

1976 Türkiye Geoidi

Yazan:Dr. Tevfik AYAN
İTÜ. İSTANBUL

1. Giriş

19. Yüzyıl başlarında yeryüzüne en uygun elipsoidin boyutlarının belirlenmesi amacıyla yerin değişik kesimlerinde yapılan astrojeodezik ölçülerin birlikte değerlendirilmesinde astronomik değerlerle jeodezik değerler arasında o zamanlar beklenmeyen ve ölçü hataları ile açıklanamayan farklar ortaya çıkmıştır. Sonraları "çekül sapması" diye adlandırılan bu farkların Gauss tarafından (1828) açıklanmasında geoid kavram olarak ilk kez tanımlanmış olmakla beraber, geoid sözcüğü ilk Listing tarafından (1873) kullanılmıştır.

Geoid her noktasında çekül doğrultularının dik olduğu bir yüzeydir ve denge halindeki deniz yüzeyini temsil eder. Bu yüzey kütlelerin birbirini çekim ve merkezkaç kuvvetlerinin etkisi sonucu şekillenir; kütlelerin gelişigüzel dağılmış olması nedeniyle de düzgün bir yüzey değildir, yani matematiksel olarak ancak yaklaşıklıkla ifade edilebilir. Bu yüzeyin belirlenmesi jeodezinin ana sorunlarından biri olagelmıştır. Geoid tayininden amaç, düzensiz, ondülasyonlu olan bu yüzeyin belirli noktalarda referans elipsoidinden onun normal doğrultusundaki N uzaklığının bulunarak eşdeğerli ondülasyon eğrileri ile temsil edilmesidir. Bir noktadaki elipsoid yüzeyi ile geoid arasındaki N uzaklığına o noktadaki "geoid yüksekliği" denir. Geoid yükseklikleri ya yapay uydu jeodezisi yöntemleri ile ya gravimetrik yolla veya astrojeodezik yöntem (astronomik nivelman) ile veyahutta bu yöntemlerin kombinezyonu ile elde edilir. Aşağıda kısaca açıklanan 1976 Türkiye Geoidi astrojeodezik yöntemle hesaplanmıştır.

2. Astrojeodezik Yöntemle Geoid Hesabının Ana İlkeleri

2.1. Astrojeodezik Çekül Sapmaları

Bir noktadaki astronomik gözlemlerle elde edilen değerler ϕ , Λ , A ve aynı nokta için hesaplanan elipsoidal jeodezik değerler Ψ , λ , α ile gösterilirse bu noktadaki çekül sapması bileşenleri

$$\text{enlemde} \quad \xi = \phi - \Psi \quad 21.1$$

$$\text{boylamda} \quad \eta_\lambda = (\Lambda - \lambda) \cdot \cos \Psi \quad 21.2a$$

$$\text{veya} \quad \eta_\alpha = (A - \alpha) \cdot \cotg \Psi \quad 21.2b$$

ve azimutundaki bir doğrultuda

$$\varepsilon = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha \quad 21.3$$

eşitlikleri ile elde edilir [4, s. 187]. Bileşke çekül sapması θ nın büyüklüğü ise

$$\theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad 21.4$$

dir. Astrojeodezik çekül sapması diye adlandırılan bu değerler,

- Seçilen referans elipsoidine
- Jeodezik ağın başlangıç noktasının seçimine
- Başlangıç noktasında jeodezik ağa verilen azimutal yöne bağlı olduğundan bağıl çekül sapmalarıdır.

Türkiye jeodezik ağı için referans yüzeyi olarak 1924 uluslararası elipsoidi (Hayford) ve ulusal datumun başlangıç noktası olarak da Meşedağ Laplace noktası seçilmiştir. Yani bu noktada $\phi = \Psi$, $\Lambda = \lambda$ ve dolayısı ile $\xi = \eta = 0$ dır [6]. Birinci derece zincir ağı daha sonra 1954 yılında "1950 Avrupa Datum"una bağlanmıştır; buna göre çekül sapmaları Potsdam değerlerine dayandırılmış olmaktadır.

