

Alanların Hesaplanmasında Hata Sınırı Formülleri ve Bir Teklif

Y. Müh. Mehmet Gündoğdu ÖZGEN
(İ. T. Ü.)

Topoğrafya'da bir alanın büyüklüğünü tayin etme işi sık sık ele alınan bir problemdir.

Muhtelif memleketlerin resmî talimatnamelerinde verilmiş olan alan hesabına ait hata sınırı formülleri hem homojen değildir ve hem de analitik ifadeleri değişiktir.

Homojen bir ifade bulabilmek maksadiyle, bu konu ile ilgili tekliflerin getirildiği makalelere mecmualarda sık sık raslanmaktadır.

Bu yazıda muhtelif formüller nazarı itibara alınmak suretiyle Alanların hesabına ait hata sınırı formülleri Türkiye'deki şartlara uygun olacak şekilde verilmeğe gayret edilmiş ve bu esnada pratiğe uygun olabilmeleri için bu formülleri mümkün olduğu kadar basit ifadeler halinde vermek uygun bulunmuştur.

1 — Alanların hesabı, hataları ve presizyonu.

Muayyen bir arazi parçasından, kapalı ve doğru bir plân yapıldığı takdirde, çok kere ya eldeki ölçü değerlerinden veya plâna istinat etmek suretiyle muayyen alanların büyüklüklerinin tayini çok kerre istenen bir problemdir. Hesap metodu, ölçmelerin cinsine ve istenen presizyona bağlı kalmaktadır. Şu metodları tefrik etmek kabildir :

- a - Arazi ölçmelerinden ve koordinatlardan alan hesabı (Tabii ölçülerden)
- b - Yarı grafik hesap yolu
- c - Grafik alan hesabı
- d - Mekanik - grafik alan tayini
- e - Karışık alan hesabı

a - Arazi ölçmelerinden alan hesabı :

Mutad olan şekil, bir arazinin dik koordinatlara göre yahut da bilâhare dik koordinatlara tahvil edilecek kutupsal koordinatlara göre ölçülmesidir. Bu alım metodları neticesinde, arazi kolaylıkla geometrik şekillere

ayrılabilmekte ve alan hesabı yapılabilir. Koordinatlardan alan hesabı çok basit şekilde Gauss'un Trapez formülleri ile elde edilmektedir. Arazi ölçmelerinden alan hesabının presizyonu, arazi çalışmalarının presizyonuna doğrudan doğruya bağlı kalmaktadır. Ölçme metodu ortalama alan hatasına tesir etmektedir.

b - Yarı grafik alan hesabı :

Bu metodda, hem arazide elde edilen değerler hem de plândan elde edilen ölçüler kullanılmaktadır. Bu takdirde arazide yapılan ölçmelerin yarı grafik alan hesabı bakımından nazarı itibara alınması lâzım gelmektedir. Bu metod, bilhassa çok dar arazi parçalarında bahis konusu olmaktadır. Tayin edilecek olan dar üçgenlere bölünmekte, kısa kenarlar (taban) arazide sıhhatli bir şekilde ölçülmekte, uzun kenarlar (irtifa) daha düşük bir presizyonla ölçekli plândan alınmaktadır.

Ortalama boy hataları, boylarla doğru orantılı olmaktadır. İki nokta arasındaki boy veya bir üçgenin yüksekliği bir plândan alındığı için, bu kenarlar, arazi ölçmeleri hatalarından başka çizim ve plân ölçme hatalarını da ihtiva etmektedir. Çizim ve ölçme hataları pek tabii çizim aleti ile kullanılan cetvele tâbi olmaktadır.

Ortalama çizim hatası 0,10 mm. ve ortalama ölçme hatası 0,08 mm. olarak verilmektedir. Buradan toplam hata olarak 0,13 mm. elde edilir. Yarı grafik metodun presizyonu, arazi ölçmeleri ile grafik yoldan bulunan alan presizyonlarının ortasında bulunmaktadır.

