\alpha'_2 - \alpha'_1) - (\lambda'_2 - \lambda'_1) \sin \varphi_M = b - a$

burada: $$a = \alpha'_1 - \lambda'_1 \sin \varphi_M$$

$$b = \alpha'_2 - \lambda'_2 \sin \varphi_M$$

dır. Bu tasyihatın icrası Laplace farkları:

$$\overline{W}_1 = (\alpha'_1 - \lambda'_1 \sin \varphi_1) - (\alpha_1 - \lambda_1 \sin \varphi_1)$$
$$\overline{W}_2 = (\alpha'_2 - \lambda'_2 \sin \varphi_2) - (\alpha_2 - \lambda_2 \sin \varphi_2)$$

ları; takribi olarak vasati arzlar idhali halinde:

$$\overline{\overline{W}}_1 = \left(\frac{a + b}{2}\right) - (\alpha_1 - \lambda_1 \sin \varphi_M)$$

$$\overline{\overline{W}}_2 = \left(\frac{a + b}{2}\right) - (\alpha_2 - \lambda_2 \sin \varphi_M)$$

şekline sokar. Bu suretle (32) ye nazaran $W_2 = W_1$ bulunur ve

umumi olarak; yapılan rötuşun mukabil iki istasyondaki Laplace farklarını; vasatiye irca ettigi gösterilmiş olur. Buna mukabil ($\overline{W}_2 - \overline{W}_1$) tefazulunda dört astronomik kıymetin hatalarının tesiri ifade edilir. 4 hat için:

Steinrück-Randsdorf :	$\overline{W}_1 = -1''.68$,	$W_2 = +0''.48$,	$W = -0''.60$
Galgenberg-Hiddensee :	$+2''.23$	$+1''.19$	$+2''.10$
Revekol-Mellin :	$-0''.79$	$+0''.20$	-0.30
Barfelde-Tüt$_3$:	$+0''.78$	$-0''.41$	$+0.18$

bulunur. İkinci kısım Etud cenubu şarkıyi ihtiva edecektir.