Harita Genel Müdürlüğü tarafından gözlem ve hesapları tamamlanan 98 Laplace noktasına ait astronomik ve elipsoidal-jeodezik değer farkları

$$\Delta \Psi = \Phi - \Psi ; \Delta \lambda = \Lambda - \lambda ; \Delta \alpha = A - \alpha$$

hem ulusal datuma göre hem de 1950 Avrupa Datumu'na göre 1957 yılında I.U.G.G nin Toronto'daki kongresine adı geçen kuruluş tarafından tebliğ olarak verilmiştir [7]. Daha sonra 8 nokta daha ilave edilerek 106 noktaya ait çekül sapması değerleri diğer ülkelerinkini de içeren bir katalog halinde yayınlanmıştır [5].

$m_E = m_\eta = 0''{,}2$ olarak verilen presizyonun ve noktaların dağılışının iyi olmasına karşın, nokta yoğunluğunun 7300 km^2 ye 1 nokta (noktalar arası ortalama uzaklık 85 km) ile özellikle Türkiye gibi engebeli sayılan bir ülkede amaçlanan geoid hesabı presizyonu bakımından yeterli olduğu söylenemez.

Bir noktada 21.2a ve 21.2b eşitlikleri ile hesaplanacak η_λ ve η_α değerleri arasında, özellikle η_α ya bağlı, farklar görülecektir. Çekül sapmalarının ortalama yer elipsoidine göre hesaplanacak "mutlak çekül sapmaları" olmamasından ileri gelen ve önemsiz sayılabilen "teorik fark" ihmal edilirse,

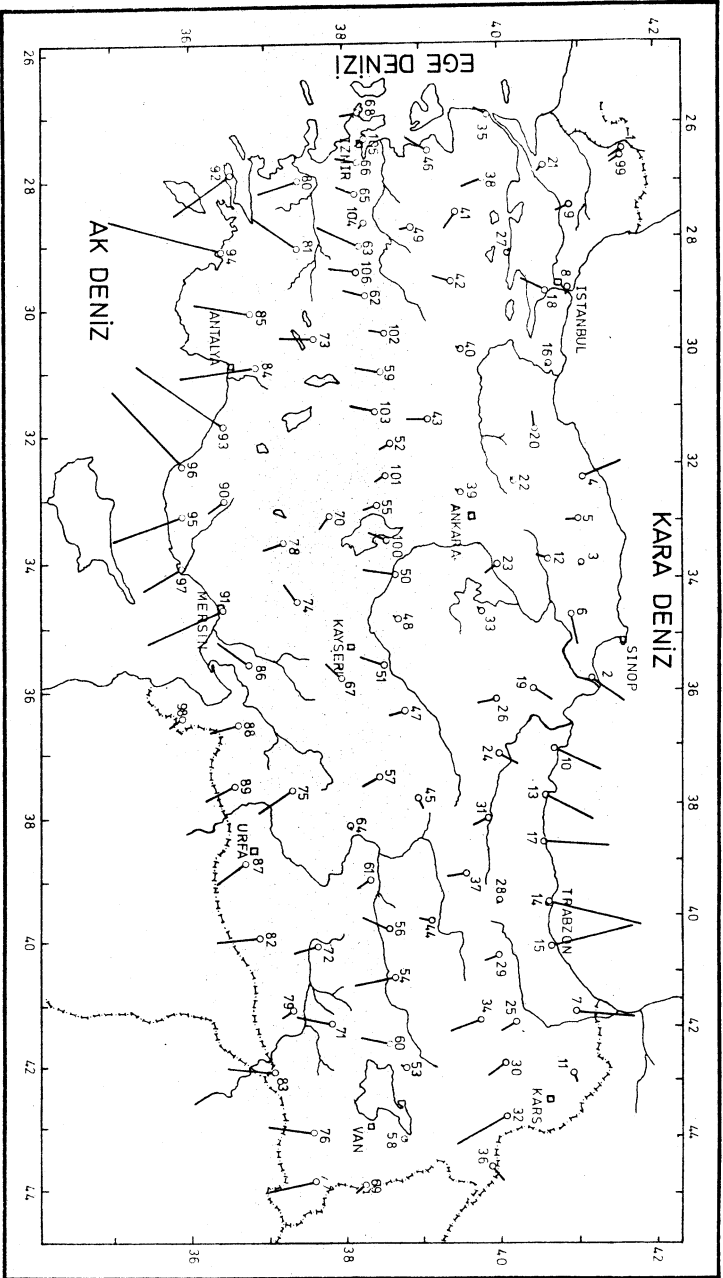
$$\delta\eta = \eta_\alpha - \eta_\lambda$$

farkı, η_α değerinin hesaplanması için kullanılan ölçülerin hatalarından ileri gelir. Bu farkların irdelenmesi ile η_α değerlerinin sistematik hatalarla yüklü ve dolayısıyla geoid tayini için kullanılabilir olup olmadıkları ortaya çıkarılır.