Bazı hallerde, çizim ve ölçüm hatalarını azaltmak için, bahis konusu olan boy doğrudan doğruya plândan alınacak yerde, Pisagor teoremi ile de hesaplanmaktadır.

c - Grafik alan hesabı :

Bu metodda, ölçüler vaziyet plânlarından alınır. Yalnız plân, alan hesabı için esas teşkil eder. Dolayısıyla grafik alan hesabının kalitesi doğrudan doğruya çizim presizyonuna bağlı kalmaktadır. Bu şekildeki hata hesabında yalnız çizim ve plân ölçme hatası bahis konusu olmaktadır. Grafik alan hesabının presizyonu plân ölçeği ile kâğıdın ve kullanılan çizim takımının kalitesine ve çizimi yapan şahsın kabiliyetine bağlıdır.

d - Mekanik - Grafik alan tayini :

Mekanik alan tayininde, plândan her hangi bir ölçü alınmaz, buna mukabil, alan büyüklüğü şeklin çevre çizgisi üzerinde bir plânimetrenin gezdirme ucunun dolaştırılması ile elde edilir. Bu esnada plânimetreye merbut bir ölçme tekerleğinin developmanından okuma yapılmaktadır.

Kutupsal plânimetrelerde hata kaynakları şu şekilde özetlenebilir :

- 1 — Gezdirme ucunun gezdirmeye sınırından sapması
- 2 — Plân üzerinde plânimetre silindirin fena yuvarlanması
- 3 — Dönme ekseninin gezdirmeye koluna nazaran eğik olması
- 4 — Dönme düzleminin dönme eksenine nazaran eğik olması
- 5 — Kutup ve gezdirmeye kolu eksenlerinin hataları
- 6 — Basınç veya çekme sebebiyle kutbun ötelenmesi

Bu hataların pratik olarak ifade edilmesi çok zahmetli ve zaman alıcı olduğundan, muayyen imâl yenilikleri ile münferit hataların tesirleri bertaraf edilebilmektedir. Ayrıca, plânimetrenin alet hatasının, bir şeklin gezdirmesi esnasında yapılan hatadan çok ufak olduğu da bilinmektedir.

Literatür [4] de, kutupsal plânimetre için, bir gezdirmenin karesel ortalama hatası olarak

$$M_p = \pm 0,0002 M \sqrt{F} \quad (1)$$

verilmektedir.

Plânimetrede, presizyon, kullanma kaidelerinin yanı sıra operatörün hünner ve el sükûnetine de bağlıdır.

c - Karışık alan hesabı :

İki değişik hesap şeklinin neticeleri birbiri ile mukayese edilirse, karışık alan hesabından bahsetmek kabil olur. Yani,

- 1 — Arazi ölçmeleri hesabı ile pür grafik hesap mukayesesi
- 2 — Arazi ölçmeleri hesabı ile yarı grafik hesap mukayesesi
- 3 — Yarı grafik ile pür grafik hesaplarının mukayesesi bahis konusu edilebilir.

2 - Alan tayinlerinin dengelenmesi :

Alan hesabı presizyonu, alan büyüklüğü ile plânın büyüklüğüne yani ölçeğe bağlıdır. Alan hesabında kolaylıkla hesap hatası yapıldığından, kaideler olarak her alan iki defa ve kabil olursa değişik yollardan hesaplanır. Her iki hesap şekli eşdeğer ise, meselâ her ikisi de grafik ise, her iki hesabın ortalaması alınır. Eğer hesabın biri diğerinden daha presizyonlu ise, meselâ arazi ölçmelerinden hesaplanıyorsa, daha az presizyonlu hesap yalnız bir kontrol vazifesi görür.

Netice ve kontrol hesapları olarak ele alınan hesaplar dolayısıyla, tesis edilmiş hata sınırları içinde birbirlerine intibak etmelidirler.

3 - Hata Sınırı Formülleri :

Hata sınırları, aynı bir şeklin birbirinden bağımsız iki hesabın birbirlerinden ne miktar sapınç gösterebileceklerini ifade etmektedir.

Muhtelif memleketlerin resmî talimatlarındaki hata sınırları homojen değildir. Her memleket başka türlü ölçüp başka türlü hesap yaptığı için, pek tabîî ifade ve sayısal değerleri farklı olmaktadır.

Hata sınırı formüllerinin ekserisi

$$f_1 = \alpha \sqrt{F}$$

$$f_2 = \alpha F + \beta \sqrt{F}$$

$$f_3 = \alpha F + \beta \sqrt{F}$$

$$f_4 = \alpha F + \beta F^2$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada α, β katsayıları bilinmeyenlerdir.