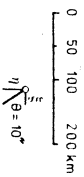
Bu farklara istatistik testler uygulandığında normal dağılım göstermedikleri görülmüş ve

$$n = n_\lambda$$

alınmıştır. Şekil 1 Türkiye'deki 106 noktaya ait astrojeodezik sapması vektörlerini göstermektedir.

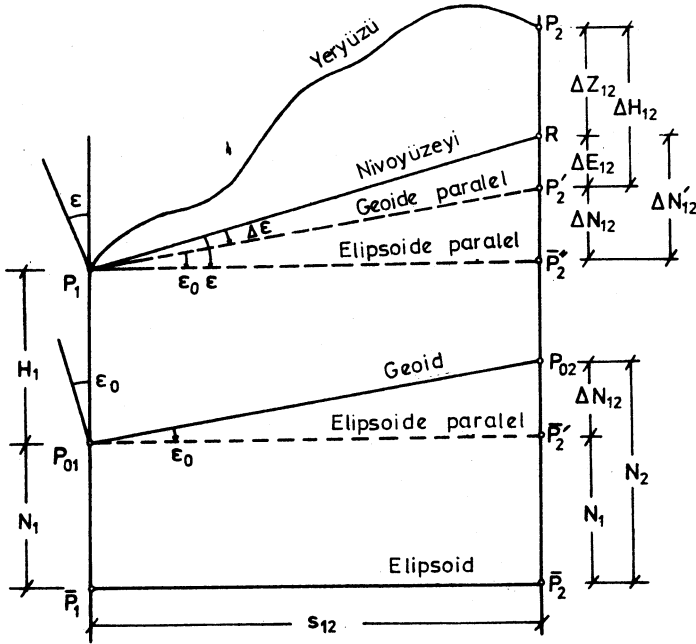


Şekil:1 Astrojeodezik çekili sapmaları (I) den alınmıştır.



2.2. Astronomik Nivelman

Şekil 2 Helmert tarafından 1880 yılında ortaya atılan geoid yükseklikleri arasındaki bağıntıları göstermektedir. P_1 ve P_2 noktaları arasındaki geoid yükseklik



Şekil 2: Komşu iki nokta arasında geoid yüksekliği farkı.

farkı ΔN_{12} , P_{01} de P_{02} yönündeki (geoid üzerinde) çekül sapması ϵ_0 olmak üzere,

$$\Delta N_{12} = -s_{12} \cdot \text{tg } \epsilon_0 \approx -s_{12} \cdot \frac{\epsilon_0}{\rho} \quad 22.1$$

olacaktır. Burada negatif işareti, çekül sapması yönünden geoid yükseltisine ters doğrultuda tanımlanmasından ileri gelmektedir. Helmert elde edilmiş güç olan ϵ_0 yerine P_1 noktasındaki ϵ ile geoid yükseklik farkı için yaklaşık bir değer olan $\Delta N'_{12}$ yü hesaplayıp onu bir ΔE kadar düzeltmektedir

$$\Delta N_{12} = \Delta N'_{12} - \Delta E \quad . \quad 22.2$$

Geoid yükseklikleri üzerine çekül eğriliklerinin bir etkisi olarak ortaya çıkan ΔE nin ortometrik nivelman indirgemesi ile eşdeğer olduğu kabul edilebilir [8, s. 172].

Çekül sapmalarının pratikte karşılaşıldığı gibi iki nokta üzerinde de belli olması halinde, bu iki nokta arasındaki geoid yükseklik farkı, çekül sapmalarının bu iki nokta arasında lineer olarak değiştiği varsayımına dayanarak

$$\Delta N_{12} = \frac{1}{2\rho} (\epsilon_{12} + \epsilon_{21}) \cdot s_{12} - \Delta E_{12} \quad 22.3$$

ile hesaplanmalıdır. Böylece yeryüzünde çekül sapmaları belli noktaları bir-biri ile birleştiren kenarlar için ΔN_{12} ler hesaplanır. Noktalar yüzey üzerinde dağılmışlarsa bunların birbirlerine bağlanması ile meydana gelecek ağ dengelenerek, noktalar için geoid yükseklikleri bulunur. Noktalar bir doğrultuda yer almışlarsa geoid profili elde edilir.

2.3. Kullanılan Formül ve a Priori Hata Değerlendirilmesi

Çekül eğriliği nedeni ile, geoid yükseklik farklarına uygulanması gerekli ΔE düzeltmesinin hesabı, yer kabuğu yoğunluğu ve bunların değişim sınırları yanında ya yerçekimi ivmelerinin ya da nokta etrafında topografik yapının bilinmesini gerektirmektedir. Bu verilerin elde bulunmaması nedeni ile ΔE düzeltmesi birçok geniş kapsamlı geoid hesaplarında olduğu gibi ihmal edilmiş ve ΔN_{ij} ler için

$$\Delta N_{ij} = \frac{1}{2\rho} (\epsilon_{ij} + \epsilon_{ji}) \cdot s_{ij} \quad 23.1$$

kullanılmıştır.

Çekül eğriliğinin α azimütündeki bileşeni

$$\Delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_0 = \Delta\xi \cdot \cos \alpha - \Delta\eta \cdot \sin \alpha \quad 23.2$$

nın düz ve orta engebeli arazide nadiren $0'',5$ ye yakın olmasına karşın, Doğu Anadolu, Kuzeydoğu Anadolu bölgeleri ile Toroslar yöresi, yeryüzü şekilleri bakımından İsviçre ile karşılaştırıldığında, İsviçre'de $5''$ yi bulan çekül eğriliğine Türkiye'de de ulaşılabileceği gözönünde bulundurmak yanlış olmaz. Bu durumda $s = 80$ km için

$$\Delta E = \frac{\Delta\epsilon}{2\rho} \cdot s \approx 1 \text{ m}$$

ile çekül eğriliği bazı noktalarda önemli derecede presizyon kaybına sebep olabilmektedir.

Diğer yönden çekül sapmalarının bir noktadan diğer noktaya lineer olarak değiştiği varsayımının yaklaşım derecesi nokta yoğunluğunun büyümesi ile artar. Bu nedenle çekül sapması noktalarının sıklığı geoid hesabında presizyon yönünden önemli rol oynamaktadır. Türkiye'deki engebeli bölgelere benzerlik gösteren ve üzerinde Niethammer [10] tarafından geoid araştırmaları yapılmış St. Gotthard meridyeni (ortalama nokta uzaklığı $1,6$ km) örnek alınmış ve orada Türkiye'deki nokta sıklığı ile ulaşılabilecek presizyon incelendiğinde gerçek değerden $2-3$ m ye varan sapmalar saptanmıştır.

ΔE nin ihmali ve nokta yoğunluğu yetersizliğinin neden olduğu hatalar yanında, çekül sapmalarının ve s uzunluğunun hesabı için gerekli olan coğrafi koordinatlardaki yuvarlatmadan ileri gelen hatalar da vardır. Ancak ($m_\xi = m_\eta = \pm 0'',2$ ve $m_\psi = m_\lambda = \pm 0',5$) ile bunların ΔN lerin hesaplanmasında sebep olacakları hata ($m_{\Delta N_R} = \pm 0,15$ m), önemsiz sayılabilir.

1976 Türkiye geoidinin hesabında yukarıda belirtilen hataların en düşük düzeyde tutulabilmesi için ağırlık kuruluşunda her nokta civarındaki yeryüzü şekilleri gözönüne alınmış ve noktaları birbirine bağlayan kenarların seçiminde bir takım önlemlere başvurulmuştur (bk. 3.2); böylece geoid yüksekliklerinin karesel ortalama hataları ancak uç noktalarda $m_{\Delta N} = \pm 2,5$ m ye ulaşmaktadır.