Formüllerdeki hatalar, kare kök teoremine uyan aksidantel, yüzde teoremine uyan sistematik hatalardan ibarettir.

Bahis konusu olan hata sınırı formüllerini sıralamak füzulidir, zira bunlar kolaylıkla herhangi bir kitaptan elde edilebilmektedir. Hata sınırlarının doğrudan doğruya mukayeseleri de zordur, zira bunlar hep aynı birimler cinsinden ifade edilmemişlerdir. Eğer bu formüller daha yakından incelense, birkaç neticeye varılabilir. Şöyle ki :

1 -- Arazi ölçmeleri veya koordinatlardan yapılan alan hesaplarında, hata förmülleri boy presizyonundan elde edilmektedir. Fakat bu her zaman varit değildir. Ölçme presizyonunun ortalama alan hatasına tesiri aşikâr ise de münferit hata sınırı formüllerinde arazinin şekilleri kesin ve homojen olarak tasnif edilmemiştir.

2 — Boy ölçme metodları değişik presizyondadır ve dolayısıyla boy ölçmelerinden çıkarılan alanlar da aynı şekilde değişik presizyondadır.

3 — Belki, münferit hata sınırı förmüllerini yalnız muayyen ölçekler için kullanmak uygun olurdu. Halbuki bu yapılmamaktadır.

4 — Bütün formüllerde “alan,, yegâne değişkendir. Halbuki tatbik sahası sınırı da önemlidir. Ve bu husus pek tabîî ölççeğe tabidir.

5 — Formüllerde, değişik mi yoksa aynı boy ölçme aletlerinin kullanıldığı hakkında bir sarahat yoktur.

6 — Dar hata sınırı formülleri tesis etmek ve neticede ölçmeleri gayri iktisadî yapmanın manası yoktur. Halbuki bu husus nazarı itibara alınmamaktadır.

7 — Muhtelif memleketlerdeki hata sınırı formüllerinin ne şekilde ortaya çıktıkları hakkında her hangi bir malûmat verilmemektedir.

4 - Alan Hesaplarında hata Sınırları için formül araştırılması :

Bir hata sınırı formülü elde etmek için mutad iki yol vardır. Ya muayyen ön şartlardan hareket edilir ve aranan büyüklük için muayyen fonksiyon bağıntıları tesis edilir, yahut da bu ön şartlara göre bir seri ölçme yapılır ve neticede hata teorisine uygun bir bağıntı bulmağa gayret edilir.

İşte herhangi bir ölçme metodu ile presizyonundan hareket edilmekle başlanabilir. Bu suretle presizyon, ölçme neticelerinin yani alanın herhangi bir fonksiyonu olur. Fakat işe herhangi bir hesap metodundan hareketle başlanırsa, yani meselâ alanlar bir plânimetre ile hesaplanır ve alan presizyonu ampirik olarak tayin edilirse ölçme metodu ve presizyonun herhangi bir rolü olmaz. Çizim, ilâve hata getirmektedir. Bunlar, operatörün yalnız dikkatine değıl, çizim ölçeğine de bağılı olmaktadır.

Boy ölçmesine ait hata formüllerinde sabit bir terim bulunmaktadır. Dolayısıyla alan hata formüllerinde de sabit bir terim bulunur. Fakat bu sabitler çok ufak (takriben 0,2 m²) olduğundan, pratik olarak bunların nazarı dikkate alınmasına lüzum yoktur. Yarı grafik ve grafik hesaplarda plânın hangi presizyonla hazırlandığını araştırmak lâzımdır. Bu presizyon ise kullanılan yardımcı çizim aracına tabidir. Eğer muayyen bir presizyon istenirse, buna uygun olacak şekilde çizim aracı seçilmelidir. Grafik olarak elde edilmiş değerler çizim ölçeğine tâbidir. Dolayısıyla hata sınırı formüllerinde ölçek ilâve bir değışken olarak alınmalıdır. Bu halde, muayyen bir alan presizyonundan hareket etmek ondan sonra çizim ölçeğini seçmek icap etmektedir. Plândan elde edilen ölçüler asgâri presizyondadır. Dolayısıyla, mutlak olarak lüzum olmamasına rağmen, alan hata sınırı formüllerinde sabit bir terim bulunmalıdır.