Ulaşılan bu presizyon genel olarak geoid hesaplarındaki (global geoid için $\pm (5...15)$ m, sık gravite ölçülerinin bulunduğu bölgelerde ise $\pm (1...2)$ m [11]) presizyon gözönünde tutulursa iyi sayılmalıdır.

3.2. Ağın Kurulması

Hem 1976 Türkiye geoidi için en uygun çözümü bulmak hem de genel olarak ağ teşkilinin geoid hesabındaki rolünü sayısal olarak incelemek için üç tip ağ kurulmuştur. Bunlardan birinci model ülkenin I. derece zincir ağına benzeyen 30 çevrim (Lup, kapalı poligon) dan ibaret olup bağlantı kenarlarının ortalama uzunluğu 87 km olan bir yüzey ağıdır. Batı-Doğu doğrultusunda 38° paralel dairesi yakınındaki daha sık nokta dizisinin meydana getirdiği eksende köşegenli dörtgen ve üçgen kesişmeleri ile bir zincir meydana getirilerek ikinci model ağ elde edilmiştir. Bu model 120 km den küçük birinci modelde bulunmayan kenarları da içermektedir. Böylece ikinci modelde 24 çevrim, 63 üçgen ve 2 köşegenli dörtgen bulunmaktadır; ortalama kenar uzunluğu ise 93 km dir. Birinci modelin, kenarların kesişmemesine dikkat edilerek, bir üçgen ağına tamamlanması ile de üçüncü model elde edilmiştir. Üçüncü modelde ortalama kenar uzunluğu 111 km olup 173 üçgen vardır.

Üç model ağın kurulmasında gerek nokta sıklığının gerekse çekül eğriliğinin geoid yüksekliklerini hatalı yönde etkilemesini önlemek amacı ile bağlantı kenarlarını seçerken prensip olarak aşağıdaki noktalara dikkat edilmelidir.

- a) Mümkün olduğu kadar kısa kenarlar seçilmeli,
- b) Düşünülen bağlantı kenarı engebeli arazi üzerinden geçiyorsa bunun yerine daha uzun olmasına karşın daha az engebeli araziden geçen bağlantı kenarı tercih edilmeli,
- c) Eğer, (b) mümkün olmuyorsa bağlantı kenarı, engebeler bu kenara göre veya kenarın orta noktasına göre simetrik olacak biçimde seçilmelidir

Ayrıca,

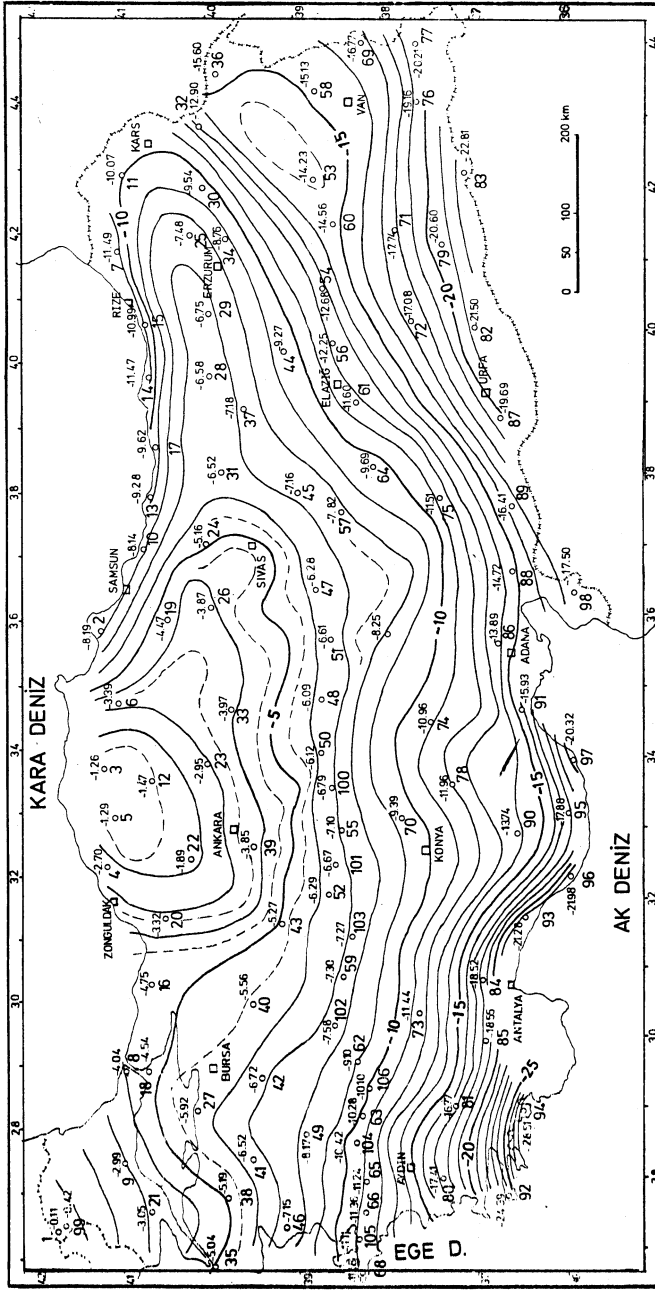
- d) Dağlık bölgelerde, örneğin İsviçre Alplerinde yeryüzündeki çekül sapmaları ile geoide indirgenmiş çekül sapmaları karşılaştırıldığında [13] ikisinin doğrultuları arasında büyük farklar görülmemektedir.

Eğer bağlantı kenarı s_{ij} çekül sapması vektörü θ_i ye dik seçilebilirse, çekül eğriliğinin o kenar doğrultusundaki bileşeni $\Delta\epsilon_{ij}$, küçük değerde olacaktır. Böylece ΔN_{ij} hesabında çekül eğriliğinin ihmal ile ortaya çıkacak olan hata küçülecektir.

3.3. Geoid Yüksekliklerinin Elde Edilmesi

Geoid yüksekliklerinin dengelenmesinde ΔN lerin ölçüleri olarak kabulü teorik yönden sakıncalıdır, çünkü bir P_i noktasındaki çekül sapması bileşenleri olan ξ_i, η_i 21.3 formülü gereğince bu noktadan çıkan bütün kenarlara ait ΔN lerin hesabında kullanıldıklarından o noktaya bağlı olan noktaların geoid yükseklikleri arasında bir korelasyon doğar. Bu nedenle 3.2 de belirtilen üç model ağ ΔN ler arasındaki korelasyon gözönünde tutularak da dengelenmiştir [1]. Böylece korelasyon etkisini sayısal olarak incelemek olanağı kazanılmıştır. Dengeleme esnasında Türkiye'nin yaklaşık ortasına rastlayan ve ulusal datumun da çıkış noktası olan Meşedağ'da (Nokta No.39) geoid yüksekliği sıfır kabul edilmiştir. Her noktada üç model ağa ait geoid yüksekliklerinin ortalaması alınarak noktaların herbiri için tek bir geoid yüksekliği bulunmuş ve sonra "1976 Türkiye Geoidi"nin Avrupa geoidine bağlanması için geoid yükseklikleri Meşedağ noktası için [9] dan alınan $N_{39} = - 3.85$ m. kadar kaydırılmıştır.

Türkiye alanına serpilmiş, geoid yükseklikleri hesaplanan 106 nokta ile geoidin ifadesi enterpolasyon problemini de içermektedir. Noktalar arasında Lineer enterpolasyon yeterli yaklaşımı sağlayamaz. Lineer enterpolasyonun sakıncaları, noktalar arasındaki uzaklık büyüdükçe ve özellikle engebeli arazide kendini gösterir. Enterpolasyon kenarlarının seçimine göre, bir enterpolasyon noktası için farkları 1.5 m ye varan değişik geoid yüksekliklerinin elde edilmesi eşdeğerli ondülasyon eğrilerinin Lineer enterpolasyonla geçirilmesindeki sakıncayı göstermektedir. Bu nedenle [1] de eşdeğerli ondülasyon eğrileri için uygun enterpolasyon yöntemleri araştırılmış ve gerek ulaşılan presizyon ve gerekse hesap kapsamı bakımından optimal çözüm olarak bir bağlantı kenarı boyunca geoid kesitinin kübik parabolle ifadesi önerilmiştir. Şekil 3 de 1976 Türkiye Geoidi noktalarındaki geoid yükseklikleri, kübik parabol ile enterpole edilmiş eşdeğerli ondülasyon eğrileri görülmektedir.