Buna göre tarafımızdan teklif edilecek şekil şudur :

Araştırmalarımızda, alan değışken olarak alınmıştır. Ayrıca hata sınırı formüllerinin analitik ifadesine fazla önem verilmemiştir. Dolayısıyla basit olması sebebiyle :

$$d = \alpha F + \beta \sqrt{F} \quad (3)$$

şekli tercih edilmiştir. Ayrıca, grafik hesaplar için (3) formülüne alandan bağımsız bir sabit terimin ilâvesine lüzum görülmemiştir. Zira aksi halde, istenilen presizyon hakkında yanlış mütalâalarda bulunulması mümkün görülmüştür.

Boy ölçme hata sınırı formüllerinde 3 arazi şekli tefrik edilmektedir. Alan hata sınırı formüllerini bu şekilde arazi şekillerine göre tasnif etmek

uygun değildir. Zira, arazi ölçmelerinden yapılan alan hesaplarının presizyonu, evvelden arazi çalışmaları presizyonu ile tayin edildiğinden, bunu tekrardan bu kadar kesin hata sınırı formülleri ile nazarı dikkate almağa lüzum yoktur.

Bu bakımlardan, hata sınırı formüllerini arazi kıymetlerine göre vermeğe gayret edilmiştir. Bunun için de iki arazi sınıfı tasnif edilmiştir; normal kıymette ve çok kıymetli arazi. Bu ise Türkiye'nin şartlarına çok uygundur.

1: M ölçeğindeki bir plânda grafik iki alan hesabı arasındaki fark için :

$$d = \frac{\alpha}{1000} M \sqrt{F} + \beta F \quad (6)$$

Eggert formülü kabul edilmiştir. Maamafih ikinci terim alınmamıştır, zira bunun büyükçe alanlara önemli bir tesiri yoktur. Pür grafik alan hesabı hata sınırı formülleri için şu iki şart nazarı dikkate alınmıştır.

- 1 — Ufak alanlar için dar sınırlar tesis edilmelidir,
- 2 — Grafik alan hesabı hata sınırları, tekabül eden yarı grafik ve bunlar da arazi ölçmelerinden yapılan hesaplardan daha dar olmamalıdır.

Hata sınırı olarak mutad şekilde karesel ortalama hatanın 3 katı alınmıştır.

Netice olarak teklif :

- 1 — Arazi ölçmelerinden alan hesabı için

a - Normal kıymetteki arazi için

$$d_1 = 0,35 \sqrt{F} + 0,0005 F \quad (7)$$

b - Kıymetli arazi için

$$d_2 = 0,20 \sqrt{F} + 0,003 F \quad (8)$$

- 2 — 1: M ölçeğindeki plânda pür grafik alan tayini için

$$d_3 = 0,0005 M \sqrt{F} \quad (9)$$

- 3 — Plânimetre ile alan tayini için (1) formülüne göre :

$$d_4 = 0,0006 M \sqrt{F} \quad (10)$$

- 4 — Yarı grafik alan tayini için :

$$d_5 = 0,014 \sqrt{MF} \quad (11)$$

5 — Karışık alan hesabında, hata sınırı olarak, mukayese edilecek hesap şekillerinden düşük presizyondakinin hata sınırını almak tavsiye olunur.

Literatür :

- 1 — O. Eggert
Die Fehlergrenzen für Flaechenbestimmungun. Z. f. V.
1921 S. 525 — 528
- 2 — W. Grossmann
Dengeleme Hesaplarının Ana Hatları, İ. T. Ü. Yayınları No. : 503
- 3 — R. Förstner
Fehlergrenzen für Flaechenberechnungen. D. G. K. Reihe A,
Nr. 29, 1958
- 4 — Jordan / Eggert / Kneissl
Handbuch der Vermessungskunde, Band II, 10/Ausgabe/1963
- 5 — M. G. Özgen
Topğrafyada Alanların Hesaplanmasında Hata Sınırı
Formülleri
İ. T. Ü. Dergisi 1960, Nr. 1