Şekil-3 1976 Türkiye Geoidi (1) den alınmıştır.)

4. 1976 Türkiye Geoidinin Daha Önce Hesaplanmış Geoidlerle Karşılaştırılması

1976 Türkiye geoidi Türkiye için daha önce hesaplanan geoidlerle karşılaştırıldığında, yapay uydu dataları ile VINCENT-STRANGE-MARSH [12] tarafından hesaplanan Asya geoidinin Türkiye kesimi arasında iyi bir uyuşma olduğu söylenemez. Astrojeodezik volla hesaplanan RUSHWORTH-LOWER [2], BOMFORD [3] ve LEVALLOIS-MONGE [9] geoidleri ile olan karşılaştırmada genel anlamda bir uyuşum görülmekle beraber nokta nokta yapılan sayısal karşılaştırmada en iyi uyuşumun LEVALLOIS-MONGE geoidi ile olduğu görülmektedir. Avrupa için en son olarak hesaplanan ve hesabında kısmen gravimetrik veriler de kullanılan bu geoidden 1976 Türkiye geoidinin noktalarındaki yükseklik farkları çoğunlukla 1 m nin altında olup maximum 2,8 m dir. Detay karşılaştırmasında ise 1976 Türkiye geoidinden eş ondülasyon eğrilerinin elde edilmesinde uygulanan enterpolasyon yöntemi nedeni ile daha yüksek presizyon beklenmelidir.

5. Sonuç

1976 Türkiye geoidinin karakteristikleri şöylece sıralanabilir:

- a) 1950 Avrupa Datumu (başlangıç değerleri) esas alınmış ve yalnız astrojeodezik çekül sapmalarından hesaplanmıştır.
- b) Çekül sapması noktalarındaki geoid yükseklikleri üç ayrı model ağın dengeleme sonuçlarının ortalamaları alınarak elde edilmişlerdir.
- c) Geoid yükseklikleri -3.85 m kaydırılarak Avrupa geoidine bağlantı sağlanmıştır.
- d) Eşdeğerli ondülasyon eğrileri kübik parabol ile interpolasyonla elde edilmişlerdir.

LITERATÜR

- [1] AYAN, T. : Astrogeodatische Geoidberechnung für das Gebiet der Türkei.
Diss.Karlsruhe 1976.
- [2] BOMFORD, G. : Rapport General No 5, Tome 20 .
I.A.G. Toronto 1957 .
- [3] BOMFORD, G. : Rapports Genereaux et Rapports Techniques,
Tome 24. I.A.G. Moscou 1971 .
- [4] HEISKANEN, A.W. : Physical Geodesy .
MORITZ, H. W.H. Freemann and Company,
San Fransisco and London 1967.
- [5] I.A.G. : Liste de stations de deviation de la verticale
Rattachees du Reseau Europeen, Liste No 4,
Paris 1971 .
- [6] I.U.G.G. : Geodetic activities in Turkey
Turkish Geodetic Survey-Ankara
Rom 1954 .
- [7] I.U.G.G. : Report of geodetic works in Turkey
Report No 5
By Turkish Geodetic Survey-Ankara
Toronto 1957 .
- [8] JORDAN-EGGERT- : Hanbuch der Vermessungskunde Band V
KNEISSL J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung
Stuttgart 1969 .
- [9] LEVALLOIS, J.J.- : Le Geoide Europeen, version 1975
MONGE, H. I.U.G.G. Grenoble 1975 .

- [10] NIETHAMMER, Th. : Das Astronomische Nivellement im Meridian
St. Gotthard.
Astr-geod.arbeiten in der Schweiz
Band XX, Brugg 1939.
- [11] TORGE, W. : Der Heutige Stand in der Bestimmung der
Erdfigur. Zeitschrift für Vermessungswesen
1973.
- [12] VINCENT, S.-STRANGE, W.E : A detailed gravimetric geoid of North
MARSH, J.G. America, the north atlantic, Eurasia and
Australiia.
Goddard Space Flight Center
Greenbelt, Maryland 1972 .
- [13] WUNDERLIN, N. : Lotabweichungen, Geoid und Meereshöhen in
den schweizer Alpen .
Astra-geod Arbeiten in der Schweiz
Band XXVI 1967.